image
not
available

coll. yst

PROPERTY

OF THE

LICK TRUSTEES.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE

22513

NACHRICHTEN.

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

würklichem Etatsrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Ritter vom Dannebrog und D. M., Ritter des Nordsternordens, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, Neapel, London, Edinburgh und Stockholm, der Königl. astronomischen Gesellschaft in London, der Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der Gesellschaft nützlicher Künste in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg, und der meteorologischen Gesellschaft in London, correspondirendem Mitgliede des Französischen Instituts, der Königl. Academie der Wissenschaften in Turin, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Academie der Wissenschaften in Berlin, der Academie der Wissenschaften in Palermo, Padova u. a.

Eilfter Band.

mit 2 Beilagen, einer Kupfertafel, einem Inhaltsverzeichnifs und einem Register.

Altona 1834.

gedruckt in der *Hammerich*- und *Lesser*'schen Buchdruckerei.

Digitized by Google

Digitized by Google

Inhalt.

N. 241.

Ueber die Rotation der Ringe des Saturns 1. — Sternbedeckungen 3. — Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber 5. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *M. Koller* Astronomen in Kremsmünster an den Herausgeber. 7. — Schreiben des Herrn Staatsraths und Ritters *v. Struve* an den Herausgeber. 9. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen* Directors der Seeberger Sternwarte an den Herausgeber. 11. — Nachricht von der Vollendung bis zum 45sten Grade der Declination, der allgemeinen, auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtung des Himmels 13. — Sterne im Perallel des Mondes beobachtet auf der K. Sternwerte zu Bogenhausen im Jahre 1832, eingesandt von Herrn Dr. *Lamont* Gehülfen an der Sternwarte. p. 13. — Anzeige 15.

Nr. 242.

Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Bewegung des *Hugen*ischen Saturns-Satelliten. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 17. — Nachrichten über das Verschwinden des Saturnsringes 23. — Sternbedeckungen und Mondsterne auf der Craceuer Sternwerte im Jahre 1832 beobachtet 23. 25. — Schreiben des Herrn *Henderson* Directors der Sternwarte auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung an den Herausgeber 25. Astronomical Observetions mede at the Observatory on the Calton Hill Edinburgh 27. — Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber 29. — Mondsterne beobachtet auf der Prager Sternwarte 29. — Jupiterstrabenten-Verfinsterungen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Prager Sternwerte 31. — Notizen und Anzeige 31.

Nr. 243.

Bericht über den Fortgang des Unternehmens der akademischen Sternkarten 33. — Posizioni della Cometa di *Biela* osservata nei seguenti giorni all' Osservatorio delle Scuole Pie, e confronto delle medesime con quelle delle efemeridi 39. 41. — Schreiben des Herrn *Henderson*, Directors der Sternwerte auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung, an den Herausgeber 39. Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber 41. — Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel. Von Herrn *v. Steinheil* in München 43. — Dotirung der Hamburger Sternwarte 47.

Nr 244. 245. 246.

Disquisitiones continuatae circa theoriam perturbationum corporum coelestium, auctore *P. A. Hansen* 49, 65. 81. 97.

Nr. 247.

Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel. Von Herrn *v. Steinheil* in München. (Beschluſs.) 105. — Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber 115. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Mädler* an den Herausgeber 115. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Lamont* an den Herausgeber 119.

Nr. 248.

On the Rotation of Venus. By the Reverend *T. J. Hussey*. 121.

Nr. 249.

Ehrenbezeugungen 137. — Abbildung der Cometenmedaille 137. Beobb. in Danzig 137. — *Plößl's* dialytische Fernröhre 137. On the Rotation of Venus. By the Reverend *T. J. Hussey* 139. Schreiben des Herrn *v. Steinheil* an den Herausgeber 145. Schreiben des Hrn. *Bianchini* an den Herausgeber 149. — Anzeige 151.

Beilage zu Nr. 249.

Schreiben des Herrn *Schwabe* an den Herausgeber 153. — Beobachtungen des Saturns im April 1833 auf der Altonaer Sternwarte 155.

Nr. 250.

Ueber die Störungen des Helleyschen Kometen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15ten September 1682 bis zum 14ten März 1759 von Herrn Prof. Dr. *Rosenberger* in Helle 157. Schreiben des Herrn Staatsraths *v. Fuſs* Secret. der Kaiserl. Academie der Wissenschaften an den Herausgeber 179.

Nr. 251

Letter to Professor *Airy* at Cambridge, by *F. W. Bessel* 181. Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Herausgeber über die Wiederkehr des *Pons*schen Cometen im Jahr 1832. 185. — Schreiben des Herrn Professors *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber 195.

Nr. 252.

Schreiben des Hrn. *Bianchi* an den Herausgeber. (Beschluſs.) 197. Anzeige von Büchern 201. — Wahrnehmungen beim Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturnringes 209.

Nr. 253.

Ueber das System westlicher Abweichungen der Magnetnadel in Asien, von *Georg v. Fuss* 213. — Beobachtungen der Neigung der Megnetnadel von demselben 219. — Sternbedeckung von demselben 221. — Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber 223. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains *Thomsen*, vom Dänischen See-Etat, Ritter vom Dannebrog 225. — Vermischte Nachrichten u. Druckfehler 227.

Nr. 254.

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 229.

Beilage zu Nr. 254.

Neuestes Verzeichniſs der optischen Apparate, welche von *G. S. Plössl*, Optiker und Mecheniker in Wien, am Wienflusse, nächst der Ketten-Fahrbrücke, am Eck der Heumühlgesse Nr. 816, für beigesetzte Preise in Conventionsmünze oder Augsburger Courant verfertiget werden 245.

Nr. 255.

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. (Beschluſs.) 253. — Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber. (Beschluſs.) 257. — Schreiben des Herrn *Jürgensen* an den Herausgeber 259. — Schreiben des Herrn *Andrew Lang* an den Herausgeber 261. — Annonce d'une Esquisse orographique de l'Europe avec Commenteire, par le Capitaine d'Artillerie *O. N. Olsen*, à Copenhague 263. — Verzeichniſs der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemels in Benedictbeurn jetzt in München für nachstehende Preise verfertigt werden. 267.

Nr. 256.

Betrachtungen über die Methode der Vervielfältigung der Beobachtungen. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 269. Ueber die Gröſse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen andern dahin gehörigen Bemerkungen. Von den Herren *Beer* und *Mädler* 289.

Digitized by Google

Nr. 257.

Schreiben des Herrn *Henderson* an den Herausgeber 293. — Beobachtungen des Mondes und der Mondsterne, angestellt auf der k. Sternwarte bey München im Jahre 1833; nebst Vergleichung der beobachteten Mondörter mit den Tafeln von *Damoiseau* 297. — Mondsbeobachtungen 303. — Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen andern dahin gehörigen Bemerkungen. Von den Herren *Beer* und *Mädler*. (Beschlufs.) 301. — Verzeichnifs der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn jetzt in München für beigesetzte Preise verfertigt werden. (Beschlufs.) 303.

Nr. 258. 259. 260.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus, auctore *P. A. Hansen*, speculae Seebergensis directore, ordinis Dannebrogici equite 309 325. 441. 337. — Schreiben des Herrn *M. Koller* an den Herausgeber und Beobachtungen auf der Sternwarte zu Kremsmünster 367. — Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber 371. — Schreiben des Herrn Professors *Vieth* an den Herausgeber 371. — Verbesserungen in Nr. 261 der Astron. Nachr. 371.

Nr. 261.

Comet, entdeckt von Herrn *Gambart* 373. — Anzeige des Herrn Dr. u. Ritters *Olbers*, der Observations of Nebulae and Clusters of Stars etc. 373. — Beobachtungen des Herrn *Th. J. Hussey* in Kent 379. — Beobachtungen der Pallas und Ceres auf der Mannheimer Sternwarte zur Zeit ihrer Opposition 1834. 381. Schreiben des Herrn Prof. *Weisse* Directors der Sternwarte in Cracau an den Herausgeber 381. — Anzeige, die Königsberger Astronom. Beobachtungen betreffend 387. — Sternbedeckung beobachtet auf der Hamburger Sternwarte. 387.

Nr. 262

Remarques sur une note de Mr. *de Pontécoulant*, qu'on trouve dans la Connaissance des tems de l'année 1836 pag. 21 et 22, par Mr. le Professeur *Hansen* 389. — Mondskulminationen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte des Generalstaabes in St. Petersburg 397. — Opposition der Pallas 1834. 403. Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Fr. Baily* an den Herausgeber 403. — Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber 403.

Nr. 263.

Beiträge zu Längenbestimmungen aus Schweden von *A. Höggbladh* und *G. Svanberg* 405. — Bemerkungen über eine angenommene Atmosphäre des Mondes. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 411. — Verzeichnifs der mathematischen Instrumente, welche in dem mathematisch-mechanischen Institute: *T. Ertel* in München um beigesetzte Preise verfertigt werden 419.

Nr. 264.

Schreiben des Herrn *Th. Hussey* an den Herausgeber 421. Bemerkungen über die Mondfinsternifs am 26. December 1833 vom Particulier *C. J. G. Pastorff* zu Buchholz bei Drossen unweit Frankfurt an der Oder 423. — Mondsterne, beobachtet auf der Sternwarte zu Kremsmünster 1833. 425. — Nachricht von der Gründung einer Haupt-Sternwarte für Rufsland bei der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg. (St. Petersburg, gedruckt in der Buchdruckerei der kaiserl. Akademie der Wissenschaften 1834.) 429. — Berichtigungen 439.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 241.

Ueber die Rotation der Ringe des Saturns.

Nach theoretischen Gründen mufs nothwendig der Ring des Saturns um ihn rotiren, damit der Ring, und seine Theile sich in ihrer Lage erhalten können. Rotirten die Ringe nicht, so würden, sobald durch irgend eine kleine Veränderung, die Schwerpuncte der Ringe und des Planeten nicht mehr genau zusammenfielen, die Ringe unausbleiblich auf den Saturn stürzen. Auch bemerkte *Herschel* im Herbst 1789, wie damals die Erde der Ebene des Ringes sehr nahe kam, und dieser nur als eine schmale Linie erschien, ausgezeichnete Stellen auf den Ansen, aus deren veränderlichen Stellungen gegen den Planeten an demselben oder verschiedenen Abenden er auf eine Rotation des Ringes in $10^h\ 32'\ 15''$ schlofs: eine Periode, die nahe mit der, die *Laplace* dafür aus der Theorie bestimmte, übereinkommt: besonders wenn, wie *Herschel* angiebt, seine Bestimmung sich nur auf den äussern Ring bezieht. So schien also Theorie und Beobachtung vollkommen zu harmoniren. Als aber der verschwundene Ring im Januar 1803 wieder sichtbar wurde, machte *Schroeter* und seine Gehülfen in Lilienthal Beobachtungen, die er bis zum Junius, da der Ring wieder verschwand, und auch später, als der Planet mit wieder sichtbar gewordenem Ringe aus den Sonnenstrahlen hervortrat, fortsetzte, aus denen er mit mathematischer Gewifsheit folgern zu können glaubte, dafs die Ringe gar nicht rotirten. Er sahe nämlich auf der westlichen Anse einen, auf der östlichen zwei ausgezeichnete Puncte immer in derselben unverrückten Lage: ja, um keinen Zweifel überzulassen, beobachtete er diese Puncte eine ganze Winternacht, mehr als 8 Stunden, hindurch, immer in derselben unveränderten Stellung gegen den Planeten, da doch die Ringe während dieser Zeit beinahe eine ganze Rotation gemacht haben mufsten, wenn die *Herschel*sche oder *Laplace*sche Rotationszeit wirklich statt fände. Diese ausgezeichneten Puncte, die er als vielleicht 100 Meilen hohe Berge zu erkennen glaubte, waren auf der später sichtbar werdenden Südseite des Ringes gerade an denselben Stellen, wie auf der Nordseite.

Gegen diese mit so vieler Zuversicht behauptete Schlufsfolgerung meines verewigten Freundes machte ich ihm bald nachher die Einwendung, dafs das, was man in Lilienthal gesehen hatte, mir nur eine nothwendige Folge der Erleuchtung der Ringe durch die Sonne schiene, die immer an den von ihm angegebenen Stellen der Ansen nach optischen Gesetzen eine solche Erscheinung hervorbringen müsse, die Ringe möchten auch noch so geschwind rotiren.

Denn, wenn man annimmt, dafs beide Ringe und alle ihre Theile in einer Ebene liegen, und wenn man R_I R_{III} die innern, R_{II} R_{IV} die äusseren Halbmesser der beiden Ringe nennt, und auf der grofsen Axe der Ring-Ellipsen vom Mittelpunct des Saturns die Abscissen $= x$ nimmt, so ist die Menge der erleuchteten Theile, die in der auf die Abscissen Linie senkrechten Ordinate y liegen, für jedes x im Verhältnifs von

$$Y = \sqrt{(R_{II}^2 - x^2)} - \sqrt{(R_I^2 - x^2)} + \sqrt{(R_{IV}^2 - x^2)} - \sqrt{(R_{III}^2 - x^2)}$$

Dies Verhältnifs bleibt immer dasselbe, die Ring-Ellipse mag so schmal werden, wie sie will: findet also auch dann noch statt, wenn sie bei geringer Erhebung des Auges über die Ring-Ebene uns nur als eine mehr oder weniger zarte Linie erscheint. Auch dann also wird die Lichtstärke der einzelnen Puncte x auf den Ansen im Verhältnifs von Y seyn. Nun giebt es für Y auf jeder Anse zwei maxima und ein minimum. Um sich einen Begriff von den Lichtstärken der verschiedenen Theile der Ansen zu machen, habe ich nach *Struve's* Abmessungen der Ringe folgende kleine Tafel berechnet, und dabei die Lichtstärke der Anse unmittelbar am Rande des Planeten $= 1{,}000$ angenommen:

$x =$		Lichtstärke $=$	
	8,996	1,000	
	11,000	1,143	
	12,500	1,386	
	13,334	1,886	Erstes maximum
	15,000	1,580	
	16,000	1,452	
	17,238	0,560	minimum
	17,645	1,254	zweites maximum.
	18,500	1,016	
	19,000	0,842	
	20,048	0,000	

Digitized by Google

Dies wird einen Begriff von den Erscheinungen geben, die die Ring-Ansen darbieten werden. Es müssen also sich auf jeder Anse zwei hellere Stellen zeigen: eine sehr helle und ausgedehnte ungefähr in der Mitte der Ansen: und eine kleinere, schwerer zu unterscheidende, gegen das Ende derselben. Da das Hellere auch gröfser erscheinen wird, so werden sich zwei Lichtknoten auf jeder Anse auszeichnen, die leicht für Berge angesehen werden konnten. Auch mufste natürlich *Schroeter* diese Lichtknoten auf der Südseite der Ringe an eben den Stellen sehen, als an der Nordseite.

Diese regelmäfsige Erscheinung der zwei ausgezeichneten Lichtknoten auf jeder Anse setzt aber voraus, dafs beide Ringe, und alle ihre Theile genau in einer Ebene liegen. Haben die Ringe eine kleine Neigung gegen einander, (welches sehr wahrscheinlich ist, weil im Anfange der Wieder-Erscheinung die westliche Anse immer deutlicher und lichtstärker als die östliche sich zeigt) oder sind die einzelnen Theile der Ringe nicht genau in einer Ebene (was wohl gewifs statt finden wird) so müssen sich manche Anomalien in den oben berechneten Erscheinungen zeigen; besonders dann, wenn die Erde oder die Sonne der Ring-Ebene gar sehr nahe kommt. Im ersten Falle werden die vorliegenden Theile viele der innern verdecken, im andern durch die dann so ungeheuren Schatten verdunkeln. Letzteres war im December vorigen Jahrs der Fall: deswegen zeigten sich anfangs die Lichtknoten nicht, und kamen erst nach und nach zum Vorschein, als die Sonne sich immer mehr über die Ring-Ebene erhob, ob gleich von der Erde aus die Ansen zwar immer heller, aber wirklich immer schmäler gesehen wurden. Der andere Fall wird gegen den 30sten April, und gleich nach dem 8ten Junius statt finden — Zeitmomente, die auch in anderer Rücksicht für die Astronomen zur Bestimmung der Knotenlinie und Neigung der Ringe so wichtig sind. Denn die Durchgänge der Erde durch die Ring-Ebene lassen sich viel genauer beobachten, als die Durchgänge dieser Ebene durch die Sonne.

Es ist sehr zu wünschen, dafs die Astronomen in diesen beiden merkwürdigen Zeitpuncten nicht blofs auf die Verschwindung und Wieder-Erscheinung des Ringes, sondern auf alle dabei vorkommende Phänomene sehr aufmerksam seyn mögen. So wird es wohl gelingen, jene ausgezeichneten Puncte, die nach optischen Gesetzen da seyn können, die Ringe mögen so geschwind rotiren, als sie wollen, und diejenigen, die durch vortretende oder hinterstehende Trabanten veranlafst werden, von denen zu unterscheiden, die wirklich durch ungleiche Theile auf den Ringen selbst, es seyen nun Erhabenheiten, oder das Licht stärker zurückwerfende Stellen hervorgebracht werden, und die allein zur Bestimmung der Rotation der Ringe dienen können. Wahrscheinlich wird man dann einige von den 5 Lichtstellen wieder erkennen, aus deren veränderlicher Stellung gegen den Planeten *Herschel* diese Rotation mit so viel Umsicht und Behutsamkeit bestimmte. Dies wird um so gewisser geschehen, wenn die jetzt angewandten grofsen Reflectoren und Refractoren zum Theil stark genug seyn sollten, auch die Schneide der Ringe selbst noch sichtbar zu machen, wie dies *Herschel* von seinem grofsen Telescopen rühmte.

Bei meinem verewigten Freunde *Schroeter* wollte meine Erklärung der Lilienthaler Beobachtung, die nachher Herr Prof. *Brandes*, sowohl in seinen Briefen, als in seinen Vorlesungen über Astronomie sehr gut und umständlich vorgetragen hat, keinen Eingang finden: aber jetzt habe ich das Vergnügen, dafs der Theilnehmer an jener Beobachtung in Lilienthal, Herr Prof. *Harding* in Göttingen, immermehr von der Richtigkeit meiner Ansicht überzeugt zu werden scheint.

Wie *Laplace* die *Schroeter*sche Beobachtung zu erklären versucht hat, ist allgemein bekannt.

W. Olbers.

Nach diesem Abdruck ist das früher von mir gesandte Circular zu berichtigen.

S.

Sternbedeckungen.

Der Güte des Herrn Staatsraths *von Fufs*, Secretairs der Kaiserlichen Academie der Wissenschaften in St. Petersburg verdanke ich folgende Beobachtungen seines Herrn Bruders, der so eben von seiner grofsen Reise zurückgekehrt ist. *S.*

Den $\frac{9}{21}$ November 1830 beobachtete ich in Dshan-dsjakevu, der Grenzfestung, bei den Russen unter dem Nahmen Chalgan bekannt, den Eintritt eines Sterns 7ter Gröfse im Capric. (AR. = 306° 29′ 24″, δ = 17° 5′ 57″) in den dunkeln Mondrand. Er geschah um 7h 49′ 57″,1 M.Z. Abends; fast central bei klarer Luft. Die Polhöhe dieser Stadt fand sich aus Sextantenbeobachtungen = 40° 49′ 16″,0 N. Den $\frac{18}{30}$ Decbr. 1830 geschah zu Peking eine centrale Bedeckung α Tauri vom Monde. Beschäftigt zu dieser Zeit mit einer

Digitized by Google

Mondculmination gelang es mir blos den Austritt des Sterns am hellen Mondsrande zu beobachten. Das Moment, in mittlerer Zeit angegeben, ist $9^h\,43'\,27'',1$ Abends. Der Luftzustand war sehr günstig. Ebendaselbst, zu Peking, beobachtete ich den $\frac{13}{14}$ May 1831 den Eintritt am dunkeln Mondsrande des Sterns γ Librae 4ter Gröfse um $10^h\,53'\,31''7$ m. Z. Abends. Die Polhöhe von Peking, abgeleitet aus 10 Sextantenbeobachtungen, vom December 1830 bis May 1831, erwies sich: $39°\,54'\,11'',2$ N.

Georg Fuss.

Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber.

Padova 18 Aprile 1833.

In una delle mie precedenti Lettere, credo di averle inviato le poche osservazioni della Cometa periodica di 6, 7 Anni, che potei fare nel mese di Novembre. Siccoma temo, che in un giorno speciale (che precisamente non rammento qual fosse) nel passaggio del tempo siderale al tempo medio era incorso un' errore, così mi permetterà V. S. di inviarli di nuovo la serie completa ad oggetto di correggere quella, che per avventura si trovasse in errore

1832.	Tempo Med. in Padova.			AR. appar. di Cometa.			Declin app. di Cometa.			
	h	′	″	°	′	″	°	′	″	
Ottobre 31	16	34	43,1	149	35	42.7	+10	43	41,8	
—	17	10	10,6	149	38	7.9	+10	42	5,3	
Novembre4	15	57	17,0	155	18	15,4	+ 6	34	44,5	
—	16	27	2,0	155	19	11,8	+ 6	32	42,5	
18	15	55	10,9	172	46	22,9	— 6	24	52,6	
—	16	13	53,9	172	47	17,0	— 6	24	50,3	
19	16	15	50,0	173	54	19,0	— 7	13	13,7	
—	17	3	35,8	173	56	45,9	— 7	14	49,7	
22	15	42	56,3	177	9	46,6	— 9	29	1,3	
—	16	22	23,7	177	11	21,0	— 9	29	5,5	
Dicembre 1	17	18	50,2	186	24	6,9	—15	22	51,4	
4	17	41	18,1	189	17	28.3	-17	4	22,1	
5	17	49	52,6	190	14	21,3	—17	37	13,3	
26	17	49	0,4	208	4	10,5	—25	52	20,7	osserv. incerta.

In generale fù la Cometa per tutto il corso di questa sua apparizione molto debole, e difficile ad osservarsi. Le osservazioni fatte in Dicembre per la sua grande declinazione Australe, e per la poca serenità dell' Aria riuscirono anche più incerte. Nell' ultima sera (26 Dicembre) appariva sotto la forma di una debolissima macchia bianca, la quale vedevasi soltanto dopo di avere lungamente assuefatto l'occhio alla oscurità.

Il Sigr. *Herschel* fù fortunato a segno di poterla vedere con un Telescopio a riflessione di 20 piedi fino dalla sera 23 Settembre. Dalle sue osservazioni originali, che mi trasmise con molta gentilezza insieme ad alcune altre osservazioni di *Bessel*, e *Nicolai*, ho trascelto le seguenti (nelle quali ho ridotto i tempi dai diversi Meridiani all' osservatorio di Padova) per correggere gli elementi dall' orbita.

		T. M. in Padova.			AR. app.			Decl. app.			
		h	′	″	°	′	″	°	′	″	
1832	Sett. 23	17	29	26	85	7	22,2	+36	16	56,2	*Herschel.*
	Ott. 20	12	23	33	131	36	22	+22	15	3	*Bessel.*
	— 25	14	49	47	149	5	55	+17	11	28	*Nicolai.*

Prendendo il medio delle osservazioni da me fatte in quelle sere, in cui vi sono due confronti, correggendole dalla aberrazione, e paralasse, riducendole all' Ecclittica, ed all' equinozio medio del 0 Gennajo 1833, ho fatto concorrere col metodo dei minimi quadrati 1. le osservazioni dei giorni 23 Settembre, 31 Ottobre, 4, 18, 19, 22 Novembre, 1, 5, 5 Dicembre; 2. le osservazioni del 23 Settembre, 20, 25, 31 Ottobre, 4, 18, 19, 22 Novembre, 4 Dicembre (escludendo quelle del 1°, e 5 Dicembre, che parvero troppo aberranti) alla ricerca della correzione degli elementi dell' orbita. Ho in talguisa ottenuto i due seguenti sistemi di elementi ellittici fra loro pochissimo diversi, nei quali ho ritenuto l'asse maggiore, ed il moto medio, come risultano dalle determinazioni del Chiar. Sign. *Damoiseau.*

I. Sistema.

Passaggio al Perielio 26,152971, Nov 1832 T. M. in Padova

Longitud. del Perielio $110°\,0'\,58'',66$ } dall' Equin. Medio del
del Nodo $248\,15\,40,80$ } 0 Genn. 1833.
Inclinazione $13\,13\,11,57$
Angelo di eccentricità φ $48\,43\,3,56$
$Log\ e = log\ sin\ \varphi$ 9,8759102.

II. Sistema.

Passaggio al Perielio 26,153170 Nov. 1832 T. M. in Padova

Longitud. del Perielio $110°\,0'\,55,05$ } dall' Equin. Medio del
del Nodo $248\,15\,36,09$ } 0 Genn. 1833
Inclinazione $13\,13\,0,92$
Angelo di eccentricità φ $48\,43\,3,78$
$Log\ e = log\ sin\ \varphi$ 9,8759106.

essendo, dietro le citate determinazioni del Sigr. *Damoiseau*, $log\ a = 0{,}5486142$; il moto medio sid. $= 533''4409$. Questi elementi lasciano sussistere i seguenti errori, nei quali i segni sono disposti in modo, che danno il valore della funzione.... *posizione osservata — posiz. calcol.*

Digitized by Google

	I. Sistema errori in Longit.	I. Sistema errori in Latit.	II. Sistema errori in Longit.	II. Sistema errori in Latid.
	"	"	"	"
Sett. 23	— 8,47	—15,59	+ 0,03	—17,35
Ott. 20	—12,23	— 5,53	— 8,43	— 3,21
25	— 6,29	+ 6,53	— 3,51	+ 7,37
31	+12,85	—12,00	+14,81	—13,17
Nov. 4	+ 4,40	+18,45	+ 5,81	+16,02
18	— 7,31	+17,55	— 5,96	+11,16
19	— 4,44	— 1,26	— 3,05	— 7,67
22	+ 0,83	+15,78	+ 2,32	+ 8,78
Dic. 1	—28,36	+40,25	—26,42	+31,89
4	— 2,10	—12,33	+ 0,04	—20,99
5	+34,29	—72,00	+41,39	—80,75

L'osservazione del 26 Dicembre fù confrontato al 2do sistema, ed ha dato il seguente risultato.

AR. osserv.	= 208° 4′ 10,5;	decl. oss.	= −25° 52′ 20,7
Aberr.+Paral.	= + 12,2		+ 2,5
	= 208 4 22,7		= −25 52 18,2
AR. calcol.	= 208 4 57,0;	decl. calc.	= −25 52 4,0
errore	= − 34,3		= − 14,2

Apparisce ora di qui, che gli elementi dedotti dal Sigr. *Damoiseau* si avvicinarono alvero più di quelli, che io aveva ricavati nello scorso anno nel pubblicare la doppia effemeride di avviso per ricercare la Cometa al suo ritorno. (*Annali delle Scienze Prime III* 1822 in Padova). La ragione di questa differenza, la quale riuscì piuttosto sensibile soprattutto nel passaggio al Perielio, devesi ripetere dal non avere io tenuto conto delle perturbazioni sofferte dalla Cometa nei periodi trascorsi fra il 1805, ed il 1826, essendomi mancato il tempo per valutarle, e delle quali a grande sua lode, e con grande fatica tenue conto il celebre Geometra Francese. Una tale omissione esercitò una pericolosa influenza nelle perturbazioni prodotte da Giove nel Maggio 1831, alla quale epoca molto si avvicinò la Cometa a questo Pianeta. Spero potere fra poco riprenderne il calcolo con maggior rigore, essendo questa Cometa interessantissima per confermare la Teorica del celebre *Enoke* sulla resistenza dell' Etere.

Giovanni Santini.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *M. Koller*, Astronomen in Kremsmünster, an den Herausgeber.

Kremsmünster 1833. März 3.

Ich bin so frei beiliegend die Beobachtungen der Planeten Uranus, Jupiter, Pallas und Ceres, welche am Meridiankreise der hiesigen Sternwarte im verflossenen Jahre gemacht wurden, zur Aufnahme in Ihre Astr. Nachrichten zu übersenden. Die Declinationen sind von Refraction und Parallaxe befreit, und die Resultate der Beobachtungen mit dem Berliner Astr. Jahrbuche verglichen. Der ungünstigen Witterung wegen, welche wir zur Oppositionszeit der Ceres hatten, konnten nur wenige Beobachtungen gemacht werden. *Biela's* Cometen suchte ich mit den Fernröhren, die mir zu Gebothe stehen, im verflossenen October vergebens. In der ersten Hälfte Novembers hinderte mich theils trüber, theils mondheller Himmel an seiner Aufsuchung, so, dafs ich ihn erst am 20. November auffand. Ich konnte von ihm nur fünf Beobachtungen machen; diesen kleinen Beitrag zur näheren Kenntnifs dieses interessanten Himmelskörpers werde ich, sobald ich die Beobachtungen reducirt habe, Ihnen mittheilen. Es haben sich, seit der Meridiankreis hier in Thätigkeit gekommen, viele Beobachtungen von Mondsternen gesammelt; sehr erfreulich war mir daher die Bekanntmachung der Mondsternebeobachtungen auf Ihrer Sternwarte in Astr. Nachr. Nr. 225. Ich wünsche diese, und folgende Beobachtungen, die Sie uns mitzutheilen die Güte haben werden, zur Längenbestimmung der hiesigen Sternwarte zu benutzen; indem dieser Weg, ihre Länge auszumitteln, bis jetzt noch nicht betreten wurde.

M. Koller.

Uranus.

1832.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Südl. Decl.	dα	dδ
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Aug. 1	12 35 52,62	21 18 9,52	16 29 33,9	+ 2,09	+ 5,7
5	12 19 31,49	21 17 31,93	16 32 23,1	+ 1,90	+ 0,5
7	12 11 20,91	21 17 18,12	16 33 50,0	+ 2,10	+ 1,9
8	12 7 15,17	21 17 3,25	16 34 31,2	+ 2,47	— 0,5
9	12 3 10,08	21 16 54,05	16 35 10,8	+ 2,16	— 4,4
11	11 54 59,11	21 16 34,84	16 36 44,6	+ 2,35	+ 2,5
12	11 50 53,89	21 16 25,51	16 37 23,0	+ 2,18	— 2,3
13	11 46 48,42	21 16 15,92	16 38 6,7	+ 2,28	— 1,7
15	11 38 38,14	21 15 57,41	16 39 36,0	+ 2,26	+ 3,7
18	11 26 22,23	21 15 29,14	16 41 39,1	+ 1,96	— 2,2
21	11 14 6,80	21 15 1,37	16 43 46,1	+ 2,20	+ 1,3
25	10 58 46,78	21 14 25,03	16 46 27,6	+ 2,03	— 0,1
28	10 45 32,63	21 13 58,37	16 48 28,9	+ 1,96	+ 2,6
Sept. 4	10 17 1,95	21 12 58,88	16 52 44,7	+ 2,18	— 1,8
5	10 12 58,12	21 12 50,92	16 53 21,8	+ 1,99	— 0,2
6	10 8 54,07	21 12 42,77	16 54 0,4	+ 2,09	+ 3,3
13	9 40 29,78	21 11 49,67	16 57 44,7	+ 2,04	— 1,4
18	9 20 16,39	21 11 15,67	17 0 10,0	+ 2,08	— 0,5
22	9 4 8,23	21 10 51,13	17 1 52,1	+ 1,80	— 1,8
23	9 0 6,21	21 10 44,99	17 2 14,6	+ 2,13	— 4,4
25	8 52 3,37	21 10 33,94	17 3 0,1	+ 1,98	— 5,3

Digitized by Google

1832.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Südl. Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Sept. 26	8 48 2,34	21 10 28,82	17 3 24,2	+ 1,75	— 2,2
27	8 44 1,08	21 10 23,44	17 3 47,5	+ 1,96	— 1,2
28	8 40 0,29	21 10 18,55	17 4 8,0	+ 1,82	— 1,7
29	8 35 59,48	21 10 13,63	17 4 22,7	+ 1,89	— 6,3
30	8 31 58,74	21 10 8,79	17 4 43,2	+ 2,05	— 4,7
Oct. 1	8 27 58,69	21 10 4,63	17 5 6,9	+ 1,73	+ 0,7
2	8 23 58,40	21 10 0,24	17 5 20,2	+ 1,95	— 2,5
3	8 19 58,37	21 9 56,09	17 5 37,8	+ 1,97	— 1,5
5	8 11 58,67	21 9 48,18	17 6 1,9	+ 2,11	— 8,0

Jupiter.

Sept. 4	12 48 24,71	23 44 46,50	3 22 1,5	+ 0,33	+ 5,2
5	12 44 1,08	23 44 18,71	3 25 10,8	+ 0,29	+ 6,5
6	12 39 37,28	23 43 50,74	3 28 19,3	+ 0,20	+ 5,2
13	12 8 45,77	23 40 29,02	3 50 40,0	+ 0,45	+ 5,5
18	11 46 39,55	23 38 2,94	4 6 37,4	+ 0,28	+ 3,8
22	11 28 59,51	23 36 6,20	4 19 12,9	— 0,07	+ 5,3
23	11 24 34,50	23 35 37,02	4 22 13,6	+ 0,24	+ 0,5
24	11 20 10,16	23 35 8,50	4 25 20,5	— 0,01	+ 3,4
25	11 15 45,53	23 34 39,70	4 28 23,4	+ 0,22	+ 4,3
26	11 11 21,56	23 34 11,57	4 31 23,9	— 0,05	+ 4,1
27	11 6 57,27	23 33 43,11	4 34 22,5	+ 0,19	+ 4,1
28	11 2 33,71	23 33 15,37	4 37 17,1	+ 0,03	+ 2,6
29	10 58 10,08	23 32 47,58	4 40 13,5	+ 0,15	+ 4,9
30	10 53 46,93	23 32 20,26	4 43 6,2	+ 0,08	+ 5,5
Oct. 1	10 49 23,88	23 31 53,04	4 45 49,4	+ 0,20	— 0,6
2	10 45 1,30	23 31 26,30	.....	+ 0,21	——
3	10 40 39,27	23 31 0,10	.....	0,00	——
12	10 1 37,49	23 27 20,87	5 13 39,8	+ 0,02	+ 2,2

Pallas.

1832.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Südl. Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Sept. 4	13 0 1,85	23 56 25,56	1 16 11,4	— 1,35	+ 45,2
6	12 50 49,93	23 55 5,23	1 43 50,6	— 1,37	+ 55,1
13	12 18 19,05	23 50 4,87	3 23 2,5	— 0,59	+ 53,0
18	11 54 55,56	23 46 20,30	4 35 17,4	— 1,03	+ 50,8
22	11 36 10,07	23 43 17,94	5 33 13,2	— 1,25	+ 55,0
23	11 31 28,51	23 42 32,17	5 47 29,8	— 1,15	+ 46,9
24	11 26 47,25	23 41 46,69	6 1 46,7	— 0,75	+ 51,1
25	11 22 6,34	23 41 1,56	6 16 1,3	— 0,96	+ 48,4
26	11 17 25,91	23 40 16,92	6 30 27,3	— 1,42	+ 61,6
27	11 12 44,98	23 39 31,77	6 44 17,7	— 0,63	+ 52,9
28	11 8 5,28	23 38 47,85	6 58 16,0	— 1,17	+ 49,3
29	11 3 25,36	23 38 3,72	7 12 12,4	— 1,11	+ 49,9
30	10 58 46,20	23 37 20,35	7 25 55,7	— 0,92	+ 52,6
Oct. 1	10 54 7,45	23 36 37,39	7 39 40,5	— 1,11	+ 55,7
2	10 49 29,08	23 35 54,80	7 53 5,5	— 1,12	+ 46,9
3	10 44 51,69	23 35 13,21	8 6 26,3	— 1,15	+ 50,2

Ceres.

			Nördl. Decl.		
Oct. 16	13 10 30,86	2 52 31,49	4 36 51,2	+ 0,95	— 5,0
20	12 51 35,35	2 49 19,07	4 26 10,9	+ 1,28	— 3,1
21	12 46 49,51	2 48 29 00	4 23 34,8	+ 1,23	— 0,5
25	12 23 42,98	2 45 1,46	4 13 57,8	+ 1,49	— 6,4
26	12 22 50,40	2 44 8,73	4 11 32,1	+ 0,78	+ 2,3
Nov. 10	11 0 14,62	2 30 27,69	3 48 10,8	+ 1,30	— 1,7
18	10 31 55,15	2 23 36,02	3 46 16,3	——	——
21	10 17 46,09	2 21 14,30	3 47 49,1	——	——
22	10 12 54,88	2 20 18,85	3 48 33,5	——	——
23	10 8 24,84	2 19 44,63	3 49 28,8	——	——

M. Koller.

Schreiben des Herrn Staatsraths und Ritters *v. Struve* an den Herausgeber.

Dorpat den 4 April 1833.

Während der Feldzüge der Russischen Armeen in der Europäischen und Asiatischen Türkei, waren geübte Beobachter, Offiziere des Generalstabes, beschäftigt astronomische Ortsbestimmungen auszuführen. Sie haben eine Beobachtungsreihe geliefert, die gleich wichtig durch Umfang und Genauigkeit ist. Die Originalbeobachtungen sind im Chartendepot des Kaiserlichen Generalstabes in St. Petersburg niedergelegt und werden bald bekannt gemacht werden. Inzwischen habe ich aufgefordert von dem als Director des Chartendepots hochverdienten Generallieutnant und Ritter *von Schubert* die Leitung der Längenrechnungen aus diesem Material übernommen, bei welcher ich von den sich in Dorpat für ihre astronomische Ausbildung aufhaltenden Officieren, so wie von den Mitarbeitern an der Gradmessung unterstützt werde. Nicht weniger als 82 Puncte sind astronomisch bestimmt. Die Polhöhe aller ward beobachtet, die Länge vieler auf Sternbedeckungen, einer gröfseren Anzahl auf Mondsculminationen, und der übrigen auf Zeitübertragung und Azimute begründet. Vorzüglich reichhaltig ist die Sammlung der Beobachtungen an Mondsculminationen. In Asien ist der Mond im Meridiane in Erzerum, Kars, Gumri, Tiflis, Pjätigorsk, in der Europäischen Türkei in Jassy, Ismail, Busco, Birlat, Fokschan, Widdin, Slatina, Giurscha, Hirsowa, Babadatsch, Kistendschi, Basardschik, Janibasar, Prawodi und Varna beobachtet. Viele correspondirende Beobachtungen habe ich aus dem reichen Schatze Ihrer Astr. Nachr. erhalten, andere aus den Tagebüchern der Sternwarten in Greenwich, Cambridge und Armagh. Sie haben in Nr. 222 der Astr. Nachrichten ein Verzeichnifs der auf der Altonaer Sternwarte angestellten Mondbeobachtungen gegeben. Ich habe die correspondirenden Tage ausgezeichnet, und ersuche Sie Ihrem gütigen Erbieten zu Folge um die Mittheilung der AR. des Mondes und der Mondsterne von:

Digitized by Google

1828. August 22; Octbr. 23.
1829. März 16, 23; April 14, 15, 16, 18; Mai 15, 16; Juni 17; Juli 14; August 11, 13; Sept. 13.
1830. Sept. 27.
1831. Jan. 25; Febr. 19; März 24; Juli 24; August 18; Sept. 19, 20.

Ein zweites erhebliches Material für die Geographie des Osten hat der Reisende der Akademie Herr *Georg v. Fuss*, der vor einigen Monaten nach Petersburg zurückkehrte mitgebracht. Er hat Mondsculminationen und Sternbedeckungen in Peking, in Dshan-dsja-keu, einer Chinesischen Gränzfestung, so wie in 7 Puncten Ost-Sibiriens beobachtet, und wünscht mit der Bearbeitung seiner Reise beschäftigt baldigst correspondirende Beobachtungen zu erhalten. Ich hoffe daher dafs diejenigen Astronomen die im Besitze correspondirender Beobachtungen sind, die noch nicht publicirt worden, meine Bitte erfüllen werden mir dieselben schriftlich, in unfrankirten Briefen, sobald als möglich mitzutheilen, wofür ich ihnen sehr verpflichtet sein werde.

Verzeichnifs der Tage an welchen des Mondes und der Mondsterne gerade Aufsteigung an verschiedenen östlichen Orten beobachtet ist, und für welche correspondirende Beobachtungen gewünscht werden.

1828. Aug. 21, 22, 23; Oct. 19, 28; Nov. 15, 18; Dec. 12, 17, 18, 22.
1829. Febr. 18, 19; März 12, 16, 17, 23; April 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21; Mai 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 19, 20; Juni 15, 16, 17, 18; Juli 12, 14, 15, 16, 17; August 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16; Sept. 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21; Oct. 6, 7, 8, 9.
1830. Mai 4, 6, 8, 9; Juni 5, 6, 7, 8; Juli 1, 2, 3, 4, 7, 30, 31; August 1, 2, 3, 4, 5, 29, 30, 31; Sept. 1, 2, 3, 4, 25, 26, 27, 28, 29, 30; Dec. 25, 26, 27.
1831. Jan. 23, 24, 25, 26; Febr. 18, 19, 20, 21, 23, 27; März 24; April 24; Mai 21, 22, 23, 24, 26; Juli 21, 22, 23, 24, 25; August 18, 20, 21, 23; Sept. 18, 19, 20, 21, 22; Oct. 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21.
1832. April 15; Mai 13; Juni 11; Juli 9; August 9; Sept. 8.

Da an mehreren Tagen keine Mondsterne beobachtet sind, so ist die Mittheilung der AR. des Mondes auch wenn an den correspondirenden Orten keine Mondsterne beobachtet waren, ebenso wünschenswerth. Diese AR. müssen aber auf den *Besselschen* Sternbestimmungen beruhen, oder die Herren Astronomen werden gebeten mit den AR. des Mondes auch die der nächsten Fundamentalsterne, auf welchen jene beruht, anzugeben.

Verzeichnifs der Sternbedeckungen, zu welchen correspondirende gewünscht werden.

1829	9 Mai.	A' Cancri	beobachtet in	Buseo.
	10 Mai.	ξ Leonis	———	— ———
	25 Juli.	α Tauri	———	— Erzerum.
1830	29 Juli.	49 Librae	———	— Hirsowa.
	2 Aug.	Piazzi XIX. 180	———	— ———
	6 Aug.	φ Aquarii	———	— ———
	3 Sept.	24 Piscium	———	— Birlat.
	8 ——	89 Tauri, σ^1 u. σ^2 Tauri	—	— ———
	21 Nov.	Anonyma 7^t Gr.	———	— Dsan-dsja-keu.
	27 Dec.	α Tauri	———	— Peking.
1831	18 Febr.	48 u. A Tauri	———	— Butuschan
	1 März.	65 Virginis	———	— ———
	25 Mai.	γ Librae	———	— Peking.
	21 Juni	γ Librae	———	— Giurscha.
	31 Juli	ξ^2 Ceti	———	— Slatina
	19 Octbr.	15 Ceti	———	— Kalifat.
	23 ——	α Tauri	———	— ———

Zu den Beobachtungen von α Tauri am 25 Juli 1829 und 23 Octbr. 1831 finden sich hinreichend correspondirende in den Astr. Nachrichten.

W. Struve.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Seeberger Sternwarte, an den Herausgeber.

Seeberg 1833. April 10.

Ich habe mich kürzlich zur Erholung mit den Störungen beschäftigt, die ein widerstehendes Mittel hervorbringt. Ich habe gefunden, dafs diese auf sehr convergirende Reihen führen, und zwar so, dafs bei einer Excentricität von 0,99 diese Störungen ohngefähr in demselben Grade convergiren wie die gegenseitigen Störungen der Erde und Venus. Für den *Encke*schen Cometen fand ich folgendes Resultat:

Störungen der mittlern Länge (oder der mittlern Anomalie) =
$62'',56647 . g^2 - 8'',7820 . g \sin f + 2'',9073 . g \sin 2f - 7'',23 \cos f + 2'',84 \cos 2f - 0'',25 \cos 3f - 0'',01 \cos 4f$

Störungen der 7ten Stelle des Brigg. Log. des Rad. Vectors =
$-157,113 . g + 144,693 . g \cos f - 55,7 \sin f + 16,0 . \sin 2f + 1,2 \sin 3f + 0,3 \sin 4f.$

Digitized by Google

wo g die mittlere Anomalie deren Einheit der Umkreis ist, und f die excentrische Anomalie bedeutet. Es ist ein leichtes diese Störungen in Tafeln zu bringen, deren Argument blos von der mittlern Anomalie abhängt. Sobald ich Zeit bekomme werde ich eine Ausarbeitung über diesen Gegenstand machen, und Ihnen zusenden.

Hansen.

Nachricht von der Vollendung bis zum 45sten Grade der Declination, der allgemeinen, auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtung des Himmels.

Zu den, den Astronomen zu verschiedenen Zeiten ertheilten Berichten über den Fortgang der allgemeinen Beobachtung des Himmels, welche seit 11 bis 12 Jahren eins der Hauptgeschäfte der Königsberger Sternwarte gewesen ist, kann ich jetzt die Anzeige hinzufügen, dafs die Zone des Himmels zwischen dem 15ten Grade der südlichen, und dem 45sten der nördlichen Declination ganz vollendet ist.

Die erste Zone beobachtete ich am 19ten Aug. 1821; die 536ste, durch welche die letzte, sich unterhalb dem 45sten Grade der Declination noch findende Lücke ausgefüllt worden ist, am 21sten Jan. 1833. Die Zahl aller, in diesen 536 Sitzungen gemachten Beobachtungen ist 75011.

Schon seit einigen Jahren war bei weitem der gröfste Theil des zwischen $-15°$ und $+45°$ der Declination liegenden Raumes, nach und nach durch das Fernrohr meines Instrumentes gegangen; allein es fanden sich noch Lücken, vorzüglich von 2 bis 5 Uhr der Geradenaufsteigung, deren gänzliche Ausfüllung erst in diesem Winter gelungen ist. Dieser Theil des Himmels geht in den Herbst- und Winter-Monaten bei Nacht durch den Meridian und ist daher, in einem Lande, welches in dieser Zeit des Jahres meistens trübes Wetter hat, schwer zu beobachten. Hierzu kömmt noch, dafs der selten heitere Himmel fast nur bei plötzlich eintretender, heftiger Kälte statt findet, welche das Gleichgewicht der Atmosphäre so sehr zu stören pflegt, dafs die Luft so unruhig wird, dafs es oft unmöglich ist, kleine Sterne bei der geringsten Beleuchtung der Fäden zu sehen, geschweige denn gehörig zu beobachten. Auch ist in den letzten Jahren nothwendig geworden, die heiteren Nächte zwischen dem Heliometer und den Zonenbeobachtungen zu theilen. Endlich ist ein, im Winter 1830-31 gemachter Versuch, beide Beobachtungsreihen gleichzeitig fortgehen zu lassen, ohne Erfolg geblieben.

Im folgenden Winter 1831-32 gelang es mir, einen beträchtlichen Theil des noch Fehlenden, dem Himmel abzugewinnen. Im gegenwärtigen reichten die seltenen heiteren Nächte so genau zur Ausfüllung der noch übriggebliebenen Lücken aus, dafs, wenn auch nur eine einzige derselben gefehlt hätte, oder auf andere Beobachtungen verwandt worden wäre, ich die Befriedigung noch nicht würde haben können, die Vollendung der langen Beobachtungsreihe bis zum 45sten Grade der Declination, den Astronomen anzuzeigen.

Hierdurch habe ich nun das Ziel erreicht, welches ich mir zu erreichen vorgesetzt hatte. Ich hoffe, ein eigenes Buch bekannt zu machen, welches bestimmt sein wird, die Benutzung meiner 75000 Beobachtungen so leicht und sicher wie möglich zu machen; ich werde erst den Abdruck der Beobachtungen auf meiner Sternwarte, für 1832, unter welchen sich die letzten Zonen finden werden, abwarten und dann das eben gegebene Versprechen erfüllen.

Ich gebe indessen die Hoffnung nicht auf, die seit 1821 im Gange befindliche Beobachtungsreihe, auf dieser Sternwarte noch weiter, und bis zum Pole, fortgesetzt zu sehen. Ich selbst werde die Beobachtungen zwar nicht machen, indem es dringend nothwendig wird, diejenigen Untersuchungen, welche von Beobachtungen mit dem Heliometer ausgehen, mit ungetheilter Kraft zu treiben; allein ich habe das Glück, auf meinen jetzigen Gehülfen, Herrn *Busch*, auch in dieser Beziehung Hoffnungen gründen zu können, deren Verwirklichung nur noch einige Schwierigkeiten im Wege stehen, welche in Kurzem wegräumen zu können, ich hoffe.

Bessel.

Sterne im Parallel des Mondes beobachtet auf der K. Sternwarte zu Bogenhausen im Jahre 1832.

Eingesendt von Herrn Dr. *Lamont*, Gehülfen an der Sternwarte.

		h ′ ″
März 11	43 ζ Gemin.	6 54 8,69..4
	Mond IR.	7 13 37,92..5
	81 g Gemin.	7 36 23,88..5
13	62 o 1 Caneri	8 47 52,81..5
	Mond IR.	9 18 4,77..5
März 13	27 ν Leonis :	9 49 11,41..5
	α Leonis :	9 59 25,96..4
April 11	47 ρ Leonis :	10 23 58,18..5
	531 Leonis :	10 41 26,04..5
	Mond IR.	10 52 33,93..5

Digitized by Google

		h	′	″
April 11	3 ν Virginis	11	37	14,34..5
12	3 ν Virginis :	11	37	14,39..2
	Mond I R.	11	46	20,43..5
	10 r Virginis :	12	1	5,99..5
	(142) Virginis	12	29	49,60..5
14	48 k 4 Virginis	12	55	16,76..5
	Mond I R.	13	29	32,16..4
	Mond II R.	13	31	40,49..5
	88 Virginis	13	39	32,47..5
	94 Virginis	13	57	26,02..5
July 12	41 π Sagittarii :.	18	59	48,41..5
	Mond I R. :	19	27	24,78..5
	Mond II R. :	19	29	35,46..5
	56 f Sagittarii	19	36	35,81..5
	57 Sagittarii	19	42	28,23..5
August 8	37 ξ 2 Sagittarii	18	47	42,74..5
	Mond I R.	19	10	4,22..5
	(138) Sagittarii	19	20	57,90..5
	57 Sagittarii	19	42	28,28..5
9	57 Sagittarii	19	42	28,23..5
	Mond I R.	20	2	13,68..5
	15 υ Capricorni	20	30	31,28..5
11	32 i Capricorni	21	12	55,38..5
August 11	(154) Aquarii	21	21	30,23..3
	40 γ Capricorni	21	30	48,87..5
	Mond II R.	21	46	21,37..5
Sept. 6	7 σ Capricorni	20	9	43,85..5
	10 π Capricorni	20	17	44,24..5
	Mond I R.	20	35	27,09..5
	32 i Capricorni	21	12	55,36..5
Octbr. 2	Mond I R.	19	23	22,53..5
	57 Sagittarii	19	42	27,64..5
3	57 Sagittarii :.	19	42	27,73..4
	Mond I R.	20	15	24,08..5
	15 ν Capricorni	20	30	30,73..4
5	Mond I R.	21	56	52,62..5
	45 D Aquarii :.	22	10	1,90..5
	57 σ Aquarii :.	22	21	47,71..5
7	95 χ 3 Piscium :	23	10	15,65..4
	Mond I R. :	23	35	38,25..5
	33 σ Piscium :	23	56	46,85..4
30	57 Sagittarii :	19	42	27,25..5
	Mond I R. :	19	54	16,76..5
	7 σ Capricorni :	20	10	43,12..4
	15 ν Capricorni :	20	30	30,34..4

Lamont.

Anzeige.

Bei dem Anfange des 11ten Bandes der astronomischen Nachrichten, ersuche ich die bisherigen Herren Theilnehmer, falls Sie diese Nachrichten fortzusetzen wünschen, Ihre Bestellungen baldmöglichst zu machen, indem ohne ausdrückliche Bestellung, und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird.

Man pränumerirt mit 8 *mk* Hamburger Courant oder einem holländischen Ducaten, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen für diesen und die folgenden Bände kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, von dem Augenblicke an, dafs das erste Stück des 11ten Bandes erschienen ist, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Da sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden, als bestellt sind, so kann ein Band der schon geschlossen ist, nicht unter 12 *mk* Hamb. Cour. oder 1½ Holl. Ducaten verkauft werden.

Die einzige Ausnahme ist wenn ein neuer Theilnehmer alle schon geschlossenen Bände vom 3ten (inclusive) an auf einmal nimmt. In diesem Falle wird er als ein Theilnehmer von Anfang an betrachtet, und erhält gleichfalls jeden Band zu 8 *mk*. Die beiden ersten Bände sind ausgeschlossen, weil der erste Band ganz vergriffen ist, und nicht mehr geliefert werden kann, und vom 2ten Bande nur 5 bis 6 Exemplare jetzt vorhanden sind, so dafs er in ganz kurzer Zeit gleichfalls vergriffen seyn wird. Einzelne Nummern sind aus beiden Bänden noch zu bekommen.

Um von verschiedenen Seiten an mich gemachten Anforderungen zu entsprechen, werde ich diesen Nachrichten von Zeit zu Zeit Intelligenzblätter beilegen, welche Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. für 2 ggr. die Zeile aufnehmen.

Ich bemerke noch schliefslich, dafs durch die Gefälligkeit des Hamburgischen Fürstlich Thurn und Taxischen Ober-Postamts früher stattgefundene Schwierigkeiten beseitigt sind, und man jetzt die Astr. Nachrichten nicht allein, wie immer, bei den Königl. Preufs. Posten, sondern auch bei den Fürstl. Thurn und Taxischen Posten bestellen kann. *S.*

Ueber die Rotation der Ringe des Saturns. p. 1. — Sternbedeckungen. p. 3. — Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber. p. 5. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *M. Koller* Astronomen in Kremsmünster an den Herausgeber. p. 7. — Schreiben des Herrn Staatsraths und Ritters *v. Struve* an den Herausgeber. p. 9. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen* Directors der Seeberger Sternwarte an den Herausgeber. p. 11. — Nachricht von der Vollendung bis zum 45sten Grade der Declination, der allgemeinen, auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtung des Himmels. p. 13. — Sterne im Parallel des Mondes beobachtet auf der K. Sternwarte zu Bogenhausen im Jahre 1832, eingesandt von Herrn Dr. *Lamont* Gehülfen an der Sternwarte. p. 13. — Anzeige. p. 15.

Altona 1833. Juni 18.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 242.

Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Bewegung des *Hugen*ischen Saturns-Satelliten.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*.

Während der Periode der Sichtbarkeit des Saturns im Jahre 1832, wurden die Beobachtungen des *Hugen*ischen Satelliten, deren Anfang im J. 1830 in Nr. 193—195, und deren erste Fortsetzung im J. 1831 in Nr. 214 der Astron. Nachrichten mitgetheilt worden sind, weiter fortgesetzt. Der Absicht gemäfs, die Beobachtungen, welche jedes folgende Jahr liefert, mit den in den vorangegangenen Jahren erhaltenen zu vereinigen, um den Elementen der Bahn dieses Satelliten einen immer wachsenden Grad von Zuverlässigkeit zu geben, theile ich jetzt die zweite Fortsetzung meiner, in den zuerst angeführten Stücken der Astron. Nachrichten enthaltenen Untersuchungen mit.

Diesesmahl hat Herr Dr. *Selander* aus Upsala, dessen Anwesenheit in Königsberg ich mich gegenwärtig erfreue, die Mühe der Rechnung so vollständig übernommen, dafs er selbst die Original-Messungen reducirt und nicht nur nichts zu wünschen, sondern auch mir nichts zu thun übriggelassen hat, als die Zahlen, welche ich hier mittheilen werde, aus seinen Heften abzuschreiben.

1.

Die neue Beobachtungsreihe ist etwas zahlreicher als jede der früheren; sie hat 62 vollständige Ortsbestimmungen des Satelliten geliefert.

	M. Z.	x	y
	h ′ ″	″	″
1832 Febr. 9	10 27 33	+183,87	+11,46
	10 27 44	+184,01	+11,02
11	11 12 6	+168,84	+20,84
	11 26 57	+168,20	+20,80
13	11 5 5	+ 45,17	+17,18
	11 5 46	+ 44,90	+17,28
14	11 6 43	— 33,61	+11,47
17	11 18 42	—199,21	—13,79
	11 30 56	—199,33	—13,71
19	10 50 59	—182,47	—23,09
	11 5 17	—181,69	—23,08
20	10 23 48	—134,19	—23,12
	10 43 31	—133,58	—23,12
22	10 28 29	+ 12,61	—14,26
	10 45 29	+ 13,51	—13,94
1832 Febr. 23	11 18 54	+ 88,55	— 6,19
	11 36 27	+ 89,34	— 5,76
26	10 5 27	+193,25	+18,72
	10 24 35	+193,23	+19,15
28	10 9 50	+112,46	+22,57
	10 24 45	+111,59	+22,82
29	9 51 56	+ 41,00	+19,39
	10 7 44	+ 39,81	+19,24
März 1	10 48 39	— 40,64	+12,68
	11 5 29	— 41,82	+12,73
5	9 38 56	—205,12	—20,06
	9 55 46	—204,85	—20,18
6	9 54 23	—179,67	—24,30
	10 10 23	—179,61	—24,29
7	10 21 47	—127,60	—24,68
	10 37 28	—127,23	—24,94
10	9 29 15	+ 93,81	— 7,21
	9 45 56	+ 94,35	— 6,98
11	9 57 56	+155,18	+ 3,10
	10 9 51	+155,37	+ 2,83
13	9 40 25	+192,21	+19,44
	9 53 37	+191,51	+19,73
	10 6 50	+191,70	+19,81
15	9 23 36	+107,47	+23,96
	9 37 3	+106,47	+24,28
16	9 0 56	+ 35,33	+20,82
	9 16 17	+ 34,59	+20,69
28	9 16 59	+188,29	+12,80
	9 31 9	+188,52	+12,93
29	9 28 26	+187,98	+20,76
	9 52 35	+188,05	+20,80
30	10 7 45	+155,28	+25,29
	10 20 31	+154,74	+25,51
31	9 30 25	+ 98,82	+25,28
	9 44 41	+ 98,17	+25,48
April 12	8 46 51	+157,19	+ 2,68
	9 1 17	+157,32	+ 3,13
15	9 11 12	+150,45	+25,37
	9 30 34	+149,50	+26,06
19	9 19 4	—123,20	+ 4,93
	9 33 39	—123,75	+ 4,91
20	9 25 5	—172,23	— 5,12
	9 43 12	—172,40	— 5,45
Mai 5	9 53 43	—125,23	+ 4,24
	10 9 26	—126,12	+ 4,29
7	10 19 23	—191,77	—14,89
	10 36 23	—191,90	—15,30

Digitized by Google

Im Allgemeinen habe ich über diese zweite Fortsetzung der Beobachtungen nur zu bemerken, dafs die unmittelbaren Messungen sich nur zweimahl, und zwar bei den ersten Angaben für den 9ten und 13ten Febr., auf die Scheitelpunkte der Ring-Ellipse, in allen übrigen Fällen aber auf die in der grofsen Axe dieser Ellipse liegenden Punkte des Planetenrandes beziehen. Das durch die sehr geringe Oeffnung der Ring-Ellipse veränderte Ansehen des Planeten machte diese Abänderung der Beobachtungen vortheilhaft.

2.

Bei der ferneren, diesen, zu den früheren hinzukommenden Beobachtungen gemäfsen Verbesserung der Elemente des Satelliten, ist Herr Dr. *Selander* von der in Nr. 214 mitgetheilten Bestimmung derselben ausgegangen. Wenn, so wie früher, die Abweichung dieser Bestimmung von den Beobachtungen durch n bezeichnet, und

$$\begin{aligned} \Delta E &= 1000p \\ e\Delta P &= 1000q \\ \omega\Delta e &= 1000r \\ \Delta\Delta &= s \\ Sin\, i\,\Delta n &= 1000t \\ \Delta i &= 1000u \end{aligned}$$

gesetzt, also die Bedingungsgleichungen

$$0 = n + ap + bq + cr + ds + et + fu$$

angenommen werden, so sind die, sowohl aus den beiden früheren Beobachtungsreihen, als aus der neueren hervorgehenden Werthe von (nn), (an), (aa), (ab) u. s. w. die folgenden:

	I + II	III
Anzahl.....	224	124
(nn)	16,549	7,575
(an)	— 0,097	+ 0,487
(aa)	+ 48,365	+ 26,726
(ab)	+ 1,162	— 2,653
(ac)	— 22,329	+ 15,247
(ad)	+ 5,892	— 3,509
(ae)	— 18,263	— 6,537
(af)	+ 10,842	+ 2,752
(bn)	— 0,098	— 1,883
(bb)	+ 34,776	+ 9,418
(bc)	— 25 888	+ 10,627
(bd)	— 10,572	+ 0,735
(be)	+ 1,771	— 0,287
(bf)	+ 2,206	— 1,200
(cn)	— 0,109	+ 6,914
(cc)	+217,003	+129,083
(cd)	+ 2,075	— 11,852
(ce)	+ 4,700	— 3,488
(cf)	+ 0,083	+ 0,335
(dn)	— 0,065	+ 3,167
(dd)	+ 80,668	+ 42,800
(de)	+ 9,636	+ 3,436
(df)	+ 3,889	+ 0,461
(en)	— 0,130	— 0,280
(ee)	+53,405	+27,571
(ef)	— 9,962	+ 1,693
(fn)	— 0,359	+ 3,517
(ff)	+46,660	+29,137

Indem die zum Grunde gelegten Elemente dieselben sind, welche ich aus den beiden ersten Beobachtungsreihen abgeleitet habe, sollten die Werthe von (an), (bn), (cn), (dn), (en), (fn), welche sich auf diese Beobachtungsreihen beziehen, verschwinden. Dafs dieses nicht wirklich der Fall ist, rührt von einem Schreibfehler von 15′ her, welchen ich bei der ersten Beobachtung am 20ten Mai 1830, im Positionswinkel begangen habe. Die Verbesserung dieses Fehlers ändert den beobachteten Ort folgendermafsen ab:

	M. Z.	x	y
	h ′ ″	″	″
1830 May 20	10 48 29	— 180,15	— 28,66

und bringt diese, früher mehr von den Elementen abweichende Beobachtung (A. N. Nr. 193 S. 12) bis auf

$$+ 0'',03 \text{ und } - 0'',22,$$

also in sehr nahe Uebereinstimmung. Sie vermindert ferner die Summe der Quadrate der Fehler der I und II Beobachtungsreihe um 0″,384 und ergiebt die in der ersten Columne der eben mitgetheilten Tafel enthaltenen Werthe von (an), (bn) u. s. w.

Alle drei Reihen zusammengenommen, ergeben also folgendes:

Anzahl.....	348
(nn)	24,124
(an)	+ 0,390
(aa)	+ 75,091
(ab)	— 1,491
(ac)	— 7,082
(ad)	+ 2,383
(ae)	— 24,800
(af)	+ 13,594
(bn)	— 1,981
(bb)	+ 44,194
(bc)	— 15,261
(bd)	— 9,837
(be)	+ 1,484
(bf)	— 1,006
(cn)	+ 6,805
(cc)	+346,086
(cd)	— 9,777
(ce)	+ 1,212
(cf)	+ 0,418
(dn)	+ 3,102
(dd)	+123,468
(de)	+ 13,072

Digitized by Google

(df)	+ 4,350
(en)	− 0,410
(ee)	+ 80,976
(ef)	− 8,269
(fn)	+ 3,158
(ff)	+ 75,797

Hieraus folgen die, allen drei Beobachtungsreihen angemessensten Werthe der unbekannten Größen:

$p = +0{,}003434$; Gewicht = 65,479
$q = +0{,}032072$; 42,568
$r = -0{,}018803$; 338,604
$s = -0{,}023296$; 117,733
$t = +0{,}005503$; 70,882
$u = -0{,}039812$; 72,949

Ferner ist die Summe der Quadrate der übrigbleibenden Fehler = 23,733 und der mittlere Fehler jeder einzelnen Vergleichung der Theorie mit der Beobachtung

$$= \sqrt{\frac{23{,}733}{342}} = \pm 0'',2634.$$

Die den zum Grunde gelegten Elementen (Astr. Nachr. Nr. 214. S. 385) hinzuzufügenden Verbesserungen und ihre mittleren Fehler sind daher

		Mittl. Fehler.
		″
ΔE	+ 3″,43	32,55
$e\Delta P$	+32,07	37,68
Δe	− 0,00009116	0,00006940
$\Delta\Delta$	− 0,023296	0,019281
$\sin i\,\Delta n$	+ 5,50	31,29
Δi	−39,81	30,84

Endlich sind die verbesserten Elemente:

Epoche	125° 0′ 52″,2
Perisaturnium	244 35 50,0
Excentricität	0,02922326
Mittlere Entfernung	176″,55215
Knoten	167°39′ 16″6
Neigung	27 33 46,6

3.

Die Vergleichung dieser neuen Elemente mit der dritten Beobachtungsreihe hat Folgendes ergeben:

	Reducirte Zeit.	Berechnete x	Berechnete y	Fehler. x	Fehler. y
	h ′ ″	″	″	″	″
Febr. 9	8 5 40,2	+183,96	+ 11,58	+ 0,09	+ 0,12
	8 5 52,0	+183,96	+ 11,58	− 0,05	+ 0,56
11	8 50 19,5	+168,01	+ 21,13	− 0,83	+ 0,29
	9 5 10,4	+167,60	+ 21,15	− 0,60	+ 0,35
Febr. 13	8 43 24,7	+ 44,90	+ 17,45	− 0,27	+ 0,27
	8 44 5,3	+ 44,88	+ 17,45	− 0,02	+ 0,17
14	8 45 5,2	− 33,46	+ 11,22	+ 0,15	− 0,25
17	8 57 11,0	−199,05	− 13,15	+ 0,16	+ 0,64
	9 9 24,1	−199,21	− 13,21	+ 0,12	+ 0,50
19	8 29 31,4	−182,23	− 22,62	+ 0,24	+ 0,47
	8 43 48,8	−181,86	− 22,64	− 0,17	+ 0,44
20	8 2 21,9	−134,35	− 22,98	− 0,16	+ 0,14
	8 22 5,2	−133,53	− 22,94	+ 0,05	+ 0,18
22	8 7 5,8	+ 12,59	− 14,02	− 0,02	+ 0,24
	8 24 5,8	+ 13,53	− 13,93	+ 0,02	+ 0,01
23	7 57 32,5	+ 88,46	− 5,87	− 0,08	+ 0,32
	8 15 5,0	+ 89,33	− 5,76	− 0,01	0,00
26	7 44 8,0	+193,31	+ 18,87	+ 0,06	+ 0,15
	8 3 15,4	+193,17	+ 18,94	− 0,06	− 0,21
28	7 48 31,8	+112,38	+ 22,81	− 0,08	+ 0,24
	8 3 26,6	+111,65	+ 22,79	+ 0,06	− 0,03
29	7 30 37,6	+ 40,91	+ 19,38	− 0,09	− 0,01
	7 46 26,0	+ 40,06	+ 19,32	+ 0,25	+ 0,08
März 1	8 27 21,5	− 40,90	+ 12,60	− 0,26	− 0,08
	8 44 10,8	− 41,81	+ 12,50	+ 0,01	− 0,23
5	7 17 37,1	−204,98	− 20,05	+ 0,14	+ 0,01
	7 34 26,8	−204,86	− 20,11	− 0,01	+ 0,07
6	7 33 3,0	−179,95	− 24,13	− 0,29	+ 0,17
	7 49 3,0	−179,53	− 24,16	+ 0,08	+ 0,13
7	8 0 26,8	−128,06	− 24,72	− 0,46	− 0,04
	8 16 7,5	−127,39	− 24,71	− 0,16	+ 0,23
10	7 7 51,1	+ 93,44	− 6,91	− 0,37	+ 0,30
	7 24 32,0	+ 94,25	− 6,80	− 0,10	+ 0,18
11	7 36 30,5	+154,91	+ 3,14	− 0,27	+ 0,04
	7 48 25,7	+155,31	+ 3,28	− 0,06	+ 0,39
13	7 18 56,2	+191,78	+ 19,94	− 0,43	+ 0,50
	7 32 8,6	+191,65	+ 19,99	+ 0,14	+ 0,26
	7 45 21,3	+191,53	+ 20,04	− 0,17	+ 0,23
15	7 2 3,9	+107,15	+ 24,46	− 0,32	+ 0,50
	7 15 31,2	+106,53	+ 24,45	+ 0,06	+ 0,17
16	6 39 21,8	+ 35,27	+ 21,00	− 0,06	+ 0,18
	6 54 42,6	+ 34,44	+ 20,94	− 0,15	+ 0,25
28	6 54 47,1	+188,35	+ 12,94	+ 0,06	+ 0,14
	7 8 57,8	+188,50	+ 13,03	− 0,02	+ 0,10
29	7 16 10,0	+188,11	+ 20,89	+ 0,13	+ 0,13
	7 30 19,5	+187,94	+ 20,91	− 0,11	+ 0,11
30	7 45 25,4	+155,21	+ 25,33	− 0,07	+ 0,04
	7 58 11,6	+154,79	+ 25,35	+ 0,05	− 0,16
31	7 8 1,0	+ 98,89	+ 25,57	+ 0,07	+ 0,29
	7 22 16,9	+ 98,22	+ 25,56	+ 0,05	+ 0,08
April 12	6 23 26,9	+156,96	+ 3,04	− 0,22	+ 0,36
	6 37 53,0	+157 36	+ 3,15	+ 0,04	+ 0,02
15	6 47 30,6	+149,95	+ 25,83	− 0,50	+ 0,46
	7 6 51,9	+149,31	+ 25,86	− 0,19	− 0,20
19	6 54 57,2	−123,14	+ 5,16	+ 0,06	+ 0,23
	7 9 32,1	−123,74	+ 5,06	+ 0,01	+ 0,15
20	7 0 51,5	−172,02	− 5,19	+ 0,21	− 0,07
	7 18 59,0	−172,45	− 5,32	− 0,05	+ 0,13
May 5	7 27 43,7	−125,25	+ 4,37	− 0,02	+ 0,18
	7 43 27,1	−125,86	+ 4,26	+ 0,26	− 0,03
7	7 53 8,1	−191,83	− 15,29	− 0,06	− 0,40
	8 10 8,8	−191,92	− 15,38	− 0,02	− 0,08

Digitized by Google

4.

Aus dieser Vergleichung geht hervor, dafs auch die dritte Reihe der Beobachtungen durch die Elemente sehr gut dargestellt wird; nur am 11ten Februar überschreitet der Unterschied zwischen der Beobachtung und Rechnung die gewöhnliche Gröfse, und läfst einen Fehler im Anschreiben der Beobachtungen vermuthen. Unglücklicherweise ist das Original gerade dieser Beobachtung, durch einen Zufall abhanden gekommen, weshalb nicht mehr entschieden werden kann, ob es genau gleichförmig in das Tagebuch eingetragen ist; der Verdacht eines Schreibfehlers allein, schien jedoch die Ausschliefsung einer sonst für gut gehaltenen Beobachtung nicht zu rechtfertigen, weshalb sie bei der Rechnung gleiches Recht mit den übrigen erhalten hat.

Die dritten Elemente stimmen mit den zweiten schon so nahe überein, dafs die erlangte Annäherung an die wahre Bewegung des Satelliten für sehr grofs gehalten werden mufs. Dennoch werde ich die Beobachtungen und ihre Anwendung zu weiteren Verfeinerungen der Elemente, noch fortsetzen, indem ich sie zu Grundlagen anderer Untersuchungen über das Saturns-System zu machen gedenke. Obgleich die Geringfügigkeit der den zweiten Elementen angebrachten Verbesserungen schon erwarten läfst, dafs die Uebereinstimmung der beiden ersten Beobachtungsreihen mit ihnen, sehr nahe so grofs sein wird als sie mit den früheren Elementen war, so führe ich doch an, dafs die Summe der Quadrate der Fehler jener beiden Beobachtungsreihen, durch die Verbesserungen der Elemente, nur um 0,302 gewachsen, also von 16,549 in 16,851 übergegangen ist; die dritte Reihe fügt dieser Summe nur 6,882 hinzu, erscheint also als noch besser gelungen als die früheren.

Die gefundene mittlere Entfernung des Satelliten giebt die Saturnsmasse

$$= \frac{1}{3501,6}$$

und den mittleren Fehler des Nenners dieses Bruches $= \pm 1,15$ Einheiten.

Bessel.

Nachrichten über das Verschwinden des Saturnsringes.

In Königsberg war das Wetter auch der Beobachtung der auf den 30sten April angekündigten Verschwindung des Ringes höchst ungünstig. Am 23sten April erschien die Lichtlinie an beiden Seiten des Planeten dem Verschwinden ziemlich nahe zu sein; wenigstens war sie augenfällig schwächer geworden als Tages vorher. Darauf fiel ununterbrochen trübes Wetter ein, welches erst am 30sten April erlaubte, den Saturn, bei sehr dunstigem Himmel wieder zu sehen; er erschien ohne Ring, so wie auch am 1sten May unter gleichungünstigen Umständen. Am 3ten May war der Himmel heiter, vom Ringe aber war keine Spur mehr zu sehen. — Obgleich ich vor und nach dem Verschwinden des Ringes alle Aufmerksamkeit angewandt habe, um Lichtpunkte auf demselben zu entdecken, so habe ich doch keine sehen können; ich darf hierbei jedoch nicht unbemerkt lassen, dafs die Luft stets unruhig war und keine deutliche Bilder der Gegenstände gewährte.

Bessel.

Sternbedeckungen auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1832 beobachtet.

1832	Jänner 5.	Eintritt in den dunkeln Rand des Mondes von	ϑ Capricorni	um	23 h 58 ′ 16,72 ″	St. Z.
	Februar 10.	——— ——— ——— ———	Aldeburan		3 44 39,34	——
	——— —	Austritt aus dem lichten Rande des Mondes —	———		4 49 37,09	——
	——— 15.	Eintritt in den dunkeln Rand des Mondes —	Regulus		16 17 53,50	——
	——— 27.	——— in den lichten Rand des Mondes —	Venus		19 56 26,26	——
	März 8.	——— dunkeln ——— ——— —	75 Tauri		9 22 5,67	——
	—— 9.	——— ——— ——— ——— —	119 —		11 36 57,75	——
	Mai 8.	Eintritt des Saturn. Berührung des I Randes			14 4 50,76	——
		II ———			14 6 10,76	——
		Volle Verschwindung des Ringes			14 6 46,26	——
		Austritt des II Saturnrandes			14 41 6,59	——
	Septbr. 4.	Eintritt in den dunkeln Rand des Mondes von	39 Sagittar.		20 26 47,15	——
	Decbr. 31.	——— ——— ——— ———	(225) Ceti		4 37 22,20	——

Digitized by Google

Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1832 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR.	Anz. der Fäden.
		h ′ ″	
1832 März 9	104 m Tauri	4 57 31,39	1
	Mond I	5 6 48,85	1
	119 Tauri	5 22 21,86	5
	130 N Tauri	5 37 38,46	5
11	43 ζ Geminor.	6 54 8,67	5
	Mond I	7 12 9,85	5
	81 g Geminor.	7 36 23,86	5
	16 ζ Cancri	8 2 34,59	3
12	81 g Geminor.	7 36 23,88	5
	16 ζ Cancri	8 2 34,73	5
	Mond I	8 15 10,58	5
	62 o 1 Cancri	8 47 53,07	5
Mai 8	47 ρ Leonis	10 23 58,04	5
	Mond I	10 34 49,23	5
	63 χ Leonis	10 56 21,52	5
	(12) Leonis	11 5 18,54	5
9	63 χ Leonis	10 56 21,67	5
	(12) Leonis	11 5 18,55	5
	Mond I	11 28 31,23	5
Juni 7	29 γ 1 Virgin.	12 33 10,23	5
	Mond I	12 55 39,39	5
9	94 Virginis	13 57 25,98	5
	Mond I	14 34 27,76	5
	15 ξ 2 Librae	14 47 41,50	5
	54 Librae	— — —	—
Sept. 4	29 r Sagittar.	18 39 43,82	5
	Mond I	18 50 10,05	5
	39 o Sagittar.	18 54 38,79	5
6	7 σ Capricor.	20 9 43,59	4
	10 π Capricor.	20 17 44,12	5
	Mond I	20 34 15,46	5
1832 Oct. 1	Mond I	18 29 30,35	5
	37 ξ 2 Sagitt.	18 47 44,09	1
	39 o Sagittar.	18 54 38,26	3
2	37 ξ 2 Sagitt.	18 47 43,81	5
	39 o Sagittar.	18 54 38,35	5
	Mond I	19 22 9,58	5
	57 Sagittar.	19 42 27,51	5
3	Mond I	20 14 12,06	5
	15 υ Capricor.	20 30 30,85	5
	23 ϑ Capric.	20 56 32,00	4
16	β Geminor.	7 35 3,31	5
	Mond II	8 3 55,42	5
Nov. 2	33 i Aquarii	21 57 23,41	5
	45 D Aquarii	22 10 1,57	3
	Mond I	22 24 21,16	4
	70 Aquarii	22 39 41,76	5
29	49 δ Capric.	21 37 47,12	5
	Mond I	22 4 10,73	5
	57 σ Aquarii	22 21 46,74	5
	70 Aquarii	22 39 41,16	5
Dec. 1	(126) Aquarii	23 26 53,91	5
	Mond I	23 40 21,54	5
	(4) Ceti	23 59 10,10	5
	— seq.	23 59 38,03	3
	(60) Ceti	0 15 57,05	5
31	89 f Piscium	1 9 10,48	3
	98 μ Piscium	1 21 25,81	5
	(123) Piscium	1 27 18,31	5
	Mond I	1 44 58,50	5
	(225) Ceti	1 51 59,35	3

Schreiben des Herrn *Hendersons* Directors der Sternwarte auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung an den Herausgeber.

Observatory. Cape of Good Hope 1833. March 18.

I take the liberty of inclosing some Astronomical Observations which I made at Edinburgh in the beginning of 1831, They should have been sent sooner, but were delayed by circumstances connected with my departure from England.

Since my arrival at this Observatory about twelve months age, we have been assiduously employed in observing the positions of 170 principal Stars in both Hemispheres. Little progress has yet been made in the computations, but so far as they have been made they seem to indicate that the Declinations observed here agree better with those of Mr. *Bessel*, than with those of Mr. *Pond* or Dr. *Brinkley*.

Digitized by Google

I first observed *Encke's* Comet on the 2d June last, and betwixt that day and the 28th of June obtained observations of it on nine different nights. It then disappeared. It was very faint — much fainter than at its appearance in 1828 — consequently invisible to the naked eye, — although M. *Encke* expected the contrary. I have sent the Observations to be communicated to the Royal Astronomical Society of London. The following is a comparison of the observed positions with those given in Nr. 210 of the Astr. Nachr

	Mean Correction of Ephemeris	
	A. R.	Declination.
	′	′
June 2 — June 8	— 0,4	+ 0,7
June 23 — June 28	+ 5,2	— 0,7

The Comet of 6,7 years was observed here on November 18, 22, 23, and 27, December 26 and 31 and January 1, 2 and 3. It then became invisible in the Moonlight — and after the Moon was gone, it could not be seen. The observations will be sent in a few days to the Astronomical Society. Both Comets were observed with a Circular Micrometer applied to an Achromatic Telescope 45 inches in focal length and 3¼ inches aperture.

I make the Latitude of this Observatory 33° 56′ 3″ South. Its Longitude computed from Mr. *Fallows* observations of Moon Culminating Stars, compared with those made in Europe is 1h 13m 56s East of Greenwich. I estimate the Observatory to be 13 seconds of time East of Cape Town — so that this determination of the Longitude agrees almost precisely with that of M. *Encke* in his Treatise on the Transit of Venus in 1761.

T. Henderson.

Astronomical Observations made at the Observatory on the Calton Hill Edinburgh.

Continued from Astronomische Nachrichten Nr. 196.

Observed Transits of the Moon and Stars nearly in her parallel over the Meridian.

Date 1831.		Nr. of Wires.	True Sidereal Time. h m s	Correction of Berlin Ephemeris. s
February 18	Moon I Limb	5	3 4 27,89	— 0,40
	f Tauri	4	3 21 33,06	
	e ——	4	3 39 0,58	
	λ ——	4	3 51 19,47	
22	ζ Geminorum	5	6 54 5,69	
	Moon I Limb	5	7 6 0,54	— 1,24
	λ Geminorum	4	7 8 23,28	
	74 f ——	5	7 29 43,37	
	3 Cancri	5	7 51 6,58	
23	g Geminorum	3	7 36 20,95	
	ζ Cancri	2	8 2 31,78	
	Moon I Limb	3	8 5 56,75	— 0,99
March 23	Moon I Limb	5	8 45 0,04	— 0,80
27	(50) Leonis	5	11 14 40,22	
	(77) ——	5	11 19 17,13	
	91 ν ——	5	11 28 19,27	
	β Virginis	5	11 41 55,05	
March 27	Moon I Limb	5	12 12 59,05	— 0,12
	γ Virginis *)	5	12 33 7,55	
	δ ——	5	12 47 7,09	
April 18	Moon I Limb	5	7 29 0,38	— 0,15
19	Moon I Limb	5	8 27 59,73	— 0,20
May 18	Moon I Limb	5	10 0 40,99	+ 0,01
19	Moon I Limb	5	10 52 45,66	— 0,02
25	o^2 Librae (faint)	5	15 13 39,02	
	ζ^2 ——	5	15 21 11,16	
	γ ——	5	15 26 7,08	
	Moon I Limb	5	15 40 45,95	— 0,07

Mean Correction = — 0,40
or — 6″,0 of arc.

*) γ Virginis was not seen double.

Digitized by Google

Observed Transits of Saturn over the Meridian.

Date 1831	True Sidereal time. h m s	Correction of Berlin Ephemeris. s
March 3	10 0 2,87	— 0,37
7	9 58 53,65	+ 0,10
9	9 58 19,88	— 0,20
14	9 56 59,36	— 0,27
15	9 56 43,73	— 0,45
17	9 56 13,75	— 0,29
23	9 54 49,67	— 0,50
28	9 53 48,31	— 0,27
April 4	9 52 36,18	— 0,29
12	9 51 35,69	— 0,38
15	9 51 19,44	— 0,45
17	9 51 10,65	— 0,46
18	9 51 6,63	— 0,70
19	9 51 3,45	— 0,51
March 23	Mean Correction	— 0,36

These observations were made by Mr. *Henderson* with *Troughtons* portable Transit Instrument of 30 inches focal length and 2 inches aperture. The true Sidereal times depend upon the Right Ascensions of the fundamental Stars contained in the Berlin Ephemeris. Twenty six observations made this year (1831) of the Sun's meridian passage indicate that the Transit Instrument gives the time of the Sun's diameter passing the Meridian greater by $0^s,26$ than the quantity stated in the Berlin Ephemeris, the probable error of this determination being $0^s,014$.

On April 15, 1831. Mr. *Henderson* observed the immersion of Aldebaran behind the Moon's dark limb, with the four feet Telescope of *Troughtons* Altitude and Azimuth Circle. The true sidereal time of immersion was $6^h\ 9^m\ 6^s,6$.

Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber.

Genf 1833. Mai 26.

Je ne puis vous envoyer de cette ville-ci, que les elemens elliptiques de la comète de 6, 7 ans déduits de mes seules observations dans sa dernière apparition, depuis le 19 Octobre que je pus la reconnoitre la première fois, jusqu'au 31 Déc. où je l'ai vue pour la dernière: n'ayant pu toutefois l'observer que six fois dans cet intervalle, à cause de son grand affoiblissement, quoique l'ayant apperçue cependant dix fois en tout. Les données elliptiques ont été déduites d'après les perturbations de Mr. *Damoiseau*, et une acceleration de 20^h dans la période, admise comme produite par la résistance de l'Ether. toutefois les perturbations de Venus négligées diminuerolent cette quantité de 2^h et celles d'Uranus l'augmententeroient au contraire d'un quart d'heure

1832. Passage au Perihélie Nov. $26^j,651$ T. M. été de minuit à Nimes

Long. Perihélie.....110° 4′

☊.....248 17

Inclin..... 13 15

Excentricité.....0,7513258

½ gr. axe.....3,58577

B. Valz.

Mondsterne beobachtet mit dem 4füfsigen *Schröder*schen Mittagsfernrohr auf der Prager Sternwarte 1833.

Monatstag.	Sterne, Mond.	I ′ ″	Mittelfaden. h ′ ″	III. ′ ″	Mond. v. Stern. ′ ″
29 März	56 q Gem.	11 36,3	7 12 7	12 38	9 30
	Mond	21 5,8	7 21 37	22 8,5	
	85 l Gem.	45 25,3	7 45 56,3	46 27,3	24 19½
	42 Cancri	10 6,8	8 10 37,8	11 8,8	49 0½
31 März	83 q Cancr.	9 9,1	9 9 39,1	10 9,1	17 48½
	Mond	26 56,6	9 27 27,6	27 58,6	
	γ Leonis	57 43,9	9 58 13,9	58 43,9	30 46½
	37 Leonis	7 13,6	10 7 43½	8 13,1	40 15,6
	42 Leonis	12 21,6	10 12 51,6	13 21,6	45 24
1 April.	α Leonis	58 59,5	9 59 29	59 58,5	28 50
	37 Leonis	7 13	10 7 43	8 13	20 36
	Mond	27 49	10 28 19	28 49	

Monatstag.	Sterne, Mond	I ′ ″	Mittelfaden. h ′ ″	III ′ ″	Mond von Stern. ′ ″
1 May	γ Virgin.	32 44,3	12 33 18	33 41,8	22 4½
	Mond	54 47,8	12 55 17,3	55 46,8	
	ζ Virg.	25 43,8	13 26 12,3	26 40,8	30 55
	1^B Virg.	26 22,8	13 26 51,8	27 20,8	31 34½
3 May	98 κ Virg.	3 31	14 4 0	4 29	39 59,5
	λ Virg.	9 35,8	14 10 5,3	10 34,8	33 54,2
	Librae	13 58,3	14 14 27,3	14 56,3	29 32,2
	δ Librae	51 35,0	14 52 4	52 33,0	8 4,5
	Mond	43 29,5	14 43 59,5	44 29,5	

Digitized by Google

1833 Jupistrstrabanten-Verfinsterungen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Prager Sternwarte mit dem Fernrohr des 3füfsigen Meridiankreises, Oeffnung 4 Wiener Zoll.

		Mittl. Zeit. h ′ ″	
3 Januar.	Austritt des I	6 18 26,3	Streifen deutlich.
10 Januar.	—— ——	8 14 39	Streifen undeutlich.

				h ′ ″		
4 Januar.	χ Orion	Eintr.	dunk. R.	1 44 51,2	m. Zt.	plötzl.
27 März.	125 Tauri	——	——	6 56 4	——	——
31 März.	8 Leonis	——	——	7 54 52½	——	——
22 April.	δ^2 Tauri	——	——	7 30 52	——	——

David.

Notizen.

Herr Geheimerath *v. Pastorff* hat mich ersucht bekannt zu machen, dafs er schon oft die Erscheinung eines kleinen abgerundeten Sonnenflecks beobachtet hat, von dem es ihm fast wahrscheinlich ist, da dieser Fleck immer in sehr kurzer Zeit verschwindet, dafs es ein um die Sonne sich bewegender Körper seyn könne.

Er hat auch die Güte gehabt mir folgende Bemerkung seines Herrn Sohnes mitzutheilen. S.

Von einem Trabanten, wie Herr *Schenk* gesehen zu haben behauptet, ist von mir auch nicht eine Spur wahrgenommen worden, obwohl ich mit gröfster Anstrengung danach suchte. Die aufser dem Mercur gesehenen Flecke waren gewöhnliche Sonnenflecke, und wie mein Vater schon bemerkt, zeigte ihre Vergleichung mit der Mercurscheibe, dafs die Sonnenflecke nicht eigentlich schwarz sind, sondern eine lichtere Färbung haben.

C. J. G. Pastorff.

Anzeige.

Bei dem Anfange des 11ten Bandes der astronomischen Nachrichten, ersuche ich die bisherigen Herren Theilnehmer, falls Sie diese Nachrichten fortzusetzen wünschen, Ihre Bestellungen baldmöglichst zu machen, indem ohne ausdrückliche Bestellung, und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird.

Man pränumerirt mit 8 *mk* Hamburger Courant oder einem holländischen Ducaten, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen für diesen und die folgenden Bände kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, von dem Augenblicke an, dafs das erste Stück des 11ten Bandes erschienen ist, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Da sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden, als bestellt sind, so kann ein Band der schon geschlossen ist, nicht unter 12 *mk* Hamb. Cour. oder 1½ Holl. Ducaten verkauft werden.

Die einzige Ausnahme ist wenn ein neuer Theilnehmer alle schon geschlossenen Bände vom 3ten (inclusive) an auf einmal nimmt. In diesem Falle wird er als ein Theilnehmer von Anfang an betrachtet, und erhält gleichfalls jeden Band zu 8 *mk*. Die beiden ersten Bände sind ausgeschlossen, weil der erste Band ganz vergriffen ist, und nicht mehr geliefert werden kann, und vom 2ten Bande nur 5 bis 6 Exemplare jetzt vorhanden sind, so dafs er in ganz kurzer Zeit gleichfalls vergriffen seyn wird. Einzelne Nummern sind aus beiden Bänden noch zu bekommen.

Um von verschiedenen Seiten an mich gemachten Anforderungen zu entsprechen, werde ich diesen Nachrichten von Zeit zu Zeit Intelligenzblätter beilegen, welche Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. für 2 ggr. die Zeile aufnehmen.

Ich bemerke noch schliefslich, dafs durch die Gefälligkeit des Hamburgischen Fürstlich Thurn und Taxischen Ober-Postamts früher stattgefundene Schwierigkeiten beseitigt sind, und man jetzt die Astr. Nachrichten nicht allein, wie immer, bei den Königl. Preufs. Posten, sondern auch bei den Fürstl. Thurn und Taxischen Posten bestellen kann. S.

Inhalt.

Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Bewegung des *Hugens*ischen Saturns-Satelliten. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. p. 17.
Nachrichten über das Verschwinden des Saturnsringes. p. 23.
Sternbedeckungen und Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1832 beobachtet. p 23. 25.
Schreiben des Herrn *Hendersons* Directors der Sternwarte auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung an den Herausgeber. p. 25.
Astronomical Observations made at the Observatory on the Calton Hill Edinburgh. p. 27.
Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber. p. 29.
Mondsterne beobachtet auf der Prager Sternwarte. p. 29.
Jupiterstrabanten-Verfinsterungen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Prager Sternwarte. p. 31.
Notizen, Anzeige. p. 31.

Altona 1833. Juli 9.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 243.

Bericht über den Fortgang des Unternehmens der akademischen Sternkarten.

Seitdem im Jahre 1825 (Astron. Nachr. Bd. IV. 297.) der Entwurf zu einer Herausgabe neuer Himmelskarten bekannt gemacht ward, hat die von der Akademie der Wissenschaften zu Berlin zur Leitung des Unternehmens niedergesetzte Commission, bestehend aus dem auswärtigen Mitgliede der Akademie, Professor *Bessel*, und den in Berlin wohnhaften Mitgliedern, *Ideler*, *Oltmans*, *Encke* und *Dirksen* keine weitere Nachricht über den Fortgang desselben in dieser Zeitschrift gegeben. Sie hält es jetzt für ihre Pflicht dem astronomischen Publikum einen kurzen Bericht über den Stand dieser Angelegenheit vorzulegen.

Der ursprüngliche Plan ging darauf hinaus, alle von *Bradley* und *Piazzi* in ihren Verzeichnissen aufgeführten, so wie die von *Lalande* in der Histoire céleste und von *Bessel* in seinen Zonen beobachteten Sterne sämmtlich auf 1800 reducirt nach ihrem Orte und ihrer Gröfse möglichst genau in einer Zeichnung niederzulegen und diese dann als Grundlage zu benutzen, um vermittelst ihrer, alle übrigen Sterne bis zur 9—10ten und 10ten Gröfse, so weit sie nämlich in einem *Fraunhofer*schen Cometensucher sichtbar sind, entweder nach dem bloßen Augenmaafse oder durch einfache Hülfsmittel, welche die relative Lage etwas sicherer bestimmen, in die Karte einzutragen. Die beobachteten Sterne waren durch zweckmäfsige Zeichen unterschieden von den so nach Schätzung eingetragenen. Für das erste ward die Ausdehnung der Karte auf den Raum von — 15° bis + 15° in der Deklination eingeschränkt. Zur Uebernahme einzelner Stunden, für deren jede die Akademie einen Preis ausgesetzt hatte, wurden die Astronomen des In- und Auslandes aufgefordert.

Nicht als wesentliche Bedingung, doch als eine sehr wünschenswerthe Zugabe, sollte dabei die Uebersendung des auf 1800 reducirten Katalogs der beobachteten Sterne angesehen werden. In der That giebt ein solcher, den doch jeder Theilnehmer für seine Zeichnung sich gemacht haben mufs, das bequemste Mittel Irthümer der Zeichnung, oder so kleine Gröfsen, welche die Zeichnung nicht erkennen läfst, zu ermitteln, so wie er auch zur Kenntnifs der eigenen Bewegung und anderer merkwürdigen Eigenschaften am leichtesten führt.

Die Aufforderung erfreute sich im Anfange eines sehr glücklichen Erfolgs. Den eingegangenen Meldungen zufolge vertheilte die Commission alle 24 Stunden unter folgende Theilnehmer:

Stunde	0^h	Herr Professor *Struve* in Dorpat.
	1	– Hauptmann *Caroc* in Copenhagen.
	2	– Professor *Hallaschka* in Prag.
	3	– Doktor *Morstadt* in Prag.
	4	– Professor *Knorre* in Nicolajeff.
	5	– *von Steinheil* in München.
	6	– Inspektor *Lohrmann* in Dresden.
	7	– Hauptmann *Nehus* in Altona.
	8	– Professor *Schwerd* in Speier.
	9	– Regierungssekretair *Klinghammer* in Rudolstadt.
	10	– Professor *Göbel* in Coburg.
	11	– Adjunkt *Claussen* in Altona.
	12	– *von Steinheil* in München.
	13	– *Nicollet* in Paris, Adj. du Bureau des longitudes.
	14	– *Thomas Hussey* in England.
	15	– Professor *Harding* in Göttingen.
	16	– Professor *Gerling* in Marburg.
	17	– Hauptmann *von Biela* in Prag.
	18	– Professor *Inghirami* in Florenz und zugleich unabhängig von denselben
		– *Capocci*, Adjunkt der Sternwarte von Neapel.
	19	hatte Herr Professor *Bessel* die Güte sich zur gelegentlichen Untersuchung vorbehalten zu wollen.
	20	Herr Oberlehrer *Strehlke* in Danzig.
	21	– Professor *Rosenberger* in Halle.
	22	– Professor *Argelander* in Åbo.
	23	– *Bouvard* in Paris, Membre du Bureau des longitudes.

Digitized by Google

Mit Ausnahme der Herren *Bouvard* und *Nicollet*, von denen die Commission keine Nachricht erhielt, erklärten sich die andern Herrn Theilnehmer mit der Jeden besonders betreffenden Wahl der Stunde einverstanden. Nur äufserten die meisten von ihnen die Besorgnifs, dafs es ihnen nicht möglich seyn würde, den in der Bekanntmachung angesetzten ersten Termin von 2 Jahren einhalten zu können.

In der That war auch der Commission die Schwierigkeit nicht entgangen sowohl das ganze Unternehmen durchzuführen und folglich eine ausgedehnte Arbeit durch so viele verschiedene unabhängig von einander das Ziel verfolgende Theilnehmer zu einem Ganzen zu vereinigen, als auch besonders einen Zeitpunkt der Beendigung bei einer Arbeit zu bestimmen, mit deren eigentlichen Umfang, bis auf einen Theilnehmer, alle übrigen unbekannt waren. Sie sah deswegen gleich anfangs diesen Termin nur als vorläufig an, und behielt sich vor bei dem Fortschreiten des Unternehmens sich bestimmter darüber auszusprechen.

Die Herren *Inghirami* und *Harding* sandten ihre Blätter zuerst ein, welche sofort zum Stiche besorgt, und mit dem Cataloge in der Form versehen, wodurch Kürze und Zweckmäfsigkeit vereinigt zu werden schien, schon längere Zeit in den Buchhandel gegeben wurden.

Später erfolgten auf gleiche Weise ausgestattet die Blätter von Herrn *Göbel*, *Hussey* und *Capocci*. Da Herr *Hussey* auf den ausgesetzten Preis verzichtete, so hielt die Akademie es für angemessen, ihm die vollständige Sammlung ihrer neuen Abhandlungen seit dem Jahre 1816 in passendem Einbande und mit einer dankenden Inschrift versehen zu übersenden.

Schon vor 2½ Jahren hat Herr Professor *Schwerd* sein Blatt eingesendet. Die Commission räumt gerne ein, dafs die Herausgabe desselben, da sie bis jetzt noch nicht erfolgt ist, eine für Herrn Professor *Schwerd* unangenehme Verzögerung erlitten hat. Allein sie glaubt zu ihrer Entschuldigung anführen zu müssen, dafs bei diesem Blatte allein unter allen der Catalog fehlte. Der Wunsch einen solchen hinzuzufügen, und die Ueberhäufung mit Rechnungen aller Art, sowohl für astronomische Werke überhaupt, als für die übrigen Cataloge von denen keiner die im Drucke gewählte Form hatte, sondern alle entweder die vollständige Nachtragung der Praecession und ihrer Secular-Aenderung, oder auch selbst die Zusammenstellung der Sterne aus den verschiedenen Zonen und Beobachtungsabenden erforderten, hat bis jetzt die Herausgabe aufgehalten. Da aber der Stich dieser Karte schon längere Zeit fertig ist, und der Catalog durch Herrn *Wolfers* ebenfalls berechnet und in diesem Augenblicke soweit gedruckt ist, dafs der letzte Bogen in der Correktur sich befindet, so wird diese Karte verbunden mit der Karte und dem Cataloge des Herrn Professors *Argelander* in Åbo, welche derselbe im vorigen Jahre einsandte, in den nächsten Wochen gewifs ausgegeben werden.

Aufser der Bemerkung, dafs einige Zeichnungen und Rechnungen nach angestellter Prüfung nicht als dem Plane entsprechend befunden wurden, und den Herrn Einsendern mit dem Ersuchen zurückgegeben, das Fehlende nachtragen zu wollen, darf noch nicht unerwähnt bleiben, dafs die durch den unerwarteten Tod des Herrn Hauptmann *von Caroc* entstandene Lücke durch Herrn *Olufsen* ergänzt worden ist, so wie dafs unter mehreren zu einem zweiten Blatte sich erbietenden Theilnehmern, die Commission zwei Blätter über welche sie frey disponiren konnte, nämlich die Stunde V. früher von Herrn *von Steinheil* übernommen, später aber zur Disposition der Commission gestellt, an Herrn Professor *Argelander*, und die Stunde XXIII früher an Herrn *Bouvard* vertheilt, dem Herrn Professor *Harding* zur gefälligen Bearbeitung gegeben hat.

Gegen die Mitte von 1831 also sechs Jahre nach der Bekanntmachung des ersten Entwurfs schien es der Commission von Werth eine reine Uebersicht des eigentlichen Standes dieser Angelegenheit zu gewinnen. Sie konnte allerdings voraussetzen, dafs in dieser Zeit Jeder der Herren Theilnehmer hinlänglich mit dem Umfange seiner Arbeit vertraut sey, und dafs wenn bei Einem oder dem Andern die Arbeit in 6 Jahren nicht merklich vorgeschritten sey, eine Vollendung schwerlich sich hoffen lasse. Sie benutzte deswegen die Gelegenheit der Versendung der zuletzt fertig gewordenen Blätter um Jeden der Herren Theilnehmer, welcher noch nicht sein Blatt eingeliefert, aufzufordern sich bestimmt zu erklären, ob er bis zu Ende von 1833 die versprochene Zeichnung abzugeben sich anheischig machen könnte. Das Resultat dieser Anfragen wollte die Commission in den Astronom. Nachrichten bekannt machen.

Leider fiel die Versendung zusammen mit dem Ausbruche der Cholera, in Berlin wodurch der Abgang der Pakete und selbst der Briefe so verzögert ward, dafs es rathsam schien, längere Zeit als ursprünglich festgesetzt war zu warten auf das Ergebnifs der verschiedenen Antworten und die festgesetzte Bekanntmachung ihres Resultats.

Digitized by Google

Aufserdem aber wünschte Herr Professor *Bessel* besonders, dafs sowohl dieser Ursache wegen, als auch wegen der ihm sicher gemachten Hofnung, dafs noch im Laufe des verflossenen Jahres wenigstens ein Blatt eingehen würde, der öffentliche Bericht noch aufgeschoben werde. Diese Hofnung ist auch mehr als erwartet ward in Erfüllung gegangen, da noch vor Ende des verflossenen Jahres Herr Prof. *Harding* (dem übrigens, wie es sich verstand, keine Aufforderung zugegangen war) sein zweites Blatt nebst Catalog einsandte, und in der Mitte des letzten Februars die Stunde XII von Herrn v. *Steinheil* durch Herrn Professor *Bessel* hieher einging. Beide Blätter werden sogleich zur Herausgabe vorbereitet werden.

Die folgende Uebersicht zeigt wie jetzt die Sache steht.

Fertig und ausgegeben sind 4 Blätter, nämlich die Stunden X, XIV, XV, XVIII (letztere doppelt) von den Herren *Göbel*, *Huxley*, *Harding*, *Inghirami* und *Capocci*.

Fertig und in einigen Wochen gewifs im Buchhandel sind 2 Blätter, nämlich die Stunden VIII und XXII von den Herren *Schwerd* und *Argelander*.

Eingegangen, so dafs der Stich und Druck ohne weitere Schwierigkeit vorgenommen werden kann sind 2 Blätter, nämlich die Stunden XII und XXIII von den Herren von *Steinheil* und *Harding*.

Fest versprochen ist die Ablieferung zu Ende des Jahres 1833 bei 5 Stunden, nämlich 0, I, II, III und XXI, von den Herren *Struve*, *Olufsen*, *Hallaschka*, *Morstadt* und *Rosenberger*.

Versprochen ist die Vollendung als nicht zu der bestimmten Zeit bei 3 Stunden, nämlich IV, VI und XVI, von den Herren *Knorre*, *Lohrmann* und *Gerling*.

Von diesen 17 Stunden läfst sich folglich eine nicht zu lange Zeit aufgeschobene Vollendung hoffen, nämlich aufser den bisher erwähnten 16 Stunden noch von der Hora V, welche Herr *Argelander* als zweites Blatt übernommen hat.

Berlin im Mai 1833.

Aufserdem hat Herr Professor *Bessel* zwar erklärt, dafs unvermeidliche Arbeiten anderer Art die Vollendung der von ihm begonnenen Hora XIX so weit hinausschieben, dafs er sie nicht mehr für ganz sicher hält, doch wünscht er, dafs bei einer etwanigen neuen Vertheilung dieses Blatt erst dann, wenn die übrigen Lücken alle ausgefüllt sind, einem Anderen zugetheilt werde.

Dagegen ist keine Antwort eingegangen oder eine entschieden ablehnende von den Herren, welche die 6 Stunden zugetheilt erhalten hatten VII, IX, XI, XIII, XVII, XIX, nämlich von Herren *Nehus*, *Klinghammer*, *Claussen*, *Nicollet*, *von Biela*, *Strehlke*. Die Commission bemerkt indessen, dafs Herr *Claussen* seine fast ganz beendigten Rechnungen zur beliebigen Benutzung für den künftigen Bearbeiter seiner Stunde eingesandt hat, nur wünscht er sie später zurük zu erhalten.

Bei der Nähe des Termins bis zu welchem mehrere der Herren Theilnehmer die Einsendung ihrer Arbeiten versprochen haben, scheint es der Commission für jetzt am angemessensten, bis zu dem Ende von 1833 noch zu warten, um dann zu übersehen was noch zu besetzen übrig bleibt, und zu künftiger Theilnahme die Herren Astronomen aufzufordern. Im Voraus glaubt sie indessen darauf aufmerksam machen zu müssen, dafs der Catalog, in der Form des bisher gedruckten, als nothwendige Bedingung dabei betrachtet werden wird, da die bisherige Erfahrung sowohl überhaupt für einen solchen spricht, als auch die Beobachtung der gewählten Form künftigen Verzögerungen, wie sie jetzt aus der Berechnung am hiesigen Orte entstanden sind, am besten vorbeugt.

Da der dritte Theil des Unternehmens schon beendigt ist, und von dem zweiten Drittheil sich in nicht zu langer Zeit ebenfalls die Beendigung mit Grund hoffen läfst, so erwartet die Commission mit Zuversicht, dafs der vollständigen Vereinigung aller 24 Blätter zu einem Ganzen, sich keine Schwierigkeiten für die Zukunft in den Weg stellen werden. Sie rechnet dabei mit Sicherheit auf die Mitwirkung der Herren Astronomen, und wird wie bisher fortfahren, so viel an ihr liegt zur Förderung des Unternehmens beizutragen.

Die Commission für die academischen Sternkarten.

Digitized by Google

Posizioni della Cometa di *Biela* osservata nei seguenti giorni all' Osservatorio

Giorni dell' Osservazioni 1832.	Stella di confronto.	Num. delle Osserv.	Tempo medio dell' Osservazione.	Posizione della Cometa dell' osservazione Asc. retta.	Declinazione.
			or m s	or m s	° ′ ″
31 Ottobre	31 a Leone	2	15 50 32,5	9 58 12,6	10 45 37 B.
19 Novembre	6.7ª *La Lande* 11ª. p. 253. C. d. t. A. X	2	17 34 57,1	11 35 51,7	7 15 56 A.
20 Novembre	θ Jazza	3	17 26 12,7	11 40 15,6	8 1 52
22 Novembre	6ª *La Lande* 32ª p. 253. C. d. t. A. X	4	17 17 39,8	11 48 53,5	9 31 32
23 Novembre	(*)	4	17 23 24,5	11 53 9,6	10 15 0
30 Novembre	η Corvo	4	17 21 14,6	12 21 42,5	14 49 5
4 Dicembre	7ª *La Lande* 17ª p. 466. C. d. t. A. VIII	2	17 52 10,4	12 37 11,6	17 4 10
5 Dicembre	Stella precedente	3	17 46 46,2	12 40 53,9	17 35 31
23 Dicembre	g Idra	3	17 46 57,1	13 42 57,8	24 58 21
25 Dicembre	6.7ª *La Lande* 31ª p. 298. C. d. t. A. XIII	4	17 58 22,4	13 49 11,5	25 34 36
27 Dicembre	π Idra	3	17 45 14,4	13 55 17,7	26 9 50

(*) Nell osservazione fatta dal Sign. *Herschel* nella rette del 4 al 5 di Novembre a 8h siderea Decl. B. 7°36′34″. Le efemeridi del Sig. *Henderson* calcolato dagli elementi del. Sig. *Damoiseau*

Schreiben des Herrn *Hendersons* Directors der Sternwarte auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung an den Herausgeber.

Observatory. Cape of Good Hope 1833. April 2.

Sir,

I have just received Nr. 232 of the Astron. Nachrichten, and I am glad to find that *Encke's* Comet was observed by M. *Mossotti* at Buenos Ayres. His first observation on June 2d (Civil reckoning) is a day earlier than mine. I believe that it might have been seen and observed here both on the 1st and 2d of June, but on the first of these days I was confined by sickness, and on the second the weather was bad. On the morning of May 31st I looked for the Comet ineffectually, it was not sufficiently disengaged of the Twilight.

The Star with which M. *Mossotti* compared the Comet on June 6 is one of those with which I compared it on the same day. I also estimated it of the 8th Magnitude; and its apparent position for that day, as subsequently determined by the Meridian Instruments is A. R. 3h 28m 37s,2, Declination — 19° 6′ 34″. I believe it was not observed before.

The Star with which M. *Mosotti* compared the Star on the 2d must be the one which he supposes. It is Nr. 225 of the Constellation Eridanus in *Bodes* Catalogue and is in *Bessels* Zone 271.

M. *Mosottis* Clock has been regulated to Mean Solar time reckoned from midnight. But the equation and rate stated by him must be applied.

T. Henderson.

Digitized by Google

delle Scuole Pie, e confronto delle medesime con quelle delle efemeridi.

Posizione della Cometa dagli elem. del Prof. *Santini*		Differenze con l'osserv.		Posizione della Cometa dagli elem. del Sig. *Dumoiseau*		Differenze con l'osserv.	
Asc. retta.	Declinazione.	in Asc. retta	in Decl.	Asc. retta.	Declinazione.	in Asc. retta.	in Decl.
or m s	° ′ ″	m s	′ ″	or m s	° ′ ″	m s	′ ″
10 4 52,0	9 14 6 B.	+ 6 39,4	— 91 31	9 54 54,0	11 29 48 B.	— 3 18,6	+ 44 11
11 39 33,2	7 48 6 A.	+ 3 41,5	— 32 10	11 34 13,2	7 0 36	— 1 38,5	(*) + 15 20
11 43 52,2	8 32 12	+ 3 36,6	— 30 20	11 38 40,4	7 48 24	— 1 35,2	+ 13 28
11 52 22,4	9 56 30	+ 3 28,9	— 24 58	11 47 19,6	9 18 30	— 1 33,9	+ 13 2
11 56 38,4	10 38 54	+ 3 28,8	— 23 54	11 51 41,2	10 4 0	— 1 28,4	+ 11 0
12 24 39,2	14 58 48	+ 2 56,7	— 9 43	12 20 25,2	14 42 54	— 1 17,3	+ 6 11
12 39 54,8	17 8 48	+ 2 48,2	— 4 38	12 35 59,6	17 1 12	— 1 12,0	+ 2 58
12 42 37,2	17 39 36	+ 1 43,3	— 4 5	12 39 46,8	17 34 6	— 1 7,1	+ 1 25
13 45 3,2	24 47 0	+ 2 5,4	+ 11 21	13 41 59,2	25 2 2	— 0 58,6	— 3 41
13 51 11,2	25 23 24	+ 1 59,7	+ 11 12	13 48 18,4	25 39 42	— 0 53,1	— 5 6
13 56 42,0	25 56 24	+ 1 24,3	+ 13 26	13 54 28,8	26 14 0	— 0 48,9	— 4 10

(*) 4 Nov. 17or47′ t. m. a Firenze) egli ne determinò la posizione approssimata seguente AR. 10or 15m 34s davano per l'ora medesima AR. 10or 12m 30s, Decl. B. + 8°7′ colle differenze di — 3m 4s, e di + 30′ 26″.

Inghirami

Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber.

Nimes 1833. Juni 22.

D'après l'appel fait par Mr. *Bessel* aux observateurs des phases de l'anneau de Saturne, je m'empresse de vous transmettre en détail les diverses remarques que j'ai été à portée de faire à ce sujet, avec mes foibles moyens d'observations. Je n'ai pu suivre celles de 1832, parceque les changemens de combinaison, que j'aurois été obligé d'operer à la lunette, qui me servoit pour la comète périodique étoient trop considérables pour les éxécuter aussi souvent qu'il auroit fallu. Cependant dans les premiers jours de Décembre m'étant procuré un télescope de reflexion, je ne pus distinguer aucun vestige d'anneau, mais l'effet de vision obtenu ne me paraissant pas assez satisfaisant, ni le résultat décisif, je ne m'en servis pas davantage. Je commençai à suivre Saturne assiduement chaque jour, le 19 Avril dernier avec ma Lunette de *Dollond* de 3¼ pouces d'ouverture, et amplifications 80 et 150 fois. Ce jour-là le 6e Satellite se voyoit un peu au-delà de l'extremité de l'anse droite ou orientale. Le lendemain il avoit passé, au-delà de l'anse occidentale, et les jours suivans il s'en éloigna de plus en plus jusqu'au 23, qu'il se trouvoit vers la plus grande digression. L'anneau alloit toujours en s'affaiblissant, cependant je le distinguois encore assez bien ce jour-là avec le grossissement de 80, mais non avec celui de 150, ainsi que celà avoit eu lieu aussi les jours précédens; au contraire l'ombre de l'anneau se reconnoissoit mieux avec ce dernier. Je n'ai pu remarquer ni points lumineux, ni variations dans les anses, mais seulement que l'anneau ne paroissoit pas partager également le disque de la planète. La difference de grandeur des deux hémisphères étoit fort rémarquable, et le boréal bien plus considérable que l'austral. Le centre de gravité seroit donc loin de concourir avec celui de figure, et il en résulteroit qu'il n'y auroit pas homogénité entre les deux hemiphères, qu'au contraire leur densité devroit être fort différente, ce que je ne crois pas qu'on eut remarqué. Le 24 Avril fut malheureuse-

Digitized by Google

ment couvert, et le 25 un grand vent ne me permit de reconnoître aucune apparence positive d'anneau, et j'en eus seulement quelques legers soupçons sur lesquels, on ne sauroit compter. 26 et 27 ciel couvert. Le 28 le ciel quoique un peu voilé, laissoit cependant appercevoir Saturne sans trace d'anneau. Le 6e Satellite étoit revenu à la même place que le 19. Le 29 et jours suivans beau tems, et Saturne entièrement dépouillé d'aucun appendice.

Pour la réapparition de l'anneau je fus aux aguets dès le commencement de Juin. Du 8 au 14 je n'ai pu distinguer chaque soir aucun vestige des anses ni points lumineux particuliers: mais le dernier jour, je ne pus voir Saturne qu'à 10½ heures à cause des nuages. Le 15 Juin, un motif particulier m'obligeant à m'absenter vers la chûte du jour, j'examinai Saturne de meilleure heure qu'à l'ordinaire; et je fus fort surpris au milieu du crépuscule à 8½ heures, de reconnoître, avec le grossissement de 80, celui de 150 ne le permettant pas, les apparences de l'anneau, et le 6e Satellite vers son extremité orientale comme le 19 Avril. En suivant quelque tems, et avec attention les anses, on pouvoit y remarquer des variations manifestes; elles paroissoient s'alonger, se renfler, se raccourcir, et même disparoître entièrement, ensemble ou séparément, on distinguoit même quelque fois un point plus lumineux au milieu ou à leurs extremités, mais toutes ces apparences très-faibles et assez difficiles à apprécier. Cela ne donneroit-il pas à penser que ces diverses singularités mentionnées quelques fois, ne sont pas toujours bien réelles, mais ce qui eut lieu de m'etonner le plus, c'est qu'à mon retour à la lunette à 9½, à la nuit, je ne pus retrouver aucun vestige des anses. Je crus d'abord que l'abaissement de l'astre en étoit la seule cause, mais le lendemain je fus obligé de changer d'opinion. En effet je vis encore de jour, et bien mieux que la veille, l'anneau avec ses mêmes variations d'apparences. L'ayant cette fois suivi jusqu'à la nuit close, je le vis disparoître totalement dans un assez foible intervalle de tems, pour ne pouvoir l'attribuer qu'à la diminution du crépuscule, et non à celle de la hauteur de l'astre. Le grossissement de 150 ne pouvoit encore faire distinguer l'anneau. Le 17 Juin ciel couvert, le 18, je vis l'anneau de meilleure heure, et avec plus de jour à 8½ heures, à la nuit close je crus en reconnoître des vestiges avec assez de peine. Les 19 et 20. ciel couvert, hier 21 j'ai apperçu l'anneau encore plutôt à 8h un peu plus tard, je l'ai même distingué pour la première fois avec le grossissement de 150; mais non pas à la nuit close, tandis qu'alors je le voyois avec celui de 80 fois. J'avois déjà remarqué dans d'autres circonstances, sans y porter toutefois le même attention, que je voyois mieux dans le ciel avec un foible crépuscule qu'en pleine nuit. On pourroit croire d'après cela que la sensibilité de l'organe est plus excitée avec une légère clarté; mais il me semble que sans ce secours, on pourroit expliquer une pareille singularité par la variation du rapport des intensités lumineuses des deux objets; car plus ce rapport est grand, moins l'objet foible est sensible auprès du plus lumineux qui l'efface en partie par son voisinage. De nuit, ce rapport est en effet plus grand que dans le crépuscule qui ajoute une égale quantité (de lumière) aux deux termes de ce rapport, et le rend ainsi plus petit.

B. Valz.

Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel.

Von Herrn *v. Steinheil* in München.

Der in dem Berliner Jahrbuch für 1830 enthaltene schöne Aufsatz des Herrn Professors *Encke* über Spiegelsextanten und das ungünstige Ergebnifs einer genauen Prüfung dieses wichtigen Instrumentes in demselben, hat mich seiner Zeit veranlafst nachzudenken, ob nicht diesen Mängeln zu begegnen wäre. Ich konnte jedoch nicht so wie der Herr Verfasser in der geringen optischen Kraft dieses Instrumentes ein absolutes Hindernifs finden, da diese bekanntlich nur den wahrscheinlichen Fehler der einzelnen Beobachtung vergröfsern würde, sondern es schien mir vielmehr der gröfste Fehler des Sextanten darin zu liegen, dafs die Undeutlichkeit des doppelt reflectirten Bildes mit der Gröfse des zu messenden Winkels zunimmt. Ein zweiter unverkennbarer Mangel desselben ist, dafs er nicht auf alle Winkel angewandt werden kann. Diese Fehler sind aber so wesentlich mit *Newtons* Prinzip der Reflexion verknüpft, dafs man sie zu heben, genöthigt ist davon abzugehn. Die Gefahr, welche ein solcher Schritt herbeyführt, sah ich nicht ohne Besorgnifs. Indessen glaubte ich mich doch dazu veranlafst, wenn es mir auf anderem Wege gelänge ein Reflexionsinstrument zu bauen,

Digitized by Google

welches sowohl ohne besondere Prüfung angewandt, gestattete alle Winkel ohne Ausnahme mit nahe gleicher, in den meisten Fällen ausreichenden Genauigkeit zu messen, als auch nach vorhergegangener sorgfältiger Prüfung Resultate lieferte, die von constanten Fehlern innerhalb der beabsichtigten Grenze frey wären. In wie weit nun dieses erreicht ist, mag der geneigte Leser theils aus Nachfolgendem, sicherer aber durch die Benutzung der Instrumente selbst beurtheilen, welche von nun an unter der Firma „*Steinheil & Ertel* in München" des letztern bekannte Werkstätte verlassen.

Statt paralleler foliirter Glasspiegel sind bey diesen Kreisen Glasprismen mit 2 gleichen Winkeln zur Spiegelung benützt. Ihre Anwendbarkeit findet Erklärung in Folgendem: Sey die Grundfläche des Prismas oder irgend ein auf dessen Axe senkrechter Durchschnitt ein gleichschenklichtes (in unserm Falle) rechtwinklichtes Dreyeck. Es bilde der eintretende Lichtstrahl mit der Hypothenuse vor seinem Eintritt in Glas den Winkel α; eingetreten wird er nach der Hypothenuse hingebrochen, von dieser innerhalb des Glases reflectirt, und nach abermaliger Brechung wieder aus Glas in Luft übergehn. Der Winkel welchen er nun mit obbenannter Linie bildet ist $180° - \alpha$. Dieses findet statt für alle Werthe von α zwischen den Grenzen von $\alpha = -3°$ bis $\alpha = +48°$ wenn das Prisma aus gewöhnlichem Spiegelglas besteht. Nun kann aber durch Drehen des Prismas um seine Axe bewirkt werden, dafs die austretenden Lichtstrahlen stets eine bestimmte Lage im Raume — hier die der optischen Axe senkrecht auf die Drehungsaxe — annehmen. War aber der Winkel irgend eines Objectes, welches sich in der auf die Drehungsaxe senkrechten Ebene befindet mit der Gesichtslinie $= 2\alpha$, so mufs wie leicht zu sehn, das Prisma um α gedreht werden, damit die austretenden Lichtstrahlen wieder mit der optischen Axe parallel werden, und hierauf gründet sich eigentlich das Winkelmessen mittelst Prismen. Soll jedoch dieses Prinzip zum Messen aus freyer Hand dienlich werden, so bedarf man einer weitern Vorrichtung zum Fixiren der optischen Axe, weil das Spiegelbild und das Direktgesehene aus bekannten Gründen entgegengesetzte Bewegung haben. Es ist aber klar, dafs diesem Bedürfnisse ein zweytes ähnliches Prisma völlig entspricht, und dafs man, wenn das eine mit getheiltem Kreise, das andere mit dessen Alhidade in feste Verbindung gebracht wird, durch Drehen beyder gegen einander Coinzidenzen von Bildern bewirkt, deren Objecte um den doppelten von der Alhidade bezeichneten Drehungswinkel abstehn. Indem jedes Prisma aber für sich um circa 48° verstellt werden kann, also beyde über 90° umfassen, welchem Werthe der doppeltgrofse Naturwinkel entspricht, so wird dadurch zugleich erlangt, dafs alle Winkel ohne Ausnahme zu messen sind, und dafs eine Schwankung der optischen Axe auch jetzt die Coinzidenzen nicht mehr stört. Dafs der Achromatismus der Bilder durch die Brechung in den Prismen keinen Schaden leide, ist aus Obigem ersichtlich. Indessen entsteht nothwendig eine Farbenzerstreuung senkrecht auf den Durchschnitt durch die Theilung des Lichtbüschels. Aber diese kann wie bei dem Heliometer unschädlich für die Beobachtung gemacht werden, wenn der Durchschnitt in die Ebene gelegt wird in welcher man mifst, weil dann die Coinzidenzpunkte nicht davon afficirt werden. Dieses bedingt die Stellung der Prismen über einander.

Soviel im Allgemeinen über das Prinzip auf welchem die Prismenkreise beruhen. Die Unmöglichkeit aber eine Form oder ein Maafs mit mathematischer Schärfe auszuführen, macht für den optischen Theil noch besondere Rücksicht nöthig.

Vorerst wird es unmöglich seyn ein Prisma mit zwey vollkommen gleichen Winkeln zu schleifen. Geringe Unterschiede in den Winkeln schaden zwar der Deutlichkeit nicht, wohl aber stören sie die Proportionalität zwischen den Naturwinkeln und den Drehungen der Hypothenusenflächen, d. h. sie würden constante Beobachtungsfehler erzeugen. Diesem Uebelstande kann nun vollkommen abgeholfen werden, wenn man wenigstens zwey ganz gleiche Prismen hat, die leicht durch Zerschneiden aus einem von doppelter Höhe zu erhalten sind. Mit diesen ist eine solche Anordnung nöthig, dafs die Summe der äufsern Prismenwinkel gleich wird der Summe der beyden innern gegen das Objectiv zugekehrten; dann kann der Fehler auf zweyerley Weise eliminirt werden, entweder indem die Prismen gegen die optische Axe symetrisch gestellt werden, oder indem sie zwischen zwey Beobachtungen desselben Winkels ihre Lage gegen die Gesichtslinie miteinander vertauschen. — Ein zweyter Fehler wird daraus entspringen, dafs die Flächen der Prismen bey aller Sorgfalt des Schleifens nie mit mathematischer Genauigkeit plan seyn werden. Obschon die daraus hervorgehenden Fehler der Winkelmessung gegen obenerwähnte nur sehr klein seyn müssen, so ist doch an deren Existenz nicht zu zweifeln, um so mehr da nicht in allen Lagen des Prismas dieselben Theile seiner Flächen dem Objective Licht zuschicken. Eben so wird ein kleiner Collimationsfehler aus der wenn auch noch so geringen pyramidalen Abweichung von der prismatischen Form entstehn; aber alle diese Fehlerquellen sind in Bezug

Digitized by Google

auf die Messung von höherer Ordnung, und werden in den meisten Fällen zu vernachlässigen seyn. Ohne jedoch denjenigen welche sie zu berücksichtigen denken, durch Angabe von Methoden vorzugreifen, bemerke ich blofs, dafs sie constant seyn müssen, da das Prisma einen homogenen Körper bildet, und als constante Fehler unschädlich gemacht werden können. Die Objectiv-Sonnen- und Blendgläser des Fernrohres welches 6 Zoll Brennweite und 7‴ Oeffnung hat, sind in der Art gefafst, dafs sie zwischen 2 Beobachtungen des Abstandes zweyer in Helligkeit sehr verschiedener Objecte umgesteckt werden können, wodurch ihr prismatischer Einfluss auf die Beobachtung verschwindet. Für Sonnenhöhen über dem Spiegelbilde, Sonnendurchmesser u. s. w. ist ein Okularsonnenglas vorhanden. Ich habe dem Okulare des Fernrohres bey sehr grofsem Gesichtsfelde nur 7malige Vergrößerung gegeben, theils um die Beobachtungen aus freyer Hand zu erleichtern, theils weil diese ausreicht, um die Coinzidenzen mit nahe derselben Genauigkeit zu sehn, welche die einmalige Ablesung des Kreises hat, und bey scharfen Objecten und geübtem Auge nicht über 5″ Bogen betragen wird; doch möchte zu Beobachtungen mit Stativ eine stärkere Vergrößerung geeigneter seyn, weshalb solche auf Verlangen den Instrumenten beygefügt werden wird. Dieß über den optischen Theil der Prismenkreise mit dem Bemerken, dafs sämmtliche Gegenstände desselben aus dem optischen Institut „*Utzschneider* & *Fraunhofer* in München“ bezogen werden.

(Der Beschluss folgt.)

Dotirung der Hamburger Sternwarte.

Mit dem lebhaftesten Vergnügen darf ich meinen Lesern die Nachricht geben, dafs ein Verein von hochherzigen patriotischen Männern in Hamburg nicht allein Mittel gefunden hat, alle von dem verstorbenen *Repsold* nachgelassene, für die Sternwarte bestimmte Instrumente (unter denen das von ihm verfertigte 5füfsige vortreffliche Passageninstrument ist) für dies Institut zu kaufen; sondern auch die nöthigen Fonds herbeizuschaffen wufste, um einen noch fehlenden Meridiankreis, und andere noch nöthige Instrumente bei den Söhnen *Repsolds**) bestellen, und eine jährlich auszuzahlende Summe für die Unterhaltung der Instrumente, und den Bedarf an Licht, Papier u. s. w. der Sternwarte sichern zu können. Die Astronomen haben für diesen ausgezeichneten der Wissenschaft geleisteten Dienst (die ganze Summe beträgt 32000 Mark Banco, oder 16000 Thaler Preufs.) dem Herrn Bürgermeister *Sillem*, den Herren Senatoren *Benecke*, *Gossler*, *Schröder*, dem Herrn Oberalten *Petersen*, und Herrn *Hermann Roosen* zu danken.

*) *Repsolds* Söhne sind auch die Erben des Geistes und der Talente ihres trefflichen Vaters, und haben schon frühe ihren Platz unter den ersten Künstlern Europas eingenommen.

S.

Inhalt

Bericht über den Fortgang des Unternehmens der akademischen Sternkarten. p. 33.
Posizioni della Cometa di *Biela* osservata nei seguenti giorni all' Osservatorio delle Scuole Pie, e confronto delle medesime con quelle delle efemeridi. p. 39. 41,
Schreiben des Herrn *Henderson*, Directors der Sternwarte auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung, an den Herausgeber. p. 39.
Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber. p. 41.
Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel. Von Herrn *v. Steinheil* in München. p. 43.
Dotirung der Hamburger Sternwarte. p. 47.

Altona 1833. August 6.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 244. 245. 246.

Disquisitiones continuatae circa theoriam perturbationum corporum coelestium,

auctore *P. A. Hansen.*

In commentationibus circa theoriam perturbationum quas publici juris feci, in illa puta quae in huius libri Nr. 166 sqq. typis excusa est, et in illa quam anno 1830 academia Regia scientiarum Berolinensis praemio ornare dignata est, terminos quosdam neglexi minutissimos, qui revera, in planetarum saltem veterum motibus vix aliquam vim habent. Ratio cur hos omiserim est, quod censueram, magnas ambages producturam esse horum terminorum considerationem, et nullos fere fructus inde redundaturos. Quum vero in planetarum novorum lunaeque motibus termini hi fortasse non omnino rejici possint, quumque problematis solutio quo accuratior et subtilior est, eo magis ipsam eam doctrinae partem, quam debet illustrare, juvet atque promoveat: operam impendi, ut ne quid, quod quodammodo desiderari possit, deesset.

Termini vero de quibus hic agitur ii sunt, qui in formulis differentialibus elementorum variabilium per $tg\frac{1}{2}i$ multiplicati sunt *), porro ii qui in evolutis quotientibus differentialibus quantitatis Ω appellatae, illis similes per potestates ipsarum p et q multiplicati prodeunt **), denique ii qui in δP et δQ ejusdem generis sunt ***), et eodem fonte demanans quantitas quaedam, hic $\Phi_1 - \Phi$ nominata, quae a motibus simul existentibus ambarum orbitarum in spatio pendet. Quos terminos omnes primo aspectu maxime implicitos, partim mutuo se tollere, partim ad paucos terminos simplicissimos reduci posse, his pagellis demonstrabo.

Ut per terminos illos omissos rigor geometricus quam minime turbaretur, necesse erat latitudo planetae perturbati ad planum orbitae, quod in electa temporis epocha locum habuerit referretur, hinc ope formularum trigonometricarum ad latitudinem supra eclipticam fixam, et hinc ad latitudinem supra eclipticam mobilem transgrediendum fuit. Tali enim modo calculis institutis, praevideri potuit, majorem terminorum omissorum partem ad ordinem tertium respectu massarum referendam esse, id quod infra lectoribus huius commentationis clarius ante oculos ponetur. E contrario, per methodum quam hic sequar statim latitudinem supra eclipticam mobilem, aut supra planum quodvis computare, itaqua ambages illas evitare licet. Quamquam reductio illa latitudinis ab orbitae, temporis selectae epochae respondentis plano ad planum eclipticae mobilis pauca tantum proferat, reductio tamen ad planum aequatoris mobilis, quae plurimis titulis illa praeferenda esset, haud insensibilis foret *).

Subsidia quibus terminos illos antea neglectos in calculum vocabo, introductio quantitatis huius $w + f\cos i\,d\theta$ loco longitudinis peribelii π praebet. Qua quantitate jam ill. *la Grange* nota, si severum judicium exigis, hucusque nemo usus est, vel potius nemo omnem utilitatem, quam praebere potest inde hausit.

1.

Ad elementa variabilia spectata orbitae corporis cujuscunque, quod secundum legem attractionis Newtonianam movetur, determinanda, formulae differentiales, ut notum, inserviunt hae

$$\frac{da}{dt} = k\mu\,\frac{2}{na}\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)$$

$$\frac{dc}{dt} = -k\mu\,\frac{2}{na}\left(\frac{d\Omega}{da}\right) - k\mu\,\frac{1-e^2}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)$$

$$\frac{dw}{dt} = k\mu\,\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right) - k\mu\,\frac{\cot g\, i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$$

$$\frac{de}{dt} = k\mu\,\frac{1-e^2}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{dc}\right) - k\mu\,\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{dw}\right)$$

*) V. Astr. Nachr. Nr. 166. p. 423 Aeqq. (2)

**) V. Untersuchung über die gegenseitigen Störungen des Jupiters und Saturns pag. 38.

***) Ibid. pag. 88.

*) Optandum esset, ut tabulae nostrae planetarum motum heliocentricum exhibentes loco reductionis longitudinis ad eclipticam et latitudinis supra idem planum reductionem longitudinis heliocentricae ad aequatorem mobilem et declinationem ab eodem plano continerent, hinc inde calculus ascensionis rectae et declinationis geocentricae ad modum contraheretur.

Digitized by Google

$$\frac{di}{dt} = k\mu \frac{\cot g\, i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right) - k\mu \frac{\operatorname{cosec} i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = k\mu \frac{\operatorname{cosec} i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$$

ubi planetae cujus motum consideramus designant:

a semiaxem majorem;

ae excentricitatem;

c anomaliam mediam in certo determinatoque tamquam epocham electo temporis momento;

ω angulum inter perihelium et nodum ascendentem orbitae cum plano coordinatarum xy fixo ceterum ad arbitrium in spatio sito;

i inclinationem plani orbitae ad idem planum;

θ longitudinem praedicti nodi ascendentis;

n motum medium sidereum unitate temporis t elapsum;

m massam;

k mensuram vis attractivae corporis primarii vel centralis, circa quod motus relativi per aequationes praecedentes investigabuntur.

Praeterea positum est

$$\mu = 1 + m$$

$$\Omega = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{xx' + yy' + zz'}{(x'^2 + y'^2 + z'^2)^{\frac{3}{2}}}\right) + \text{etc.}$$

ubi sunt:

$$\Delta^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

x, y, z coordinatae orthogoniae in spatio ad lubitum directae,

et quantitates, quibus tractus superne affixus est, ad corpus perturbans spectant.

2.

Denotantibus v longitudinem veram in orbita, f anomaliam veram et π longitudinem perihelii, habemus, quoties perturbationes non adsunt

$$v = f + \pi$$

habemus quoque

$$v = f + \omega + \theta$$

Quae aequationes formulis notis, quae computationi longitudinis latitudinisque geocentricae inserviunt, superstructae sunt. Ratione habita perturbationum, eaedem igitur aequationes valere debent, quare generaliter pono

$$\pi = \omega + \theta$$

Suppositio vero haec terminos illos per $\operatorname{tg} \frac{1}{2} i$ multiplicatos gignit. Jam ad eos tollendos accipio esse

$$\pi_1 = \omega + f\cos i\, d\theta$$

et porro

$$v_1 = f + \pi_1$$

unde prodit

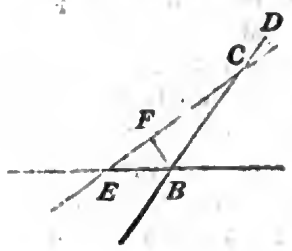
$$v = v_1 + f(1-\cos i)\, d\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Introductio quantitatis $f\cos i\, d\theta$ duobus modis diversis considerari potest. Supponere potes, quantitatem hanc introductam artificium analyticum esse, quod solutione problematis peracta eo se commendet, quod ad finem propositum revera perducat; significationem quoque geometricam ipsius v_1 facile invenies, et hinc inde quantitatis illius introductionem aptam judicabis, quo termini illi tollantur *).

---

*) Quantitas v certe longitudinem veram in orbita designat, sive perturbationes adsunt, sive non; nam v summam anomaliae verae et longitudinis perihelii semper denotat. Si perturbationes desunt, vel potius si per vires perturbantes planum ipsum orbitae non movetur, v est arcus, qui a puncto quodam fixo in eodem plano initium capit, sin planum orbitae in spatio movetur, de puncto fixo in eo sermo esse nequit, quare planum quoddam fixum eligi oportet, ut punctum in eo fixum detur, ad quod longitudines in orbita referantur. Quo in casu longitudo perihelii, itaque longitudo in orbita duobus arcubus in eodem plano non satis constat, sive, quod idem est, initium ducit a puncto in orbita mobili, quod ab intersectione orbitae cum plano fixo retrorsum tantum distat, quantum punctum fixum directione eadem ab eadem intersectione abest. Longitudo igitur vera in orbita ab inclinatione longitudineque nodi orbitae cum isto plano fixo pendet.

Jam sint in figura juxta posita AB planum fixum sive planum ipsarum xy; A punctum initiale longitudinum; CE planum orbitae tempore t; C corporis locus, tum longitudo vera in orbita est



$$v = CE + \theta \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

quia $AE = \theta$. Temporis momento infinite parvo dt elapso, corpus ad punctum D transgressum esse suppono, ita ut DB sit planum orbitae tempore $t + dt$. Jam nunc longitudo vera in orbita est

$$v + dv = DB + BA = DC + CB + BE + \theta$$

Demisso perpendiculo BF a puncto B in CE, obtinetur $EF = d\theta\cos i$ (quia $CEB = i$ atque $EB = d\theta$) et $CF = CB$, quoniam angulus ECB infinite parvus est. Hinc aequatio praecedens transit in hanc

$$v + dv = DC + CE - d\theta\cos i + d\theta + \theta$$

quae, subducta aequatione (2) praebet

$$dv = DC + (1-\cos i)\, d\theta$$

qua aequatione cum differentiali aequationis (1) comparata, evadit $DC = dv$,

Hinc sequitur, dv, angulum inter duos radios vectores ad tempora consequentiva t et $t + dt$ pertinentes interceptum denotare.

Digitized by Google

3.

Introducamus in aequationibus art. 1 quantitatem π, loco ω. Quem in finem habemus $d\pi, = d\omega + \cos i\, d\theta$, et hinc loco aequationis valorem ipsius $\frac{d\omega}{dt}$ exhibentis hanc

$$\frac{d\pi,}{dt} = k,\mu \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right).$$

Quantitas Ω hucusque pro functione ipsarum a, c, e, ω, i et θ habita est, nunc vero tamquam functio ipsarum $a, c, e, \pi,, i$ et θ considerari debet. Quem in finem ponimus,

$$d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right) d\omega + \left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) d\theta + \text{etc.}$$
$$= \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\pi,}\right)} d\pi, + \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)} d\theta + \text{etc.}$$

ex qua, substituta aequatione $d\pi, = d\omega + d\theta \cos i$ elicitur

$$\left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right) = \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\pi,}\right)}$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)} + \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\pi,}\right)} \cos i$$

ubi lineae superpositae functionem ipsarum $\pi,$ etc. indicent. Prodeunt igitur

$$\frac{de}{dt} = k,\mu \frac{1-e^2}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{dc}\right) - k,\mu \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{na^2e}\overline{\left(\frac{d\Omega}{d\pi,}\right)}$$
$$\frac{di}{dt} = -k,\mu \frac{\operatorname{cosec} i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)}$$

manentibus reliquis aequationibus art. 1 immutatis.

4.

Jam satis notum est, aequationibus pro elementis variabilibus suppositionem inhaerere, quod coordinatae sive perturbatae sive inperturbatae eadem forma gaudent, id est quod differentialia coordinatarum ita sumta, ut elementa sola variabilia spectentur, cifrae aequalia fiunt, si valores differentialium ex aequationibus art. 1, vel ex quibuscunque earum transformationibus desumti substituuntur. Licet proprietas haec de coordinatis a plano ipso orbitae independentibus proprie tantum valeat, tamen facile demonstrari potest, eam quoque pro quantitate ν, locum habere.

Sit s sinus latitudinis corporis supra planum ipsarum xy, tum habetur

$$s = \sin i \sin(\nu - \theta)$$

quae aequatio, introducta $\nu,$, in hanc abit

$$s = \sin i \sin(\nu, - \int \cos i\, d\theta)$$

Quum s ad planum fixum ab ipsa orbita independens referatur, certe differentiale ejus respectu elementorum evanescere debet. Sed denotato tali differentiali per praefixum signum Δ, obtinetur

$$\Delta s = 0 = \cos i \sin(\nu - \theta) di - \sin i \cos i \cos(\nu - \theta) d\theta + \sin i \cos(\nu - \theta) \Delta\nu,$$

atque hinc, substitutis pro di et $d\theta$ valoribus eorum ex artt. 1 et 3, elicitur

$$0 = -k,\mu \frac{\operatorname{cotg} i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left[\overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)} \sin(\nu-\theta) + \left(\frac{d\Omega}{di}\right) \sin i \cos(\nu-\theta)\right] dt + \sin i \cos(\nu-\theta)\Delta\nu,$$

Sed infra demonstrabitur esse

$$\overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)} = -\left(\frac{d\Omega}{di}\right) \operatorname{cotg}(\nu-\theta) \sin i$$

quare aequatio praecedens abit in

$$\Delta\nu, = 0$$

Q. E. D.

5.

Si jam accipimus, Φ ex elementis $a, c, e,$ et quantitate indeterminata τ ita compositam esse, ut anomalia vera iisdem elementis et tempore t constat, et si ponimus

$$\lambda, = \Phi + \pi,$$

methodus quam in dissertatione mea priori de hoc argumento exposui, ne particula quidem neglecta, ad easdem aequationes differentiales pro ζ et $l\rho$, quas ibidem dedi, deducit, id quod quisque, computatione facili peracta, comperiet. Quibus itaque aequationibus *) quantitas $\lambda,$ et proinde, mutato τ in t, quantitas $\nu,$ cum rigore geometrico datur, atque hinc ope aequationis (1) ad longitudinem veram in orbita pervenitur.

*) Sc. Astr. Nachr. Nr. 167 aeqq. (13) et (14) aut si mavis aeqq. (13) et (16).

6.

His ita absolutis, convertamus nos ad aequationes, per quas longitudo ad planum fixum reducta et latitudo supra idem planum supputandae sunt. Hae, secundum articulos praecedentes, sunt

$$s = \sin i \sin(\nu, - \int \cos i\, d\theta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3^a)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= -an \frac{\operatorname{cosec} i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\overline{\frac{d\Omega}{d\theta}}\right) \\ \frac{d\theta}{dt} &= an \frac{\operatorname{cosec} i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{di}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

(quoniam $a^3n^2 = k,\mu$) et illa

$$\operatorname{tg}(l-\theta) = \cos i \operatorname{tg}(\nu-\theta)$$

ubi l longitudinem reductam denotat. Quae aequatio facili opera in sequentem transformatur, ubi simul ν per $\nu,$ eliminata est,

Digitized by Google

$$\sin[l - f(1-\cos i)\,d\theta - \nu_1] = -tg^2\tfrac{1}{2}i \sin[l - f(1-\cos i)\,d\theta + \nu_1 - 2f\cos i\,d\theta]$$

Jam quantitates duas p et q in formulis introducam, quae ab i et θ tali modo pendeant

$$(4) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} p = \sin i \sin[f\cos i\,d\theta] \\ q = \sin i \cos[f\cos i\,d\theta] \end{cases}$$

Quae aequationes dant

$$tg^2\tfrac{1}{2}i = \frac{p^2+q^2}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2}$$

$$\sin[2f\cos i\,d\theta] = \frac{2pq}{p^2+q^2}, \quad \cos[2f\cos i\,d\theta] = \frac{q^2-p^2}{p^2+q^2}$$

quibus praecedentes abeunt in has

$$(5) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots s = q\sin\nu_1 - p\cos\nu_1$$

$$\sin[l - f(1-\cos i)\,d\theta - \nu_1] = \frac{2pq\cos[l - f(1-\cos i)\,d\theta + \nu_1] + (p^2-q^2)\sin[l - f(1-\cos i)\,d\theta + \nu_1]}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2}$$

quarum alteram in hanc facile transferre licet:

$$(6) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots l = \nu_1 + f(1-\cos i)\,d\theta + arc.tg\left[\frac{2pq\cos 2\nu_1 + (p^2-q^2)\sin 2\nu_1}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2 + 2pq\sin 2\nu_1 - (p^2-q^2)\cos 2\nu_1}\right]$$

Aequationes (4) differentiatae praebent

$$(7) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} dp = \cos i \sin[f\cos i\,d\theta]\,di + \sin i\cos i\cos[f\cos i\,d\theta]\,d\theta \\ dq = \cos i\cos[f\cos i\,d\theta]\,di - \sin i\cos i\sin[f\cos i\,d\theta]\,d\theta \end{cases}$$

e quibus eliminando elicitur

$$(8) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} di = \dfrac{\sin[f\cos i\,d\theta]}{\cos i}\,dp + \dfrac{\cos[f\cos i\,d\theta]}{\cos i}\,dq \\ d\theta = \dfrac{\cos[f\cos i\,d\theta]}{\sin i\cos i}\,dp - \dfrac{\sin[f\cos i\,d\theta]}{\sin i\cos i}\,dq \end{cases}$$

Spectata vero Ω tum tamquam functione ipsarum i et θ, tum tamquam functione ipsarum p et q, differentiale ipsius Ω in utraque forma exhibitum praebet adjumento aequationum praecedentium has

$$(9) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \left(\dfrac{d\Omega}{dp}\right) = \left(\dfrac{d\Omega}{di}\right)\dfrac{\sin[f\cos i\,d\theta]}{\cos i} + \left(\dfrac{d\Omega}{d\theta}\right)\dfrac{\cos[f\cos i\,d\theta]}{\sin i\cos i} \\ \left(\dfrac{d\Omega}{dq}\right) = \left(\dfrac{d\Omega}{di}\right)\dfrac{\cos[f\cos i\,d\theta]}{\cos i} - \left(\dfrac{d\Omega}{d\theta}\right)\dfrac{\sin[f\cos i\,d\theta]}{\sin i\cos i} \end{cases}$$

Si vero valores ipsarum $\frac{di}{dt}$ et $\frac{d\theta}{dt}$ ex (3) desumti in (7) substituuntur, obtinentur

$$\frac{dp}{dt} = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos i\cos[f\cos i\,d\theta]\left(\frac{d\Omega}{di}\right) - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\frac{\cos i}{\sin i}\sin[f\cos i\,d\theta]\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos i\sin[f\cos i\,d\theta]\left(\frac{d\Omega}{di}\right) - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\frac{\cos i}{\sin i}\cos[f\cos i\,d\theta]\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)$$

quae ope aequationum (9) transeunt in has

$$(10) \quad \ldots\ldots \begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = \dfrac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos^2 i\left(\dfrac{d\Omega}{dq}\right) \\ \dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos^2 i\left(\dfrac{d\Omega}{dp}\right) \end{cases}$$

7.

Aequationes (3*), (6) et (10), si factorem $\cos^2 i$ in (10) nec non terminum $f(1-\cos i)\,d\theta$ in (6) excipis, et aequationes illae quas antea adhibui ejusdem formae sunt. Effectus itaque terminorum per $tg\,\frac{1}{2}i$ multiplicatorum, quos neglexeram, ad quantitates $\cos^2 i$ at $f(1-\cos i)\,d\theta$ reductus est. Hinc sequitur, dummodo ad terminos in $f(1-\cos i)\,d\theta$ per tempus ipsum multiplicatos respiciatur, errorem qui committitur, dum termini hi negliguntur, ordinis tertii respectu virium perturbantium esse, quoties planum ipsarum xy ita eligebatur, ut cum plano orbitae quod temporis electae epochae respondet, congruat, et proinde reductio longitudinis et latitudinis ad eclipticam mobilem ope formularum trigonometricarum absque integrationibus perficitur. Facillime statim reperitur errorem a factore $\cos^2 i$ ortum ordinis tertii evadere, idem respectu $f(1-\cos i)\,d\theta$ sequenti modo demonstrabitur. Identica est aequatio haec

Digitized by Google

$$(1-\cos i)\,d\theta = \frac{\sin i}{1+\cos i}\,d\theta$$

quae ope alterius aequationis (8) et aequationum (4) abit in hanc

$$\int(1-\cos i)\,d\theta = \int \frac{q\,dp - p\,dq}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]\sqrt{(1-p^2-q^2)}}.$$

Si nunc accipitur planum fixum esse orbitam temporis epochae respondentem, constantes arbitrariae integratis aequationibus (10) adjiciendae, cifrae aequales sunt, et terminis periodicis neglectis poni potest

$$p = \alpha t + \beta t^2 + \ldots.$$
$$q = \alpha' t + \beta' t^2 + \ldots.$$

Quibus valoribus in aequatione praecedenti substitutis, invenitur

$$\int(1-\cos i)\,d\theta = \frac{\alpha'\beta - \alpha\beta'}{6}\,t^3 + \text{etc.}$$

quam tertii ordinis respectu massarum esse quisque videt.

8.

Quum vero adjumento formularum hic evolutarum absque accurationis detrimento planum fixum quodcunque eligere liceat, e re erit quotientes differentiales ipsius Ω, manente i arbitraria, evolvere. Quae etiam evolutio ad cognitionem terminorum in art. 10 theoriae meae Jovis atque Saturni omissorum perducet.

Priusquam evolutionem hanc aggredior, annoto, in casu ubi i arbitraria est, constantes integratis aequationibus (10) adjiciendas cifrae non aequari, sed valores eos ipsarum p et q iis attribuendos esse, qui subductis perturbationibus in temporis epocha locum habeant. Denotatis itaque pro hoc tempore inclinatione et longitudine nodi ascendentis orbitae cum plano fixo per (i) et (θ), nec non valore integralis $\int(1-\cos i)\,d\theta$ per c, habetur pro eodem tempore

$$\int \cos i\,d\theta = (\theta) - c$$

Si itaque accipies

$$(p) = \sin(i)\sin[(\theta)-c]$$
$$(q) = \sin(i)\cos[(\theta)-c]$$

constantes illae (p) et (q) sunt.

Ad $\left(\frac{d\Omega}{dp}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$ evolvendas quantitatem Ω tamquam functionem ipsarum ϖ, i, θ etc. exhibebo, quo fit ut coordinatis forma haec attribui possit

$$x' = r'\sin(\theta-\theta')\cos i'\sin u' + r'\cos(\theta-\theta')\cos u'$$
$$y' = r'\cos(\theta-\theta')\cos i'\sin u' - r'\sin(\theta-\theta')\cos u'$$
$$z' = r'\sin i'\sin u'$$
$$x = r\cos u$$
$$y = r\sin u\cos i$$
$$z = r\sin u\sin i$$

ubi r et r' radios vectores denotant, et

$$u = f + \varpi$$
$$u' = f' + \varpi'$$

sunt. Quibus coordinatarum valoribus in

$$\Delta^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

substitutis, evadit

$$\begin{aligned}\Delta^2 = r^2 + r'^2 &- 2rr'\cos(\theta'-\theta)\cos u'\cos u\\ &- 2rr'\cos(\theta'-\theta)\cos i\cos i'\sin u'\sin u\\ &+ 2rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i'\sin u'\cos u\\ &- 2rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i\cos u'\sin u\\ &- 2rr'\sin i\sin i'\sin u'\sin u\end{aligned}$$

e qua differentiando elicitur

$$\begin{aligned}\Delta\left(\frac{d\Delta}{di}\right) = &\ rr'\cos(\theta'-\theta)\sin i\cos i'\sin u'\sin u\\ &+ rr'\sin(\theta'-\theta)\sin i\cos u'\sin u\\ &- rr'\cos i\sin i'\sin u'\sin u\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\left(\frac{d\Delta}{d\theta}\right) = &- rr'\sin(\theta'-\theta)\cos u'\cos u\\ &- rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i\cos i'\sin u'\sin u\\ &- rr'\cos(\theta'-\theta)\cos i'\sin u'\cos u\\ &+ rr'\cos(\theta'-\theta)\cos i\cos u'\sin u\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\left(\frac{d\Delta}{d\varpi}\right) = &\ rr'\cos(\theta'-\theta)\cos u'\sin u\\ &- rr'\cos(\theta'-\theta)\cos i\cos i'\sin u'\cos u\\ &- rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i'\sin u'\sin u\\ &- rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i\cos u'\cos u\\ &- rr'\sin i\sin i'\sin u'\cos u\end{aligned}$$

Quum vero sit

$$xx' + yy' + zz' = \frac{r^2+r'^2}{2} - \tfrac{1}{2}\Delta^2$$

et

$$\Omega = \frac{m'}{\mu}\left[\frac{1}{\Delta} - \frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}\right]$$

e quotientibus differentialibus praecedentibus facile obtinentur hae

$$\left(\frac{d\Omega}{di}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)\left[\sin i'\cos i\sin u' - \cos(\theta'-\theta)\cos i'\sin i\sin u' - \sin(\theta'-\theta)\sin i\cos u'\right] rr'\sin u$$

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)\left[\begin{array}{l}\cos(\theta'-\theta)\cos i'\sin u' + \sin(\theta'-\theta)\cos u'\\ +\sin(\theta'-\theta)\cos i'\cos i\sin u'\,tg\,u - \cos(\theta'-\theta)\cos i\cos u'\,tg\,u\end{array}\right] rr'\cos u$$

$$\left(\frac{d\Omega}{d\varpi}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)\left[\begin{array}{l}\cos(\theta'-\theta)\cos i'\cos i\sin u' + \sin(\theta'-\theta)\cos i\cos u'\\ +\sin(\theta'-\theta)\cos i'\sin u'\,tg\,u - \cos(\theta'-\theta)\cos u'\,tg\,u + \sin i'\sin i\sin u'\end{array}\right] rr'\cos u$$

Digitized by Google

Sed ex art. 3 sequitur esse

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) - \cos i \left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right)$$

hinc, substitutis valoribus quotientium differentialium modo inventis, obtinetur

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = -U \sin i \cos(\nu - \theta)$$

ubi brevitatis caussa

$$U = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)[\sin i' \cos i \sin(\nu' - \theta') - \cos(\theta' - \theta)\cos i' \sin i \sin(\nu' - \theta') - \sin(\theta' - \theta)\sin i \cos(\nu' - \theta')]\, rr'$$

positum est, et loco u et u' valores earum $\nu - \theta$ et $\nu' - \theta'$ scripti sunt. Per eandem quantitatem U etiam $\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$ commode exprimi potest, et statim invenitur

$$\left(\frac{d\Omega}{di}\right) = U \sin(\nu - \theta)$$

Quae expressiones ante omnia aequationem hanc

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = -\left(\frac{d\Omega}{di}\right) \sin i \cot g(\nu - \theta)$$

praebent, qua jam in art. 4 usus sum. Substitutis vero his valoribus ipsarum $\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)$ in (9), evadunt

$$(11)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \left(\frac{d\Omega}{dp}\right) = -\frac{U}{\cos i}\cos[\nu - f(1-\cos i)\,d\theta] = -\frac{U}{\cos i}\cos\nu, \\ \left(\frac{d\Omega}{dq}\right) = \frac{U}{\cos i}\sin[\nu - f(1-\cos i)\,d\theta] = \frac{U}{\cos i}\sin\nu, \end{cases}$$

9.

Quantitas Ω et quotientes ejus differentiales adhuc consideratae sunt tamquam functiones ipsarum i, θ, i' et θ', sive quod idem est, tamquam functiones ipsarum p, q, p' et q', neque aliter considerari debuerunt. Ex re tamen erit, loco illarum quantitatum inclinationem reciprocam longitudinesque nodorum huic respondentes introducere. Licet statim quantitas Δ per has quantitates expressa adscribi possit, tamen rei accommodatissimum est, ut transformatio ab exordio perficiatur. Quem in finem definitiones sequentes notandae sunt. Nodus ascendens orbitae m' in orbita m est intersectio ea ambarum orbitarum, quam corpora, siquidem iis eadem longitudo semper attribuatur, transgressa erant, quoties latitudo corporis m' supra planum fixum latitudine ipsius m supra idem planum major (sensu algebraico) evasit. Longitudo nodi ascendentis orbitae m' in orbita m est arcus, qui ab intersectione modo definita proficiscens in orbitae m plano motu contrario sive retro ad punctum excurrit, quod a nodo ascendenti orbitae m in plano fixo retrorsum tantum abest, quantum punctum initiale longitudinum in plano fixo ab eodem nodo retrorsum distat; istius nodi longitudinem per Θ denotabo. Longitudo nodi descendentis orbitae m in orbita m' est arcus qui ex eadem intersectione ambarum orbitarum in plano orbitae m' regreditur ad punctum, quod a nodo ascendenti orbitae m' in plano fixo retrorsum tantum distat, quantum idem punctum initiale, de quo modo loquebar, ab eodem orbitae m' nodo in plano fixo retrorsum remotum est; istius nodi longitudinem per Θ, designabo. Praeterea sit inclinatio reciproca orbitarum per I denotata.

His praemissis, facile reperitur, in triangulo sphaerico ab ambabus orbitis et plano fixo formato esse latera $\Theta - \theta$, $\Theta, - \theta'$ et $\theta' - \theta$, angulosque iis resp. oppositos $180^\circ - i'$, i et I. Ex relationibus vero quas trigonometria sphaerica inter illas trianguli partes suppeditat, sequentes ad propositum meum maxime accommodatas affero.

$$\begin{aligned}
&(a)\ldots\ldots \sin I \sin(\Theta, - \theta') &&= \sin i \sin(\theta' - \theta) \\
&(b)\ldots\ldots \sin I \cos(\Theta, - \theta') &&= \cos i \sin i' - \sin i \cos i' \cos(\theta' - \theta) \\
&(c)\ldots\ldots \cos I &&= \cos i \cos i' + \sin i \sin i' \cos(\theta' - \theta) \\
&(d)\ldots\ldots \sin(\Theta - \theta)\sin i &&= \sin(\Theta, - \theta')\sin i' \\
&(e)\ldots\ldots \sin(\Theta - \theta)\cos i &&= \cos(\Theta, - \theta')\sin(\theta' - \theta) + \sin(\Theta, - \theta')\cos(\theta' - \theta)\cos i' \\
&(f)\ldots\ldots \cos(\Theta - \theta) &&= \cos(\Theta, - \theta')\cos(\theta' - \theta) - \sin(\Theta, - \theta')\sin(\theta' - \theta)\cos i' \\
&(g)\ldots\ldots \sin(\Theta - \theta)\cos I &&= \cos(\theta' - \theta)\sin(\Theta, - \theta) + \sin(\theta' - \theta)\cos(\Theta, - \theta')\cos i' \\
&(h)\ldots\ldots \cos(\Theta, - \theta') &&= \cos(\Theta - \theta)\cos(\theta' - \theta) + \sin(\Theta - \theta)\sin(\theta' - \theta)\cos i
\end{aligned}$$

Si nunc in expressione ipsum Δ^2 art. praec. loco u et u' valores earum hi $\nu - \theta$ et $(\nu' - \Theta,) + (\Theta, - \theta')$ substituuntur, atque sinus et cosinus alterius arcus secundum $\nu' - \Theta$, et $\Theta, - \theta'$ resolvuntur, statim prodit

Digitized by Google

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\nu' - \Theta_,) \begin{cases} \cos(\nu - \vartheta)\,[\cos(\Theta_, - \vartheta')\cos(\vartheta' - \vartheta) - \sin(\Theta_, - \vartheta')\sin(\vartheta' - \vartheta)\cos i'] \\ + \sin(\nu - \vartheta)\,[(\cos(\Theta_, - \vartheta')\sin(\vartheta' - \vartheta) + \sin(\Theta_, - \vartheta')\cos(\vartheta' - \vartheta)\cos i')\cos i + \sin(\Theta_, - \vartheta')\sin i'\sin i] \end{cases}$$
$$+ 2rr'\sin(\nu' - \Theta_,) \begin{cases} \cos(\nu - \vartheta)\,[\cos(\vartheta' - \vartheta)\sin(\Theta_, - \vartheta') + \sin(\vartheta' - \vartheta)\cos(\Theta_, - \vartheta')\cos i'] \\ - \sin(\nu - \vartheta)\,[\cos(\Theta_, - \vartheta')(\sin i'\sin i + \cos i'\cos i\cos(\vartheta' - \vartheta)) - \sin(\Theta_, - \vartheta')\sin(\vartheta' - \vartheta)\cos i] \end{cases}$$

Cujus expressionis termini, si coefficientem ipsius $\sin(\nu' - \Theta_,)\sin(\nu - \vartheta)$ excipis, ope relationum (d) usque ad (g) immediate contrahi possunt, hunc vero terminum sequenti modo ad formam simplicissimam redigere licet. Multiplicato $\sin(\Theta_, - \vartheta')\sin(\vartheta' - \vartheta)\cos i$ per $\cos^2 i' + \sin^2 i'$, terminus de quo loquor sic exprimi potest

$$\sin i'\,[\sin i\cos(\Theta_, - \vartheta') - \sin i'\sin(\Theta_, - \vartheta')\cdot\cos i\sin(\vartheta' - \vartheta)]$$
$$+ \cos i\cos i'\,[\cos(\Theta_, - \vartheta')\cos(\vartheta' - \vartheta) - \sin(\Theta_, - \vartheta')\sin(\vartheta' - \vartheta)\cos i']$$

quae expressio adjumento relationum (d) et (f) in hanc transit

$$\sin i\sin i'\,[\cos(\Theta_, - \vartheta') - \sin(\Theta - \vartheta)\sin(\vartheta' - \vartheta)\cos i]$$
$$+ \cos i\cos i'\cos(\Theta - \vartheta)$$

Ratione vero habita relationis (h), haec abit in

$$[\cos i\cos i' + \sin i\sin i'\cos(\vartheta' - \vartheta)]\cos(\Theta - \vartheta)$$

quae ope relationis (c) in formam simplicissimam immediate transmutatur.

Itaque, si relationes (c) usque ad (g) substitueris, quantitates i' et ϑ' eliminatae erunt, et i atque ϑ sua sponte evanescent. Unde nanciscemur

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\nu' - \Theta_,)\cos(\nu - \Theta) - 2rr'\cos I\sin(\nu' - \Theta_,)\sin(\nu - \Theta)$$

quae expressio a vulgari ipsius Δ^2 expressione eo tantum discrepat, quod $\Theta_,$ et Θ identicae non sunt. Quoties plana orbitarum in spatio non moventur, dissimilitudo haec nullam vim habet, quoties vero moventur res secus se habet, quia tum $\Theta_, - \Theta$ functio temporis est.

Jam habuimus aequationem hanc

$$\nu = \nu_, + f(1 - \cos i)\,d\vartheta$$

cui similis est haec, quae ad corpus perturbans pertinet

$$\nu' = \nu'_, + f(1 - \cos i')\,d\vartheta'$$

quibuscum ν et ν' in expressione praecedenti eliminare licet, unde obtinetur

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\nu'_, - \varphi_,)\cos(\nu_, - \varphi) - 2rr'\cos I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\sin(\nu_, - \varphi)$$

ubi brevitatis gratia

$$\varphi = \Theta - f(1 - \cos i)\,d\vartheta$$
$$\varphi_, = \Theta_, - f(1 - \cos i')\,d\vartheta'$$

scriptum est.

Resolvantur in valore ipsius U in art. praec. dato sinus et cosinus ipsius $\nu' - \vartheta'$ secundum $\nu' - \Theta_,$ et $\Theta_, - \vartheta'$, hinc evadit

$$U = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr' \begin{cases} \sin(\nu' - \Theta_,)\,[(\cos i\sin i' - \sin i\cos i'\cos(\vartheta' - \vartheta))\cos(\Theta_, - \vartheta') + \sin i\sin(\vartheta' - \vartheta)\sin(\Theta_, - \vartheta')] \\ \cos(\nu' - \Theta_,)\,[(\cos i\sin i' - \sin i\cos i'\cos(\vartheta' - \vartheta))\sin(\Theta_, - \vartheta') - \sin i\sin(\vartheta' - \vartheta)\cos(\Theta_, - \vartheta')] \end{cases}$$

quae ope relationum (a) et (b) una cum praecedentibus aequationibus statim transmutatur in

$$U = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin(\nu'_, - \varphi_,)\sin I$$

10.

Substitutis valoribus ipsarum $\left(\frac{d\Omega}{dp}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$ ex (11) in (10), ope expressionis praecedentis ipsius U obtinebitur

$$\frac{dp}{dt} = \frac{m'}{\mu}\frac{an}{\sqrt{(1 - e^2)}}\cos i\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\sin\nu_,$$
$$\frac{dq}{dt} = \frac{m'}{\mu}\frac{an}{\sqrt{(1 - e^2)}}\cos i\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\cos\nu_,$$

Quae aequationes, si factorem $\cos i$ et differentiam inter $\varphi_,$ et φ excipis, cum illis congruunt, quas in art. 10 theoriae meae Jovis atque Saturni, posito $i = 0$, inveni, termini igitur illic neglecti ad factorem hunc differentiamque hanc reducti sunt, nec in ullo casu effectum alium proferre possunt.

Adjumento valoris ipsius Δ^2 in art. praec. inventi facile reperiuntur hae

$$\left(\frac{d\Omega}{dI}\right) = -\frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\sin(\nu_, - \varphi)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\,[\cos(\nu'_, - \varphi_,)\sin(\nu_, - \varphi) - \cos I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\cos(\nu_, - \varphi)]$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\,[\sin(\nu'_, - \varphi_,)\cos(\nu_, - \varphi) - \cos I\cos(\nu'_, - \varphi_,)\sin(\nu_, - \varphi)]$$

Digitized by Google

Multiplicata prima harum aequationum per $-\cos\varphi$, secunda per $\operatorname{cotg} I \sin\varphi$, tertia per $\operatorname{cosec} I \sin\varphi$, additisque productis, invenitur

$$-\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\cos\varphi+\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\operatorname{cotg} I+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_1}\right)\operatorname{cosec} I\right]\sin\varphi = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3}-\frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(v_1'-\varphi_1)\sin v,$$

Multiplicata prima earundem per $\sin\varphi$, secunda per $\operatorname{cotg} I\cos\varphi$, tertia per $\operatorname{cosec} I\cos\varphi$, additisque productis, obtinetur

$$\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\sin\varphi+\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\operatorname{cotg} I+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_1}\right)\operatorname{cosec} I\right]\cos\varphi = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3}-\frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(v_1'-\varphi_1)\cos v,$$

aequationes igitur praecedentes ipsas $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$ praebentes fiunt

$$(12)\quad \begin{cases}\frac{dp}{dt} = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\cos\varphi-\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\operatorname{cotg} I+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_1}\right)\operatorname{cosec} I\right]\sin\varphi\right]\\ \frac{dq}{dt} = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\sin\varphi+\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\operatorname{cotg} I+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_1}\right)\operatorname{cosec} I\right]\cos\varphi\right]\end{cases}$$

11

Jam nunc quantitates duas P et Q in formulis introducam, quae his aequationibus determinandae sint

$$P = 2\sin\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)$$
$$Q = 2\sin\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)$$

Ex his aequationibus nanciscimur has

$$(13)\quad \begin{cases}dP = \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)\,dI+\sin\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)\,d.(\varphi_1+\varphi)\\ dQ = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)\,dI-\sin\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)\,d.(\varphi_1+\varphi)\end{cases}$$

nec non has

$$(14)\quad \begin{cases}dI = \frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}\,dP+\frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}\,dQ\\ d.(\varphi_1+\varphi) = \frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I}\,dP-\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I}\,dQ\end{cases}$$

Habita Ω tum pro functione ipsarum φ_1 et φ, tum pro functione ipsarum $\varphi_1+\varphi$, $\varphi_1-\varphi$, adipiscimur

$$\left(\frac{d\Omega}{d.(\varphi_1+\varphi)}\right) = \tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_1}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d.(\varphi_1-\varphi)}\right) = \tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_1}\right)-\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$$

Porro, habita Ω tum pro functione ipsarum I et $\varphi_1+\varphi$, tum pro functione ipsarum P et Q inveniuntur

$$(15)\quad \begin{cases}\left(\frac{d\Omega}{dI}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)+\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)\\ \left(\frac{d\Omega}{d\varphi_1}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right) = 2\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\sin\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)-2\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\sin\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)\end{cases}$$

atque

$$(16)\quad \begin{cases}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}+\tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_1}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I}\\ \left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}-\tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_1}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I}\end{cases}$$

Si perpendimus, esse $\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right) = -\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)$ quoniam Ω est functio ipsius $v_1-\varphi$, atque si aequationes praecedentes in (12) substituerimus, obtinebimus

$$(17)\quad \begin{cases}\frac{dp}{dt} = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I-\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)+\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_1-\varphi)\\ \qquad -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\cos\tfrac{1}{2}I+\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)+\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_1-\varphi)\\ \frac{dq}{dt} = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\cos\tfrac{1}{2}I+\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)+\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_1-\varphi)\\ \qquad -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I-\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dv_1}\right)+\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_1-\varphi)\end{cases}$$

12.

Quum punctum initiale longitudinum plane arbitrarium sit, ab uno quoque arcu arcum arbitrarium subtrahere licet. Quum vero Ω et quotientes ejus differentiales omnes, exceptis his $\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)$, a puncto illo initiali indepen-

Digitized by Google

dentes sint, nullum inde lucrum redundaret, si a longitudinibus quae in istis quantitatibus occurrunt, arcum quemdam subtraheremus. Si igitur hoc artificio uti volumus, reliquum est, ut arcus propositus ab arcubus in $\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)$ extra $\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)$ jacentibus nec non ab arcubus alias occurrentibus deducatur. Propositum est in formulis art. praec. arcum φ subtrahere, quo facto sunt

$$P = 2 \sin \tfrac{1}{2} I \sin \tfrac{1}{2} (\varphi, - \varphi)$$
$$Q = 2 \sin \tfrac{1}{2} I \cos \tfrac{1}{2} (\varphi, - \varphi)$$

atque aequationes (16) in has abeunt

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{d\Omega}{dP}\right) &= \left(\frac{d\Omega}{dI}\right) \frac{\sin \frac{1}{2}(\varphi, - \varphi)}{\cos \frac{1}{2} I} + \tfrac{1}{2} \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] \frac{\cos \frac{1}{2}(\varphi, - \varphi)}{\sin \frac{1}{2} I} \\ \left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) &= \left(\frac{d\Omega}{dI}\right) \frac{\cos \frac{1}{2}(\varphi, - \varphi)}{\cos \frac{1}{2} I} - \tfrac{1}{2} \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] \frac{\sin \frac{1}{2}(\varphi, - \varphi)}{\sin \frac{1}{2} I} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

quarum aequationum ope (17) transeunt in has

$$\left.\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= - \frac{an \cos i}{\sqrt{(1 - e^2)}} \left(\frac{d\Omega}{dI}\right) \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{an \cos i}{\sqrt{(1 - e^2)}} \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] \frac{1}{\sin I} + \frac{an \cos i}{\sqrt{(1 - e^2)}} \left(\frac{d\Omega}{d\nu,}\right) tg \tfrac{1}{2} I \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

Quum $\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)$ eadem quantitas sit, quam alibi per $\left(\frac{d\Omega}{d\Theta}\right)$ denotavi, aequationes (19), facto $i = 0$, cum iis, quas in theoriae meae Jovis atque Saturni pag. 42 inveneram, congruunt. Constantes vero integratis aequationibus praecedentibus adjiciendae, manifesto sunt

$$(p) = \sin (i) \sin [(\theta) - o - \varphi]$$
$$(q) = \sin (i) \cos [(\theta) - o - \varphi]$$

et sinus latitudinis hac aequatione datus est

$$s = q \sin (\nu, - \varphi) - p \cos (\nu, - \varphi)$$

Simili modo expressio pro l supra data transmutatur. Jam nunc subtrahatur arcus $\frac{1}{2}(\varphi, + \varphi)$ in aequationibus art. praec., hinc

$$P = 0$$
$$Q = 2 \sin \tfrac{1}{2} I$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dP}\right) = \tfrac{1}{2} \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] \frac{1}{\sin \frac{1}{2} I}$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dI}\right) \frac{1}{\cos \frac{1}{2} I}$$

ac si nunc differentialia ipsarum p et q, quo ab illis modo evolutis discernantur, lineis duabus includuntur, obtinemus

$$\left|\frac{dp}{dt}\right| = - \frac{an \cos i}{\sqrt{(1 - e^2)}} \left(\frac{d\Omega}{dI}\right) \cos \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) - \frac{an \cos i}{\sqrt{(1 - e^2)}} \left\{\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] \frac{1}{\sin I} + \left(\frac{d\Omega}{d\nu,}\right) tg \tfrac{1}{2} I\right\} \sin \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi)$$

$$\left|\frac{dq}{dt}\right| = \frac{an \cos i}{\sqrt{(1 - e^2)}} \left\{\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] \frac{1}{\sin I} + \left(\frac{d\Omega}{d\nu,}\right) tg \tfrac{1}{2} I\right\} \cos \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) - \frac{an \cos i}{\sqrt{(1 - e^2)}} \left(\frac{d\Omega}{dI}\right) \sin \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi)$$

Quibus aequationibus cum (19) comparatis, facile invenitur esse

$$(20) \quad \ldots \left\{\begin{aligned} \left|\frac{dp}{dt}\right| &= \frac{dp}{dt} \cos \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) - \frac{dq}{dt} \sin \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) \\ \left|\frac{dq}{dt}\right| &= \frac{dp}{dt} \sin \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) + \frac{dq}{dt} \cos \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) \end{aligned}\right.$$

nec non

$$(21) \quad \ldots \left\{\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \left|\frac{dp}{dt}\right| \cos \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) + \left|\frac{dq}{dt}\right| \sin \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) \\ \frac{dq}{dt} &= - \left|\frac{dp}{dt}\right| \sin \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) + \left|\frac{dq}{dt}\right| \cos \tfrac{1}{2}(\varphi, - \varphi) \end{aligned}\right.$$

Generaliter, designantibus $\left[\frac{dp}{dt}\right]$ et $\left[\frac{dq}{dt}\right]$ valores harum quantitatum, postquam in (17) arcus quidam α subtractus est, conservatisque signis his $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$ pro iis in quibus arcus φ subtractus erat, aequationes (19) et (17), vel potius, (19) et (12) facili computandi ratione praebent

$$\left.\begin{aligned} \left[\frac{dp}{dt}\right] &= \frac{dp}{dt} \cos (\varphi - \alpha) + \frac{dq}{dt} \sin (\varphi - \alpha) \\ \left[\frac{dq}{dt}\right] &= - \frac{dp}{dt} \sin (\varphi - \alpha) + \frac{dq}{dt} \cos (\varphi - \alpha) \end{aligned}\right\} \quad \ldots (22)$$

nec non

$$\left.\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \left[\frac{dp}{dt}\right] \cos (\varphi - \alpha) - \left[\frac{dq}{dt}\right] \sin (\varphi - \alpha) \\ \frac{dq}{dt} &= \left[\frac{dp}{dt}\right] \sin (\varphi - \alpha) + \left[\frac{dq}{dt}\right] \cos (\varphi - \alpha) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (23)$$

in his aequationibus jam praecedentes quasi casus specialis continentur.

Digitized by Google

13.

E re est, loco φ longitudinem nodi ascendentis orbitae m' in m eam, quae temporis epocha locum habuit, subtrahere. Qua longitudine per (Θ) denotata, habemus pro hoc tempore secundum artt. 8 et 9 $\varphi = (\Theta) - c$, in aequationibus itaque (22) poni debet $\alpha = (\Theta) = \varphi + c$, unde elicitur

$$(24)\ldots\ldots \begin{cases} \left[\frac{dp}{dt}\right] = \frac{dp}{dt}\cos c - \frac{dq}{dt}\sin c \\ \left[\frac{dq}{dt}\right] = \frac{dq}{dt}\cos c + \frac{dp}{dt}\sin c \end{cases}$$

Sed considerando c tamquam quantitatem primi ordinis respectu massarum, negligendoque in p et q terminos secundi ordinis, aequationes praecedentes praebent

$$\left[\frac{dp}{dt}\right] = \frac{dp}{dt}, \quad \left[\frac{dq}{dt}\right] = \frac{dq}{dt}$$

$$(25)\ldots\ldots i = \nu_{,} + \int \frac{q\,dp - p\,dq}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]\sqrt{(1-p^2-q^2)}} + \text{arc. tg.} \left[\frac{(p^2-q^2)\sin 2(\nu_{,}-(\Theta)) + 2pq\cos 2(\nu_{,}-(\Theta))}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2 - (p^2-q^2)\cos 2(\nu_{,}-(\Theta)) + 2pq\sin 2(\nu_{,}-(\Theta))}\right]$$

aequationes igitur (19) immutatae valent, quoties angulum (Θ) subtrahere propositum est, siquidem non nisi ad perturbationes primi ordinis respectu massarum respiciatur. Constantes vero arbitrariae post integrationem aequationibus (19) addendae in hoc casu valore mutantur, et in has abeunt

$$\left.\begin{aligned} (p) &= \sin(i)\sin[(\mathfrak{h}) - c - (\Theta)] \\ (q) &= \sin(i)\cos[(\mathfrak{h}) - c - (\Theta)] \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(24^*)$$

Nunc sinus latitudinis valorem hunc habet

$$s = q\sin(\nu_{,} - (\Theta)) - p\cos(\nu_{,} - (\Theta))$$

et expressio (6) longitudinem reductam exhibens, si praeterea valor integralis $\int(1-\cos i)\,d\mathfrak{h}$ ex art. 7 substituitur, abit in

14.

Ante omnia perscrutandum est, quomodo valores ipsarum P, Q et $\varphi_{,} - \varphi$, si ad earum perturbationes respicitur, compositi sunt. Quem in finem expressiones ipsarum dI, $d\varphi$, et $d\varphi$ investigandae sunt. Praeter relationes ad triangulum inter planum fixum et ambas orbitas spectantes, quae in art. 9 allatae sunt, sequentes appono

$$(i)\ldots\sin I\sin(\Theta - \mathfrak{h}) = \sin i''\sin(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h})$$
$$(k)\ldots\sin I\cos(\Theta - \mathfrak{h}) = -\cos i''\sin i + \sin i''\cos i\cos(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h})$$
$$(l)\ldots\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\cos i'' = -\cos(\Theta - \mathfrak{h})\sin(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h}) + \sin(\Theta - \mathfrak{h})\cos(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h})\cos i$$
$$(m)\ldots\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\cos I = \sin(\Theta - \mathfrak{h})\cos(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h}) - \cos(\Theta - \mathfrak{h})\sin(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h})\cos i$$
$$(n)\ldots\ldots\ldots\ldots\cos i'' = \cos I\cos i - \sin I\sin i\cos(\Theta - \mathfrak{h})$$
$$(o)\ldots\ldots\ldots\ldots\cos i = \cos I\cos i'' + \sin I\sin i''\cos(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')$$

Jam, differentiata relatione (c) art. 9, ope relationum (a) (b) et (k) statim prodit

$$dI = \cos(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,di'' - \cos(\Theta - \mathfrak{h})\,di + \sin i''\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,d\mathfrak{h}' - \sin i\sin(\Theta - \mathfrak{h})\,d\mathfrak{h}$$

Differentiata vero relatione (h), ope (l), (m) et (a) nanciscimur

$$d\Theta_{,} - d\mathfrak{h}' = \cos I(d\Theta - d\mathfrak{h}) - \cos i''(d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h}) + \sin I\sin(\Theta - \mathfrak{h})di.$$

Eodem modo relatio (f) una cum (e), (g) et (i) praebet

$$d\Theta - d\mathfrak{h} = \cos I(d\Theta_{,} - d\mathfrak{h}') + \cos i(d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h}) - \sin I\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')di''.$$

Ex his duabus aequationibus facili opera evadunt hae

$$d\Theta_{,} + d\Theta - d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h} = \frac{\cos i - \cos i''}{1-\cos I}(d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h}) - \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,di'' + \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin(\Theta - \mathfrak{h})\,di$$

$$d\Theta_{,} - d\Theta - d\mathfrak{h}' + d\mathfrak{h} = -\frac{\cos i + \cos i''}{1+\cos I}(d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h}) + \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,di'' + \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin(\Theta - \mathfrak{h})\,di$$

Subtitutis his aequationibus in

$$d(\varphi_{,} + \varphi) = d\Theta_{,} + d\Theta - d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h} + \cos i''\,d\mathfrak{h}' + \cos i\,d\mathfrak{h}$$
$$d(\varphi_{,} - \varphi) = d\Theta_{,} - d\Theta - d\mathfrak{h}' + d\mathfrak{h} + \cos i''\,d\mathfrak{h}' - \cos i\,d\mathfrak{h}$$

adjumento relationum (n) et (o), inveniuntur

$$d(\varphi_{,} + \varphi) = \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin i''\cos(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')d\mathfrak{h}' - \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')di'' - \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin i\cos(\Theta - \mathfrak{h})d\mathfrak{h} + \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin(\Theta - \mathfrak{h})\,di$$

$$d(\varphi_{,} - \varphi) = \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin i''\cos(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')d\mathfrak{h}' - \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')di'' + \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin i\cos(\Theta - \mathfrak{h})d\mathfrak{h} - \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin(\Theta - \mathfrak{h})\,di$$

Quibus in aequationibus nec non in illa pro dI quantitates dp et dq loco di et $d\mathfrak{h}$, atque dp' et dq', quae illis analogae ad corpus perturbans spectant, loco di'' et $d\mathfrak{h}'$ introducendae sunt, id quod fit per aequationes (8). Hinc nanciscimur has

$$dI = \sin\Phi_{,}\frac{dp'}{\cos i''} + \cos\Phi_{,}\frac{dq'}{\cos i''} - \sin\Phi\,\frac{dp}{\cos i} - \cos\Phi\,\frac{dq}{\cos i}$$

$$d(\Phi_{,} + \Phi) = \frac{1+\cos I}{\sin I}\cos\Phi_{,}\frac{dp'}{\cos i''} - \frac{1+\cos I}{\sin I}\sin\Phi_{,}\frac{dq'}{\cos i''} - \frac{1+\cos I}{\sin I}\cos\Phi\,\frac{dp}{\cos i} + \frac{1+\cos I}{\sin I}\sin\Phi\,\frac{dq}{\cos i}$$

Digitized by Google

$$d(\varphi,-\varphi) = \frac{\sin I}{1+\cos I}\cos\varphi,\frac{dp'}{\cos i'} - \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin\varphi,\frac{dq'}{\cos i'} + \frac{\sin I}{1+\cos I}\cos\varphi\,\frac{dp}{\cos i} - \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin\varphi\,\frac{dq}{\cos i}$$

e quibus ope (13) dP et dQ brevi calculo tales evadunt

$$dP = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{dp'}{\cos i'} - \frac{dp}{\cos i}\right\} - \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{dq'}{\cos i'} + \frac{dq}{\cos i}\right\}$$

$$dQ = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{dq'}{\cos i'} - \frac{dq}{\cos i}\right\} + \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{dp'}{\cos i'} + \frac{dp}{\cos i}\right\}$$

Quae aequationes nec non illa pro $d(\varphi,-\varphi)$, si valores ipsarum dp et dq ex (17) atque valores ipsarum dp' et dq' ex aequationibus ad corpus perturbans spectantibus et ipsis (17) analogis desumti substituti fuerint, per integrationem ipsas P, Q, et $\varphi,-\varphi$ praebebunt, quae tum computationi perturbationum secundi altiorumque ordinum longitudinis, latitudinis et radii vectoris inservire poterunt. Sed quoties nonnisi perturbationes secundi ordinis harum coordinatarum computandae sunt, in P, Q, et $\varphi,-\varphi$ termini primi ordinis tantum requiruntur, itaque sufficit, ut loco dp', dp, dq' et dq integralia earum terminos primi ordinis tantum continentia, omissis constantibus arbitrariis, substituantur, quo statim valores debiti ipsarum P, Q et $\varphi,-\varphi$, quos δP, δQ et $\delta(\varphi,-\varphi)$ denotabo, ex aequationibus praecedentibus evadant. Jam supponendo, in computatis $\delta p'$, δp, $\delta q'$ et δq arcum $\frac{1}{2}(\varphi,+\varphi)$ subductum esse, valores ipsarum δP, δQ et $\delta(\varphi,-\varphi)$ ope praecedentium aequationum supputandi ita se habent

$$\delta P = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{|\delta p'|}{\cos i'} - \frac{|\delta p|}{\cos i}\right\} - \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{|\delta q'|}{\cos i'} + \frac{|\delta q|}{\cos i}\right\}$$

$$\delta Q = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{|\delta q'|}{\cos i'} - \frac{|\delta q|}{\cos i}\right\} + \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{|\delta p'|}{\cos i'} + \frac{|\delta p|}{\cos i}\right\}$$

$$\delta(\varphi,-\varphi) = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{|\delta p'|}{\cos i'} + \frac{|\delta p|}{\cos i}\right\} - \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)\left\{\frac{|\delta q'|}{\cos i'} - \frac{|\delta q|}{\cos i}\right\}$$

Quum vero, ut art. 12 docet, manifestum sit, per subtractionem arcus φ, vel, id quod in perturbationibus primi ordinis idem est, per subtractionem arcus (Θ) evasisse formulas simplicissimas pro computandis p et q: suppono id revera factum esse. Eadem ratione in computatis p' et q' accipio longitudinem nodi ascendentis orbitae m in m', hoc est $180°+(\Theta,)$, vel $180°+\varphi$, subductam, sive $\delta p'$ et $\delta q'$ ope formularum ipsis (19) plane analogarum computatas esse. Quocirca necesse est, hae quantitates loco $|\delta p|$, $|\delta q|$, $|\delta p'|$ et $|\delta q'|$ in aequationes praecedentes introducantur.

Ut $|\delta p|$ et $|\delta q|$ eliminentur jam inserviunt aequationes (20), $|\delta p'|$ vero et $|\delta q'|$ per aequationes (22) invenientur, si in his arcus φ' sive $180°+\varphi$, loco φ, arcus $\frac{1}{2}(\varphi,+\varphi)$ loco α et $\delta p'$ atque $\delta q'$ resp. loco $\frac{dp}{dt}$ atque $\frac{dq}{dt}$ substituti fuerint. Quo facto evadunt

$$|\delta p'| = -\delta p'\cos\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi) - \delta q'\sin\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)$$
$$|\delta q'| = \delta p'\sin\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi) - \delta q'\cos\tfrac{1}{2}(\varphi,-\varphi)$$

Quarum aequationum atque (20) ope expressiones supra datae transeunt in simplicissimas has

$$\left.\begin{aligned}\delta P &= -\cos\tfrac{1}{2}I\left\{\frac{\delta p'}{\cos i'} + \frac{\delta p}{\cos i}\right\}\\ \delta Q &= -\cos\tfrac{1}{2}I\left\{\frac{\delta q'}{\cos i'} + \frac{\delta q}{\cos i}\right\}\\ \delta(\varphi,-\varphi) &= -\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}I\left\{\frac{\delta p'}{\cos i'} - \frac{\delta p}{\cos i}\right\}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots(26)$$

quae terminos primi ordinis respectu massarum omnes qui in P, Q et $\varphi,-\varphi$ existunt, continent. Licet e deductione modo peracta significatio signorum in his aequationibus adhibitorum lectori jam patest, tamen breviter repeto, δp et δq nec non, mutatis mutandis $\delta p'$ et $\delta q'$ esse integralia aequationum (19) sine constantibus arbitrariis, atque, his substitutis, δP, δQ et $\delta(\varphi,-\varphi)$ ita considerandas esse, ac si arcus $\frac{1}{2}(\varphi,+\varphi)$ subtractus esset. Non dubium est, quin expressiones hae omnium simplicissimae sint. Praeterea conveniunt cum illis quibus in theoria Jovis et Saturni usus sum, (quoniam $\frac{\delta p'}{\cos i'}$, $\frac{\delta p}{\cos i}$ etc. eaedem sunt, quas illic p', p etc. denotaveram) termini igitur primi ordinis respectu massarum in δP et δQ, l. c. pag. 88 neglecti, hoc loco ad factorem $\cos\frac{1}{2}I$ reducti sunt; attamen quantitas $\delta(\varphi,-\varphi)$ illic plane neglecta est.

Digitized by Google

15.

Computandis perturbationibus secundi ordinis respectu massarum in longitudine atque in radio vectore quantitas T, quam in theoria Jovis atque Saturni definivi, inservit. Quae quantitas considerari debet tanquam functio ipsarum $\lambda_{,}$, $\nu_{,}$, $\nu'_{,}$ etc. ρ, r, r' etc. P, Q, $\varphi_{,}-\varphi$ etc. *); quantitates vero $\lambda_{,}$ et ρ functiones sunt ipsarum $n\zeta$ et $l\rho$; $\nu_{,}$ et r ipsarum ns et lr; $\nu'_{,}$ et r' ipsarum $n's'$ et lr' et sic porro. Quum vero $\lambda_{,}$, $\nu_{,}$, $\nu'_{,}$, etc. cum illis loco citato λ, ν, ν', etc. denotatis plane congruant, eam tantum ipsius T partem, quae ex P, Q et $\varphi_{,}-\varphi$ nascitur hoc loco evolvam, nec ad partem eam quam reliquae quantitates praebent respiciam, quippe quae in theoria Jovis atque Saturni jam accurate evoluta sit. Habemus itaque

$$\delta T = \left(\frac{dT}{dP}\right)\delta P + \left(\frac{dT}{dQ}\right)\delta Q + \left(\frac{dT}{d(\varphi_{,}-\varphi)}\right)\delta(\varphi_{,}-\varphi)$$

De computandis $\left(\frac{dT}{dP}\right)$ et $\left(\frac{dT}{dQ}\right)$ omnia valent, quae in libro saepe memorato attuli, dummodo quotientes differentiales ipsius Ω, a quibus pendent, ita computentur, ut formulae hoc loco evolutae postulant, et idem valet de computanda $\left(\frac{dT}{d(\varphi_{,}-\varphi)}\right)$. Quum in δP, δQ et $\delta(\varphi_{,}-\varphi)$ ex aequationibus (26) depromendis arcus $\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)$ subtractus sit, idem in quotientibus differentialibus ipsius Ω quibus hic utemur subtrahi debet. Fit igitur per aequationes (16)

$$\left(\frac{d\Omega}{dP}\right) = \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}$$

nec non

$$r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,dP}\right) = \left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) + r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}$$

$$r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,dQ}\right) = r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,dI}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}$$

quae computationi ipsarum $\left(\frac{dT}{dP}\right)$ et $\left(\frac{dT}{dQ}\right)$ inserviunt, ut l.c. sub oculos cadit. Ad computationem ipsius $\left(\frac{dT}{d(\varphi_{,}-\varphi)}\right)$ quantitatibus $\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$..... atque $\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) - r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right]$ utemur, quae sequenti modo obtinebuntur. Quum sit $\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right) = -\left(\frac{d\Omega}{d\nu_{,}}\right)$, erit

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)$$

ubi S eandem quantitatem denotat, qua alibi in theoria perturbationum usus sum. Hinc statim prodit

$$\tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] + \left(\frac{dS}{dt}\right)\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{an}$$

Porro, e quantitate in libro saepe memorato V appellata evadit $r\frac{d^2S}{dr\,dt}$, mutato τ in t. Sed e praecedentibus habetur

$$r\frac{d^2S}{dr\,dt} = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)$$

erit igitur

$$\tfrac{1}{2}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) - r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) + r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right] + \overline{\mathrm{V}}\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{an}$$

ubi linea ipsi V superposita indicat, τ in t mutandum esse. Quantitates $\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$ et $\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right)+r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right]$, quae ceteroquin usurpantur, eaedem sunt, quas alibi $\left(\frac{d\Omega}{d\Theta}\right)$ et $r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\Theta}\right)$ denotavi, ut per art. 10 facile probatur.

Praeterea quantitates illae sequenti modo exhiberi possunt. Altera aequatio (19) facile probat esse

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] = \frac{\sin I}{\cos i}\frac{dq}{dt} + \frac{dS}{dt}(1+\cos I)$$

et simili modo

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) - r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right] = \frac{\sin I}{\cos i}r\frac{d^2q}{dr\,dt} + \overline{\mathrm{V}}(1+\cos I)$$

Quae aequationes probant, approximative poni posse, quoties I parvus est

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] = 2\frac{dS}{dt} = 2\overline{\mathrm{T}}$$

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) - r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right] = 2\overline{\mathrm{V}}$$

sc. quia $\frac{dS}{dt} = \overline{\mathrm{T}}$. Jam ad $\left(\frac{dT}{d(\varphi_{,}-\varphi)}\right)$ obtinendam

*) Hoc etc. signum ad quantitates ipsis P, Q, et $\varphi_{,}-\varphi$ analogas referendum est, quae aderunt quoties plura corpora perturbantia existunt.

Digitized by Google

ponatur in formulis quae in theoria Jovis atque Saturni datae ipsam V praebent, $\frac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$ et..... $\frac{1}{2}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_,}\right) - r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right]$ resp. loco $r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$ et... $\left[r^2\left(\frac{d^2\Omega}{dr^2}\right) + r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right]$.

Facili calculo instituto reperi hos terminos in motu Jovis atque Saturni nullam vim habere.

16.

Quum in ipsarum p et q perturbationibus secundi ordinis respectu massarum termini ab ipsis ns, $n's'....lr$, $lr'....$ orientes iidem sint, quos in libro saepe memorato determinavi, hoc loco non nisi terminos quos P, Q et $\varphi_,-\varphi$ subministrant, considerabo.

Positis aequationibus his

$$\frac{dp_,}{dt} = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I - \left[\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right) - \frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}$$

$$\frac{dq_,}{dt} = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\cos\tfrac{1}{2}I + \left[\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right) - \frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}$$

ex (17) inveniuntur hae

$$\frac{dp}{dt} = \left\{\frac{dp_,}{dt} + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{P\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) - \left\{\frac{dq_,}{dt} + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{Q\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)$$

$$\frac{dq}{dt} = \left\{\frac{dq_,}{dt} + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{Q\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) + \left\{\frac{dp_,}{dt} + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{P\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)$$

Si in his aequationibus quantitatibus P, Q, $\varphi_,-\varphi$ et i resp. incrementa haec δP, δQ, $\delta(\varphi_,-\varphi)$ et δi attribuuntur facile eliciuntur, quae perturbationes secundi ordinis praebent, aequationes hae

$$\left|\frac{dp}{dt}\right| = \left(A\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) - B\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\delta P + \left(C\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) - D\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\delta Q + \left(E\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) - F\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\delta(\varphi_,-\varphi) + \left(\frac{P\cos i}{2\cos\frac{1}{2}I}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) - \frac{Q\cos i}{2\cos\frac{1}{2}I}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\frac{d\overset{2}{S}}{dt} - \left(\frac{d\overset{1}{p}}{dt}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) - \frac{d\overset{1}{q}}{dt}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i}$$

$$\left|\frac{dq}{dt}\right| = \left(B\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) + A\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\delta P + \left(D\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) + C\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\delta Q + \left(F\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) + E\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\delta(\varphi_,-\varphi) + \left(\frac{Q\cos i}{2\cos\frac{1}{2}I}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) + \frac{P\cos i}{2\cos\frac{1}{2}I}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\frac{d\overset{2}{S}}{dt} - \left(\frac{d\overset{1}{q}}{dt}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) + \frac{d\overset{1}{p}}{dt}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i}$$

ubi brevitatis caussa

$$A = \left(\frac{d^2p_,}{dP\,dt}\right) + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{d\cdot\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}}{dP}\cos i$$

$$B = \left(\frac{d^2q_,}{dP\,dt}\right) + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{d\cdot\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}}{dP}\cos i$$

$$C = \left(\frac{d^2p_,}{dQ\,dt}\right) + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{d\cdot\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}}{dQ}\cos i$$

$$D = \left(\frac{d^2q_,}{dQ\,dt}\right) + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{d\cdot\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}}{dQ}\cos i$$

$$E = \left(\frac{d^2p_,}{d(\varphi_,-\varphi)\,dt}\right) - \tfrac{1}{2}\frac{d\overset{1}{q}_,}{dt} - \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{Q\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}$$

$$F = \left(\frac{d^2q_,}{d(\varphi_,-\varphi)\,dt}\right) + \tfrac{1}{2}\frac{d\overset{1}{p}_,}{dt} + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{P\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}$$

posui, et $\overset{1}{p}$ atque $\overset{1}{q}$ terminos primi ordinis in p atque q, nec non $\overset{2}{S}$ terminos secundi ordinis in S denotant. Quum in harum aequationum coefficientibus ubique valores ii quantitatum quas involvunt substitui debeant, qui pro temporis epocha locum habeant, per aequationes (21) statim a $\left|\frac{dp}{dt}\right|$ et $\left|\frac{dq}{dt}\right|$ ad $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$ ubi arcus φ subtractus est transgredi licet. Hoc modo evadunt simpliciores hae

$$\frac{dp}{dt} = A\delta P + C\delta Q + E\delta(\varphi_,-\varphi) - \frac{d\overset{1}{p}}{dt}\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i}$$

$$\frac{dq}{dt} = B\delta P + D\delta Q + F\delta(\varphi_,-\varphi) - \frac{d\overset{1}{q}}{dt}\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i} + \frac{d\overset{2}{S}}{dt}\cdot tg\tfrac{1}{2}I\cos i$$

Sed in art. 13 in supputandis perturbationibus primi ordinis ipsarum p et q supposui arcum (Θ) loco φ subductum esse, quare necesse est, hoc loco idem subtrahatur. Evidens vero est, hac transmutatione expressiones praecedentes non

Digitized by Google

mutari, quoties c est quantitas primi ordinis, terminique tertii altiorumque ordinum negliguntur. At aequationes (24) duos continent terminos secundi ordinis, nempe $-\frac{dq}{dt}c$ et $\frac{dp}{dt}c$, quas omittere hoc loco non licet. Quibus ad expressiones praecedentes additis, aequationes hae

$$(27)\ldots\ldots\begin{cases}\frac{dP}{dt} = A\delta P + C\delta Q + E\delta(\varphi,-\varphi) - \frac{dp}{dt}\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i} - \frac{dq}{dt}c \\ \frac{dq}{dt} = B\delta P + D\delta Q + F\delta(\varphi,-\varphi) - \frac{dq}{dt}\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i} + \frac{dp}{dt}c + \frac{dS}{dt}\,tg\tfrac{1}{2}I\cos i\end{cases}$$

perturbationes secundi ordinis omnes continent. Termini primi ordinis, ut jam dixi, ope (19) computentur, nec non et constantes integralibus addendae, et s, et l ope formularum earundem obtinentur, quas in fine art. 13 dedi.

17.

Ad evolvendos coefficientes A, B etc. aequationes (14) subtracto $\frac{1}{2}(\varphi,+\varphi)$, praebent

$$\frac{dI}{dP} = 0,\quad \frac{dI}{dQ} = \frac{1}{\cos\frac{1}{2}I},\quad \frac{d(\varphi,+\varphi)}{dP} = \frac{1}{\sin\frac{1}{2}I},\quad \frac{d(\varphi,+\varphi)}{dQ} = 0$$

itaque

$$d.\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I} = \frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}\frac{dP}{dP},\quad d.\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I} = 0,\quad d.\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I} = 0,\quad d.\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I} = \frac{1}{\cos^2\frac{1}{2}I}$$

Si jam differentiationes in expressionibus ipsarum A, B, etc. art. praec. indicatae perficiuntur, evadunt

$$A = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)tg\tfrac{1}{2}I\right\} + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\cdot\frac{\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}$$

$$B = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dQ^2}\right)\cos\tfrac{1}{2}I - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)tg\tfrac{1}{2}I\right\}$$

$$C = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dI^2}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)tg\tfrac{1}{2}I\right\}$$

$$D = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,dQ}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I} + \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\frac{tg\frac{1}{2}I}{\cos^2\frac{1}{2}I}\right\} + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\cdot\frac{\cos i}{\cos^2\frac{1}{2}I}$$

$$E = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dQ\,d(\varphi,-\varphi)}\right)\cos\tfrac{1}{2}I + \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}\right\} - \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\cdot tg\tfrac{1}{2}I\cos i$$

$$F = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,d(\varphi,-\varphi)}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I\right\}$$

ubi in quotientibus differentialibus arcus $\frac{1}{2}(\varphi,+\varphi)$ subtrahendus est. Sub hac vero conditione aequationes (16) differentiatae praebent

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dP^2}\right) = \left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\varphi,^2}\right) + 2\left(\frac{d^2\Omega}{d\varphi,\,d\Phi}\right) + \left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]\frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}I} + \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,dQ}\right) = \left[\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\varphi,}\right) + \left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I} - \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\Phi}\right)\right]\frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dQ^2}\right) = \left(\frac{d^2\Omega}{dI^2}\right)\frac{1}{\cos^2\frac{1}{2}I} + \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{\sin\frac{1}{2}I}{2\cos^3\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,d(\varphi,-\varphi)}\right) = \left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\varphi,^2}\right) - \left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]\frac{1}{4\sin\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dQ\,d(\varphi,-\varphi)}\right) = \left[\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\varphi,}\right) - \left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)\right]\frac{1}{2\cos\frac{1}{2}I}$$

Porro habetur

$$\left(\frac{d\Omega}{dP}\right) = \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\Phi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}$$

Digitized by Google

Quibus substitutis obtinentur

$$A = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}-\left[\left(\frac{d\Omega}{d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\Phi}\right)\right]\frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}\right\}+\frac{1}{4}\left(\frac{dS}{dt}\right)\frac{\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}$$

$$B = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)+2\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,\,d\Phi}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]\frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}+\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}\right\}$$

$$C = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d^2\Omega}{dI^2}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}$$

$$D = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I\cos^2\frac{1}{2}I}-\left[\left(\frac{d\Omega}{d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\Phi}\right)\right]\frac{\cos I}{4\sin^3\frac{1}{2}I\cos^3\frac{1}{2}I}\right\}+\frac{1}{4}\left(\frac{dS}{dt}\right)\frac{\cos i}{\cos^3\frac{1}{2}I}$$

$$E = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,dI}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi\,dI}\right)\right]+\left[\left(\frac{d\Omega}{d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\Phi}\right)\right]\frac{1}{4\sin\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}\right\}-\frac{1}{4}\left(\frac{dS}{dt}\right)tg\,\frac{1}{2}I\cos i$$

$$F = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]\frac{1}{4\sin\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}-\frac{1}{4}\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\right\}$$

Hoc loco $\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)+2\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,d\Phi}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)$ et $\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)$ eaedem quantitates sunt, quas alibi per $\left(\frac{d^2\Omega}{d\Theta^2}\right)$ et $\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Theta}\right)$ denotavi. Quantitates vero $\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)$ et $\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi_,}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)$ simili modo computari possunt, ut quantitates analogae art. 15. Nempe habetur

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)+2\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,d\Phi}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]+4\left(\frac{\overline{dT}}{dP}\right)\sin\frac{1}{2}I$$

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,dI}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi\,dI}\right)\right]=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,dI}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi\,dI}\right)\right]+2\left(\frac{\overline{dT}}{dQ}\right)\cos\frac{1}{2}I$$

ubi, ut anta, linea superscripta significat, τ in t mutandum esse. Ceterum formulas praecedentes accurate inspicientem non fugiet, quantitatem $\Phi_,-\Phi$ in p et q terminos proferre non posse, quin saltem per tertiam potestatem inclinationis reciprocae multiplicati sint.

Restat ut δi evolvatur. Quum ad computandas perturbationes secundi ordinis in p et q non nisi termini primi ordinis ipsius δi requirantur, prior aequatio (8), substitutis integralibus aequationum (19) loco dp et dq, omissisque constantibus arbitrariis, valorem quaesitum praebet. Habemus igitur

$$\delta i = \sin[(\vartheta)-c-(\Theta)]\frac{\delta p}{\cos i}+\cos[(\vartheta)-c-(\Theta)]\frac{\delta q}{\cos i}$$

siva

$$\sin i\,\delta i = (p)\frac{\delta p}{\cos i}+(q)\frac{\delta q}{\cos i}$$

ubi, rejectis terminis secundi ordinis, poni potest

$$(p) = \sin(i)\sin[(\vartheta)-(\Theta)]$$
$$(q) = \sin(i)\cos[(\vartheta)-(\Theta)]$$

Quos terminos in theoria Jovis atque Saturni alio modo in calculum vocavi, sed methodus hic proposita illa simplicior videtur.

18.

In praecedentibus longitudines latitudinesque ad planum quodvis fixum sunt relatae, reliquum igitur est, ut ostendatur quomodo ad planum mobile referri possint.

Longitudo perihelii, quae ipsi ν inest, longitudo nodi et inclinatio orbitae per integrationem aequationum differentialium exhibitarum ita exprimuntur, ut functiones temporis et valorum illorum sint, quos accipiunt quoties vires perturbantes evanescunt, sive, quod hoc loco idem est, quoties $t = 0$ est. Jam casus duos distinguere possumus. Aut animo concipi potest, valores hos, puta (π), (ϑ) et (i) immediate dari, aut per longitudinem nodi ϑ_0 et inclinationem i_0 plani fixi ad aliud planum exprimi. De casu priore nil dicendum est, casus vero alter ad solutionem problematis propositi perducet. Quo in casu orbita corporis perturbati ad planum refertur, cujus inclinatio ad tertium quoddam planum i_0 est, et cujus nodus ascendens in hoc longitudinem θ_0 habet. Tum itaque habetur $(\pi) = \Phi(\theta_0, i_0)$, $(\vartheta) = \Psi(\theta_0, i_0)$, $(i) = \chi(\theta_0, i_0)$ denotantibus Φ, Ψ et χ functiones quasdam. Sed profecto res una et eadem est, sive (π), (ϑ) et (i), sive $\Phi(\theta_0, i_0)$, $\Psi(\theta_0, i_0)$ et $\chi(\theta_0, i_0)$ in aequationibus differentialibus ipsarum ζ, p et q substi-

Digitized by Google

tuuntur, dummodo functiones hae a tempore independentes sint; in utroque enim casu eosdem integralium valores redundaturos esse, manifestum est.

Licet nobis accipere, inter θ_0 et i_0 aequationem aliquam locum habere, dummodo tempus non contineat, qua re conclusiones nostrae nullo modo turbantur. Quam vero aequationem, introducta quantitate quadam arbitraria τ, in duas distribuere licet, quarum ope θ_0 et i_0 ex functionibus illis eliminari possunt, ita ut evadant $(\pi) = \varphi'\tau$, $(\theta) = \psi'\tau$ et $(i) = \chi'\tau$, ubi φ', ψ' et χ' functiones alias designant. Tali modo longitudo latitudoque corporis perturbati ad planum relatae erunt, cujus situs in spatio propter arbitrariam quantitatem τ indeterminatus est, quod planum igitur situ mutatur, prout τ ita sive aliter accipitur. Sed post integrationes peractas nihil impedit, quo minus tempus ipsum aut functionem quamlibet temporis loco τ ponamus, itaque orbita ad planum relata erit, quod cum tempore mobile est.

19.

En eorum quae modo exposui applicationem. Planum mobile eclipticae ad eclipticam certo determinatoque tempori respondentem, aut planum mobile aequatoris ad aequatorem certo tempori respondentem refertur ope aequationum talium

$$\sin i_0 \sin(\theta_0 - (\Theta)) = p_0 = \alpha_0 t + \beta_0 t^2 + \ldots.$$
$$\sin i_0 \cos(\theta_0 - (\Theta)) = q_0 = \alpha'_0 t + \beta'_0 t^2 + \ldots.$$

ubi i_0 inclinatio plani mobilis ad fixum, et θ_0 longitudo nodi assendentis illius plani in hoc est, α_0, $\beta_0 \ldots$, vero et α'_0, $\beta'_0 \ldots$ coefficientes numericos denotant quorum α_0 et α'_0 primi, β_0 vero et β'_0 secundi ordinis respectu massarum sunt. Eliminato t inter aequationes praecedentes, aequationem inter i_0 et θ_0 adipiscimur, quae a tempore independens est. Casus igitur quem in art. praec. consideravi locum habet. Jam ante omnia oportet, (π), (i) et (θ) per i_0 et θ_0 exprimantur, id quod fit ope longitudinis perihelii $[\pi]$, inclinationis $[i]$ et longitudinis nodi $[\theta]$ orbitae respectu ejusdem plani ad quod i_0 et θ_0 relatae sunt. Tum aequatio inter i_0 et θ_0, de qua modo locutus sum, adjumento quantitatis arbitrariae τ in duas distribui debet, quod quum infinite variis modis fieri possit, omnium simplicissimum erit, aequationes praecedentes, a quibus proficiscebamur posito τ loco t, restituere. Ergo ponatur

$$p_0 = \alpha_0\tau + \beta_0\tau^2 + \ldots.$$
$$q_0 = \alpha'_0\tau + \beta'_0\tau^2 + \ldots.$$

Hinc itaque nanciscemur $(\pi) = \varphi'(\tau)$, $(i) = \psi'(\tau)$ et $(\theta) = \chi'(\tau)$; quibus functionibus loco (π), (i) et (θ) in formulis differentialibus pro p, q et l substitutis et post integrationes peractas τ et t mutato, quantitates p, q et l ad eclipticam mobilem vel ad aequatorem mobilem relatae erunt, prout α_0, $\beta_0 \ldots$ α'_0, β'_0 ceteraeque constantes ad illud vel ad hoc planum spectant.

Consideremus triangulum sphaericum, ab orbita corporis perturbati temporis epochae respondente, a plano quod per i_0 et θ_0 datum est, et a plano ad quod i_0 et θ_0 referuntur, formatum. Jam denotavi orbitae inclinationem longitudinemque nodi ad hoc planum per $[i]$ et $[\theta]$ nec non longitudinem perihelii per $[\pi]$. Quo in triangulo latera duo sunt $(\theta) - \theta_0$ et $[\theta] - \theta_0$, tertium vero latus Δ appellabo; angulique his lateribus resp. oppositi sunt $180° - [i]$, (i) et i_0. Trigonometria vero sphaerica praebet relationes has

$$(28)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} \sin(i)\sin((\theta)-\theta_0) = \sin[i]\sin([\theta]-\theta_0) \\ \sin(i)\cos((\theta)-\theta_0) = -\cos[i]\sin i_0 + \sin[i]\cos i_0\cos([\theta]-\theta_0) \\ \sin(i)\sin\Delta = \sin i_0 \sin([\theta]-\theta_0) \end{cases}$$

quibus (i), (θ) et Δ in functione ipsarum i_0 et θ_0 exprimuntur. Si orbitae corporis perturbati planum temporis epochae respondens ad tertium planum refertur, argumentum latitudinis quodlibet per $u + \Delta$ expressum est, denotante u arcum quendam a loco corporis pendentem, longitudo itaque in orbita aequalis est huic $u + \Delta + [\theta]$. Sin eadem orbita ad secundum planum refertur, argumentum latitudinis eodem tempore est u, longitudo igitur in orbita $= u + (\theta)$. Eaedem vero longitudines etiam exprimuntur resp. per $\varphi + [\pi]$ et $\varphi + (\pi)$ denotante φ anomaliam veram. Ergo

$$u + \Delta + [\theta] = \varphi + [\pi]$$
$$u + (\theta) = \varphi + (\pi)$$

unde concluditur

$$(29)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\pi) = [\pi] + (\theta) - [\theta] - \Delta$$

Positis

$$(30)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} (p), = \sin(i)\sin[(\theta)-(\Theta)] \\ (q), = \sin(i)\cos[(\theta)-(\Theta)] \\ [p] = \sin[i]\sin[[\theta]-(\Theta)] \\ [q] = \sin[i]\cos[[\theta]-(\Theta)] \end{cases}$$

Digitized by Google

primae duae aequationes (28) praebent, nullo termino neglecto, ut in Astr. Nachr. Nr. 168 exposui,

$$\left.\begin{aligned}(p)_1 &= [p] - p_0\cos[i] - p_0\,\frac{[p]p_0+[q]q_0}{1+\sqrt{(1-p_0^2-q_0^2)}}\\ (q)_1 &= [q] - q_0\cos[i] - q_0\,\frac{[p]p_0+[q]q_0}{1+\sqrt{(1-p_0^2-q_0^2)}}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(31)$$

Habetur quoque

$$\sin^2(i) = (p)_1^2+(q)_1^2$$

quae aequatio, substitutis valoribus ipsarum $(p)_1$ et $(q)_1$ ex praecedentibus aequationibus desumtis, neglectisque potestatibus tertiis altioribusque ipsarum p_0 et q_0, subministrat:

$$\sin^2(i) = \sin^2[i] - 2\cos[i]([p]p_0+[q]q_0) - ([p]p_0+[q]q_0)^2 + \cos^2[i](p_0^2+q_0^2)$$

hinc, radice extracta, prodit

$$\sin(i) = \sin[i] - \cot g[i]([p]p_0+[q]q_0) - \tfrac{1}{2}\frac{([p]p_0+[q]q_0)^2}{\sin^2[i]} + \tfrac{1}{2}\frac{\cos^2[i]}{\sin[i]}(p_0^2+q_0^2)$$

$$\cos(i) = \cos[i] + ([p]p_0+[q]q_0) - \tfrac{1}{2}\cos[i](p_0^2+q_0^2)$$

Quae aequationes post multiplicationem per $\cos[i]$ atque $\sin[i]$ et subtractionem praebent

$$(i)-[i] = -\frac{[p]p_0+[q]q_0}{\sin[i]} - \tfrac{1}{2}\frac{\cos[i]}{\sin^2[i]}([p]p_0+[q]q_0)^2 + \tfrac{1}{2}\cot g[i](p_0^2+q_0^2)\quad\ldots\ldots(32)$$

Praeterea prior aequatio praecedens facile praebet

$$\frac{1}{\sin(i)} = \frac{1}{\sin[i]} + \frac{\cos[i]}{\sin^2[i]}([p]p_0+[q]q_0) + \tfrac{1}{2}\frac{1+2\cos^2[i]}{\sin^3[i]}([p]p_0+[q]q_0)^2 - \tfrac{1}{2}\frac{\cos^2[i]}{\sin^2[i]}(p_0^2+q_0^2)$$

Positis in dextra parte aequationum harum

$$\sin[(\theta)-(\Theta)] = \frac{(p)_1}{\sin(i)}$$

$$\cos[(\theta)-(\Theta)] = \frac{(q)_1}{\sin(i)}$$

loco $(p)_1$, $(q)_1$ et $\sin(i)$ valoribus modo evolutis, duae aequationes oriuntur, e quibus simili modo ut $(i)-[i]$, evadit

$$(\theta)-[\theta] = \frac{\cos[i]}{\sin^2[i]}\Big([p]q_0-[q]p_0\Big) + \frac{\frac{1}{2}+\cot g^2[i]}{\sin^2[i]}\Big([p][q]q_0^2+([p]^2-[q]^2)p_0q_0-[p][q]p_0^2\Big)\quad\ldots\ldots(33$$

Tertia aequatio (28) statim subministrat hanc

$$\Delta = \frac{[p]q_0-[q]p_0}{\sin[i]\sin(i)}$$

quae, substituto valore ipsius $\frac{1}{\sin(i)}$, praebet

$$\Delta = \frac{[p]q_0-[q]p_0}{\sin^2[i]} + \frac{\cos[i]}{\sin^4[i]}\Big([p][q]q_0^2+([p]^2-[q]^2)p_0q_0-[p][q]p_0^2\Big)\quad\ldots\ldots(33^*)$$

ex aequationibus istis pro Δ et $(\theta)-[\theta]$ per subtractionem evadit

$$(\theta)-[\theta]-\Delta = -\frac{[p]q_0-[q]p_0}{1+\cos[i]} + \frac{[p][q]q_0^2+([p]^2-[q]^2)p_0q_0-[p][q]p_0^2}{2(1+\cos[i])^2}\quad\ldots\ldots(34)$$

Quum valor integralis $f(1-\cos i)\,d\theta$ temporis epochae respondens per c denotatus sit *), habemus pro eodem tempore secundum art. 2

$$(\pi_1) = (\pi) - c$$

Jam si orbita corporis perturbati ad planum quoddam fixum refertur, fit $\nu = \nu_1$ quoties $\iota = 0$, itaque $(\pi_1) = (\pi)$ et $c = 0$; sin vero orbita eadem ad planum quoddam mobile refertur, non modo $\iota = 0$ sed etiam $\tau = 0$ poni debet, ut fiat $\nu = \nu_1$, quare adipiscimur

$$(\pi_1) = [\pi]$$

quia hoc in casu $[\pi]$ ipsi ν tali modo inest, quali ν_1 ex (π_1)

*) V. art. 8.

Digitized by Google

composita est. Aequationes igitur praecedentes probant generaliter haberi

$$[\pi] = (\pi) - c$$

sive

$$c = (\pi) - [\pi] = (\theta) - [\theta] - \Delta$$

Itaque, adjumento expressionis (34) nanciscimur

$$c = \frac{[q]p_0 - [p]q_0}{1 + \cos[i]} + \frac{[p][q]q_0^2 + ([p]^2 - [q]^2)p_0 q_0 - [p][q]p_0^2}{2(1+\cos[i])^2}$$

Haec omnia sunt, quae ad longitudinis latitudinisque reductionem ad planum mobile requiruntur. Aequationes omnes modo evolutae respectu ipsarum p_0 et q_0 usque ad potestates tertias accuratae sunt, id quod in earum applicatione ad systema nostrum solare semper sufficit, respectu vero ipsarum $[p]$ et $[q]$ sive ipsius $[i]$ rigor geometricus laesus non est.

In computandis valoribus numericis quotientium differentialium ipsius Ω semper $c = 0$ ponere et loco φ, et Φ resp. has (Θ_i) et (Θ) substituere licebit, dummodo quantitates hae ex $[i]$, $[\theta]$, $[i']$ et $[\theta']$ computatae fuerint, quod nunquam fieri non potest.

20.

Antequam ultimam correctionem qua ad computandas longitudines opus est tractabo, evolutionem aequationum art. praec. ulteriorem afferam, quo earum applicatio facilior reddatur. Substitutis loco p_0 et q_0 valoribus earum per τ expressis, facile invenitur

$$\cos(i) = \cos[i] + \cos[i]\,A\tau$$
$$c = D\tau + D'\tau^2$$

ubi

$$A = \frac{[p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0}{\cos[i]}; \quad D = \frac{[q]\alpha_0 - [p]\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$

$$D' = \frac{[q]\beta_0 - [p]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \frac{([p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0)([q]\alpha_0 - [p]\alpha'_0)}{2(1+\cos[i])^2}$$

Constantes arbitrariae integralibus aequationum (19) et (27) addendae, et ex (24*) desumendae, sunt

$$(p) = (p)_0 \cos c - (q)_0 \sin c$$
$$(q) = (q)_0 \cos c + (p)_0 \sin c$$

quae itaque, ope valorum ipsarum $(p)_0$, $(q)_0$ et c art. praec. abeunt in has

$$(p) = [p] + B\tau + B'\tau^2$$
$$(q) = [q] + C\tau + C'\tau^2$$

ubi

$$B = -\alpha_0 + [p]\frac{[p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$

$$B' = -\beta_0 + [p]\frac{[p]\beta_0 + [q]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \tfrac{1}{2}[p](\alpha_0^2 + \alpha_0'^2)$$

$$C = -\alpha'_0 + [q]\frac{[p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$

$$C' = -\beta'_0 + [q]\frac{[p]\beta_0 + [q]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \tfrac{1}{2}[q](\alpha_0^2 + \alpha_0'^2)$$

Jam accipio, ex integratis aequationibus (19) et (27), substituto $\cos[i]$ loco $\cos(i)$, omissisque terminis per c multiplicatis nec non constantibus arbitrariis, prodiisse

$$\alpha t + \beta t^2 + (i,i')_s \sin(ig + i'g') + (i,i')_c \cos(ig + i'g') \ldots \text{pro } p$$
$$\text{et } \alpha' t + \beta' t^2 + [i,i']_s \sin(ig + i'g') + [i,i']_c \cos(ig + i'g') \ldots \text{pro } q$$

Hinc, terminis illis restitutis, evadit

$$(36)\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} p = [p] + B\tau + \alpha t + B'\tau^2 + \beta t^2 + (A\alpha - D\alpha')\tau t \\ \quad + (i,i')_s \sin(ig + i'g') + (i,i')_c \cos(ig + i'g') \\ \quad + (A(i,i')_s - D[i,i']_s)\tau \sin(ig + i'g') + (A(i,i')_c - D[i,i']_c)\tau \cos(ig + i'g') \\ q = [q] + C\tau + \alpha' t + C'\tau^2 + \beta' t^2 + (A\alpha' + D\alpha)\tau t \\ \quad + [i,i']_s \sin(ig + i'g') + [i,i']_c \cos(ig + i'g') \\ \quad + (A[i,i']_s + D(i,i')_s)\tau \sin(ig + i'g') + (A[i,i']_c + D(i,i')_c)\tau \cos(ig + i'g') \end{cases}$$

ubi restat, ut τ in t mutetur *).

Quantum ad terminos periodicos, in theoria Jovis atque Saturni demonstravi, eos quam proxime in latitudine prolaturos esse hos

$$\delta s = -\tfrac{1}{2}\{(i,i')_s - [i,i']_c\}\sin[(i+1)g + i'g' + \omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\{(i,i')_c + [i,i']_s\}\cos[(i+1)g + i'g' + \omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\{(i,i')_s + [i,i']_c\}\sin[(i-1)g + i'g' - \omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\{(i,i')_c - [i,i']_s\}\cos[(i-1)g + i'g' - \omega]$$

quorum ceteroquin duo plerumque minutissimi sunt. Termini igitur periodici in (36) per τ multiplicati praebent in latitudine hos

*) Superfluum fortasse erit animadvertere, in his formulis i et i' inclinationes non designare, sed numeros integros esse, signa vero $(i,i')_s$, $(i,i')_c$, $[i,i']_s$ et $[i,i']_c$ functiones ipsarum i et i' denotare, quarum indoles ex praecedentibus sponte pateat.

Digitized by Google

$$-\tfrac{1}{2}\Big\{A((i,i')_c-[i,i']_c)-D((i,i')_c+[i,i']_c)\Big\}\tau\sin[(i+1)g+i'g'+\omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\Big\{A((i,i')_c+[i,i']_c)+D((i,i')_c-[i,i']_c)\Big\}\tau\cos[(i+1)g+i'g'+\omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\Big\{A((i,i')_c+[i,i']_c)+D((i,i')_c-[i,i']_c\Big\}\tau\sin[(i-1)g+i'g'-\omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\Big\{A((i,i')_c-[i,i']_c)-D((i,i')_c+[i,i']_c)\Big\}\tau\cos[(i-1)g+i'g'-\omega]$$

Unde sequitur, si terminus quicunque periodicus ipsius s, ratione non habita ipsius τ, denotatur per

$$\left.\begin{array}{l} E\sin(ig+i'g'+\omega)+F\cos(ig+i'g'+\omega)\\ +G\sin(ig+i'g'-\omega)+H\cos(ig+i'g'-\omega)\end{array}\right\}\quad\ldots\ldots(37)$$

accessuros esse, quam proxime, terminos hos

$$\left.\begin{array}{l}(AE-DF)t\sin(ig+i'g'+\omega)+(AF+DE)t\cos(ig+i'g'+\omega)\\ +(AG+DH)t\sin(ig+i'g'-\omega)+(AH-DG)t\cos(ig+i'g'-\omega)\end{array}\right\}\quad\ldots\ldots(38)$$

21.

Reductioni longitudinis ad planum fixum aut mobile aequatio (25) inservit, quae tamen satis implicita videtur. Differentiata vero, dum v_1 constans ponatur, expressionem praebet persimplicem hanc

$$d(l-v_1)=\tfrac{1}{2}\frac{q\,dp-p\,dq+(p\,dp-q\,dq)\sin 2(v_1-(\Theta))+(q\,dp+p\,dq)\cos 2(v_1-(\Theta))}{[1-\tfrac{1}{2}(p^2+q^2)+\tfrac{1}{2}(q^2-p^2)\cos 2(v_1-(\Theta))+pq\sin 2(v_1-(\Theta))]\sqrt{(1-p^2-q^2)}}\quad\ldots\ldots(39)$$

quae praeterea ad theoremata duo insignia viam munit.

Quum reductio differentialis ad hanc formam haud simplex appellari possit, in gratiam lectorum praecipua ejus momenta afferre, e re esse putavi. Quem in finem ante omnia aequationem appono identicam hanc

$$(p^2+q^2)=(1+\sqrt{(1-p^2-q^2)})\,(1-\sqrt{(1-p^2-q^2)})$$

qua pluries utar. Tum, posito

$$x=\frac{2pq\cos\alpha-(q^2-p^2)\sin\alpha}{(1+\sqrt{})^2+2pq\sin\alpha+(q^2-p^2)\cos\alpha}$$

ubi brevitatis caussa

$$\alpha=2(v_1-(\Theta))\text{ et }\sqrt{}=\sqrt{(1-p^2-q^2)}$$

scripsi, aequatio (25) statim praebet

$$d(l-v_1)=\frac{q\,dp-p\,dq}{(1+\sqrt{})\sqrt{}}+\frac{dx}{1+x^2}$$

E valore vero ipsius x modo allato emergit

$$1+x^2=\frac{(1+\sqrt{})^4+4(1+\sqrt{})^2pq\sin\alpha+2(1+\sqrt{})^2(q^2-p^2)\cos\alpha+(q^2-p^2)^2+4p^2q^2}{D^2}$$

designante D denominatorem ipsius x. Quum vero sit

$$(q^2-p^2)^2+4p^2q^2=(q^2+p^2)^2=(1+\sqrt{})^2(1-\sqrt{})^2$$

aequatio praecedens facile transmutatur in hanc

$$1+x^2=\frac{4(1+\sqrt{})^2[1-\tfrac{1}{2}(p^2+q^2)+pq\sin\alpha+\tfrac{1}{2}(q^2-p^2)\cos\alpha]}{D^2}$$

Differentiando vero expressionem ipsius x, dum α quasi constans tractetur, prodit

$$dx=2\frac{\left\{\begin{array}{l}(p\,dq+q\,dp)(1+\sqrt{})^2\cos\alpha-(q\,dq-p\,dp)(1+\sqrt{})^2\sin\alpha-2pq(q\,dq-p\,dp)\\ +(q^2-p^2)(p\,dq+q\,dp)+2pq\frac{1+\sqrt{}}{\sqrt{}}(p\,dp+q\,dq)\cos\alpha-(q^2-p^2)\frac{1+\sqrt{}}{\sqrt{}}(p\,dp+q\,dq)\sin\alpha\end{array}\right\}}{D^2}$$

Sed identica est

$$-2pq(q\,dq-p\,dp)+(q^2-p^2)(p\,dq+q\,dp)=(p^2+q^2)(q\,dp-p\,dq)$$
$$=(1+\sqrt{})(1-\sqrt{})(q\,dp-p\,dq)$$

quare

$$dx=2\frac{\left\{\begin{array}{l}(p\,dq+q\,dp)(1+\sqrt{})\sqrt{}.\cos\alpha-(q\,dq-p\,dp)(1+\sqrt{})\sqrt{}.\sin\alpha\\ +2pq(p\,dp+q\,dq)\cos\alpha-(q^2-p^2)(p\,dp+q\,dq)\sin\alpha+(q\,dp-p\,dq)(1-\sqrt{})\sqrt{}\end{array}\right\}(1+\sqrt{})}{D^2\sqrt{}}$$

Digitized by Google

Divisa hac formula per valorem ipsius $1+x^2$ modo evolutum additaque quantitate $\frac{q\,dp - p\,dq}{(1+\Upsilon)\Upsilon}$, postquam ad eundem denominatorem reducta est, invenitur

$$d(l-\nu_1) = \tfrac{1}{2}\,\frac{\left\{\begin{array}{l}[(p\,dq+q\,dp)(1+\Upsilon)\Upsilon + 2pq(p\,dp+q\,dq) + (q^2-p^2)(q\,dp-p\,dq)]\cos\alpha \\ -[(q\,dq-p\,dp)(1+\Upsilon)\Upsilon - 2pq(q\,dp-p\,dq) + (q^2-p^2)(p\,dp+q\,dq)]\sin\alpha\end{array}\right\} + (q\,dp-p\,dq)\,[(1-\Upsilon)\Upsilon + 2 - (p^2+q^2)]}{[1-\tfrac{1}{2}(p^2+q^2) + pq\,\sin\alpha + \tfrac{1}{2}(q^2-p^2)\,\cos\alpha]\,(1+\Upsilon)\Upsilon}$$

Sed habetur identice

$$\begin{aligned} 2pq(p\,dp+q\,dq) + (q^2-p^2)(q\,dp-p\,dq) &= (p\,dq+q\,dp)(p^2+q^2) \\ &= (p\,dq+q\,dp)(1+\Upsilon)(1-\Upsilon) \\ -2pq(q\,dp-p\,dq) + (q^2-p^2)(p\,dp+q\,dq) &= (q\,dq-p\,dp)(p^2+q^2) \\ &= (q\,dq-p\,dp)(1+\Upsilon)(1-\Upsilon) \\ 2-(p^2+q^2) = 2-(1+\Upsilon)(1-\Upsilon) &= 1+\Upsilon^2 \end{aligned}$$

Quibus valoribus in formula praecedenti substitutis, statim fere expressio (39) emergit.

Jam numerator huius expressionis, substitutis.....

$$2\,[dp\,\cos(\nu_1-(\Theta)) - dq\,\sin(\nu_1-(\Theta))]\,[q\,\cos(\nu_1-(\Theta)) + p\,\sin(\nu_1-(\Theta))]$$

Sed

$$dq\,\sin(\nu_1-(\Theta)) - dp\,\cos(\nu_1-(\Theta)) = ds$$

Substitutis his valoribus in (39), eliminatisque p et q ope expressiones earum per i et $f\cos i\,d\theta$, elicitur

$$d(l-\nu_1) = -ds\,\frac{tg\,i\,\cos(\nu_1-f\cos i\,d\theta)}{1-\sin^2 i\,\sin^2(\nu_1-f\cos i\,d\theta)}$$

Quae aequatio, si neglecto quadrato vis perturbantis integratur, praebet

$$(40)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots l = \nu_1 + R + c - \delta s\,\frac{tg\,(i)\,\cos(\nu_1-(\delta))}{1-\sin^2(i)\,\sin^2(\nu_1-(\delta))}$$

ubi $R+c$ constans integrali adjecta est. Quantitas R per hanc aequationem datur

$$tg\,R = -\frac{tg^2\,\frac{1}{2}(i)\,\sin 2(\nu_1-(\delta))}{1+tg^2\,\frac{1}{2}(i)\,\cos 2(\nu_1-(\delta))}$$

valor vero ipsius c in art. praec. datus est. Quoties planum ad quod longitudines reducuntur fixum est, habetur $c=0$, et ipsarum (i) et (δ) valores numerici certi determinatique sunt. Aequationes igitur praecedentes hoc continent

Theorema I.

„Perturbationes primi ordinis respectu massarum reductionis longitudinum in orbita ad planum quodlibet „fixum, ne minimis quidem neglectis, producto constant „perturbationum sinus latitudinis in quantitatem, quae solam „variabilem ν_1 continet."

Quod theorema facile ad planum reductionis mobile extenditur. Hoc in casu (i) et (δ) functiones ipsarum $[i]$, $[\delta]$ et indeterminatae τ sunt, ut supra ostendi, illos itaque quantitates secundum τ differentiare nobis licet. Sed R, postquam quantitas haec

$$\int\frac{(q)\,d'(p)-(p)\,d'(q)}{(1+\sqrt{(1-(p)^2-(q)^2)})\sqrt{(1-(p)^2-(q)^2)}}$$

et addita est, et valor ipsius $l-\nu_1$ ex aequatione (25) desumtus ejusdem formae sunt, differentiata itaque R, expressio ipsi (39) plane similis necessarie prodit, in qua vero differentialia ad ipsum τ referenda sunt. Posito itaque

$$c' = -\int\frac{(q)\,d'(p)-(p)\,d'(q)}{(1+\sqrt{(1-(p)^2-(q)^2)})\sqrt{(1-(p)^2-(q)^2)}}$$

habetur

$$(41)\ldots\ldots d'R = \tfrac{1}{2}\,\frac{(q)\,d'(p)-(p)\,d'(q)+((p)\,d'(p)-(q)\,d'(q))\sin 2(\nu_1-(\Theta))+((q)\,d'(p)+(p)\,d'(q))\cos 2(\nu_1-(\Theta))}{[1-\frac{1}{2}((p)^2+(q)^2)+\frac{1}{2}((q)^2-(p)^2)\cos 2(\nu_1-(\Theta))+(p)(q)\sin 2(\nu_1-(\Theta))]\sqrt{(1-(p)^2-(q)^2)}} + d'c'$$

ubi d' differentiale respectu ipsius τ designat. Quae expressio, quum simili modo transformari possit, ut expressio (39), praebet, quoties quadratum virium perturbantium negligitur,

$$(42)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots R = R' + c' - \delta'(s)\,\frac{tg\,[i]\,\cos(\nu_1-[\delta])}{1-\sin^2[i]\,\sin^2(\nu_1-[\delta])}$$

Digitized by Google

ubi $\delta'(s)$ eam sinus latitudinis perturbationum partem designat, quae functio ipsius τ per constantes arbitrarias (p) et (q) in sinu latitudinis verae introducta est, R' constantem integrationi additam et per hanc aequationem computandam

$$tg\, R' = -\frac{tg^2\tfrac{1}{2}[i]\ sin\, 2(\nu_1 - [\theta])}{1 + tg^2\tfrac{1}{2}[i]\ cos\, 2(\nu_1 - [\theta])} \qquad (43)$$

denotat, et c' formula haec datur

$$c' = -\frac{[q]\,\delta'(p) - [p]\,\delta'(q)}{cos\,[i]\ (1 + cos\,[i])} \qquad (44)$$

Quum quadratum virium perturbantium hoc loco neglexerim, in factore ipsius δs in (40) $[i]$ et $[\theta]$ resp. loco (i) et (θ) ponere licitum est, unde obtinebis, si valorem ipsius R ex (42) substitueris

$$l = \nu_1 + R' + c' + \tau - (\delta s + \delta'(s))\,\frac{tg\,[i]\ cos\,(\nu_1 - [\theta])}{1 - sin^2[i]\ sin^2(\nu_1 - [\theta])}$$

ubi, ut rem disertis verbis definiam, habetur

$$\delta s + \delta'(s) = s - sin\,[i]\ sin\,(\nu_1 - [\theta])$$

Quae aequationes hoc praebent

Theorema II.

„Perturbationes primi ordinis respectu massarum reductionis longitudinum in orbita ad planum quodlibet „mobile, ne minimis quidem neglectis, ut supra, producto constant perturbationum sinus latitudinis in quantitatem, quae solam variabilem ν_1 continet, cui vero producto hoc in casu quantitas $c + c'$ addenda est.

Facile vero perspicitur, theorema primum in theoremate secundo quasi casum specialem contineri. — Perturbationes primi ordinis respectu massarum in hac reductione plerumque sufficiunt, itaque per hoc theorema facillime in calculum vocari possunt, quando tamen acciderit, ut ad perturbationes secundi ordinis respicere oporteret, formula (39) commode usurpatur. Quo in casu substituantur valores ipsarum p, q, dp et dq, quales per aequationes (36) exhibiti sunt, post peractam integrationem, ubi ν_1 tamquam constans spectanda erat, mutetur τ in t et substituatur loco ν_1 valor ejus verus perturbatus. Constans integrali addenda semper est $= R + c$, ubi R ex integrata expressione (41) obtinetur, cui tamquam constans arbitraria R' ex (43) desumenda addi debet.

22.

Ne quid desit, de puncto initiali longitudinum in sequentibus agere mihi propositum est. Longitudines ad planum mobile relatae, quales in praecedentibus derivatae sunt, initium ducunt a puncto fixo in plano fixo ad quod tum orbita corporis perturbati ope $[p]$ et $[q]$, tum planum mobile ope p_0 et q_0 relatum est, quod punctum fixum secundum morem suetum nihil aliud est, nisi aequinoctium vernale illi tempori respondens, quo planum mobile cum plano fixo coincidit, vel quod idem est, aequinoctium vernale temporis epochae respondens. Item, punctum initiale dici potest id, quod in plano mobili ab intersectione huius plani cum isto plano fixo retrorsum tantum distat, quantum illud aequinoctium vernale ab eadem intersectione directione eadem remotum est. Ergo, quum astronomi longitudines cuivis tempori respondentes ab aequinoctio vernali ejusdem temporis numerent, longitudinibus hic l appellatis, etiamsi praecessio lunisolaris et nutatio non existerent, correctione adhuc opus est. Quae tamen correctio non eadem est, sive longitudines ad ecliptican mobilem, sive ad aequatorem mobilem reducturus es, quare hos casus duos seorsim tractari nos oportet.

23.

Initium indagandae correctionis faciamus, ubi longitudines ad ecliptican mobilem reducendae sunt. Quo in casu calculi elementa ex triangulo ab ecliptica fixa temporis epochae respondente, ab ecliptica mobili tempore t et ab aequatore ejusdem temporis formato petenda sunt. Designantibus ψ arcum quem, tempore t elapso, intersectio aequatoris retrocedens in fixa ecliptica percucurrit (sive ψ summam praecessionis lunisolaris et nutationis longitudinis tempore t), h longitudinem nodi ascendentis eclipticae mobilis in fixa, erit latus trianguli nostri ab ecliptica fixa praebitum $\psi + h$; jam transfer arcum h ab eodem nodo in trianguli latus quod eclipticae mobilis pars est, et nomina residuum huius lateris ψ_1, tum latus hoc integrum erit $\psi_1 + h$ et simul ψ_1 correctio quaesita longitudinum ad ecliptican mobilem reductarum, (sive ψ_1 summa praecessionis generalis et nutationis longitudinis), tertium trianguli nostri latus, quod aequatoris mobilis pars est, λ nominatum sit. Jam inclinatione eclipticae fixae cum mobili φ, obliquitate aequatoris mobilis erga ecliptican fixam ε atque obliquitate erga ecliptican mobilem ε_1 designatis, erunt anguli lateribus $\psi + h$, $\psi_1 + h$ et λ resp. oppositi $180^\circ - \varepsilon_1$, ε et φ. Per trigonometriam igitur sphaericam elicitur

Digitized by Google

$$\sin s,\ \sin(\psi,+h) = \sin s\ \sin(\psi+h)$$
$$\sin s,\ \cos(\psi,+h) = \cos s\ \sin\varphi + \sin s\ \cos\varphi\ \cos(\psi+h)$$
$$\sin s,\ \sin\lambda = \sin\varphi\ \sin(\psi+h)$$

Comparatis his aequationibus cum (28), emergit, illas ex his evasuras esse, quoties $(\theta)-\theta_0$ in $\psi,+h$; $[\theta]-\theta_0$ in $\psi+h$; Δ in λ; i_0 in φ; $[i]$ in $180^\circ-s$ et (i) in $180^\circ-s$, mutantur. Quantum ad (i) aequationes illae proprie quidem in suspenso relinquunt, utrum in s, an in $180^\circ-s$, mutanda sit, sed quum non dubium sit, quin $[i]$ in $180^\circ-s$ mutari debeat, profecto (i) in s, transire nequit, quoniam anguli hi non aliter quam illi directione eadem numerati sunt. Aequationes itaque omnes ab (28) derivatae, mutatis mutandis de praecedentibus quoque valent. Quamobrem aequationes (32), (33) et (33*), postquam loco $[p]$, p_0 etc. valores earum per $[i]$, i_0 etc. expressi substituti fuerint in has transmutabuntur.

$$(45)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} s, = s + \sin\varphi\ \sin(\psi+h) + \frac{1}{2}\sin^2\varphi\ \operatorname{cotg} s\ \sin^2(\psi+h) \\ \psi, = \psi - \operatorname{cotg} s\ \sin\varphi\ \sin(\psi+h) + (\frac{1}{2}+\operatorname{cotg}^2 s)\ \sin^2\varphi\ \sin(\psi+h)\ \cos(\psi+h) \\ \lambda = \operatorname{cosec} s\ \sin\varphi\ \sin(\psi+h) - \operatorname{cotg} s\ \operatorname{cosec} s\ \sin^2\varphi\ \sin(\psi+h)\ \cos(\psi+h) \end{cases}$$

Jam accipio esse

$$\sin\varphi\ \sin h = \gamma t + \delta t^2$$
$$\sin\varphi\ \cos h = \gamma' t + \delta' t^2$$

tum secundum ill. *Poisson* habetur *)

$$s = k + \Delta s + \tfrac{1}{2}\zeta\gamma t^2$$
$$\psi = \Delta\psi + \zeta t + \left\{\frac{3ef}{2(1+\omega)} + \gamma'\operatorname{cotg} 2k\right\}\zeta t^2$$

ubi temporis epochae respondentes ζ praecessio lunisolaris annua, k obliquitas ecliptica et e excentricitas orbitae terrae sunt; f vero ipsius e variationem annuam, ω rationem vis attractivae lunae ad vim solis in sphaeroidem telluris **) et $\Delta\psi$ atque Δs resp. nutationem longitudinis atque obliquitatis ecliptica denotant.

Aequationes (45), si potestates ipsius ψ secunda altiores rejiciuntur, abeunt in has

$$s, = s + \sin\varphi\ \cos h - \psi\ \sin\varphi\ \sin h + \tfrac{1}{2}\operatorname{cotg} s\ \sin^2\varphi\ \sin h\ \cos h$$
$$\psi, = \psi - \psi\ \operatorname{cotg} s\ \sin\varphi\ \cos h - \operatorname{cotg} s\ \sin\varphi\ \sin h + (\tfrac{1}{2}+\operatorname{cotg}^2 s)\ \sin^2\varphi\ \sin h\ \cos h$$
$$\lambda = \operatorname{cosec} s\ \sin\varphi\ \sin h + \psi\ \operatorname{cosec} s\ \sin\varphi\ \cos h - \operatorname{cotg} s\ \operatorname{cosec} s\ \sin^2\varphi\ \sin h\ \cos h$$

e quibus, substitutis expressionibus praecedentibus, neglectisque productis ipsarum $\Delta\psi$, Δs in γ, γ' etc., elicitur

$$s, = k + \Delta s + \gamma' t + \left\{\delta' - \tfrac{1}{2}\zeta\gamma + \tfrac{1}{2}\gamma^2\operatorname{cotg} k\right\} t^2$$
$$\psi, = \Delta\psi + \left\{\zeta - \gamma\ \operatorname{cotg} k\right\} t + \left\{\frac{3ef\zeta}{2(1+\omega)} - \frac{\frac{1}{2}\gamma'\zeta}{\sin k\ \cos k} - \delta\ \operatorname{cotg} k + \gamma\gamma'\ \operatorname{cotg}^2 k + \tfrac{1}{2}\gamma\gamma'\right\} t^2$$
$$\lambda = \frac{\gamma}{\sin k} t + \left\{\frac{\delta}{\sin k} + \frac{\zeta\gamma'}{\sin k} - \gamma\gamma'\frac{\cos k}{\sin^2 k}\right\} t^2$$

Aequatio haec pro ψ, paullulum discrepat ab illa quam ill. *Poisson* l. c. prodidit, cuius rei causa in eo posita est, quod egregius ille geometra punctum initiale longitudinum, antequam praecessio nutatioque addita est, paullulum aliter supponit.

Posthac longitudo vera corporis perturbati ad planum ecliptica mobilis reducta et ab aequinoctio vernali tempori t respondente, hoc est secundum morem suetum numerata erit $= l + \psi,$.

Quantitates supra i_0 atque θ_0 nominatae et φ atque h resp. identicae sunt, quare, quum habeatur

$$p_0 = \alpha_0 t + \beta_0 t^2 = \sin\varphi\ \sin(h-(\Theta)) = \sin\varphi\ \sin h\ \cos(\Theta) - \sin\varphi\ \cos h\ \sin(\Theta)$$
$$q_0 = \alpha'_0 t + \beta'_0 t^2 = \sin\varphi\ \cos(h-(\Theta)) = \sin\varphi\ \cos h\ \cos(\Theta) + \sin\varphi\ \sin h\ \sin(\Theta)$$

evadunt

$$\alpha_0 t + \beta_0 t^2 = \left\{\gamma t + \delta t^2\right\}\cos(\Theta) - \left\{\gamma' t + \delta' t^2\right\}\sin(\Theta)$$
$$\alpha'_0 t + \beta'_0 t^2 = \left\{\gamma' t + \delta' t^2\right\}\cos(\Theta) + \left\{\gamma t + \delta t^2\right\}\sin(\Theta)$$

*) V. *Poisson*, mémoire sur le mouvement de la terre autour de son centre de gravité (Mém. de l'ac. d. sc. Tome VII. pag. 248.)

**) Accepta e. g. massa lunae $\frac{1}{75}$ massae terrae, habetur $\omega = 2{,}35333$.

Digitized by Google

quae comparatae praebent

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 &= \gamma \cos(\Theta) - \gamma' \sin(\Theta) \\ \beta_0 &= \delta \cos(\Theta) - \delta' \sin(\Theta) \\ \alpha'_0 &= \gamma' \cos(\Theta) + \gamma \sin(\Theta) \\ \beta'_0 &= \delta' \cos(\Theta) + \delta \sin(\Theta) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (46)$$

24.

Restat ut correctio definiatur, quam longitudinum ad aequatorem mobilem reductarum punctum initiale pati debet, ut in aequinoctio vernali mobili semper jaceat. Fingatur triangulum sphaericum inter eclipticam certo determinatoque tempori respondentem, aequatorem ejusdem temporis et aequatorem pro tempore indefinito t. Designantibus Φ' et h' inclinationem et longitudinem nodi ascendentis aequatoris mobilis in aequatorem fixum, nec non λ' residuum trianguli nostri lateris, quod aequatoris mobilis pars est, si latus, quod aequatoris fixi pars est, subduxeris, tum erunt huius trianguli latera ψ, $\lambda' + h'$ et h', angulique iis resp. oppositi Φ', $180^\circ - k$ et ε.

Si λ' ad longitudines additur, efficitur ut initium suum ab intersectione aequatoris mobilis cum ecliptica fixa ducant, quae vero intersectio secundum art. praec. ab aequinoctio vernali mobili arcu λ directione inversa abest, designata igitur correctione longitudinum quaesita per $\psi_{,,}$ erit

$$\psi_{,,} = \lambda' - \lambda$$

Trigonometria sphaerica inter illas quantitates praebet relationes has

$$\begin{aligned} \sin\Phi' \sin h' &= \sin\varepsilon \sin\psi \\ \sin\Phi' \cos h' &= \cos\varepsilon \sin k - \sin\varepsilon \cos k \cos\psi \\ \sin\Phi' \sin(\lambda' + h') &= \sin k \sin\psi \\ \sin\Phi' \cos(\lambda' + h') &= -\cos k \sin\varepsilon + \sin k \cos\varepsilon \cos\psi \end{aligned}$$

Neglectis semper quantitatibus tertii ordinis nec non quadratis et productis ipsarum $\Delta\psi$ et $\Delta\varepsilon$, conservatis vero productis nutationis in praecessionem, priores duae harum aequationum facili opera praebent

$$\left.\begin{aligned} \sin\Phi' \sin h' &= \Delta\psi \sin k + \left\{\zeta \sin k + \Delta\varepsilon\zeta \cos k\right\} t + \zeta \sin k \left\{\frac{3ef}{2(1+\omega)} + \gamma' \operatorname{cotg} 2k\right\} t^2 \\ \sin\Phi' \cos h' &= -\Delta\varepsilon + \Delta\psi\zeta \sin k \cos k . t + \tfrac{1}{2}\zeta \left\{\zeta \sin k \cos k - \gamma\right\} t^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (47)$$

Divisa secunda per primam et quarta per tertiam prodeunt

$$\begin{aligned} \operatorname{cotg} h' &= -\frac{\sin(\varepsilon - k)}{\sin\varepsilon \sin\psi} + \cos k \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\psi \\ -\operatorname{cotg}(\lambda' + h') &= \frac{\operatorname{tg}\lambda' - \operatorname{cotg} h'}{1 + \operatorname{tg}\lambda' \operatorname{cotg} h'} = \frac{\sin(\varepsilon - k)}{\sin k \sin\psi} + \cos\varepsilon \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\psi \end{aligned}$$

e quibus, eliminando h', elicitur

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\lambda' = (\cos k + \cos\varepsilon) \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\psi + \sin(\varepsilon - k) \frac{\sin\varepsilon - \sin k}{\sin\varepsilon \sin k \sin\psi} - \operatorname{tg}\lambda' \frac{\sin^2(\varepsilon - k)}{\sin\varepsilon \sin k \sin^2\psi} \\ + \operatorname{tg}\lambda' \cos\varepsilon \cos k \operatorname{tg}^2\tfrac{1}{2}\psi + \operatorname{tg}\lambda' \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\psi \frac{\sin^2(\varepsilon - k)}{\sin\varepsilon \sin k \sin\psi} \end{aligned}$$

Quum valor approximatus ipsius $\operatorname{tg}\lambda'$ per hanc aequationem $= \psi \cos k$ evadat, terminus secundus et tertius dextrae partis usque ad quantitates tertii ordinis se mutuo tollunt, qua re et quum ultimi termini quantitates tertii ordinis sese sponte praestent, emergit

$$\lambda' = \tfrac{1}{2}(\cos k + \cos\varepsilon)\psi$$

usque ad quantitates tertii ordinis, unde substitutis in aequatione hac $\psi_{,,} = \lambda' - \lambda$ valoribus ipsarum ε, ψ et λ ex art. praec. petendis evadit

$$\begin{aligned} \psi_{,,} = \Delta\psi \cos k + \left\{\zeta \cos k - \tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon\zeta \sin k - \gamma \operatorname{cosec} k\right\} t \\ + \left\{\frac{3ef\zeta}{2(1+\omega)} \cos k - \zeta\gamma' \sin k - \frac{\delta + \frac{1}{2}\zeta\gamma}{\sin k} + \gamma\gamma' \frac{\cos k}{\sin^2 k}\right\} t^2 \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (48)$$

Jam longitudo vera ad aequatorem mobilem reducta et ab aequinoctio vernali mobili numerata, hoc est, ascensio recta heliocentrica erit $= l + \psi_{,,}$.

Quo in casu Φ' et h' conveniunt resp. cum i_0 et θ_0 sed in aequationibus (47) et (48) tum termini praestant qui a t, sive quod idem est a τ liberi sunt, tum termini qui ceteris

Digitized by Google

dissimiles per producta haec $\Delta\psi.\zeta$ et $\Delta s.\zeta$ multiplicati sunt. Ut termini hi in calculum vocari possint, suppono, ipsas x_0, x'_0, β_0 et β'_0 resp. quantitatibus his Δx_0, $\Delta x'_0$, $\Delta\beta_0$ et $\Delta\beta'_0$, et deinde etiam has B, B', C, C', D et D' resp. quantitatibus his ΔB, $\Delta B'$, etc. tali modo augeri, ut (p), (q) et c, quales in art. 20 datae sint, fiant

$$(p) = [p] + \Delta B + (B+\Delta B')\tau + B'\tau^2$$
$$(q) = [q] + \Delta C + (C+\Delta C')\tau + C'\tau^2$$
$$c = \Delta D + (D+\Delta D')\tau + D'\tau^2$$

Habentur itaque

$$B = -x_0 + [p]\frac{[p]x_0+[q]x'_0}{1+\cos[i]}$$
$$C = -x'_0 + [q]\frac{[p]x_0+[q]x'_0}{1+\cos[i]}$$
$$D = \frac{[q]x_0-[p]x'_0}{1+\cos[i]}$$
$$B' = -\beta_0 + [p]\frac{[p]\beta_0+[q]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \tfrac{1}{2}[p](x_0^2+x_0'^2)$$
$$C' = -\beta'_0 + [q]\frac{[p]\beta_0+[q]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \tfrac{1}{2}[q](x_0^2+x_0'^2)$$
$$D' = \frac{[q]\beta_0-[p]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \frac{([q]x_0-[p]x'_0)([p]x_0+[q]x'_0)}{2(1+\cos[i])^2}$$
$$\Delta B = -\Delta x_0 + [p]\frac{[p]\Delta x_0+[q]\Delta x'_0}{1+\cos[i]}$$
$$\Delta C = -\Delta x'_0 + [q]\frac{[p]\Delta x_0+[q]\Delta x'_0}{1+\cos[i]}$$
$$\Delta D = \frac{[q]\Delta x_0-[p]\Delta x'_0}{1+\cos[i]}$$
$$\Delta B' = -\Delta\beta_0 + [p]\frac{[p]\Delta\beta_0+[q]\Delta\beta'_0}{1+\cos[i]} - [p](x_0\Delta x_0+x'_0\Delta x'_0)$$
$$\Delta C' = -\Delta\beta'_0 + [q]\frac{[p]\Delta\beta_0+[q]\Delta\beta'_0}{1+\cos[i]} - [q](x_0\Delta x_0+x'_0\Delta x'_0)$$
$$\Delta D' = \frac{[q]\Delta\beta_0-[p]\Delta\beta'_0}{1+\cos[i]} - \frac{([q]\Delta x_0-[p]\Delta x'_0)([p]x_0+[q]x'_0)+([p]\Delta x_0+[q]\Delta x'_0)([q]x_0-[p]x'_0)}{2(1+\cos[i])^2}$$

Jam ponendo secundum aequationes (47)

$$\gamma_1 = \zeta\sin k; \qquad \delta_1 = \zeta\sin k\left\{\frac{3ef}{2(1+\omega)} + \gamma'\cot g\,2k\right\}$$
$$\gamma'_1 = 0; \qquad \delta'_1 = \tfrac{1}{2}\zeta\left\{\zeta\sin k\cos k - \gamma\right\}$$
$$\Delta\gamma_1 = \Delta\psi\sin k; \qquad \Delta\delta_1 = \Delta s.\zeta\cos k$$
$$\Delta\gamma'_1 = -\Delta s; \qquad \Delta\delta'_1 = \Delta\psi.\zeta\sin k\cos k$$

aequationes (46) praebent, mutatis mutandis

$$x_0 = \zeta\sin k\cos(\Theta)$$
$$\beta_0 = \left\{\frac{3ef}{2(1+\omega)} + \gamma'\cot g\,2k\right\}\zeta\sin k\cos(\Theta) - \tfrac{1}{2}\left\{\zeta\sin k\cos k - \gamma\right\}\zeta\sin(\Theta)$$
$$x'_0 = \zeta\sin k\sin(\Theta)$$
$$\beta'_0 = \left\{\frac{3ef}{2(1+\omega)} + \gamma'.\cot g\,2k\right\}\zeta\sin k\sin(\Theta) + \tfrac{1}{2}\left\{\zeta\sin k\cos k - \gamma\right\}\zeta\cos(\Theta)$$
$$\Delta x_0 = \Delta\psi\sin k\cos(\Theta) + \Delta s\sin(\Theta)$$
$$\Delta\beta_0 = \Delta s\,\zeta\cos k\cos(\Theta) - \Delta\psi\,\zeta\sin k\cos k\sin(\Theta)$$
$$\Delta x'_0 = \Delta\psi\sin k\sin(\Theta) - \Delta s\cos(\Theta)$$
$$\Delta\beta'_0 = \Delta s\,\zeta\cos k\sin(\Theta) + \Delta\psi\,\zeta\sin k\cos k\cos(\Theta)$$

unde sequentes expressiones adipiscimur, quibus in articulo subsequenti utemur.

Digitized by Google

$$B = -\zeta \sin k \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\zeta \sin k \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta))$$
$$C = \zeta \sin k \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\zeta \sin k \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta))$$
$$D = \frac{\sin[i]}{1+\cos[i]}\,\zeta \sin k \cos[\theta]$$
$$\Delta B = -\Delta\psi \sin k \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta\psi \sin k \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \Delta s \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) + \cos[i]\,\Delta s \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta))$$
$$\Delta C = \Delta\psi \sin k \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta\psi \sin k \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) + \Delta s \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) + \cos[i]\,\Delta s \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta))$$
$$\Delta D = \frac{\sin[i]}{1+\cos[i]}\left\{\Delta\psi \sin k \cos[\theta] + \Delta s \sin[\theta]\right\}$$
$$\Delta B' = \Delta\psi\,\zeta \sin k \cos k \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta\psi\,\zeta \sin k \cos k \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \Delta s\,\zeta \cos k \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta s\,\zeta \cos k \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \sin[i]\,\Delta\psi\,\zeta \sin^2 k \sin([\theta]-(\Theta))$$
$$\Delta C' = -\Delta\psi\,\zeta \sin k \cos k \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta\psi\,\zeta \sin k \cos k \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) + \Delta s\,\zeta \cos k \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta s\,\zeta \cos k \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \sin[i]\,\Delta\psi\,\zeta \sin^2 k \cos([\theta]-(\Theta))$$
$$\Delta D = \frac{\sin[i]}{1+\cos[i]}\left\{\Delta s\,\zeta \cos k \cos[\theta] - \Delta\psi\,\zeta \sin k \cos k \sin[\theta]\right\} - \frac{\sin^2[i]}{2(1+\cos[i])^2}\left\{\Delta\psi\,\zeta \sin^2 k \sin 2[\theta] - \Delta s\,\zeta \sin k \cos 2[\theta]\right\}$$

Ipsam A vero art. 20 quantitate ΔA augeri non opus est, quia per quantitates primi ordinis respectu massarum ubique multiplicata est.

25.

Methodus art. praec. tametsi omni quae desiderari potest praecisione gaudeat, hoc incommodi habet, quod perturbationes declinationis heliocentricae a B etc. et ΔB etc. orientes praebet, quarum coefficientes minutissimi dici nequeunt. Quum enim praecessio lunisolaris annua, sive $\zeta = 50''$ circiter sit, emergit in ipsa s sive in declinatione heliocentrica terminus circiter hic $20''\,t\cos\nu_0$, quumque maximi ipsarum $\Delta\psi$ et Δs termini resp. hi $-17''\sin\Omega$ et $9''\cos\Omega$ (designante Ω longitudinem nodi ascendentis orbitae lunae) sint, evadunt in ipsa s circiter hi $-7''\sin\Omega\cos\nu_0 + 9''\cos\Omega\sin\nu_0$; praeterea necesse est, producti nutationis in praecessionem ratio separatim habeatur, ut in art. praec. feci. Quo quidem negotio non indiget, qui nutationem ascensionibus declinationibusque more vulgari applicare vult, attamen terminus $20''\,t\cos\nu_0$ nihilominus superest, qui paucis annis a temporis epocha elapsis, admodum magnus fiet, et proinde multiplicatio per t requisita satis molesta evadet, etsi quantitas $20''\cos\nu_0$ in tabula foret redacta. Quae quum ita sint, artificium jam definiam, per quod incommodum id plane removeri poterit, quodque ad relationes elegantissimas perducet.

Introducatur quantitas indeterminata $\Delta\eta + (\eta + \Delta\eta')\tau$ ita ut sit

$$s = \sin i \sin[\nu_0 + \Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau - (\int \cos i\, d\theta + \Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau)]$$

sive

$$s = q_0 \sin[\nu_0 + \Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau - (\Theta)] - p_0 \cos[\nu_0 + \Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau - (\Theta)]$$

ponendo brevitatis caussa

$$p_0 = p\cos(\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau) + q\sin(\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau)$$
$$q_0 = q\cos(\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau) - p\sin(\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau)$$

hanc quantitatem $\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau$ talem determinare licet, qualis perturbationes eas ipsius s de quibus loquebar, quam minimas reddat.

Terminis tertii ordinis nec non quadratis et productis ipsarum $\Delta\eta$ et $\Delta\eta'$ neglectis, aequationes praecedentes praebent

$$p_0 = p + q\Delta\eta + q(\eta + \Delta\eta' - p\Delta\eta\cdot\eta)\tau - \tfrac{1}{2}p\eta^2\tau^2$$
$$q_0 = q - p\Delta\eta - p(\eta + \Delta\eta' + q\Delta\eta\cdot\eta)\tau - \tfrac{1}{2}q\eta^2\tau^2$$

Jam substituendo valores ipsarum p et q ex (36), si rationem ipsarum ΔB, ΔC etc. art. praecedentis habueris invenies

$$\left.\begin{aligned} p_0 &= [p] + \Delta X + \left\{X + \Delta X' - \alpha\right\}\tau + \alpha' t + \left\{B' + C\eta - \tfrac{1}{2}[p]\eta^2\right\}\tau^2 + \left\{A\alpha - D\alpha' + \alpha'\eta\right\}\tau t + \beta t^2 \\ &\quad + \text{terminis periodicis.} \\ q_0 &= [q] + \Delta Y + \left\{Y + \Delta Y' - \alpha'\right\}\tau + \alpha' t + \left\{C - B\eta - \tfrac{1}{2}[q]\eta^2\right\}\tau^2 + \left\{A\alpha' + D\alpha - \alpha\eta\right\}\tau t + \beta t^2 \\ &\quad + \text{terminis periodicis.} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (49)$$

Digitized by Google

ubi

$$(50)\ldots\ldots\begin{cases}\Delta X &= \Delta B + [q]\Delta\eta\\ \Delta Y &= \Delta C - [p]\Delta\eta\\ X &= B+\alpha+[q]\eta\\ Y &= C+\alpha'-[p]\eta\\ \Delta X' &= \Delta B'+C\Delta\eta+\Delta Y\eta+[q]\Delta\eta'\\ \Delta Y' &= \Delta C'-B\Delta\eta-\Delta X\eta-[p]\Delta\eta'\end{cases}$$

et perturbationes ipsius s a nutatione et praecessione orientes erunt

$$\Delta\xi\ sin\ (\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')t+V')$$
$$+(\xi+\Delta\xi')t\ sin(\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')t+W')$$

ubi

$$\Delta\xi = \sqrt{(\Delta X^2+\Delta Y^2)};$$
$$\xi+\Delta\xi' = \sqrt{((X+\Delta X')^2+(Y+\Delta Y')^2)}$$

et V atque W arcus designant, quos definire hoc loco nihil attinet. Conditio igitur ut $\Delta\xi$ et $\xi+\Delta\xi'$ quam minimi fiant, exigit ut $\Delta X^2+\Delta Y^2$ et $(X+\Delta X')^2+(Y+\Delta Y')^2$ quam minimi evadant, sed quum X et Y praecessionem ipsam $\Delta X'$ vero et $\Delta Y'$ non nisi producta praecessionis in nutationem contineant, perpaulo aberit valor ipsius $\xi+\Delta\xi'$ a valore suo minimo, si X^2+Y^2 et $\Delta X'^2+\Delta Y'^2$ separatim quam minimi redduntur. Algorithmus igitur notus ad binas aequationum (50) applicatus praebet

$$\Delta\eta = \frac{[p]\Delta C-[q]\Delta B}{[p]^2+[q]^2}$$
$$\eta = \frac{[p](C+\alpha')-[q](B+\alpha)}{[p]^2+[q]^2}$$
$$\Delta\eta' = \frac{[p](\Delta C'-B\Delta\eta-\Delta X\eta)-[q](\Delta B'+C\Delta\eta-\Delta Y\eta)}{[p]^2+[q]^2}$$

Substitutis in his aequationibus valoribus quantitatum quas continent ex art. praec. depromtis, inveniuntur

$$\Delta\eta = \frac{\Delta\psi\ sin\,k\ cos[\delta]+\Delta s\ sin[\delta]}{sin[i]}$$
$$\eta = \frac{[p]\alpha'-[q]\alpha}{sin^2[i]}+\zeta\frac{sin\,k}{sin[i]}\ cos[\delta]$$
$$\Delta\eta' = \frac{\Delta\psi\cdot\zeta\ sin\,k}{sin^2[i]}\Big\{sin\,k\ cos[i]\ sin\,2[\delta]-cos\,k\ sin[i]\ sin[\delta]\Big\}$$
$$-\frac{\Delta s\cdot\zeta}{sin^2[i]}\Big\{sin\,k\ cos[i]\ cos\,2[\delta]-cos\,k\ sin[i]\ cos[\delta]\Big\}$$

atque tum

$$\Delta X = cos[i]\Big\{\Delta s\ cos[\delta]-\Delta\psi\ sin\,k\ sin[\delta]\Big\}\ sin([\delta]-(\Theta))$$
$$\Delta Y = cos[i]\Big\{\Delta s\ cos[\delta]-\Delta\psi\ sin\,k\ sin[\delta]\Big\}\ cos([\delta]-(\Theta))$$
$$X = \Big\{\frac{[p]\alpha+[q]\alpha'}{sin[i]}-cos[i]\,\zeta\ sin\,k\ sin[\delta]\Big\}\ sin([\delta]-(\Theta))$$
$$Y = \Big\{\frac{[p]\alpha+[q]\alpha'}{sin[i]}-cos[i]\,\zeta\ sin\,k\ sin[\delta]\Big\}\ cos([\delta]-(\Theta))$$
$$\Delta X' = \left\{\begin{array}{l}\Delta\psi\cdot\zeta\ sin\,k\Big[\frac{sin\,k}{sin[i]}\ cos^2[\delta]-cos\,k\ cos[i]\ cos[\delta]-sin\,k\ sin[i]\Big]\\ +\Delta s\cdot\zeta\Big[\frac{sin\,k}{sin[i]}\ cos[\delta]-cos\,k\ cos[i]\Big]\ sin[\delta]\end{array}\right\}\ sin([\delta]-(\Theta))$$
$$\Delta Y' = \left\{\begin{array}{l}\Delta\psi\cdot\zeta\ sin\,k\Big[\frac{sin\,k}{sin[i]}\ cos^2[\delta]-cos\,k\ cos[i]\ cos[\delta]-sin\,k\ sin[i]\Big]\\ +\Delta s\cdot\zeta\Big[\frac{sin\,k}{sin[i]}\ cos[\delta]-cos\,k\ cos[i]\Big]\ sin[\delta]\end{array}\right\}\ cos([\delta]-(\Theta))$$

et hinc valores minimi

$$\Delta\xi = cos[i]\Big\{\Delta s\ cos[\delta]-\Delta\psi\ sin\,k\ sin[\delta]\Big\}$$
$$\xi = \frac{[p]\alpha+[q]\alpha'}{sin[i]}-\zeta\ sin\,k\ cos[i]\ sin[\delta]$$
$$\Delta\xi' = \Delta\psi\cdot\zeta\ sin\,k\Big[\frac{sin\,k}{sin[i]}\ cos^2[\delta]-cos\,k\ cos[i]\ cos[\delta]-sin\,k\ sin[i]\Big]$$
$$+\Delta s\cdot\zeta\Big[\frac{sin\,k}{sin[i]}\ cos[\delta]-cos\,k\ cos[i]\Big]\ sin[\delta]$$

Quum eadem quantitas $\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\tau$ in formulis pro reducenda longitudine aequo jure introduci possit, omnia quae de hac reductione exposui nunquam non valent, et accuratio ne minimum quidem laeditur, si ubique $l+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\tau$ loco l; $\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\tau$ loco $\nu_{,}$; p, loco p et q, loco q substituuntur. Formula nominatim reductam longitudinem sive ascensionem rectam heliocentricam exhibens nunc est

Digitized by Google

$$l+\psi_{,,} = (\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\,t) + \psi_{,,,} + R' - (\delta s+\delta' s)\,\frac{tg\,[i]\,\cos(\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\,t-[\vartheta])}{1-\sin^2[i]\sin^2(\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\,t-[\vartheta])}$$

ubi

$$\psi_{,,,} = \psi_{,,} + c + c' - \Delta\eta - (\eta+\Delta\eta')\,t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (51)$$

et ubi, si res postularet, loco ultimi termini integralia aequationum (39) et (41) substitui possunt, dummodo c' in expressione ipsius $\psi_{,,,}$ deleatur *).

Per aequationes (49) habentur

$$\delta' p_{,} = \Delta X + \left\{ X + \Delta X' - \alpha \right\} \tau$$
$$\delta' q_{,} = \Delta Y + \left\{ Y + \Delta Y' - \alpha' \right\} \tau$$

ubi tamen terminos per τ^2 multiplicatos omisi, quoniam ad finem quem hic persequor non necessarii sunt. Aequatio itaque (44) subministrat

$$c' = \frac{[q]\,\alpha - [p]\,\alpha'}{\cos[i]\,(1+\cos[i])}\,\tau$$

et aequatio (51) substitutis valoribus quantitatum quas continet ex hoc et praec. art. petendis, abit in

$$\begin{aligned}\psi_{,,,} = {} & \Delta\psi\left[\cos k - \frac{\cos[i]}{\sin[i]}\sin k\,\cos[\vartheta]\right] - \Delta s\,\frac{\cos[i]}{\sin[i]}\sin[\vartheta] \\ & + \frac{[q]\,\alpha-[p]\,\alpha'}{\cos[i]\,\sin^2[i]}\,t + \zeta\left\{\cos k - \frac{\cos[i]}{\sin[i]}\sin k\,\cos[\vartheta]\right\} t - \gamma\,\mathrm{cosec}\,k\,.\,t \\ & + \Delta\psi\,.\,\zeta\,\sin k\left\{\frac{\cos[i]}{\sin[i]}\cos k\,\sin[\vartheta] - \tfrac{1}{2}\,\frac{1+\cos^2[i]}{\sin^2[i]}\sin k\,\sin 2[\vartheta]\right\} t \\ & - \Delta s\,.\,\zeta\left\{\frac{\cos[i]}{\sin[i]}\cos k\,\cos[\vartheta] - \tfrac{1}{2}\,\frac{1+\cos^2[i]}{\sin^2[i]}\sin k\cos 2[\vartheta] + \tfrac{1}{2}\sin k\right\} t\end{aligned}$$

ubi quoque terminos per t^2 multiplicatos omisi, quos facile restituet quicunque hanc rem aliqua attentione dignari velit.

Aequationes praecedentes monstrant coefficientem $\xi+\Delta\xi'$ et terminum in $\Delta\xi$ per $\Delta\psi$ multiplicatum, nec non quantitatem $\psi_{,,,}$ praesertim in casibus ubi nodi prope a punctis 0 et 180 graduum jacent deminutos esse, contra ea in casibus ubi nodi prope a punctis 90 et 270 graduum jacent, deminutionem hanc nullius momenti esse.

Si vero $[\vartheta] = 0$ et simul $[i] = k$, hoc est si corpus perturbatum in ecliptica mobili ipsa movetur, fit

$$\alpha = (\gamma\cos(\Theta) - \gamma'\sin(\Theta))\,\cos k$$
$$\alpha' = (\gamma\sin(\Theta) + \gamma'\cos(\Theta))\,\cos k$$
$$[p] = -\sin k\,\sin(\Theta)$$
$$[q] = \sin k\,\cos(\Theta)$$

atque tum

$$\Delta\eta = \Delta\psi; \quad \eta = \zeta - \gamma\,\mathrm{cotg}\,k; \quad \Delta\eta' = 0$$

sive

$$\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\,t = \psi_{,}$$

porro

$$\Delta\xi = \Delta s\cos k; \quad \xi = \gamma'\cos k; \quad \Delta\xi' = 0$$

sive

$$\frac{\Delta\xi + (\xi+\Delta\xi')\,t}{\cos k} = s_{,} - k$$

deinde

$$\psi_{,,} = 0.$$

Hinc jam intelligi potest, terminos illos minutissimos futuros esse, quoties inclinatio orbitae ad eclipticam parva est, sed proprietas haec sequenti modo clarius perspicitur.

Si corporis orbitae inclinatio ad eclipticam parva est, longitudines nodorum valores 90 et 270 graduum nunquam assequi possunt, sed certis arctisque limitibus, inter quos puncta 0 et 180 graduum medium obtinent locum, semper circumscriptae sunt. Quocirca e re est, valores quam maximos longitudinum nodorum, aliquot inclinationum valoribus respondentes indagare. Positis orbitae inclinatione ad eclipticam g et longitudine nodi n, triangulum sphaericum inter orbitam, eclipticam et aequatorem praebet:

$$\sin[i] = \sin g\,\frac{\sin n}{\sin[\vartheta]}$$
$$\sin n\,\mathrm{cotg}\,[\vartheta] = \sin k\,\mathrm{cotg}\,g + \cos k\cos n$$

Sumtis $[\vartheta]$ et n variabilibus, altera aequatio differentiata praebet postquam $d[\vartheta] = 0$ factum est, aequationem maximi hanc

$$\mathrm{cotg}\,\nu = -\,tg\,n\,\cos k$$

ubi ν valorem maximum ipsius $[\vartheta]$ denotat. Quacum ν ex aequatione hac

$$\sin n\,\mathrm{cotg}\,\nu = \sin k\,\mathrm{cotg}\,g + \cos k\,\cos n$$

eliminata, prodit

$$\cos n = -\,\mathrm{cotg}\,k\,tg\,g$$

quae igitur valorem eum ipsius n praebet, qui ipsi ν respondet. Quo invento, aequationes praecedentes ν et $[i]$ subministrant. Ope harum formularum, positis $g = 0 = 2° = 4° = 6° = 8°$

*) Evidens est in expressione (43) ipsius R' etiam..... $\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\,t$ loco $\nu_{,}$ substitui debere.

Digitized by Google

nec non $\zeta' \sin k = 20''$, $\Delta\psi = -16'',8 \sin\Omega$ et $\Delta\varepsilon = 9'',0 \cos\Omega$ valores computavi, quos sequens tabella ostendit.

g	$[i]$	ν	ξ †)	Valores maximi ipsarum $\Delta\xi$
°	°	°	″	″
0	23,5	0,0	0,0	$+ 8,2 \cos\Omega$
2	23,4	± 5,0	1,6	$+ 8,2 \cos\Omega + 0,5 \sin\Omega$
4	23,2	10,1	3,2	$+ 8,1 \cos\Omega + 1,1 \sin\Omega$
6	22,8	15,2	4,8	$+ 8,0 \cos\Omega + 1,6 \sin\Omega$
8	22,1	20,5	6,5	$+ 7,7 \cos\Omega + 2,1 \sin\Omega$

†) Ubi tamen ad terminum $\frac{[p]\alpha + [q]\alpha'}{\sin[i]}$ respicere non potui, qui ceteroquin semper minutissimus est, et in paucis admodum casibus una minuta secunda major evadit.

*) unde conspicuum est, quantam introducta quantitas η in coefficientem hunc ξ, qui alias $= 20''$ evaderet, habeat vim, quoties inclinatio orbitae ad eclipticam parva est. Verum in ipso $\Delta\xi$ terminus $8'' \cos\Omega$ circiter semper eminet, et nullo modo eliminari potest. Ut eluceat, qualem magnitudinem termini a productis nutationis in praecessionem prolati habeant, positis $[i] = 22°1$, $[\delta] = \nu = 20°5$, computavi has

$$\Delta\xi' \cdot t = + 0''000029\, t \sin\Omega + 0''000109\, t \cos\Omega$$
$$\Delta\eta' \cdot t = - 0,001399\, t \sin\Omega + 0,000696\, t \cos\Omega$$
$$\psi_{,,,} = + 0,001510\, t \sin\Omega - 0,000751\, t \cos\Omega$$
$$\psi_{,,,} + \Delta\eta' \cdot t = + 0,000111\, t \sin\Omega - 0,000055\, t \cos\Omega$$

Ecce igitur valores maximos harum quantitatum, quoties inclinatio orbitae ad eclipticam 8 graduum est, quae itaque revera his valoribus semper fere minores prodire debent. Quum vero maximus earum effectus in declinatione sit $= \Delta\xi' \cdot t$, et effectus earum quam proxime in ascensione recta sit $= \psi_{,,,} + \Delta\eta' \cdot t$: concludimus, terminos a productis nutationis in praecessionem prolatos omnino rejici posse, id quod nobis non liceret, si quantitatem η non introduxissemus.

Ceterum facile ostendi potest, quantitatem $\Delta\eta + (\eta + \Delta\eta')t$, qualis hic determinata est, arcum orbitae corporis perturbati inter aequatorem fixum et aequatorem mobilem interceptum significare **). Jam quum arcus hic in orbitis ad eclipticam parum inclinatis summae praecessionis et nutationis circiter aequalis sit: constat terminos prodncta nutationis in praecessionem continentes, quos negligere fas esse demonstrabam, non nisi nullius momenti esse posse. Quantitas vero $\Delta\eta + \eta\tau$, quum post τ in t mutatum terminis constet, quorum quisque ab unica variabili pendet, perfacile in tabulis redigitur, imo ηt longitudinibus quasi praecessio statim addi potest.

Simili modo quo $\eta\tau$, quantitas haec $\eta'\tau^2$ introduci potuisset, ut coefficiens in latitudine per t^2 multiplicatus ad minimum suum valorem redigeretur, sed quum coefficiens hic sua sponte jam minutissimus est, nihil lucri inde redundaret.

Item, substitutio huius quantitatis $\Delta\eta + \eta\tau$, quae si nihil negligere in votis est ubique perfici debet, in perturbationibus periodicis tum declinationis tum reductionis longitudinum ad aequatorem plerumque superflua erit, et tum termini periodici sicut in expressionibus (36) allati sunt, immediate conservari possunt, ita ut pars illa ipsius s, quae ab his terminis provenit, sit $=$

$$\left\{\left[[i,i']_s + (A[i,i']_s + D(i,i')_s)t\right]\sin(ig + i'g') + \left[[i,i']_c + (A[i,i']_c + D(i,i')_c)t\right]\cos(ig + i'g')\right\}\sin(\nu, - (\Theta))$$
$$- \left\{\left[(i,i')_s + (A(i,i')_s - D[i,i']_s)t\right]\sin(ig + i'g') + \left[(i,i')_c + (A(i,i')_c - D[i,i']_c)t\right]\cos(ig + i'g')\right\}\cos(\nu, - (\Theta))$$

ubi etiam termini per t multiplicati plerumque negligi possunt.

Ad motum lunae indagandum formulas nostras applicaturus, propter celerrimum perigaei nodorumque motum difficultatibus aliquot fortasse detinebitur, quae tamen per artificia, iis quibus hoc loco usus sum, haud dissimilia removeri possunt; sed de his alias.

*) Itaque nodi orbitae lunae, qui in ecliptica totam peripheriam brevi perlustrant, in aequatore modo oscillant, et amplitudinem 25 graduum circiter tantum absolvunt.

**) Itaque sicut $\nu, - [\delta]$ argumentum latitudinis respectu aequatoris fixi denotat, ita $\nu, + \Delta\eta + (\eta + \Delta\eta')t - [\delta]$ argumentum latitudinis respectu aequatoris mobilis designat.

Altona 1833. August 27.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 247.

Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel.

Von Herrn *v. Steinheil* in München.

(Beschluss.)

Der mechanische Theil des Instrumentes wie es jetzt besteht, ist das Ergebniss vieler Versuche und Abänderungen, zu welchen sich Herr *Ertel* stets bereit zeigte. Auf den Handgriff des Instrumentes ist die Büchse der Hauptaxe aufgeschraubt. An ihr ist der Arm befestigt, welcher das zur Helligkeitsänderung auf- und abwärts verschiebbare Fernrohr trägt. Die Correctionen um die optische Axe durch die Drehungsaxe zu führen sind angebracht. Eben so können die Spinnenfäden im Gesichtsfelde verstellt werden, um die Gesichtslinie auch senkrecht auf die Drehungsaxe zu machen. Die Axe läuft von der Flanche aus in zwey Conus zu, der untere Conus passt in die Büchse des Handgriffes, und ist durch Gegenmutter mit Feder darin fest gehalten. Ueber den obern Conus schliefst die Alhidade, während auf die Flanche selbst der Kreis festgeschraubt ist. Dieser hat eine Theilung auf Silber von 4 Par. Zoll Durchmesser, sie geht unmittelbar von 10′ zu 10′, durch die diametral entgegenstehenden Nonien der Alhidade von 10″ zu 10″ unmittelbar getheilt. Man schätzt aber noch leicht 5″ und ist nur in seltenen Fällen mehr als 3″ zweifelhaft. Diese Genauigkeit im Ablesen bey so kleinen Dimensionen des Kreises scheint ein wesentlicher Vortheil des Instrumentes. Auf dem obern Ende der Axe ist eine massive Platte aufgeschraubt, welche das mit Corrections-Schrauben versehene Prisma des Kreises trägt, zugleich aber durch eine Stahlfeder die Alhidade in der Art auf ihren Conus andrückt, dass die Beobachtung in umgekehrter Lage des Instrumentes vollkommen sicher bleibt. Ueber die Alhidade ist der Loupenträger zum Ablesen des Kreises gesteckt, und endlich das Prisma der Alhidade in seiner Büchse mit Zug- und Druckschrauben auf ersterem so befestigt, dass nur ein sehr schmaler Zwischenraum zwischen beyden Prismen bleibt. Die Büchse des Prismas ist in der Art ausgeschnitten, dass sie das nöthige Licht in allen Lagen zulässt; dagegen zugleich die falschen und farbigen Bilder blendet. Kreis und Alhidade sind durch Mikrometerklemme verbunden. Eben so die Büchse des Handgriffes mit einer besondern Fanche des Kreises. Demzufolge kann die Alhidade mit ihrem Prisma für sich allein gedreht werden, eben so kann Kreis und Alhidade zusammen gegen das Fernrohr verstellt werden, und eine besondere Theilung von 1° zu 1° mit Index am Arme des Fernrohres zeigt den Angularwerth dieser Verstellung.

Das Instrument kann sonach auf zweyerley Weise zum Winkelmessen gebraucht werden. Erstens indem man das Prisma des Kreises so stehn lässt, dass man durch dasselbe in gerader Richtung nach dem einen Objecte sieht, nun aber die Klemme der Alhidade löset, und an dieser das Alhidadenprisma dreht, bis das zweyte rechts vom Beobachter liegende Object im Gesichtsfelde erscheint. Dann klemmt, einstellt und abliest. Hierauf Kreis und Alhidade um circa denselben Winkel vom Index des Armes bezeichnet verstellt, und nun die Beobachtung wiederholt entweder, indem man nun direkt nach dem zweyten Objekte sieht, oder in umgekehrter Lage des Kreises nach dem erstern. Hier ist die Summe beyder Ablesungen nach Anbringung der Collimation, der gesuchte Naturwinkel befreyt von dem Einflusse der Winkelungleichheit der Prismen, und der Excentricität. Auf diese Weise können Winkel bis über 90° gemessen werden. Die zweyte Beobachtungsart besteht darin, dass man beyden Prismen eine symetrische Lage gegen die optische Axe giebt; auch hiezu dient der Index, indem man Kreis und Alhidade zugleich um den halben Winkel dreht, welchen die Hypothenusflächen beyder Prismen mit einander bilden. In diesem Falle ist das Fernrohr also nach keinem der Objecte selbst, sondern zwischen beyde gerichtet. Es eignet sich diese Methode vorzüglich zu Höhenbeobachtungen über Reflexionshorizonten, wobey das Fernrohr stets in horizontaler Lage erhalten wird. Jede Ablesung giebt hier für sich die von obigen Fehlern befreyte Höhe über dem Horizont. Auch können auf diese Weise alle Winkel bis über 180° hinaus gemessen

Digitized by Google

werden *). Die Oscillationen um die optische Axe beym Messen veränderlicher Winkel bewirkt in diesem Falle dafs beyde Bilder sich gegen einander bewegen. Da man jedoch grofse und rasche Drehungen vermeiden wird, so entsteht hieraus kein Nachtheil für die Beurtheilung der Coincidenzen oder Abstände vor und nach der ganzen Secunde.

Die Rectification dieser Kreise ist, wie man aus dem Bisherigen ersehen wird, einfacher als bey dem Sextanten. Hier möchte es wohl unnöthig und ermüdend seyn in das Einzelne dieser Operationen einzugehn. Ich bemerke nur, dafs die Reflexbilder der Seitenflächen des Kreisprismas nach abgenommener Blendung ein bequemes Mittel an die Hand geben seine Axe parallel mit der Drehungsaxe des Instrumentes zu stellen. Zwey mit Kreutzfäden versehene gegen einander gerichtete Fernröhre, deren optische Axen parallel, haben sich als sehr brauchbar bewiesen um die Rectificationen des zwischen sie gebrachten Prismenkreises zu bewirken.

Durch das Bisherige möchte der Kenner in den Stand gesetzt seyn zu beurtheilen, was im Allgemeinen von diesen Kreisen zu erwarten steht. Ihre specielle Prüfung mufs ich der Zeit und andern Beobachtern überlassen. Ich könnte zwar Beobachtungen mit denselben anführen, die durch ihre Uebereinstimmung und anderweitige Controle für die Brauchbarkeit des Instrumentes sprechen; allein zur vollständigen Beurtheilung dessen was das Instrument zu leisten vermag, scheint dieses nicht hinreichend. Dazu wären Beobachtungsreihen nöthig die sowohl die günstigen als ungünstigen Umstände, und alle Arten der Anwendung umfafsten. Es wären genaue und sorgfältige Prüfungen aller möglichen Fehlerquellen-Untersuchungen nöthig die hier offenbar zu weit führten, auch kaum der Mühe lohnten, wenn nicht dadurch zugleich auch andere Zwecke erreicht würden. Eine solche Beurtheilung des Instrumentes kann der Natur der Sache nach nur durch vielfältige Erfahrung herbeygeführt werden, und ich überlasse sie getrost der Zukunft; indem ich mit dem Wunsche schliefse, dafs die neuen Prismenkreise eine günstige Aufnahme in der astronomischen Welt finden mögen.

*) Diefs möchte besonders dem Seefahrer nicht unwillkommen seyn, indem er seine Meridianhöhen unmittelbar aus gröfsten und kleinsten Abständen vom Meereshorizonte ohne besondere Reduction wegen Elevation finden kann.

Steinheil.

Zusatz des Herausgebers.

Ich erhielt von Herrn *Ertel* im Mai d. J. das von ihm ausgeführte Instrument des Herrn *v. Steinheil*, welches der Herr Erfinder in dem vorstehenden Aufsatz beschrieben hat. Andere Geschäfte hielten mich anfangs von Beobachtungen damit ab, und es war erst am 11ten Junius, dafs ich meinen ersten Versuch an der Sonne damit machte. Ich wählte die Beobachtungsart bei der die Prismen symmetrisch gegen das Fernrohr gestellt werden und bei der das Fernrohr nach dem Puncte in der Mitte zwischen den beiden zu beobachtenden Gegenständen gerichtet ist, also wenn man Sonnenhöhen von einem künstlichen Horizonte nimmt horizontal gehalten werden mufs. Meine ersten Beobachtungen machten mir sehr viel Mühe. Bei dem Sextanten hat man das reflectirte Bild im Horizonte als Anhaltspunct, und braucht nur das doppelt reflectirte Bild des grofsen Spiegels durch Drehung um die Axe des Fernrohrs in Coincidenz mit dem vom Horizonte reflectirten Bilde zu bringen; hier aber hat man gar keinen Anhaltspunct, und soll ohne auf einen bestimmten Gegenstand zu sehen zwei reflectirte Bilder haschen. Indessen darf ich versichern, dafs die kleine dazu nöthige Uebung sehr bald erlangt werden kann, und dafs ich jetzt schon mit eben der Leichtigkeit mit diesem Instrumente wie mit einem Sextanten oder Spiegelkreise beobachte.

Das Instrument so wie ich es von Herrn *Ertel* erhielt erlaubte nicht an beiden Seiten des Nullpuncts zu beobachten, sondern setzte eine besondere Bestimmung der Collimation, ebenso wie sie an Sextanten gemacht werden mufs, voraus. Auch erinnert Herr *v. Steinheil* in dem vorhergehenden Aufsatze an diese vorläufige, und bei jeder Beobachtung zu machende Collimationsbestimmung ausdrücklich. Man hat freilich bei diesem Instrumente den Vortheil den man bei Sextanten entbehrt, (weil am Sextanten der kleine Spiegel excentrisch sitzt) dafs man jeden nahen scharf begränzten Gegenstand zur Bestimmung der Collimation benutzen kann, indessen ist der Vorzug dieser Bestimmung enthoben zu seyn bekanntlich so bedeutend dafs ich gleich nach den ersten Beobachtungstagen aufmerksam das Instrument in dieser Hinsicht untersuchte. Man stellt wie Herr *v. Steinheil* im vorigen Aufsatze zeigt das Fernrohr auf den halben von der Alhidade angegebenen Winkel oder auf $\frac{1}{2}a$, wenn a den wirklich gemessenen Winkel bedeutet. Will man dies, wenn man auf der andern Seite des Nullpuncts mifst, thun, und also das Fernrohr auf $360 - \frac{1}{2}a$ und die Alhidade auf $360 - \frac{1}{2}a$ stellen, so folgt aus der Natur des Instruments dafs in dieser Lage des Fernrohrs die Beobachtung nicht möglich ist. Sie läfst sich aber sehr gut

Digitized by Google

machen wenn man das Fernrohr dann 180° dreht, also die Alhidade auf $360 - \frac{1}{4}a$ läfst, und das Fernrohr auf $180 - \frac{1}{4}a$ stellt, allein bei dem mir gesandten Instrumente war dann der Ansatz auf der Alhidade welcher die Mutter der Micrometerschraube hält im Wege. War diese Mutter an einem um die Axe beweglichen und beliebig anzupassenden Ringe (wie bei dem Meridiankreise) befestigt, so würde diese Schwierigkeit wegfallen; da dies sich aber nicht mehr bei meinem Instrumente anbringen liefs, so liefs ich den Ansatz unmittelbar an Nonius 1 an der Seite des Nullpuncts befestigen. In dieser Lage hindert er nicht mehr dem Fernrohr die nöthige Stellung zur Beobachtung an der andern Seite des Nullpunctes zu geben, und so sind meine Beobachtungen von Julius 22 an gemacht. Früher habe ich nur an einer Seite des Nullpuncts beobachtet und die Collimation besonders bestimmt.

Die Resultate welche ich hier den Astronomen vorlege, würden trotz der Vortreflichkeit des Instruments nicht so befriedigend ausgefallen seyn, wenn ich mich nicht eines angequickten Quecksilberhorizontes bedient hätte. Jeder Beobachter mit Reflexionsinstrumenten kennt die Schwierigkeiten welche ein Quecksilberhorizont darbietet, wenn man einen hölzernen oder eisernen Trog braucht. Alle diese Schwierigkeiten verschwinden, und das Quecksilber bietet eine schöne ruhige Spiegelfläche wenn man es in eine flache sphärische Calotte von reinem Kupfer, das mit Quecksilber und Scheidewasser vorher angequickt ist, gieſst. Ich verdanke meinen ersten Horizont dieser Art dem verstorbenen Geheimen-Rath *v. Behrnauer*, der ihn mir im Jahre 1822 schenkte, und würde ohne ihn schwerlich noch in diesem Augenblicke diese vortrefliche Einrichtung kennen, obgleich sie schon vor 1804 von Herrn *von Schönau* erfunden, und im Berliner Jahrbuche 1807 p. 158 bekannt gemacht ist. Vielleicht hat frühere Beobachter die Schwierigkeit abgeschreckt die Oberfläche des Quecksilbers auf diesem Horizonte rein zu erhalten, welches allerdings wenn man Leder oder Papier gebraucht um die Unreinigkeiten wegzunehmen nicht leicht ist. Indessen erhält man sehr leicht eine reine Oberfläche wenn man den Horizont unmittelbar vor der Beobachtung mit etwas übergegossenem Quecksilber abspült. Diesen Handgriff verdanke ich dem ausgezeichneten Mechaniker Herrn *Paulsen*, der früher bei mir angestellt war, und jetzt Lehrer an der polytechnischen Schule in Copenhagen ist.

Ich wählte zur Prüfung des Instruments Circummeridianhöhen der Sonne, aus denen ich die Breite meiner Sternwarte berechnete, und einige irdische Winkel die aus einem Stationspuncte der Gradmessung gemessen wurden, und mit grofser Schärfe bekannt sind. Ich sende die Sonnen-Beobachtungen voraus, bei denen um den Sonnenhalbmesser zu eliminiren jedesmal beide Ränder beobachtet sind. Die Veränderung der Declination während der Beobachtungen ist gleichfalls nach der *Gauss*ischen Methode eliminirt, indem die Stundenwinkel nicht von dem Augenblicke gerechnet sind in dem der Mittelpunct der Sonne im Meridian war, sondern von dem Augenblicke, in dem sie ihre gröfste Höhe erreichte. Die Rechnungselemente sind aus dem Berliner Jahrbuche genommen, und *Bessels* Refraction ist gebraucht.

Circummeridianhöhen der Sonne.

1833. Jun. 11.

Aus freier Hand beobachtet.

Muston 370.	Non. 1.	Non. 2.	Höhe auf den Mittag reducirt.	Sonnenhalbmesser.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
0 1 53	59 47 55	50	59 48 17,2	
— 5 20	— 46 50	50	— — 27,0	15′ 52″,0
— 6 57	— 14 40	35	59 16 49,8	
— 8 39	— 13 17	10	— — 26,6	
				Muston 370.

Bar. 29ᶻ,856 $t = 68°,2$ Nullpunct d. Stundenw. 23ʰ 58′ 46″1 freies Th. 77°,8.

Beobachtungen zur Bestimmung der Collimation.

um 10 Uhr morg. Sonnendurchm.	° ′ ″ ″	
	0 14 30 40	
	— — 30 50	Coll. +1′ 14″0
	359 42 55 63	
	— — 50 60	
nach der Sonnenbeobachtung	0 14 35 50	Coll. +1′ 5″,0*)
	359 43 0 15	

Es folgen daraus die Sonnenhalbmesser 15′ 49″0
— 47,5

Herr *Petersen jun.* berechnet
Breite der Sternwarte 53° 32′ 43″,7.

1833. Junius 16.

Aus freier Hand beobachtet.

Kessels 1260.	Non. 1	Non. 2	Auf den Meridian reducirt.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″
23 55 1,5	60 3 40	50	60 4 4,2
— 56 59	59 32 35	35	59 32 37,3
— 59 1,5	— — 47	40	— — 45,7
0 0 46,5	60 3 45	40	60 3 58,6
			Kessels 1260.

Bar. 30ᶻ,056 $t = 59°,1$ Nullpunct d. Stundenw. 23ʰ 58′ 1″5 freies Th. 70°,7.

---

*) Diese Collimation, als die nächste bei der Beobachtung, ist angewandt.

Digitized by Google

Beobachtungen zur Bestimmung der Collimation.

	Non. 1.	Non. 2.	
	° ′ ″	″	
des Morgens Sonnendurchm.	0 14 20	40	Coll. + 1′ 15″0
	359 42 50	70	
	0 14 30	45	Coll. + 1′ 12″0
	359 42 47	70	
Nach der Beobachtung	0 14 15	30	Coll. + 1′ 15″0
	359 43 5	10	

Es folgen daraus die Sonnenhalbmesser 15′ 45″,0
— 49,5
— 37,5

Herr *Petersen jun.* berechnet
Breite der Sternwarte 53° 32′ 46″,3.

1833. Julius 6.

Aus freier Hand beobachtet. Die heute gebrauchte Uhr geht Sternzeit, und war 1′ 54″,8 vor Sternzeit voraus.

Kessels 1313.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridian reducirt.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″
6 51 37,5	58 49 25	17	58 53 51,0
— 53 30,0	59 22 15	10	59 25 20,8
— 56 7,0	59 23 40	40	— — 18,8
— 57 10,5	58 52 40	40	58 53 50,8

Bar. 30ᶻ,025 t 66°,5
freies Therm. 74°,5.

Die Collimation ward durch Coincidenz irrdischer Gegenstände bestimmt

+ 1′ 3″5
+ 1 11,0 } + 1′ 7″,3

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus
Breite der Sternwarte 53° 32′ 46″,2.

1833. Julius 7.

Aus freier Hand beobachtet.

Breguet 4554.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridian reducirt.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″
0 0 12	59 18 37	30	59 19 1,8
— 11 18,4	58 45 55	45	58 47 45,8
— 15 18,0	58 43 5	0	— — 35,8
— 17 47,6	59 12 15	20	59 19 2,8

Breg. 4554.

Bar. 29ᶻ,769 t = 68°,0 Nullpunct d. Stundenwink. 0ʰ 3′ 52″3.
freies Therm. 76°,0.

Beobachtungen zur Bestimmung der Collimation.

	Non. 1.	Non. 2.	
	° ′ ″	″	
Nach der Sonnenbeob. Sonnendurchm.	359 43 0	15	+ 1′ 3″0
	0 14 40	53	
	0 14 30	43	+ 1′ 8″5
	359 43 0	13	

Es folgen daraus die Sonnenhalbmesser 15′ 49″5
— 42,3

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus
Breite der Sternwarte 53° 32′ 49″,3.

Soweit gehen die Beobachtungen im ursprünglichen Zustande des Instruments, und aus freier Hand gemacht. Ich übergab jetzt das Instrument Herrn *Repsold* um die vorher erwähnte Veränderung daran zu machen, und erhielt es Jul. 21 zurück. Die folgenden Beobachtungen sind an beiden Seiten des Nullpuncts gemacht, und nicht mehr aus freier Hand, sondern von einem Stative. Jetzt wurden die Beobachtungen zur Bestimmung der Collimation unnöthig, und ich habe statt der Collimation, den Nullpunct der aus allen Beobachtungen folgt angegeben, von dem die Winkel an gerechnet werden müssen. Die aus den Beobachtungen folgenden Sonnenhalbmesser sind beigesetzt.

1833. Julius 22.

Breg. 4554.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Merid. reducirt.	Sonnenhalbm.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
23 46 50,4	303 39 47	75	303 28 21,3	15′ 47″2
— 48 42,0	303 6 0	30	302 56 46,9	
— 56 48,8	56 26 35	33	56 29 7,9	15 46,5
0 0 24,0	56 59 47	47	57 0 40,8	
— 2 11,6	57 0 23	23	57 0 46,1	15 49,2
— 4 14,0	56 29 3	5	56 29 7,7	
— 8 36,8	302 56 40	73	302 56 38,2	15 48,7
— 10 29,6	303 28 47	80	303 28 15,6	

Breg. 4554

Bar. 29ᶻ,714 t = 64°,9 Nullpunct d. Stundenwinkel 0ʰ 5′ 35″,5
freies Therm. 67°,5.

Aus den Beobachtungen folgt Nullpunct des Kreises
359° 58′ 43″,0.

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus
Breite der Sternwarte 53° 32′ 49″,0.

1833. Julius 30.

Breg. 4326.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridian reducirt.	Sonnenhalbm.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
0 3 48,5	54 43 10	10	54 43 18,5	15′ 50″2
— 5 3,6	55 14 60	55	55 14 58,9	
— 7 59,8	304 42 17	45	304 42 22,7	15 54,0
— 9 5,0	305 14 20	40	305 14 10,6	

Breg. 4326.

Bar. 30ᶻ,252 t = 68°,6 Nullpunct d. Stundenwinkel 0ʰ 5′ 54″9
Freies Therm. 72°,7.

Digitized by Google

Aus den Beobachtungen folgt Nullpunct des Kreises
359° 58′ 42″,7.

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus

Breite der Sternwarte 53° 32′ 46″,7.

1833. Julius 31.

Breg. 4326.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridian reducirt.	Sonnenhalbm.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
0 0 15,4	304 58 10	40	304 57 15,0	15′ 44″7
— 1 50,2	305 29 15	30	305 28 44,4	
— 6 11,5	54 28 47	47	54 28 47,0	15 47,3
— 7 56,2	55 0 20	13	55 0 21,7	

Breg. 4326.

Bar. 29″,934 $t = 66°,6$ Nullpunct d. Stundenwinkel 0h 6′ 17″,7
Freies Therm. 70°.

Aus den Beobachtungen folgt Nullpunct des Kreises
359° 58′ 47″,0.

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus

Breite der Sternwarte 53° 32′ 46″,7.

1833. August 1.

Breg. 4554.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridian reducirt.	Sonnenhalbm.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
0 4 29,2	54 45 17	20	54 45 20,5	15′ 47″8
— 6 19,6	54 13 40	47	54 13 44,9	
— 8 54,4	305 43 50	87	305 43 46,2	15 51,5
— 10 22,0	305 12 30	67	305 12 3,2	
— 11 26,4	305 13 0	40	305 12 12,4	15 48,3
— 12 56,8	305 45 20	50	305 43 48,9	
— 14 56,8	54 42 20	30	54 45 15,8	15 44,5
— 16 8,8	54 10 10	10	54 13 46,9	

Breg. 4654.

Bar. 30″,096 $t = 60°,0$ Nullpunct d. Stundenwinkel 0h 5′ 29″,2
Freies Therm. 68°,5.

Aus den Beobachtungen folgt Nullpunct des Kreises
359° 58′ 44″,8.

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus

Breite der Sternwarte 53° 32′ 50″,6.

Wir haben also folgende Uebersicht der durch dies Instrument erhaltenen Breitenbestimmungen, und der dabei gefundenen Nullpuncte des Kreises.

	Breite.	Nullpunct.
	° ′ ″	° ′ ″
1833 Jun. 11	53 32 43,7	359 58 55,0
— 16	— — 46,3	— — 45,0
1833 Jul. 6	53 32 46,2	359 58 52,7
— 7	— — 49,3	— — 54,2
— 22	— — 49,0	— — 43,0
— 30	— — 46,7	— — 42,7
— 31	— — 46,7	— — 47,0
Aug. 1	— — 50,6	— — 44,8
Mittel	53° 32′ 47″3	

Die wahre Breite ist 53° 32′ 45″3, der kleine Kreis hat also nur 2″ gefehlt.

Ich füge noch 3 irrdische Winkel hinzu, die ich auf dem Stationspuncte in meinem Hause gemessen habe. Da der Kreis in der Ebene der Gegenstände mifst, und diese Winkel erst auf den Horizont reducirt werden sollten, so bedürfen alle diese Winkel einer kleinen Correction, die aber so unbedeutend ist, dafs ich es nicht der Mühe werth hielt sie zu berechnen.

Gemessen sind:	Winkel aus d. Dreiecken der Gradmessung.
	° ′ ″
A) Wilhelmsburg — Buxtehude	101 19 2,2
B) Ochsenwerder — Buxtehude	115 6 38,2
C) Ochsenwerder — Harburg	35 23 9,6

Bei den Winkeln des *Steinheil*schen Kreises habe ich die Correction beigesetzt, durch die sie auf die Winkel der Gradmessung reducirt werden.

	Links vom Nullpunct.	Rechts vom Nullpunct.	Winkel des Kreises.	Correction.
	° ′ ″	° ′ ″		
A)	50 38 20	309 19 15		
	— — 20	— — 40		
	50 38 20	309 19 27,5	101 18 52,5	+ 9″,7
	50 38 17	309 19 10		
	— — 15	— — 34		
	50 38 16	309 19 22	101 18 54,0	+ 8,2
	50 38 25	309 19 13		
	— — 25	— — 37		
	50 38 25	309 19 25	101 19 0,0	+ 2,2
C)	17 40 25	342 17 0		
	— — 25	— — 23		
	17 40 25,0	342 17 11,5	35 23 13,5	— 3,9
	17 40 27	342 17 3		
	— — 20	— — 23		
	17 40 23,5	342 17 13,0	35 23 10,5	— 0,9
B)	57 32 17	302 25 20		
	— — 10	— — 50		
	57 32 13,5	302 25 35,0	115 6 38,5	— 0,3

Digitized by Google

	Links vom Nullpunct.	Rechts vom Nullpunct.	Winkel des Kreises.	Correction.
	° ′ ″	° ′ ″		
B)	57 32 0	302 25 23		
	— — 13	— — 50		
	57 32 6,5	302 25 36,5	115 6 30,0	+ 8,2
	57 32 7	302 25 17		
	— — 10	— — 40		
	57 32 8,5	302 25 28,5	115 6 40,0	— 1,8

Der Winkel A ward bei sehr ungünstiger Luft gemessen, dahingegen B und C bei vortrefflicher Luft.

Vorstehende Resultate werden hinreichen, um von der Genauigkeit deren Herrn *v. Steinheils* Prismenkreis fähig ist einen Begriff zu geben, und dazu beitragen dies treffliche Instrument den Beobachtern zu empfehlen. Es wird ohnstreitig bei weiterer Bekanntwerdung noch einige zur Bequemlichkeit und Genauigkeit dienende Zusätze erhalten (in erster Hinsicht möchte ich *Troughtons* Methode das Fernrohr parallel mit dem Limbus zu bewegen empfehlen) aber so wie es ist, scheint es mir schon in seinen Leistungen alle Erwartungen zu übertreffen. Man darf nicht vergessen, dafs der Radius dieses Kreises nur 2 Zoll ist.

S.

Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber.

1838. Mai 18.

Mi permetto di unirli le poche osservazioni di Giunone, che ho potuto fare negli scorsi giorni alla consueta Machina Paralattica in compagnia del Sg. Dre. *Conti* mio Collega; Il Pianata era debolissimo, e difficile a vedersi, alla quale circostanza deve attribuirsi l'andamento un poco irregolare delle differenze, che presentano queste osservazioni confrontate con le eccellenti effemeridi del Sr. *Enke.*

Le stelle alle quali fù costantemente confrontato il pianeta, sono quelle corrispondenti ai numeri 1751, 1761, 1794 del Catalogo del Sr. *Baily*, la posizione apparente delle quali per il giorno 10 Maggio ci risultò, come segue:

	AR. appar.	Decl. appar.
	h ′ ″	° ′ ″
N. 1751	= 15 20 13,51	= + 2 25 42,17
1761	= 15 24 22,98	= — 0 36 53,58
1794	= 15 37 28,92	= — 1 16 31,02

Osservazioni di Giunone intorno all' opposizione nel Maggio 1833, fatte all' T. R. osservatorio di Padova confrontate con le Effemeridi di Berlino del Ch. Sigr. *Enke.*

Giorni.	T. Medio in Padova.	AR. appar. osservata.	Declin. app. osservata.	Corr. delle Effem. in AR.	Corr. delle Effem. in Decl.
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Maggio 7	11 59 48,2	15 11 58,85	— 1 52 27,04	+ 1,33	+ 15,4
—	12 35 56,3	15 11 57,47	— 1 52 20,71	+ 1,17	+ 14,8
8	11 48 57,3	15 11 11,69±	— 1 47 49,71±	+ 2,48±	— 1,9±
—	12 23 14,3	15 11 10,23	— 1 47 29,71	+ 2,17	+ 11,1
9	11 41 35,8	15 10 21,97	— 1 42 49,04	+ 1,20	+ 10,4
—	12 17 6,2	15 10 20,80	— 1 42 47,71	+ 1,23	+ 3,7
10	11 41 48,8	15 9 33,42	— 1 38 1,21	+ 1,35	+ 11,9
—	12 25 35,0	15 9 32,49	— 1 38 3,21	+ 1,90	+ 2,5
11	12 4 48,2	15 8 45,25	— 1 33 31,21	+ 2,59	+ 1,7
13	11 52 47,4	15 7 7,51	— 1 24 38,81	+ 1,38	+ 2,7
			Medio	+ 1″68	+ 7,23

Santini.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Mädler* an den Herausgeber.

Arcona 1833. Jul. 28.

Die diesmalige Opposition des Mars traf mit einer so anhaltend ungünstigen Witterung zusammen, dafs unsre Absicht, die im J. 1830 angestellten physischen Beobachtungen fortzusetzen, nur sehr unvollkommen erreicht worden ist. Unter 16 an 6 Abenden entworfenen Zeichnungen sind nur 4, die den bessern auf unserm bei Nr. 191 der Astr. Nachr. befindlichen

Digitized by Google

Tableau an die Seite gesetzt werden können, und ein besonders nachtheiliger Umstand ist der, dafs der Fleck *a*, der uns damals als Normalfleck gedient hatte, nur einmal (am 16. Decbr.) und zwar ziemlich weit von der Mitte entfernt, beobachtet werden konnte.

Gleichwohl sind diese wenigen Wahrnehmungen hinreichend um uns zu überzeugen, dafs keiner der 1830 gezeichneten Flecke seine Gestalt und Lage verändert hat. Vollkommen deutlich war dies bei den 3 Hauptflecken, worunter *pm* diesmal am öftersten beobachtet wurde, so wie von dem schwächeren Streifen *q*. Die dem Südpol noch näheren *x*, *y*, *t* konnten diesmal nicht erscheinen, da der Pol dem Rande zu nahe lag, daher auch das 1830 so deutliche weifse Licht desselben nur 2 mal mit Gewifsheit, obwohl äufserst schwach, erkannt wurde (Nov. 20. 9^h und Nov. 23. $8^h\,14'$), dagegen bei allen übrigen Beobachtungen, auch derselben Abende, theils ungewifs blieb, theils gar nicht erschien. Auf der Nordhalbkugel, beiläufig von 180° bis 230° L. und 0° bis 35° N.B. zeigte sich wiederholt ein schwacher, gegen *pr* concaver Streifen, doch nur an seinem nördlichen Ende deutlich, und der Raum zwischen ihm und *pr* erschien mehrmals roth. Auch zeigte die Nordhalbkugel in ihrem fleckenfreie gezeichneten Theile kein so reines und gleichförmiges Licht als vor 2 Jahren. Um den (noch immer abgewendeten) Nordpol herum war nichts Besondres zu bemerken.

Diese Beobachtungen können, unter sich selbst verglichen, über die Rotationszeit nichts entscheiden, in Verbindung mit den 1830 gemachten ergiebt sich folgendes: Bezeichne *m* den Meridian der Marskugel, welcher zur Zeit der Beobachtung unter Voraussetzung der 1830 gefundenen Rotation ($24^h\,37'\,9'',9$) durch die Mitte gehen mufste, *m'* der welchen die Beobachtung ergab, Δt die Verbesserung der Rotation in Zeitsekunden, endlich *a* ein aus der Anzahl der seit 1830 verflossenen ganzen Umläufe sich ergebender Coefficient, also

$$m + a.d\,t = m'$$

so sind die einzelnen Bedingungsgleichungen:

Sept. 24.	$16^h\,40'$	$244°\,48' + (2°\,47')\,\Delta t = 285°$	$\Delta t = 14''5$
	$17\,25$	$233\,50 + (2\,47)\,\Delta t = 275$	
Nov. 17.	$8\,37$	$114\,44 + (3\,0)\,\Delta t = 160$	$\Delta t = 15{,}3$
	$9\,48$	$97\,25 + (3\,0)\,\Delta t = 144$	
Nov. 20.	$7\,2$	$164\,0 + (3\,1)\,\Delta t = 187$	$\Delta t = 11{,}7$
	$8\,53$	$136\,54 + (3\,1)\,\Delta t = 177$	
	$11\,20$	$101\,3 + (3\,1)\,\Delta t = 140$	
	$15\,36$	$38\,37 + (3\,1)\,\Delta t = 78$	
Nov. 23.	$5\,40$	$210°\,6' + (3°\,2')\,\Delta t = 220°$	$\Delta t = 2''8$
	$8\,18$	$171\,32 + (3\,2)\,\Delta t = 180$	
	$10\,14$	$143\,14 + (3\,2)\,\Delta t = 150$	
Dec. 16.	$6\,32$	$39\,56 + (3\,7)\,\Delta t = 88$	$\Delta t = 13{,}7$
	$7\,45$	$22\,9 + (3\,7)\,\Delta t = 60$	
	$8\,55$	$5\,4 + (3\,7)\,\Delta t = 45$	
	$11\,4$	$333\,57 + (3\,7)\,\Delta t = 22$	

woraus im Mittel $\Delta t = 11'',6$ und folglich die verbesserte Rotation = $23^h\,37'\,21'',5$ erhalten wird. Wollte man das Resultat des 23. Novbr. der starken Abweichung wegen ausschliefsen, so würde die Rotation = $23^h\,37'\,23'',7$. Die Zahl der ganzen Umdrehungen vom 20. Octbr. 1830 um 10^h bis 17. Novbr. 1832 um 14^h ist 740.

Man kann hiernach die Flecke, welche bei der im Januar 1835 statt findenden nächsten Opposition (wo der Marsäquator sehr nahe als grade Linie erscheinen wird) zu einer gegebenen Zeit sichtbar sein werden, im Allgemeinen vorausberechnen.

Ueber die Verschwindung des Saturnringes habe ich folgendes beobachtet:

1832 Nov. 29. 18^h noch ohne Ring gesehen.
(December äufserst schlechte Witterung.)

1833 Febr. 26. Der Ring als ziemlich breite Linie. Auf jeder Seite fast in der Mitte ein hellerer Punkt, aber auf der Ostseite leichter aufzufinden als im W.

März 11. — 12. desgl.

— 21. — 25. — 26. desgl. Die Linie wird merklich feiner.

April 4. 15^h Zu beiden Seiten scheint die Linie durch 3 feine Punkte gebildet, aber es ist alles zu zart und schwirrend.

— 13. — 14. — 17. der hellere Punkt ist nur noch schwer in der feinen Linie zu erkennen.

— 22. Die sehr feine Linie ist noch deutlich, und scheint östlich etwas länger.

— 24. Nur mit grofser Mühe gesehen.

— 25. Die Linie noch mit Sicherheit gesehen, aber so fein, dafs das Auge sie nicht lange festhalten kann. Auch ist sie nicht mehr lang genug.

Unter allen angewandten Vergröfserungen war die 180malige des Mikrometers die einzige, welche die Linie noch zeigte.

— 26. Nichts mehr gesehen.

Mädler.

Digitized by Google

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Lamont* an den Herausgeber.

Bogenhausen 1833. July 26.

Die letzte Sonnenfinsternifs konnte auf der hiesigen Sternwarte wegen ungünstiger Witterung nur unvollständig beobachtet werden. Ich erhielt:

Anfang.	16 July.	1h 26′ 25″	Sternzeit.	Gut.
Ende.	———	3 10 21	———	ganz unzuverlässig.

oder nach mittlerer Zeit:

Anfang	17h	47′	17,6
Ende	19	30	56,6

Das Ende beobachtete ich ohne Blendglas, denn die Sonne war bedeckt; und gerade wie die letzte Berührung erfolgen sollte, verschwand die Sonne hinter einer dicken Wolke. Die obige Angabe ist daher wahrscheinlich um ein Paar Sekunden zu klein.

Ich habe während der Finsternifs mehrere Sehnen mit einem *Fraunhofer*'schen Heliometer gemessen. Das Instrument hatte wegen anhaltend schlechter Witterung nicht gehörig berichtiget werden können; überdiefs machten vorüberziehende dünne Wolken die Einstellungen sehr schwierig: man wird demnach wenig Genauigkeit erwarten dürfen. Ich will jedoch diese Messungen hier beyfügen.

Mittl. Zeit.	Sehne.	Positions-Winkel.	Scheinb. Entfernung der Mittelpunkte.	
h ′ ″	″	° ′	″	
17 53 54,8	889,6	152 0	1724,8	
17 56 45,3	1042,5	150 10	1637,1	
17 59 23,9	1155,9	148 25	1559,0	
18 1 10,6	1224,4	147 8	1506,3	
18 6 22,8	1387,5	143 0	1357,4	
18 8 11,5	1436,9	141 2	1304,8	
18 10 56,0	1494,4	138 22	1238,8	
18 17 13,0	1607,3	130 31	1087,9	
18 19 44,6	1642,0	126 31	1034,6	
18 22 49,0	1673,7	121 55	982,2	
18 26 46,4	1710,7	114 30	915,5	
18 48 42,8	1699,4	68 0	934,3	unzuverlässig.
19 8 29,6	1413,3	42 0	1332,6	———
19 13 46,7	1249,3	37 0	1489,6	———

Der Werth eines Schraubenumganges wurde aus wiederholten Beobachtungen des Sonnendurchmessers abgeleitet. Den Halbmesser des Mondes am Horizont fand ich aus dem Berliner Jahrbuche = 16′ 30″,7 für 18h und stündliche Zunahme 0″,27. Darnach ist die scheinbare Entfernung der Mittelpunkte berechnet. Auch wurde dabey der Einfluss der Refraktion auf die Messungen der Sehnen berücksichtiget.

Zur Zeit des Mittels der Finsternifs mafs ich die Entfernung der südlichen Ränder der Sonne und des Mondes und fand:

h ′ ″	″	° ′	
18 38 4,5 ...	1032,7 ...	0 10	(bes. unzuverlässig wegen der Unebenheiten des Mondrandes.)

Dr *Lamont.*

Inhalt.

Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel. Von Herrn *v. Steinheil* in München. (Beschluss.) p. 105.
Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber. p. 115.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Mädler* an den Herausgeber. p. 115.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Lamont* an den Herausgeber. p. 119.

Altona 1833. September 6.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 248.

On the Rotation of Venus.

By the Reverend *T. J. Hussey*.

An inquiry into the time of rotation of the planet Venus as it can lead to no practical results, must be regarded as a subject only of curious, but assuredly legitimate research, for no attempt, however humble, to extend our knowledge of natures works can be devoid of interest nor should it be treated with indifference, and we have the highest authority on such subjects for saying that the exact time of the rotation of Venus is yet to be ascertained. *Laplace* in his *Exposition du Système du Monde*, speaking of the spots and luminous points on the disc of Venus by which the time of her revolution on her axis must be determined, says, *l'extrême difficulté d'apercevoir ces phénomènes dans les plus forte télescopes en rend l'observation très-délicate dans nos climats: ils meritent toute l'attention des observateurs placés au midi, sous un ciel favorable. l. 1. c. 5.* Now as the evidence on there being a satellite to Venus, although worthy of attention, is not conclusive, depending only upon the authority of *Fontana*, Riccioli Almagestum Novum Lib. VIII. *) p. 485. of *Cassini*, *Découverte de la Lumière Celeste qui paroit dans le Zodiaque* §. 35. and of *Short*, *Philosophical Transactions for* 1741, the question before us must be decided by observation, and the only astronomers that I am aware of having investigated this point under circumstances and with instruments adequate to the task are the first *Cassini*, *Bianchini*, *Schröter* and the elder *Herschel*. *Cassini* estimates the time and rotation at „less than a day." *Anciens Mémoires de l'Academie* X. p. 467. ($23^h\ 15^m$ according to his son. *Astronomie* p. 515.) *Bianchini* at 24 days 8 hours. *Hesperi et Phosphori nova Phaenomena* p. 66. *Schroeter* at $23^h\ 21^m$. *Phil. Trans.* 1792. 1795, and *Herschel* says, „with regard to the rotation of Venus on an axis, it ap„pears that we may be assured of this planets having a „diurnal motion, and though the real time of it is still „subject to considerable doubts, it can hardly be so slow as 24 days. *Philosophical Transactions* 1793." This professes to be no more than conjecture. Now the reputation which Sir *William Herschel* enjoyed for accuracy, combined with the preceding intimations of *Laplace* will justify our hesitating to adopt the conclusions of Mr. *Schroeter* who certainly observed with inferior instruments. The determination then of the time of rotation of Venus upon its axis rests upon the observations of *Cassini* and *Bianchini*: now the statements of these two astronomers, if indeed J. D, Cassini can be regarded as having made any, are utterly at variance, and those of *Cassini* having been received by the world which affects to disregard or disdains to consider those of his rival: I shall endeavour, in the first place, to investigate what causes may have led to this preference, on the supposition that the authors were equally entitled to respect, and then, having shown that the character of reputation of *Cassini* arose in great measure from a concurrence of fortuitous circumstances and not from superior merit to *Bianchini*, it will be my object to prove from the recorded observations of these two astronomers that it is the latter who must be depended upon, or perhaps I should rather take a different position and say, that neither *J. D. Cassini* himself nor his contemporaries having esteemed his observations of the spots of Venus, by which the time of her rotation was nominally ascertained, sufficiently accurate for the purpose, the credit of *J. D. Cassini* rests in this

*) Nec desunt qui putent (Vid. la prefacione alle opere del *Galileo* p. 17.) fuisse maculas aliquas in vitreis *Fontanae* lentibus: quod tamen de Viro docto non facile suspicari licet; neque enim debemus astronomum adeo suae artis ignarum praesumere, ut nesciat tubos circa proprium axem convertere ad eam fallaciam detegendam, quae si esset in vitro statim situm mutaret, atque in alios Planetas eodem tubo conspectos pariter projiceretur. *Melchior à Brigâ*, Ep. ad *Franc. Blanchinum* p. 6.

Were the supposed satellite of Venus only an optical deception, as hath been so much insisted upon by *Delambre*, it is difficult to conceive that it was not one, of the nature of which the observers would have been themselves aware.

Digitized by Google

particular upon the falsifications of his son *J. Cassini*, which have induced *Delambre* to assert, *les astronomes penchaient pour ce dernier d'autant plus que Bianchini n'avait pu faire ses observations d'une manière suivie. Astron. Theor. et Prat. III.* 74, a misstatement which will be rectified in the sequel.

In the first place then *Bianchini* stood alone *): bound by his religious vows he had no child to vindicate his posthumous fame and gratifyng his own vanity under the mask of filial piety urge with clamorous pertinacity his fathers (much less his great grandfathers) claim to discoveries which he himself might have been too honest or too modest to prefer. With *Cassini* the case was different: he was the founder of a school, a race of graphic astronomers, the three *Muraldis*, three *Cassinis* (exclusive of *Cassini* I) and *Saron*: he occupied a station successively filled by three of his immediate descendants; the Royal Observatory at Paris being for 122 years the patrimony, as it were, of this family. Of *Bianchinis* character **) I shall say nothing, it has never been impugned; the following estimate of that of *Cassini* is written by *Delambre* and will not be thought too severe by any who examine the subject. *Pourquoi, dira-t-on, Cassini a-t-il joui d'une reputation si universelle? Pourquoi a-t-il été loué à lui seul plus que tous les astronomes ensemble, au moins pendant leur vie? C'est d'abord qu'il y avait en lui beaucoup à louer, qu'il était laborieux, qu'il tenait sans cesse l'attention du public éveillée, qu'il n'employait le plus souvent que des moyens extraordinaires, tels que son gnomon et ses longues lunettes, et qu'appellé en France comme un homme dont il était difficile de se passer, on s'accoutuma de bonne heure à le croire supérieur à ceux qui avaient désiré se l'adjoindre. Il était une conquête dont on louait beaucoup le monarque; tous les éloges qu'on lui adressait étaient des louanges indirectes pour le roi. Il faisait hommage à Louis XIV de toutes ses decouvertes; il était l'astronome le plus favorisé de la cour, il n'en fallait pas tant pour lui assurer une réputation plus populaire que celle d'aucun autre savant. Tout le monde comprenait sans aucune explication les découvertes de Cassini.... Au fond, toutes ces nouveautés n'étaient que des phénomènes absolument isolées; ce sont des choses infiniment curieuses, que tous les astronomes sont très-aises de savoir, mais dont ils se passeraient sans qu'il en résultât rien qui nuisît le moins du monde aux progrès de la véritable astronomie. Honneur à Cassini qui nous a fait connaître quelques-uns de ces phénomènes,..... il est bon que chacun serve la science selon ses goûts et ses moyens..... si nous nous pensions autorisé à faire quelques reproches, ce ne serait pas à D. Cassini, mais à ses contemporains que nous les adresserions. Astron. Mod.* 2. 808.

Without drawing any conclusion at present from the foregoing remarks I shall now consider the observations of *Cassini* and *Bianchini*: those of the latter will be taken from his own work *Hesperi et Phosphori nova Phaenomena. I Vol. Folio. Romae* 1728. those of *I. D. Cassini* from the *Elémens d'Astronomie* of *J. Cassini* 2 *Vol.* 4. *Paris* 1740, „as M. *Cassini*, the Son, has vindicated his Father, and „shown from *Bianchini's* observations being interrupted, „that he might easily mistake different spots for the same; „and he concludes, that if we suppose the periodic time to „be $23^h\ 20^m$ it agrees equally with their observations, but „if we take it $24\frac{1}{2}$ days, it will not agree with his Fathers „observations. Vince Astronomy I. 229." It is to be regretted that any English writer of credit should have hazarded this assertion; in no particular doth it seem to me to be borne out, and *tant pis pour les faits* if they differ from any preconceived theory, is not the usual motto of our countrymen; in the present instance we may conceive that the scarcity of *Bianchinis* original work induced Professor *Vince* to receive his observations as detailed by the younger *Cassini*, whose dogmatical tone moreover is strangely contrasted with his fathers hesitation and diffidence in this subject; in the language of *Lalande*, *elle* (*Venus*) *lui parut achever son mouvement en moins d'un jour, cependant il n'osoit assurer que ce fût toujours la même partie luisante qu'il avoit vue, ni décider s'il faisoit une révolution entière, ou seulement une libration, n'ayant pu voir la continuité de ce mouvement dans une assez grande partie de l'arc. Quoique M. Cassini eût observé ces taches*

*) When we consider that before the period *J. Cassini* wrote, 1740, Latin had ceased to be the ordinary language of the learned (insomuch that he found it requisite to give a version of the passages extracted from *Chiarini's* work) and that most defective medium of communication the French tongue had been generally adopted in its place and when the change which scholarship underwent about that time is taken into account, there can be no great temerity in conjecturing that the language in which they were conveyed determined in a considerable degree the fate of *Bianchinis* observations, and may not the same hold good with respect to *Linnaeus* and *Jussieu*?

**) Illustrissimus Dominus *Franciscus Bianchini* in mathematicis scientiis apprimé eruditus, et in observando quoad noverim accuratissimus. *Carbone* in the Phil. Trans. XXXIII.

Digitized by Google

de Vénus en Italie, il n'a jamais pû les distinguer à Paris) avec les meilleures lunettes. Astronomie.* 3. 435. I have adduced this passage to show that I am not singular in considering no great stress is to be laid upon the observations by which the elder *Cassini* is supposed to have determined the period of rotation of Venus; he, who best knew their worth and certainly was not addicted to undervaluing his own labours**), seems to have distrusted them, and this avowal is made by *Lalande*, one of his most extravagant panegyrists. The same view had been previously taken by *Hadley*, who, in an account of *Bianchini's* work published in Vol. 36. no. 410. of the Philosophical Transactions expressly states that the time of rotation of Venus has been generally taken from some observations made by M. *Cassini* in the year 1666 and 1667 but which he himself did not seem much to rely on. But both these periods (of $24^d\ 8^h$ and 23^h) may be very consistent, he adds, with the same observations provided that one of the observers did not continue his observations for any considerable time at once.

Signor *Bianchini* having investigated by experiment the proportions between the focal length of the object and eye lenses and the aperture of the former best suited for observation found that an aperture of four inches in a telescope of about 66 or 73 focal length with an eye lens of not less than 7 nor more than ten inches focal length was to be preferred. With an instrument of this description the size of Venus was equal to and the appearance of her spots resembled „the seas" of the moon when seen by the naked eye; and as these lunar spots cannot be clearly distinguished in every state of the atmosphere and by every eye, in order that proper dependance may be placed upon the observations of Venus, the position of this planet with respect to the earth, the state of the atmosphere and the observer must be carefully selected. Into these precautions I shall not farther enter but premising that the telescope was destitute of a tube and that the eye piece was provided with a micrometer, shall detail the observations in the order they occurred and in the words of *Bianchini*, thus removing every ground of cavil by enabling the reader to judge for himself.

The first observations, in which Signor *Bianchini* was assisted by, among others, a Scotch gentleman named Hope who was then in Rome, are thus recorded: Hesp. et Phosp. nova Phaenomena. pp. 8. 9. 10. Veneris altitudo ab horizonte tunc temporis ad gradum quadragesimum pertingens (cum Planeta versaretur in signo rectae descensionis) opportuna quidem erat ad eundem nitidius conspiciendum; utpoté à vaporibus liberum, qui proximos horizonti gradus obsident, ac tremulam reddunt imaginem siderum ibi versantium ..... ex die 9 Februarii ad decimam Martii has peregi observationes, quas in figuris ad dies singulos delineatis quandocumque observare licuit, appono Tab. 1 et 2.

Comparantibus itaque nobis situm macularum per dies singulos conspectarum circa eandem horam crepusculi vespertini facilé fuit deprehendere mensuram diurni progressus, qua promovebantur dietim gradibus circiter quindecim ab occasu in ortum. Id evidenter patet considerantibus figuras (Tab. 1 et 2.) Disci Veneris observati ex die 16 ad 20 Februarii. Nam amplior macula C, quae culmine suo 3 pertingebat die 16 ad planum per centrum circiter disci nobis conspicui ad rectos angulos ductum cum circulo finitore lucis et umbrae SCR, post biduum nempé die 18 accesserat ab limbum R. Multo autem proximior reddebatur eidem limbo die 19. et die 20 ferme tangebat. Quare intra dies circiter sex visebatur perspicue ex C, per B, in R, quadrantem circuli sua revolutione perficere. Intelleximus itaque et maculam ampliorem A, (Tab. 2. Fig. 1.) quae die 9 processerat ultra planum PQ, post dies quinque jam revolutam ultra limbum R, apparere nobis non potuisse die 14, sed tantummodo maculam minorem B illi succedentem, (Tab. 2. Fig. 1.) quae die 9 versabantur in quadrante PS.

---

*) En France. avec des lunettes plus fortes, commandées à ce même *Campani*, par *Louis XIV*, jamais il ne put revoir la tache de Vénus, ni verifier sa révolution. *Delambre.* Astron. Moderne II. 893.

Melchior à *Brigà* who in the letter to *Bianchini* annexed to the Hesp. et Phos. nova Phaenom. speaks of the *dubias observationes* of *Cassini* p. 2. after noticing *de la Hires* account of spots in Venus remarks: *Ea meram macularum conjecturam, non visionem perspicuam.*

**) Aggiungeremo solamente che dopo tutte le osservazioni della scuola Newtoniana si terra stabilito, che il pianeta di Venere adempie il suo giro intorno sh proprio in ore 23. Nel *Gran Giornal di Europa* part. V. Ann. 1667. Artic 5. *Melchior à Brigà* to whom I am indebted for this extract, coolly remarks has observationes neque inveni in *Newtono*, neque in Institutionibus Gravesandi, neque apud *Davidem Gregorium*, *Wriston*, *Krill* etc. Quod si fortè latent in Ephemeridibus sive Transactionibus Anglicis, (where moreover they are not to be found) eae mihi nunc non sunt ad manus. Caeterum aliud est loqui ex propria idea, aliud ex observatione Naturae. Hoc primum. p. 5.

Digitized by Google

Post maculam *C* 3 succedebant aliae minores illi contiguae *D* 4 *E* 5 (Tab. 2 Fig. 4.) quarum progressus ostenditur similis ex iisdem figuris. Tandem die 5. Martii redeuntibus ad eundem fermé situm disci Veneris maculis iisdem die 9 Februarii conspectis *A* et *B*, (Tabula 2. Fig. 2. et Fig. 8) comperimus integram revolutionem absolvi diebus 24. adeoque divisis gradibus 360 totius circumferentiae perdies 24 cognovimus diebus singulis progredi per gradus quindecim. Figuras disci Veneris et macularum situ inverso in Tab. 1. exhibeo, quales apparebant in telescopio, unicâ lente oculari de more instructo, dum coelestia corpora contemplamur. Praestat autem ita inversas exhibere, ut recognosci faciliùs possint abiis, qui experimentum facere velint, redeunte planeta ad similem adspectum statis temporibus nobis offerendum.

Easdem tamen maculas etiam in situ vero exhibere oportet, quod praestamus Tabula secunda ac tertia, ut facilius percipiatur theoria revolutionis ac illuminationis, et Axis constitutio, et obliquitas, si vis imaginandi adjuvetur rectè dispositâ uniuscujusque phaseos figurâ.....

Perpensis Epistolis *Cassi*anis anni 1667. ad amicum (Petit) privato studio transmissis, et consideratâ difficultate spectandi maculas Veneris post ortum solis etiam per telescopia palmorum centum, cum easdem visas indicent literae post solis ortum quando certô novimus tanto minoris longitudinis telescopia in usu solummodo fuisse, considerato etiam silentio per annos triginta sex, quos *Cassinus* supervixit ex anno 1667 ad 1712 ab ipso custodito circa hujusmodi maculas; vix quidpiam certi ab illo statutum credam de indicatis experimentis.

Ceterum de conversione ejusdem planetae circa axem proprium spatio horarum 23 quam inde perceptam referunt Ephemerides Eruditorum et scripta Ozanami, quibus adhaesisse videtur Cl. *Hallejus*, aliique astronomi in Veneris rotatione circa axem proprium definienda, *Cassinus* dictorum suorum censor accuratissimus certi aliquid statuisse non invenitur in scriptis ab se in publicum editis quod sciam. Neque enim definiri poterat ex ordinatâ mutatione seu progressu macularum supra discum Veneris, num intra horas 23 an potius intra dies 24 integra rotatio absolveretur; nisi observandi planetae copia talis daretur in ejusdem proximo accessu ad terrae globum, ut tribus horis solidis ante ortum vel post occasum solis esset supra horizontem conspicuus. Ad hoc demonstrandum accedimus ex observatis anni 1726 quibus deprehendimus non horis 23 sed totis diebus 24 unicam rotationem globi Veneris circa axem proprium compleri.

Dixeram Cap. 2. fol. 9. ex die 9 Februarii per plures consequentes spectantibus nobis Venerem circa crepusculum vespertinum non modo conspectas maculas, sed etiam progressum earum talem esse deprehensum, ut diurna quantitas mutationis situs macularum in disco apparentium esset graduum circiter quindecim ab occasu in ortum.

Alterutra igitur illatio inde consequebatur, nempe aut globum planetae intra horas 24 una rotatione absoluta portionem alterius etiam coepisse quae responderet arcui graduum circiter quindecim, hoc est parti vigesimae quartae totius circuli; vel intra horas 24 illum tantummodo arcum à maculis revera descriptum, grad. 15. qui pars est vigesima quarta totius circumferentiae: et idcirco rotationem unicam absolutum iri spatio dierum 24 non secus ac in sola vertigo macularum ostendit, diebus duodetriginta globum solarem converti semel circa axem proprium suae rotationis. Utra esset illatio praeferenda dijudicari non poterat, nisi adhibitâ alterâ observatione, quam instituimus, hoc promisso ratiocinio. Si enim, inquam, intra horas 23 globus Veneris integram rotationem absolvit: necesse est ut quadrantem circuli horis 5 et minutis horariis 45 circiter perficiat, et octantem circuli peragat horis tribus non integris nempe 2. min. 53. sec. 30. Jam verò cum mense Februarii 1726 quo observabam, post solis occasum Venus esset spectabilis supra horizontem horis plusquam tribus ac dimidia, si ad situm macularum attenderem sola occidente, spatium horarum trium et semis dabatur novis observationibus ad cognoscendum, num interea octantem circuli emensae maculae quae sole occidente apparebant in centro, hora tertia post solis occasum excursum fuissent per quartam saltem diametri partem ex centro ad cornu proximum. Si mutatio observaretur quartae diametri partis; concludendum erat, octavam circuli partem hoc spatio temporis emensam indicare circulum integrum absolvi horis 23. Sin mutatio ita esset exigua intra horas tres, ut vix sensilis redderetur; perspicuum erat futurum, intra horas tres à rotatione planetae et macularum paucos admodum gradus fuisse percursos, atque adeo totam diem impendi quindecim illis gradibus quibus dietim maculae progrediebantur, et rotationem integram non absolvi nisi emensis 24 arcubus illi diurno aequalibus, qui dies requirunt 24.

Nacti sumus vesperam et noctem huic observationi prae ceteris aptam, quae fuit 26 Februarii; cujus inspectionis seriem describo ex Ephemeride Coelestium observationum, quam dietim fermé prosequor..... Talis igitur est series observationum.

Digitized by Google

„Romae Feriâ tertiâ die 26 Februarii 1726 Caelo clarissimo citra ullam ventorum agitationem aere purgato.

„In monte Quirinali ad Aedes Barberinas in ponte sublicio jungente hortorum planum cum aulâ eminentissimi Cardinalis *Francisci Barberini* statuimus fulcrum vitri objectivi per *Josephum Campani* elaborati palmorum 88, (64,68 ped. Ang.) tum serico filo demisso, et per methodum *Hugenianam* extenso, ut vitrum oculare ad eam distantiam jungeret objectivo, et axes utriusque in eadem recta linea detinerentur ex inferiori plano Palatium *Barberinum* ambiente ad instar fossae in fortalitiis, Venerem observare coepi ab occasu solis per horam fere integram subsequentem, nempe usque ad horam 5 min. 45 pomeridianam, adstantibus compluribus, et per vices mecum recognoscentibus maculas quas describo.

„Veneris falcatae figurae apparebat, qualem exhibui, capite secundo Tabula II. die 26 Febr. nempe tres maculae in illa compiciebantur, *E* 5, *F* 6, *G* 7.... Harum major *F* 6 tenebat medium lunatae disci partis nobis obversae ex hemisphaerico à sole illuminato. Duae laterales *E* 5, et *G* 7 minus elevabantur supra circulum finitorem lucis et umbrae ita ut illarum apices boreales tantummodo spectarentur, et ex fretis interpositis... nihil omnino spectaretur, universo eorum tractu intra umbrosum hemisphaerium delitescente. In Mari *G* 7 pars media obscurior apparebat quam reliqua illius maculae area, nec non proximarum. Apices igitur marium istorum lateralium medio circiter spatio inter centrum majoris et cornu proximum falcatae Veneris hinc inde tenebant, et paululum minùs à centro, quam à cornu distabant.

„Aptavi micrometrum telescopio, cujus filorum intervalla 63 aequant uncias palmi Romani duas: quare hujus modi spatia palmus Romanus (= 8,82 Unc. Angl.) continet 378. Cùm verò distantia foci ab objectivo Campani, quo ea die utebar, esset palmorum Romanorum 88 tota haec longitudo, sive extensio continebat spatia micrometri 33264. Diameter globi Veneris *XZ* implebat spatia hujus micrometri sex. Ut igitur 33264 est ad 100 mill., ita 6 ad 18½ sinum grad. 0. min. 0. sec. 45 quantitatem anguli, sub quo Venus à terra conspecta tunc apparebat.

„In diametro *XZ* à centro maculae *F* ad extremum cornu *X* micrometri partes tres, totidemque ab eodem centro *F* ad aliud cornu *Z*. Apices verò marium *F* et *G* à centro *F* paulò minus quam spatia micrometri 1½ erant dissiti et paulo magis quam 1½ à cornibus *X* et *Z*. His ita conspectis clarissimè fermè per horam integram ab occasu solis, nempe ex hora pomeridianâ 5 min. 25 ad 6 min. 15 ex illa statione pontis sublicii Palatium *Barberinum* jungentis cum hortorum plano spectari ultra non poterat, quia diurnus motus planetam deducebat ad planum ab Aedibus ipsis *Barberini* occultatum.

„Post horas tres evolutas à medio tempore prioris observationis, nempe horâ post meridiem 8 min. 40. Venus commode conspici poterat intra ipsum palatium, in amplissima scilicet aula, ab aedium fronte explicatâ plusquam centum ac viginti palmis in longitudinem, et duplici fenestrarum ordine instructâ, versus occidentalem plagam, in qua Venus ab horizontem deferenda spectabatur, nec jam sub dio, sed subtecto observatio peragebatur.

„Collocato igitur fulcro vitri objectivi prope fenestras amplissimas istius aulae Palatii *Barberini*, cujus nota est amplitudo et ornatus ex picturis celebribus per Equitem *Petrum Kerettinum* in ejus concameratione efformatis, extendi potuit filum ad justam mensuram palmorum 88 spatio insuper abundante ad vitrum oculare ibi statuendum, et planetam commoda inspiciendum plusquam semihorâ antequam occumberet. Constitutâ enim Venus eâ die in gr. 18 min. 56 Arietis circa meridiem, uti Ephemerides referunt, cum latitudine Boreali gr. 4. min. 36 et declinationis gradibus 11. min. 42. postquam meridianum circulum attigerat hora pomeridiana 2 min. 35. supra horizontem Romanum versabatur usque ad horam pomeridianam 9 min. 30. Aer illa die defaecatus ab omni caligine, imo etiam liber à quacumque ventorum agitatione illustrem admodum reddebat adspectum Planetae: et cum versaremur intra aulae parietes; et ab omni vel minima ventorum, si qui fuissent, agitatione redderetur immunis observatio, nullaque pars machinae vitrum fulcientis tremeret vel tantillum, clarissime spectabamus easdem maculas ante horas tres in Veneris lunato disco observatas: et notabamus a sede pristina sensili differentia non esse renotas, sed mediam et ampliorem illarum Planetae centrum, ut antea, obtinere; duas vero laterales apicibus prominentes extra circulum finitorem lucis et umbrae, non secus ac hora 5½ spectari: ita ut attentè conferentibus nobis iconem disci tunc delineatam hora 5 min. 45. cum illa, quae apparebat ex hora 8 min. 30. ad horam 9 min. 0. nulla ferme diversitas censeri possit in sede macularum.“

Cum igitur intra horas tres plusquam octavo pars unius circumvolutionis expectanda foret, si intra horas 23 gyrus integer absolveretur; consequens erat ut centrum majoris maculae *F* (Tab. 2. ad diem 26 Febr.) horâ 5 min. 45. obti-

Digitized by Google

nens centrum lunati Veneris Disci dimoveri debuisset horâ 8. min. 45. ab eâ sede versus cornu Z per arcum graduum fermé quinquaginta; et spectandam nobis se exhibere ultra situm à maculâ laterali E occupatum in observatione horae 5. min. 45.; ipsaque macula E ita proxima versari debuisset ad cornu Z, ut adspectui fermé subtraheretur in curvaturâ globi prope Z; et è contra macula G ex ea sede ad medium, lunatae phaseos planetae versus F per arcum GF graduum fermé 50 tribus horis emensum suâ vertiginé promota spectari debuisset, si tota revolutio Veneris circa suum axem intra horas 23 perficeretur. Tres igitur maculae hora 5. min. 45. in duplici quadrante globi XF, FZ ex aequo distributae in solo quadrante FZ inclusae spectandae fuerant in ea suppositione revolutionis integrae horarum 23, et nulla earum superesse in quadrante FX.

At evidenti experimento conspeximus quotquot intra aulam praedictam ex hora 8. min. 30 ad 9 min. 0 ad Planetam intendimus oculos per idem telescopium palmorum 88 maculam F 6 medium lunatae phaseos circiter obtinere, et eamdem fermé distantiam partium micrometri intercipi inter apicem E et cornu X, quae inter apicem G et cornu Z, non secus ac hora 5 min. 30. fuerat observata.

Necesse igitur fuit recognoscere, spatio illo trium horarum maculas Veneris in suo parallelo non fuisse progressas plusquam duplici gradu suae peripheriae, et diurnae progressionis arcum intra horas 24 ad gradus circiter 15 pertingentem non posse intra horas tres sensilem mutationem octava sui parte (quae ad gradus duos non pertingit) oculis exhibere: quae in alia suppositione revolutionis integrae per horas 23 arcum omnino sensilem gr. 47. spatio trium horarum percursum prodidisset, spectatoribus per maxima haec telescopia observantibus etiam secluso micrometri adjumento ad spatia lunati disci Veneris comparanda.

Conspectum ergo redditur ex observatis illius diei comparatis cum situ macularum spectato diebus praecedentibus 14, 16, 19, 20 Februarii, eadem hora crepusculi vespertini, quantitatem diurni progressus talem esse, ut quadrantem integrae revolutionis absolvat diebus circiter sex. Conferantur figurae observationis diei 14 Februarii quando apex borealis maris C 3..... gradibus circiter 30 à medio distabat, cum figuris observationum habitarum diebus 16 et 18 Febr. Die 16 apex 3 erat circa medium disci Veneris; die 18 idem apex in medio circiter quadrantis LZ versabatur. Colliges ejus progressum diurnum esse graduum circiter quindecim cum per dies 4 promota fuerit gradibus circiter 60.

Tandem comparatis observationibus diei 9 Februarii cum aliis subsequentis post dies 24 nempe die 5 Martii, quando macula A iterum ferme rediret ad eamdem partem disci, et proximum mare $B2$ ad pristinum pariter locum fermé revolvebatur quem die 9 Februarii obtinuerat; perspicuum fit, hoc intervallo dierum 24 vel integram periodum unius revolutionis absolvi vel intra dies 24 cum aliquot horarum additamento.

Quot autem horarum supplementum addendum sit diebus solidis quatuor et viginti ad complendam integram revolutionem, ex subsecutis observationibus à prima semotioribus ita gradatim indagari.

Cum iudicium absolutae revolutionis petendum esset à regressu macularum ad eamdem partem in Planetae disco, in qua ante observatae fuerant; et probe intelligerem, per axis parallelismum, ea qua diximus lege servatum, gyros macularum ad singulos orbitae quadrantes inclinatum iri sub angulo dietim vario cum plano illuminationis extremae; et nossem pariter in hemisphaerio terrae gradatim objecto planum ipsum illuminationis modo in hanc, modo in alteram plagam convergere; ne de regressu maculae falsa conjectura me falleret prae oculis statuendum duxi figuram Tabulae IV et in illa adnotandum qualis adspectus futurus esset ad datum tempus hemisphaerii Planetae pridem conspecti die 9 Februarii, Veneris centro collocato in D.

Tenebam ex una revolutione conspecta ex 9 Febr. ad 5 Martii (Tab. IV.) esse mensuram illius periodi dies solidos 24 et horas aliquot nondum compertas. Cum autem ex D in A feratur Venus diebus 56 et ex A in B per totidem dierum summam perveniat, semiellipsem suam circa solem absolvens diebus 112; octiduo post complebatur summa quinque periodorum ex 24 diebus constantium. Quare cum die 9 Februarii esset in D; die prima Junii futura erat in B; et octiduo post nempe 9 Junii periodus quinta dierum 24 absolvebatur. Si ergo praeter dies 24 una revolutio exigit horas nonnullas, die una vel altera post nonam Junii attendendus erat primus regressus maculae ad locum in disco antea notatum. Quartus autem regressus praeventurus erat Kalendas Junii diebus circiter quindecim, nempe 17 vel 18 Maii; cum a quinto distet diebus 24.

Situs autem maculae die 9 Februarii perlatae ad globi Planetarii punctum L et ad LQ expansae uti est mare primum ex descriptione paralleli sui rL circa axem revolutionis gZ, ab umbrae finitore plano DL eamdem maculam emergentem exhibebat, et versus LQ per illuminatum à sole hemisphaerium veluti assurgentem. Hanc ipsam maculam translato centro Veneris Kalendis Junii in B, cum ad id pertingeret, demersurum erat ex illuminato hemisphaerio

Digitized by Google

INÆML in obscurum *LQKI*, die quidem 17 aut 18 Maii versante Venere intra arcum suae orbitae δB, nec non die 10 aut 11 Junii progressa Venere per arcum orbitae suae *B I* versus *V*.

Obscurum esse non potuit quando macula Maris Primi, cujus occidentalem limitem observatio prima die 9 Februarii ostenderat circa centrum hemisphaerii Veneris nobis in *Z* degentibus obversi, eumdem in globo situm repeteret in fine quartae revolutionis inter δ et *B* aut in fine quintae inter *B* et *V*: cum illius maculae figura nobis spectata in *LQ*, dum Venus esset in *D*, spectabilis esset etiam inter *ÆNBL* dum Venus pertigisset ad *B* eamdem intuentibus ex loco *P*.

Situm verò restitutum ita judicare oportet in illo schemate Tab. IV. Figuram ibi delineatam diximus considerari tanquam planisphaerium descriptum in plano Eclipticae à spectatore constituto in polo boreali ejusdem eclipticae, et consequenter illud intuenti ad rectos angulos. In illo exhibetur sectio communis plani eclipticae cum globo Veneris perlato per orbitam suam octimestrem *A, B, C, D*, circa solem *S*. Punctae igitur *A, B, C, D*, quae in illa constitutione referunt centrum Planetarii illius globi, repraesentabunt etiam in protuberante globi ejusdem hemisphaerio supra eclipticae planum puncta superficiei ejusdem globi subjecta polo eclipticae tamquam suo Zenith revolutionum. Per illa et per axem revolutionum globi Veneris *gDZ* si plana ducantur; ad aequinoctialem *NQ* erunt recta, et idem praestabunt quod circuli longitudinum, et meridiani in globis communibus. Gradus igitur aequatoris Veneris *NQ* ad illos circulos meridianos per vertiginem globi circa axem aequabiliter promoti erunt mensura et indicia revolutionis completae. In aequatore anim Veneris constituimus limites orientales, et occidentales macularum sive marium illam Veneris globi zonam convestientium. Quare illorum appulsus ad planum ejusdem meridiani per polum eclipticae boreum ducti in quo Zenith hemisphaerii Veneris nobis ex plano Eclipticae semper spectantibus obversi necessario reperitur, certus erit terminus absolutae revolutionis. Quod diximus de Zenith globi Veneris ita subjecto polo Eclipticae boreo, aptari debet puncto Nadir ejusdem globi ipsi per diametrum opposito, et subjecto alteri polo eclipticae, nempe Australi. Utrobique potest initium revolutionum figi.

Neque figi solummodo, sed etiam spectari potest quando ad hunc meridianum per polos eclipticae et axem rotationum Veneris ductum singuli gradus ejus aequatoris perveniant, et limites macularum orientales et occidentales in eodem aequatore constituti, et à nobis jam descripti gradatim appellant. Nam centrum disci Veneris nobis obversum respondet semper puncto aequatoris ejusdem globi per gradus nonaginta dissito ab eo puncto quod subjacet meridiano Zenith et Nadir Veneris continente. Cum igitur viderim exempli causa die 9 Februarii 1726 in prima nostrarum observationum limitem occidentalem Maris Primi occupasse centrum disci Veneris tunc nobis obversi, cujus longitudo ab orientali ejusdem maculae limite numerata definitur gradu illius aequatoris 55; necessario consequitur, ut gradus illius aequatoris 145 teneat meridiani partem superiorem per Zenith Veneris et polum eclipticae boreum productam; et gradus 325 occupet meridiani partem infimam, Nadir Veneris et polum australem eclipticae pervadentem.

Compendii et claritatis gratia dicemus imposterum gradum aequatoris Veneris primum exempli causa Nadir obtinere, quando ad infernum meridiani ita explicati semicirculum, ubi polus eclipticae australis jacet, devolvitur limes orientalis Maris Primi, unde exordium ducimus longitudinis numerandae: eumque versari in plano Zenith, quando idem limes Maris Primi appulerit ad supernum ejusdem meridiani partem, in qua polus eclipticae boreus reperitur.

His legibus constabilitis recognoscendi revolutionum initia et terminos earumque restitutionem, non difficulter potuimus horarum quoque summam recognoscere, quae ad revolutionem integram absolvendam addenda sit quatuor et viginti diebus solidis per priores observationes compertis.

Comparavimus primò initium revolutionis ab ea die numerandae, quae princeps nostrarum observationum fuit, nona scilicet Februarii 1726 cum quinta inde consecuta circa idus Junii. Centrum disci Veneris nobis obversi die 9 Februarii occupabat limes occidentalis Maris primi cujus longitudinem esse diximus graduum 55. Erat igitur in plano Nadir gradus 325 ab illo dissitus gradibus 90 et in plano Zenith versabatur gradus 145 totidem gradibus à priori remotus. Quinque revolutionum tempus (quarum singulis 24 dies solidi cum aliquot horarum additamento debentur) requirebat intervallum dierum centum et viginti ex summa dierum solidorum colligendum, et unam forlasse diem pro summa horarum nondum conspecta. Quare circa auroram dierum a 7 ad 11 Junii quando per tempus licuit telescopium ad Venerem dirigendum duxi Phosphori nomen tunc obtinentem in matutina effulsione; sed cum diebus 9 et 10 ab observando impedirer, prosecutus sum die 11 observ. Die 11 limes occidentalis Maris Primi non longè quidem distabat à centro disci Veneris nobis obverso, sed illud praeterlapsus fuerat aliquot gradibus; cum ibi potius reperiretur limes orientalis Maris secundi obtinens longitudinis gradum cir-

Digitized by Google

citer 70. Quare per diem circiter decimam Junii compleverat Venus circa suum axem quintam revolutionem ex die 9 Februarii. Inde autem colligebamus quinque circiter horas supra dies 24 esse assignandas periodo unius revolutionis.

His ita collectis ex primae et quintae revolutionis conspectu intra eumdem annum 1726 comparato, attendere oportuit anni 1727 opportunitatem ad alias conversiones planetae cum superioribus comparandas; ut horarum quantitas ex longiore intervallo temporis subtilius definiretur.

Cum diebus circiter 121 vel 121½ revolutiones quinque absolvi cognovissem, consequens erat ut intra 365 circiter aliae quindecim perficerentur; nempe spatio anni civilis solido. Circa menses igitur Julii et Augusti accedente iterum Hesperi stella ad vicinium terrae iteravimus observationes. Et quidem quae mense Julio peragebantur erant idoneae ad cognoscendum appulsum macularum circa aequatorem Veneris sitarum ad hemicyclos Zenith et Nadir; cum planeta in ea positione nobis obverteret polum boreum circa medium disci nobis obversi apparentem, postquam longitudinem maris borealis contulimus cum longitudinibus ceterorum sub zona aequatoris Veneris. Circa finem Augusti, et initium Septembris zona circa Aequatorem, et maculae in illa sitae, et à sole illustratae ita nobis obvertebantur, ut illarum situm dignoscere et figuram recognoscere possemus saltem per horae quadrantem, aut dimidium, in crepusculo vespertino; diutius enim immorari in earumdem conspectu nitido celer accessus Planetae ad horizontem in signis obliquae descensionis non permittebat. Verum notio praecedens figurae macularum earumdem nitidissimè conspectarum mense Februarii anni 1726 quando supra horizontem permanebat Venus per horas fermè quatuor à solis occasu, facilitatem nobis praebuit earumdem ita noscendarum, ut postremis observationibus non semel figuram exhibuerim illarum apparentiae, quae erant ea die a nobis spectandae, antequam telescopia in Planetam dirigeremus.

Fuit igitur expeditum ex collato intervallo temporis à die 6 Julii quando extremi limites Maris Marci Poli versabantur in plano per Zenith et Nadir ad dies Augusti ac Septembris quando maculae in zona aequatoris sitae ad eosdem circulos appellebant in periodis proximorum revolutionum definire longitudines utriusque extremi Maris borei, et recognoscere quod extremum ejusdem Maris dissitum a polo boreo et in mappa nostra celidographica litera δ notatum, eidem feré circulo longitudinis subest cum centro Maris primi, seu paulo anteriori, nempe gr. circiter 20. Aliud verò ejusdem extremum refertur ad longitudinem eamdem, quam obtinet limes occidentalis Maris Quinti, nempe grad. 255 circiter.

Ex utrisque igitur maculis nempe borealibus conspectis mense Julio, et zonae aequatoris observatis mensibus Augusti ac Septembris compertum fuit, circa diem 5 Julii anni 1727 quae à 9 Febr. 1726 distat diebus 510 absolutas fuisse revolutiones Veneris circa suum axem unam et viginti. Quare singulis revolutionibus sunt assignandi dies solidi 24 cum triente diei circiter, sive horis septem aut octo. Rotunde assumimus horas octo.

Si autem una conversio globi perficitur diebus 24 solidis et horis octo; diurnus progressus erit graduum 14 et minut. circuli 47 sec. 40 tert. 16. Quemadmodum ex divisione graduum 360 per 73 trientes dierum (quae summa est 24 dierum et horarum 8) patet.

Completam fuisse cognovimus vigesimam primam revolutionem die 4 Julii 1727 ex observatione habitâ triduo post, nempe in crepusculo vespertino diei 7 Julii 1727 qua vidimus Maris Borealis limitem δ eadem aut paulò minori longitudine praeditum quam obtinet centrum Maris Primi: nempe gr. 20 circiter tenere planum Nadir, uti ex figura observationis manifeste cognoscitur. Quare triduo ante, sive ad vesperam diei 4 Julii 1727 in eodem plano Nadir versabatur gradus longitudinis 335 (cum tridui vertigo promoveat gradus 45 maculas Veneris) nempe idem gradus, qui in observatione vespertina diei 9 Februarii eumdem circulum occupare spectabatur. Erant igitur à die 9 Februarii 1726 ad diem 4 Julii 1727 per dies 510 revolutiones Veneris circa suum axem completae 21. Quarum singulis convenit mensura dierum 24 solidorum cum triente diei, sive horis 8. p. 60 etc.

(Der Beschluſs folgt.)

Inhalt.

On the Rotation of Venus. By the Reverend *T. J. Hussey*. p. 121.

Altona 1833. September 27.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 249.

Ehrenbezeugungen.

Seine Majestät der König von Dännemark haben den königlichen Sächsischen Staatsminister Freiherrn *v. Lindenau*, wegen seiner grofsen Verdienste um Astronomie als Beobachter und Rechner, mit dem Ehrengeschenke eines goldenen Chronometers von *Kessels*, der die Aufschrift trägt,

Frederik den Sjette til *Bernhard v. Lindenau*,

zu begnadigen geruht.

Am 11ten Julius dieses Jahrs, ward die marmorne Büste unsers vielverehrten *Olbers* von dem Senate in Bremen öffentlich in dem Bibliothekssaale aufgestellt. Die bei dieser Festlichkeit gehaltenen Reden *), und die einfache herzliche Antwort des Gefeierten, sind besonders aus dem 10ten Hefte des Bremischen Magazins abgedruckt, und mir von einem verehrten Freunde in Bremen mitgetheilt.

Die Büste ist von *Rauch* in Berlin nach der Gipsbüste die ein 18jähriger junger Künstler in Bremen *J. C. Steinhäuser* an Ort und Stelle gemacht hatte, in Marmor ausgeführt. Herr *Steinhäuser* hatte schon im vorigen Jahre die Güte einen Abgufs der Gipsbüste, mit der er nachher nach Berlin ging, dem Herausgeber dieser Blätter zu übersenden der die vollkommenste Aehnlichkeit mit treflicher Ausführung vereint darin bewundert.

S.

*) Von dem Herrn Bürgermeister *Smidt*, und Herrn Bibliothekar *Rump*.

Abbildung der Cometen-Medaille.

Die von Seiner Majestät dem Könige von Dännemark für die Entdeckung telescopischer Cometen (worunter solche Cometen verstanden werden, die zur Zeit der Entdeckung nicht mit unbewaffnetem Auge zu erkennen sind) gestiftete Medaille ist in Rom von einem jungen hoffnungsvollen dänischen Künstler *Christensen* unter *Thorwaldsens* Augen ausgeführt. Der beigefügte Umrifs stellt sie treu dar. Auf der einen Seite ist des Königs ähnliches Brustbild nach *Thorwaldsen* ausgeführt. Auf der andern Seite sieht man Urania aufblickend, und den Ort des entdeckten Cometen auf der Himmelskugel bestimmend. Die Inschrift aus Virgil

Non frustra signorum obitus speculamur et ortus

deutet darauf, dafs Cometen vorzüglich am Abendhimmel nach Untergang der Sonne, und am Morgenhimmel vor ihrem Aufgange zu suchen sind. In die Exergue wird das Datum der Entdeckung gesetzt, und der Name des Entdeckers wird dem Rande eingeprägt.

S.

Beobachtungen in Danzig.

Diese Beobb. sind auf dem Danziger Observatorium, welches aufser den, der Navigationsschule zugehörigen Instrumenten, noch den astronomischen Apparat der naturforschenden Gesellschaft besitzt, am 6füfsigen *Fraunhofer*schen Achromaten von mir gemacht.

		Mittl. Danz. Zeit. h ′ ″
Sonnenfinsternifs 1833 Julius 16.	Eintritt	18 22 44,4
	Austritt	20 15 34,1
Sternbedeckung 4 Capr. 6.	Eintritt in den dunkeln Rand	10 41 37,4

C. T. Anger.

Plöfsl's dialytische Fernröhre.

Mit diesem Namen bezeichnet Herr *Plöfsl* in Wien, die neuen von ihm verfertigten Fernröhre, bei denen das Flintglafs von dem Crownglase des Objectivs getrennt, und in bedeutender Entfernung (etwa in der Mitte des Rohrs) angebracht ist. Herr *Plöfsl* zeigte das erste Fernrohr dieser Art den in Wien im Herbste 1832 versammelten Naturfor-

Digitized by Google

schern vor, und eröffnete dabei eine Subscription auf diese Instrumente, die den Unterzeichnern nach der Ordnung ihrer Unterschrift abgeliefert werden sollten. Ich würde dieser Einrichtung zufolge noch einige Zeit auf ein dialytisches Fernrohr haben warten müssen, wenn nicht (wie Herr Baron *v. Jacquin* mir meldet) ein hoher Gönner in Wien, den er nicht nennt, die Güte gehabt hätte, mir seine frühere Nummer abzutreten, wofür ich hiemit meinen ergebensten Dank öffentlich abzustatten nicht ermangele. Auf diese Art bin ich schon seit ein paar Monaten in Besitz eines solchen Instruments gekommen, und glaube es nicht länger aufschieben zu dürfen wenigstens eine kurze Notiz darüber zu geben.

Mein Fernrohr hat, wenn das schwächste astronomische Ocular angeschraubt ist, nur eine Länge von 22¼ Par. Zoll. Die Oeffnung ist 25½ Par. Linien. Es hat 4 Vergröfserungen, zwei terrestrische, und zwei astronomische, welche mit einem Dynameter bestimmt folgende Werthe haben:

terrestrisches Ocular	Nr. 1.	53
	Nr. 2.	76
astronomisches Ocular	Nr. I.	60
	Nr. II.	86

Bei diesen Messungen ist nicht die Oeffnung des Objectivs als Dividend gebraucht, welches, wenn Blendung im Fernrohr ist, eine zu starke Vergröfserung geben würde, sondern das Objectiv mit einem ausgeschnittenen Quadrat von bekannten Dimensionen bedeckt, und mit dem Dynameter die Seite des kleinen dadurch auf dem Oculare gebildeten Quadrats gemessen.

Die Würkungen dieses kleinen Instruments sind aufserordentlich. Es ist schwer mehr Schärfe der Bilder zu finden. Zum Beweise seiner Praecision brauche ich nur anzuführen, dafs es ε Bootis scharf gesondert zeigt, und die Lichtstärke (wobei man die geringe Oeffnung nicht vergessen mufs), erhellt daraus, dafs geübte Augen (Herr Staatsrath *v. Struve* und ich) dadurch selbst den lichtschwachen Begleiter des Polaris erkennen. Der obengenannte trefliche Astronom, der es bei mir sah, vereinigte sich mit mir in aufrichtiger Bewunderung der Leistungen des talentvollen Künstlers. Wir glauben beide kein Fernrohr von gleichen Dimensionen gesehen zu haben, das mit ihm verglichen werden könnte. Der Preis ist 140 fl. Wien. Währ.

S.

On the Rotation of Venus.

By the Reverend *T. J. Hussey.*

(Beschlufs.)

Such are *Bianchini's* observations nor doth it appear to me that there is much more conclusive evidence of any phaenomenon than of the rotation of Venus in 24 days and 8 hours. Thus stands the case; a practized astronomer of the very highest character associating other gentlemen with himself and employing the finest instruments then known is led to suppose from his own observations that Venus describes round her axis an arc of 15° daily: to satisfy himself on this head he and they again examine the planet under the most favourable circumstances and having placed the threads of a micrometer in contact with the edges of the spots of Venus found that after the lapse of 50 minutes the edges of the spots and the micrometer threads were still in contact, where had the planet revolved in 23 hours, however much the angle of 15° $\pm$ it would then have described might have been foreshortened it would still have been appreciable. A diagram having been made of Venus, and its accuracy ascertained by all the parties present, the observations were suspended for about two hours and a half, but again resumed for half an hour and upon the former diagram of Venus being compared by the same persons with the appearance the planet then offered the identity of the spots was immediately recognised, as also that their position was the same with regard to the threads of the micrometer. (I shall not enter into a discussion of the observations from which the exact period of rotation was inferred, they speak for themselves.) Now to compare results thus obtained with inferences drawn from observations made with the comparatively imperfect instruments in use 60 years before, observations distrusted by him who made them and disregarded by his contemporaries, measurements with a micrometer with estimations formed without one to compare the results thus deduced, is as discreditable to him who makes the comparison as insulting to the public to whom it is addressed.

Again the form of the spots of Venus traced by *Bianchini* much resembles what was seen by *Herschel* June 19. 1780 and engraven in the Phil. Trans. for 1793, while between either of these and what *Cassini* has given there is not the slightest resemblance. An inspection of the plates would prove this, and I will corroborate my opinion by the authority of the above mentioned *Melchior à Briga* mathematical professor at Florence. *Figuras macularum quas Cassinus exhibet longe diversae sunt ab iis, quas in globo à*

Digitized by Google

te descripto, praesul doctissime, ad momentum mihi ostendisti. Leit. p. 6.

But further in the space of 50 minutes on one occasion and thirty minutes on another during which the observations were in the very strictest sense of the word continuous, for either *Bianchini* himself or some one of his friends was constantly watching the planet (which was absolutely free from tremor) and delineating it, the micrometer was unable to detect any rotatory motion, whereas *J. Cassini* speaking of a spot said to be observed by his father relates *au lever du soleil cette tache étoit distante de la corne meridionale, de la quatrième partie du diamètre de Venus, et elle en parut éloignée de deux cinquièmes lorsque le soleil fut à la hauteur de 4 degrés où il se trouva 24 minutes après son lever. Ast. Vol. 1. p. 515.* The rapid motion asserted in the one case is utterly irreconcileable with the very slow motion observed in the other, and to point out which statement is to be preferred, would be superfluous and impertinent.

What then are the younger *Cassinis* proceedings? Having expressed himself in the highest terms of *Bianchini* whose authority he cannot controvert, then having misquoted him as to the direction of the pole of Venus and the hemisphere in which it was found, he presumes to reconcile the observations of *Bianchini* with those of his father that is to say, observations made with the most scrupulous exactness and of which all the minutiae are detailed, are to be reconciled with observations scarcely deserving the name, for in this light I must repeat they were looked upon by him who made them and by his contemporaries, made with inferior instruments and respecting which all is vague if not contradictory, for, be it remarked, if the rotation of Venus be deduced from the supposed rapid motion *Cassini* detected and not from a comparison of the observations made on successive days, the result is totally different and the time of rotation very much less. Where as from the first series of *Bianchinis* observations he deduced the direction of the pole of Venus, determined the time of the year when it would be visible from the earth, and actually saw the spot revolve around it at that determined time.

Je suppose avec lui, says *J. Cassini*, qu'à $5^h\ 45^m$ il a paru trois taches dans le disque de Venus, telles qu'elles sont marquées dans la figure pour le 26 Février, et que trois heures après, on en a vu aussi trois à peu-près de la même figure et dans la même situation sur ce disque. Mais il faut remarquer que selon lui, son observation a été interrompue depuis $6^h\ 15^m$ jusqu'à $8^h\ 40^m$, par des édifices qui empêchoient de voir Venus, et que dans cet intervalle, qui est de près de $2^h\ 30^m$, il n'a pû observer les taches, ni par conséquent le mouvement qu'elles ont pû avoir.

Comme dans l'hypothèse de la révolution de Venus en 23 heures les taches ont dû dans l'espace de 5 heures qui se sont écoulées entre la description des taches, avoir un mouvement de 47 drgrés, comme M. *Bianchini* en convient; il se peut fort bien faire que par le mouvement apparent de ces taches, qui étoit alors du nord vers le sud, la tache *E* qui étoit dans la partie méridionale de Venus, se soit approchée de la corne inférieure où elle a cessé de paraître, pendant que la tache *F*, qui étoit au centre a pris sa place, et que celle qui étoit en *G*, dans la partie septentrionale, étant parvenue au centre en *F*, il ait reparu une nouvelle tache dans la partie septentrionale au point *G*; de sorte qu'à $8^h\ 45^m$, temps de la seconde observation, on ait vû trois taches à peu-près au même endroit où étoient les précédentes, et de la même figure qu'à $5^h\ 45^m$. Car la tache qui étoit au milieu, étant parvenue en *E*, a dû par la raison d'optique, diminuer de largeur, et paroître à peu-près semblable à celle dont elle a pris la place, pendant que par la même raison la tache *G*, qui étoit vers la partie méridionale, a augmenté de grandeur apparente en s'approchant du centre. Cela se peut voir aisément par l'inspection de la figure de M. *Bianchini*, où ayant tiré par le centre de chaque tache, des lignes perpendiculaires à la section de Venus jusqu'à la circonférence, l'on trouve qu'il y a entr'elles une arc d'environ 45 degrés, et que le milieu de la tache méridionale a dû être sorti de Venus dans l'espace de 3 heures, supposant sa révolution de 23 heures, pendant que la tache *F* a succédé à la tache *E*, et la tache *G* à la tache *F*. A l'égard de la nouvelle tache, que nous supposons être survenue à la place de la tache *G*, il y a tout lieu d'admettre cette supposition, si l'on considère les figures de M. *Bianchini*, où l'on voit qu'en divers jours, plusieurs taches de la même forme se sont succedées les unes aux autres, et qu'il y en a eu une qui a dû paroître dans le disque de Venus, immédiatement après la tache *G*, quoiqu'à une distance un peu plus grande que la révolution ne la demande.

L'observation du 26 Février de l'année 1726, ne prouve donc rien de décisif, comme l'a cru M. *Bianchini*, contre la révolution de Venus autour de son axe, qui avoit été trouvée de 22 heures. Astronomie Vol. 1. p. 519. 520.

A more disingenuous, sophistical statement was never palmed upon unsuspecting confidence. All the circumstances which determine the value of *Bianchini's* observations are carefully omitted and tant pis pour les faits when they differ from what is supposed necessary to vindicate the honour of *J. D. Cassini*. Not to insist upon more minute points, which will be obvious enough on a close examination, I would remark:

Digitized by Google

That the observations were continuous for 50 and 30 minutes during which time, as already mentioned, no motion of the spots could be detected by a micrometer, a fact which is incompatible with the supposition of such a translation of the spots as *J. Cassini* requires;

That, the several observers could not be mistaking in the appearance of the planet is clear from their having compared the drawing of her taken at one time with the spots exhibited $2^h\ 50^m$ afterwards;

That, the spots shifted in the manner supposed by *J. Cassini* is utterly improbable when we consider that the distances of them from the micrometer threads were unchanged;

That, they did not so alter is evident, for si l'on considère les figures de M. *Bianchini*, as *J. Cassini* suggests, it will be found that if the spot 5 had passed and the spot 6 had taken its place and 7 replaced 6 and 1 7, three spots would indeed still appear where three were left but instead of a large spot between two considerably smaller one smaller would have been seen between two considerably larger, a difference which must have been noted, especially as the correctnefs of the diagram was ascertained by many persons.

The conclusions then which it appears to me we are authorised to deduce are these:

1. From *Cassini* I and II [1]) and *Maraldi* I who employed large lenses of long focus at Paris and *Herschel* [2]) who made use of large reflecting telescopes in England not having been able to distinguish satisfactorily the spots of Venus, it may be inferred that the atmosphere in these latitudes is unsuited for such observations.

2. From *Herschel* having employed instruments of greater power thsu those of *Schroeter* [3]) without obtaining similar results it is highly probable that *Schroeters* assertions relative to Venus are unworthy of credit.

3. From *J. D. Cassini* not having laid any great strefs upon his own observations of the spots of Venus [4]), from his contemporaries having beheld them in the same light as himself [5]), from the loose manner in which the observations were made, the instrument being of inferior power and imperfectly mounted [6]), distances being estimated by the eye not measured with a micrometer [4]), the spots being indistinctly seen and in general only suspected [4]), from the suspicious manner in which a deduction from these same observations was circulated [7]), from the silence which for more than 40 years *J. D. Cassini* maintained on the subject [8]). and as facts cannot he changed by reasoning upon them after a lapse of 80 years [9]), J conclude that any value assigned by the son to his fathers observations is fictitious.

4. From the younger *Cassini* having been informed by *Bianchini* himself of his observations at the time they were made [10]) and of his inferences from them, and not having attempted to deduce from his fathers observations any deductions in opposition thereto until eleven years after the death of *Bianchini*, which took place in 1729, and from his having garbled and misrepresented the statements of that astronomer in order to substantiate these deductions, I conclude that *J. Cassini* was well aware of the badnefs of the cause he undertook to advocate, and likewise that he was disposed to support it by all means.

5. From the observations of *J. D. Cassini* being such as are detailed in Nr. 3, and as they cannot be reconciled to those of *Bianchini* except, by the means specified in Nr. 4 I conclude that the statements of one of these astronomers must be rejected.

6. From the circumstances under which the observations of *Bianchini* were made and from the minutenefs with which they are detailed, from their correctnefs having been ascertained by several bystanders, from the precautions adopted, from the superiority of the instruments employed and the measures being micrometrical, from the high and unsullied character of *Bianchini*, above all from his candour, I conclude that we are fully justified in considering *J. D. Cassinis* observations of Venus as spurious and those of *Bianchini* as genuine.

---

1) *Lalande* Astronomie Vol. III. p. 436. *Cassini* Astronomie Vol. I. p. 527.

2) Philosophical Transactions 1793.

3) Philosoph. Trans. 1793.

4) Mémoires de l'Academie. Vol. X. p. 467. *Lalande* Astronomie III. p. 435. *Cassini* Astronomie Vol. I. p. 513.

5) *Melchior à Brigâ*, Lett. p. 2 in Hesp. et Phosph. nova Phaen. *Bianchini* p. 58. 59. *Keill* does not even notice *Cassinis* determination of the period of rotation of Venus, at least I can find no notice of it in his astronomy published at Oxford in 1718.

6) Hesp. et Phosp. nova Phaenomena p. 58.

7) Gran Giornal di Europa part. V. Ann. 1667. cit. à *Melchior à Brigâ*.

8) Hesp. at Phosp. n. Phaen. p. 59.

9) *J. D. Cassinis* latter to Petit was first published in the Journal des Savans for 1667. *J. D. Cassinis* Astronomie appeared in 1740.

10) *Cassini* Astronomie Vol. I. p. 526.

Digitized by Google

7. Consequently that the period of rotation of Venus is twenty four days and eight hours, may be regarded as a close approximation to the truth.

8. From Venus and her spots when seen through a large lens of long focus in the climate of Italy resembling the appearance of the moon and her spots when seen by the naked eye, we have the instrument and locality pointed out for future investigations of these phaenomena.

I shall terminate this paper by briefly noticing a subject which again attracted my attention while examining the authors whose names occur in the preceding pages.

From the supposed imprisonment of *Galileo* in the dungeons of the Inquisition, which *Tiraboschi* *) has clearly and satisfactorily proved to be a fiction, from the retractation of this great man and his subsequent exile from Rome which the same author has shown to have depended upon other causes than the philosopher simply advocating the Copernican system, from the denunciations of some zealous bigots forming the tribunal of the Roman Inquisition being mistaken for a formal decision of the Church of Rome, it has been inferred that that Church condemns the Copernican system as heretical and false.

Truth requires it should be stated that for nearly two centuries before the time of *Galileo* the *Copernican* system, as it was subsequently designated, was favoured and its promulgation encouraged by the Popes, Cardinals and Bishops at Rome.

Nicholas of Cusa who first revived the Pythagorean doctrine of the earths revolution round the sun was nominated Cardinal in 1448 by Pope *Nicholas* 5. By Popes *Callistus III* and *Pius II* he was most highly esteemed and honoured and his works were first printed at Rome in 1502. At the repeated instances of Cardinal *Nicholas Schonberg* and *Tidemannus Giseus*, Bishop of Culm, *Copernicus* who was then a canon of Wurms, was induced to publish his great work de revolutionibus orbium coelestium, which in 1543 issued from the Nuremberg press under the auspices of Pope *Paul III*, previous to which *Celio Callagnini* under the patronage of Cardinal *Ippolito d'Este*, who persuaded James *Ziegler* to settle at Rome, had published his tract quod coelum stet terra autem moveatur, and in 1533 Pope *Clement VII* presented *John Albert Widmanstad* with a splendid Greek manuscript of *Alexander Aphrodisius* de sensu et sensibili, still preserved in the Electoral Library of Monaco, for having in the Vatican gardens explained the Copernican System to him, Cardinals *Franciotto Orsini*, and *Giovanni Salviati*, *Giampietro Grassi*, Bishop of Viterbo, and *Matteo Coste*, his, the Popes, private Physician.

I may add that while *J. D. Cassini* was *le devot Italien qui n'ose se déclarer Copernicien et qui revient sans cesse au Systèms de Ptolemée*, (*Delambre Astronomie Modene Tom. II. p.* 784) *Bianchini* whose observations demonstrated the Copernican system while his writings maintained its truth, was „Sanctissimi Domini Papae Praelatus Domesticus."

Hayes. July 1832.

Hussey.

*) *Tiraboschi* Storia della Letteratura Italiana. Appendice al Capo II. del Libro II. Vol. 8. Sui primi Promotori del Sistema *Copernicano* e sulla Condanna del *Galileo* e del Sistema *Copernicano*, from which two memoirs all these particulars are taken.

Nachschrift des Herausgebers.

Herr Doctor *Olbers* hat mich ersucht am Ende dieses Aufsatzes die Herren Astronomen in Italien aufzufordern, die von *Bianchini* mit *Campani*schen Fernröhren gemachten Beobachtungen der Venus mit *Fraunhofer*schen zu wiederhohlen. Die Luft dort wird noch ebenso durchsichtig wie zu *Bianchinis* Zeiten seyn, und wir würden also, abgesehen von der aus diesen Beobachtungen gehofften Bestätigung oder Widerlegung der *Bianchini*schen Umdrehungszeit, auf jeden Fall dadurch in den Stand gesetzt werden die Leistungen der jetzigen achromatischen Fernröhre mit denen der früheren einfachen Objective an einem delicaten Gegenstande vergleichen zu können.

Der Abdruck dieses Aufsatzes ist etwas verspätet, weil ich den Herrn Verfasser zu manchen Aenderungen in der Form zu bewegen wünschte, was mir indessen nur bei einigen gelang. *S.*

Schreiben des Herrn *v. Steinheil* an den Herausgeber.

München 1833. Octbr. 12.

Ich erinnere mich nicht, ob ich Ihnen schon angezeigt habe, dafs ich mir in meinem Garten in München eine Sternwarte erbaut habe, deren Ausstattung mit Instrumenten, die ich gröfstentheils bey mir in meiner Privatwerkstätte ausführen liefs, jetzt so gut als vollendet ist. Vielleicht ist es Ihnen nicht unangenehm hierüber ein Näheres zu erfahren, da die

Digitized by Google

Instrumente sehr von den jetzt gebräuchlichen abweichen. In dieser Hoffnung wage ich eine nähere Beschreibung, so weit sie ohne Zeichnung möglich ist.

Das aufgemauerte mit Metalldach versehene Sternwartgebäude ist 200 Schuh von meinem Wohnhause und 300 von der nächsten Fahrstrafse entfernt. Es umfafst 3 Piecen und einen Drehthurm. Das östliche Zimmer hat einen Meridiandurchschnitt und ist die eigentliche Sternwarte mit Uhr und Meridiankreis. Ich habe aber noch 2 isolirte Grundpfeiler innerhalb der Nord- und Südklappe im Meridian errichten lassen, auf welchen ein Repetitions-Theodolith und ein Passageninstrument mit Horizontalbewegung aufgestellt sind. Diese beyden Instrumente stehen etwas tiefer als das Rohr des Meridiankreises und dienen seine Collimation durch Repetition des Theodolithen ohne Umlegung der Axe, so wie seine Fadenabstände nach Herrn Hofrath *Gaufs* Methode zu bestimmen. Die Pfeiler des Meridiankreises sind aus einem Sandsteinblock so ausgearbeitet, dafs die Lagerungsschichten des Gesteins horizontal liegen. Auf jedem ruht eine Metallplatte von 2 Zentner Gewicht, an der das Lager für den Kreis angegossen ist. In diesen Metallplatten sind auch 4 grofse Mikroskope mit vielfachen Objectiven angebracht, welche zur Ablesung der beyden Höhenkreise dienen. Die Balancirung des Instrumentes ist in die Pfeiler hinein verlegt, um sie vor zufälligen Stöfsen und Windzug zu schützen. Das Fernrohr des Meridiankreises enthält dem optischen Theile nach zwey gleiche in ihrer Lage aber entgegengesetzte Fernröhren übereinander so, dafs man durch jedes Ende des Rohres hindurchsehen kann. Dadurch ist es leicht die Biegung des Rohres in jeder Höhe zu bestimmen und zu eliminiren. Ich messe Nadirabstände von einem Quecksilberhorizonte senkrecht unter dem Instrumente, und finde von diesem aus die Neigung der Axe durch das Filarmikrometer am Okulare — nicht durch das Niveau. — Von der vollkommen gleichen Dicke und von der Gestalt der Zapfen, die mechanisch mit jeder Schärfe herzustellen sind, überzeuge ich mich durch 2 Hebel, welche die Zapfen in ihre Lager drücken, und auf welchen empfindliche Niveaus angebracht sind. Die Beleuchtung geschieht durch zwey Argand'sche Lampen, welche durch die Axe die Fäden im dunkeln Gesichtsfelde durch doppelte Spiegelung erleuchten, und zugleich durch eigene Röhren das nöthige Licht zum Ablesen der Mikroskope senden. Die Aufsuchungskreise endlich habe ich nach *Repsolds**) ingenieuser Art durch kleine Kreise am Rohr mit Niveaus angebracht. — Auch die meteorologischen Instrumente sind hier aufgestellt, und ich erwähne blofs eines nach Herrn Geheimenrath *Bessels* Methode calibrirten selbstverfertigten Thermometers, an welchem zugleich unmittelbar die davon abhängige Correction der Logarithmen der Strahlenbrechung abgelesen werden kann.

Im Westzimmer ist ein Passageninstrument im ersten Vertical aufgestellt. Auch können hier die Beobachtungen mit beweglichen Instrumenten vorgenommen werden. Aufser mehreren Fernröhren von *Fraunhofer*, verschiedenen Okular- und Objectiv-Mikrometern, Reflexions-Instrumenten, Chronometern (freylich von geringer Güte!) Distanzmessern u.s.f. befinden sich hier zwey Photometer zum Messen der Helligkeit der Himmelskörper, die ich aber hier nicht näher beschreiben darf, da ich es bald andern Orts zu thun versprochen habe.

Dieses Zimmer enthält endlich noch eine Bibliothek und die Charten der Sternwarte.

Durch das Mittelzimmer, welches heizbar ist (und das ich als Schlafzimmer benutze) geht eine sehr massive Säule von Sandstein aus einem Stück nach dem Drehthurme hinauf, und dient dem daselbst aufgestellten parallaktischen Instrumente als isolirter Grundpfeiler. Auch führt von hier aus eine Wendeltreppe nach dem Thurme. Dieser ist, nur in kleinerem Maafsstabe, dem in Dorpat ähnlich. Er läfst sich mit geringem Kraftaufwand ohne besondere Vorrichtung auf seiner Eisenbahn drehen, und schützt völlig vor Eindringen des Windes und Regens. Das parallaktische Stativ kann durch Abnahme weniger Schrauben und Gegengewichte zum Tragen verschiedener Mefsinstrumente benutzt werden.

Gegenwärtig ist ein Instrument aufgestellt, welches zum Zeichnen von Sterncharten dient, und dem ich den Namen Astrograph gegeben habe. Es ist das Ergebnifs vieljähriger Versuche und vieler Mühe, entspricht aber endlich, wie ich glaube, jeder billigen Anfoderung. Ehe ich ihn näher beschreibe, mufs ich anführen, was er leistet. Man kann damit Sterncharten im Maafsstabe derer der Berliner Akademie welche 10° im Quadrat grofs sind entwerfen. Die Genauigkeit der eingetragenen Punkte ist gröfsr als die des Einzeichnens der beobachteten Sterne mittels meines Chartenapparates. Man kann die Ueberzeugung erlangen keinen Stern übersehen und weggelassen zu haben, der seiner Helligkeit nach noch in die Charte gehört ohne mit dem Auge das Okular zu verlassen. Endlich aber, was noch wesentlicher scheint, sind 2 bis 3 Stunden Zeit mehr als hinreichend, um ein solches Blatt von 100 Quadratgraden zu vollenden. Rechnet man aber zur Umdrehung oder Revision des Blattes dieselbe Zeit, so würde doch immer noch die Thätigkeit Eines Menschen ausreichen, um in einer kleinen Zahl von Jahren einen vollständigen — von einer Helligkeitsbeurtheilung ausgehenden — Himmelsatlafs zu liefern. Was aber dieser Methode noch besondern Werth

*) Ist von *Troughton* erfunden. *S.*

Digitized by Google

giebt ist die Unmittelbarkeit und Leichtigkeit des Eintragens. Man hat blofs vermittelst zweyer Schrauben einen Stern einzustellen, dann seine Stellung und Gröfse durch Drehung einer dritten Schraube zu bezeichnen. Eine Operation, die höchst einfach scheint im Vergleich mit der Ortsbestimmung durch Zahlenwerthe, und aus diesem Grunde schon weniger Irrungen unterworfen seyn wird.

Die Construction des Astrographen beruht auf folgendem: Denken wir uns ein Fernrohr beweglich um 2 unter sich rechtwinklichte in einer Ebene liegende Axen, welche senkrecht auf die Gesichtslinie stehen, während keine Drehung um die dritte Axe (die optische) möglich ist, so ist klar, dafs jeder Punkt des Fernrohres die Bewegungen der Gesichtslinie auf einer Sphäre mit gleichen Angulärwerthen wiederholt oder kopirt, und dafs die Gröfse dieser Copie von der Entfernung vom Drehungspunkte abhängt. Wenn man statt der Sphäre eine Ebene als Zeichnungsfläche wählt, und als zeichnenden Punkt einen spitzen Conus annimmt, der mit dem Fernrohre fest verbunden, sich in der Richtung nach dem Drehungspunkte hin vor- und zurückschrauben läfst, so können auf dieser Ebene die Tangentialprojectionen der verschiedenen Lagen welche die Gesichtslinie hatte eingetragen werden. Um das Fernrohr gegen die Zeichnungsebene recht sanft und sicher zu bewegen, habe ich eine Verbindung zwischen beyden durch Schrauben von raschem 17fachem Gange angebracht, die sich in Kugeln bewegen. Ist nun der Körper welcher das Fernrohr und die Zeichnungsebene trägt auf einem parallaktischen Stativ befestigt und gehörig balançirt, so wird das ganze System in jeder Lage der täglichen Bewegung folgen, wenn ein zweytes Fernrohr das an dem Stativ etwa als Gegengewicht angebracht ist, nach irgend einem Aequatorealsterne gerichtet, und durch den Stundenschlüssel auf dem Faden durch einen Gehülfen erhalten wird. Auf diese Weise können die Positionen der Sterne eingetragen werden, ihre Helligkeiten aber zu bezeichnen dient der conische Stift, der eine um so gröfsere runde Oeffnung in die Charte sticht, je weiter er vorgeschraubt wird. Um endlich aber sicher zu seyn, dafs man keinen Stern ausgelassen hat, mufs man ohne das Okular zu verlassen die Charte sehn. Ich bewirkte diefs durch ein kleines Objektiv und Spiegelung, die ich in dem Arme anbrachte, welcher den conischen Stift trägt. Das Objectiv wird so gestellt, dafs das Bild der Charte mit dem des Himmels in einer Ebene liegt. Dann zeigt dasselbe Okular durch eine quadratisch ausgeschnittene Blendung den Himmel, und darunter in einem sehr kleinen runden Sehfeld diejenige Stelle der Charte, auf die am Himmel die optische Axe gerichtet ist. Würde man aber die Charte so weit erleuchten, als nöthig ist um den Stich in derselben deutlich zu sehn, so wären aus bekannten Gründen die feinsten Sterne im dunkeln Gesichtsfelde nicht mehr sichtbar; weshalb ich die Charte von der Rückseite in der Art erleuchte, dafs blofs der Stich als mattes Lichtscheibchen erscheint. Es ist weit schwerer als man glauben sollte, eine passende Mire im Gesichtsfelde anzubringen, auf die der Stern eingestellt wird. Nachdem ich alle mir bekannten Mittel versucht, und als unzulänglich wieder verworfen hatte, blieb ich bey folgender Einrichtung, die dem Zweck entspricht. Ich bringe auf ähnliche Weise wie ich das Bild der Charte sichtbar mache, in der Mitte des dunkeln Gesichtsfeldes einen künstlichen freyschwebenden Stern von äufserst geringem Durchmesser hervor, der sich von denen am Himmel durch seine rothe Farbe — die des Lichts — unterscheiden läfst. Seine Helligkeit kann durch eine Schraube so geändert werden, dafs sie dem zu beobachtenden stets gleich wird. Dann hat das Einstellen keine Schwierigkeit. Es gewährt dieses Mittel noch den Vortheil, dafs man sich beym Eintragen nicht an die Lagen der Sterne, sondern an ihre Configuration durch Helligkeiten halten kann, und also z. B. erst die Sterne 7ter Gröfse, dann die 8ten u. s. f. einträgt, indem man stets die Helligkeit der Sterne mit der der Mire vergleicht, und darnach ihre Bezeichnung richtet.

Steinheil.

Nachschrift des Herausgebers.

Herr *v. Steinheil* wird die Leser dieser Zeitschrift so wie mich sehr verbinden, wenn er mir die versprochenen Zeichnungen, von ausführlicheren Erklärungen begleitet übersenden will. *S.*

Schreiben des Herrn *Bianchini* an den Herausgeber.

Cattajo 1833. Agosto 11.

Anch' io mi tenni obbligato a seguir l'invito del celebre Prof. *Bessel*, reso pubblico nel No. 236 del suo Giornale, circa l'osservar diligentemente il fenomeno dell' ultima scomparsa e successiva riapparizion dell' anello di Saturno; e quindi ora vengo a comunicarle quelle cose in proposito che ho potuto raccogliere. Parte per la contrarietà e incostanza dell' atmosfera, parte per esser io occupato in altri lavori, e infine ancora per non essermene prefissa

Digitized by Google

l'osservazione io aveva trascurato di mirar allo stesso fenomeno poco innanzi accaduto, cioè al declinare dell' ultimo scorso anno e al nascere del corrente. Solo nella notte dal 19 al 20 Ottobre 1832, profittando di uno stato del cielo assai nitido e puro, alle ore 4½ del mattino per semplice curiosità io guardai a Saturno con un cannocchiale di *Dollond* di piedi 3½ di lunghezza focale obbiettiva, e con 160 d'ingrandimento, e con questo mezzo non giunsi a discernere una minima traccia dell' anello che forse da qualche giorno era sparito e invisibile, corrispondentemente all' annunzio dell' effemeridi. Per altro sembrerebbe che tale disparizione accaduta sia oltre ad un mese più tardi, avendoci detto il Prof. *Bessel* ch'egli vide ultimamente Saturno privo dell' anello il 28 Novembre di mattina. Ma di certo poi la riapparizion dell' anello avvenne, per testimonianza concorde di SSri. *Bessel* e *Schwabe*, un mese prima che io casualmente ne avessi notizia; mentre coll' accennato cannocchiale e ingrandimento io vidi ricomparso l'anello il 12 Gennajo e notai che tuttora era ben distinta la sua ombra sul disco del pianeta, e che le anse raffiguravan una lamina estremamente sottile e di luce assai languida.

In riguardo al fenomeno rinnovatosi nella scorsa primavera io prescelsi di osservarlo col cannocchiale di *Fraunhofer* di 5 piedi annesso al circolo meridiano di *Reichenbach*. Questa scelta mi offeriva il doppio vantaggio, e di prendere il passaggio e l'altezza meridiana del centro di Saturno (allora verso l'opposizione) e di avvertir le consecutive apparenze dell' anello nelle migliori e più comparabili circostanze atmosferiche, cioè sempre nella massima elevazione diurna. Trattandosi infatti di riconoscere e giudicar l'estremo grado o limite della visibilità di un oggetto celeste, sopra tale giudizio influiscon molte cagioni variabili e principalmente la maggiore e minore purezza e tranquillità dell' aria; nde nella maggior altezza dell oggetto si ha la condizion più favorevole alla precisa distinzion dell' immagine, uno degli essenziali elementi della visibilità. Come però l'osservazione al cannocchial meridiano restringesi a breve tempo e piccolo spazio, per cui essa può facilmente mancare e non permette di tener lungamente d' occhio l' oggetto, così uno dè miei aggiunti alla specola, il Dro. *Bernardi* giovine astronomo, assunse di osservar ogni giorno Saturno fuori del meridiano e in posizion qualunque, fino alla disparizion dell' anello, adoperando a tal uopo un telescopio d'*Amici* della lunghezza focale di piedi (misura di Parigi) 7½, dell' apertura di pollici 6½ e coll' ingrandimento di 372. Al cannocchiale suddetto del circolo, per prova fattane, io ho preferito un ingrandimento assai minore (appena di 103), e già per là simile circostanza di osservar la disparizion dell' anello negli anni 1773—74 anche il *Messier* avvertiva (*Nouveaux Mémoires de la R. Ac. des sciences et belles lettres de Berlin, pour* 1776) che torna meglio usar gl'ingrandimenti mediocri, stante che a ingrandimento più forte si perde troppo in chiarezza, la quale pur è necessaria per la distinzione di un tenuissimo filo illuminato qual si presenta l'anello.

(Der Beschluſs folgt.)

Anzeige.

Es ist in den ersten beiden Stücken dieses Bandes ausdrücklich bemerkt, daſs den Postämtern und Buchhandlungen für diesen und die folgenden Bände kein Rabatt gegeben wird, und es folgt daraus, daſs Postämter und Buchhandlungen den Herren Abonnenten diese Zeitschrift nicht mehr zu dem Preise liefern können, der für die früheren Bände galt, bei denen Rabatt gegeben ward. Sowohl Postämter als Buchhandlungen müssen von jetzt, wegen des wegfallenden Rabatts ihre Preise etwas erhöhen.

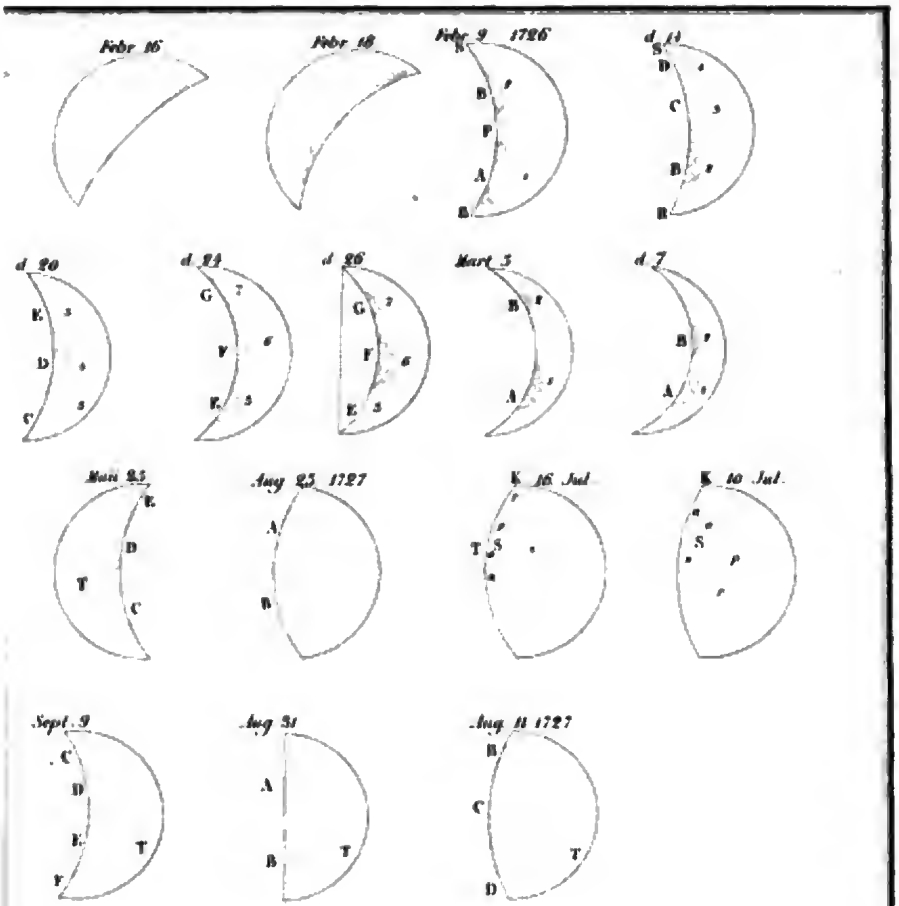
S.

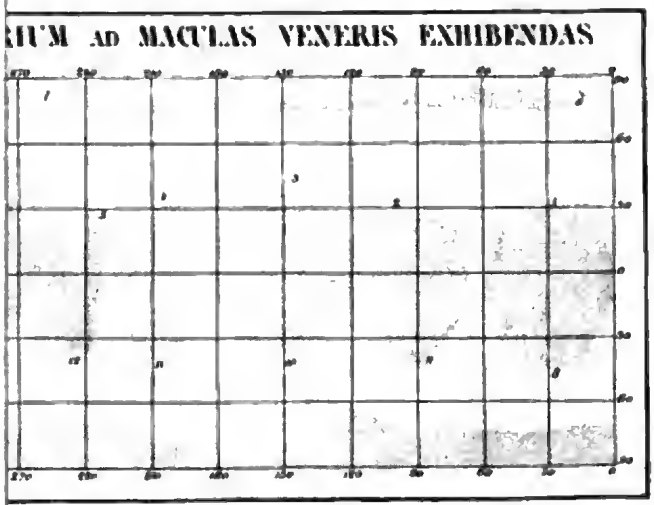
Inhalt.

Ehrenbezeugungen. p. 137. — Abbildung der Cometenmedaille. p. 137. — Beobb. in Danzig. p. 137. — *Plössl's* dialytische Fernröhre. p. 137. — On the Rotation of Venus. By the Reverend *T. J. Hussey*. p. 139. — Schreiben des Herrn v. *Steinheil* an den Herausgeber. p. 145. — Schreiben des Herrn *Bianchini* an den Herausgeber. p. 149. — Anzeige. p. 151. — Schreiben des Herrn *Schwabe*, an den Herausgeber. p. 153. — Beobb. des Saturns im April 1833 auf der Altonaer Sternwarte. p. 155.

Altona 1833. November 29. (Hiebei eine Beilage und ein Kupferblatt.)

Digitized by Google





den Astronomischen Nachrichten N° 248 u. 249.

Digitized by Google

Digitized by Google

BEILAGE
ZU
№ 249. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Schreiben des Herrn *Schwabe* an den Herausgeber.

Dessau 1833. August 1.

Da nun meine Beobachtungen über das Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturn-Ringes beendigt sind, so erlaube ich mir die Fortsetzung meines Aufsatzes in Nr. 239 der Astron. Nachrichten einzusenden.

Das höchst ungünstige Wetter, die lange helle Dämmerung und der tiefe Stand des Saturns im Juni und Juli d. J. verhinderten zwar anhaltende und genaue Beobachtungen bei dem Verschwinden und Wiedererscheinen des Ringes, allein ich halte sie doch der Mittheilung nicht unwerth und habe sie deswegen hier wörtlich aus meinem Tagebuche abgeschrieben.

Vorher muſs ich noch bemerken, daſs im Februar und März die westliche Anse fortwährend mehr oder weniger kürzer, etwas breiter, gleichförmig hell doch etwas verwaschener und matter erschien, als die östliche, welche stets mehr oder weniger länger, etwas schmaler, schärfer und, wenn ich nicht irre, lichtvoller war.

April 2. 9^h Ab. 6. ff. 288 m. V. Saturn ziemlich deutlich, die Ansen sehr augenfällig ungleich, so daſs die östliche vielleicht ihre äuſserste Gröſse erreicht hat, dennoch scheint sie schwächer zu sein, als die westliche; überhaupt kommt es mir vor, als wenn beide Ansen an Licht abgenommen haben. Der Ringschatten schmal und schwach.

— 7. 9^h Ab. bis 11^h Ab. 6 ff. 216. 288 324 m. V. Saturn schwirrend doch deutlich. Die östliche Anse ist so bedeutend länger, daſs sie ihre äuſserste Gröſse erreicht zu haben scheint, beide Ansen sind merkbar schmaler geworden, jedoch konnte ich keine knotenartige oder hellere Stellen bemerken. Der Ringschatten fein doch deutlich, südlich vom Ringe.

—15. 9^h Ab. 6 ff. 216 m. V. Saturn nicht deutlich, starke Luftschwirrungen. Die Ansen sind sehr fein, doch kann ich keine Knoten und nur die Verschiedenheit bemerken, daſs die östliche länger ist. Der Ringschatten deutlich.

—17. 9^h Ab. 6 ff. 216. 288. 324 m. V. Saturn schwirrend, zuweilen deutlich. Beide Ansen haben seit dem 15ten sehr merklich an Deutlichkeit abgenommen und bilden eine äuſserst feine gleichförmige Linie, die östliche scheint etwas schärfer zu seyn und ist so augenfällig länger, daſs sie wahrscheinlich ihre äuſserste Gröſse erreicht hat; es ist in ihr eben so wenig ein Knoten zu entdecken als in der westlichen, jedoch schlieſst diese letzte sich der Kugel an, die erste hingegen ist dicht bei der Kugel sehr matt und lichtschwach oder ganz unsichtbar. Der Ringschatten ist so deutlich, daſs ich ihn mit dem $3\frac{1}{2}$ff. 126. 168. 189 m. V. sehr gut erkennen kann.

April 22. 9^h Ab. 6 ff. 216 m. V. Saturn sehr schwirrend, zuweilen deutlich. Die Ansen sind sehr fein und verschwinden bei starken Luftschwirrungen wobei der Ringschatten noch deutlich sichtbar bleibt.

— 25. 9^h Ab. bis 10^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn nicht deutlich; bei sehr heftigen Luftschwirrungen konnte ich zwar keine genaue Beobachtung machen, jedoch sehr deutlich bemerken, daſs der Ring noch schwächer als am 22sten ist, so daſs ich ihn nur in etwas ruhigen und klaren Zwischenräumen sehen kann, alsdann erscheint er als zwei höchst feine und matte Linien, von denen die westliche deutlicher und gleichförmig, die östliche hingegen weniger deutlich, seltener sichtbar und, wie es mir vorkommt, unterbrochen ist.

— 27. 9^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn bei starken anhaltenden Luftschwirrungen nur selten klar und deutlich; in diesen kurzen Zwischenräumen ist noch eine Spur der Ansen sichtbar, die westliche ist deutlicher und mit Gewiſsheit gleichförmig ohne Knoten und hellere Stellen, die östliche aber seltener sichtbar, und ich kann nicht zur Gewiſsheit kommen, ob sie unterbrochen ist, zuweilen scheint die hellere Stelle, die in der Figur zu meinem Aufsatz in den Astr. Nachr. Nr. 239 mit *a* bezeichnet, sich auszuzeichnen.

Mai 1. 9^h bis 10^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn nicht deutlich wegen des ungünstigen Wetters, in kurzen klaren und ruhigen Zwischenräumen kann ich keine Spur vom Ringe finden.

Die erste wahrscheinliche Spur vom Ringe fand ich erst wieder.

Juni 8. 10^h Ab. 6 ff. 144. 216 m. V. Saturn wegen Luftschwirrungen nur selten deutlich. In der Lage der östlichen Anse bemerkte ich zuweilen ein sehr feines Lichtpünktchen.

— 13. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. 6 ff. 144. 216 m. V. Saturn schwirrend. An der Ostseite in der Lage des Ringes bemerke ich etwas helles, kann aber nicht unterscheiden, ob es ein doppelter Lichtpunkt oder eine kleine helle Linie ist.

Digitized by Google

Juni 14. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn zuweilen in Wolkenspalten sichtbar. Zum ersten Male kann ich den Ring zwar schwach doch mit aller Gewifsheit erkennen; die westliche Anse ist etwas deutlicher sichtbar und erstreckt sich bis zur Kugel, die östliche ist nur erst in einem Abstande von der Kugel kenntlich und die helle Stelle *a* scheint ein stärkeres Licht zu haben als die westliche Anse.

—— 15. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. bis 10^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn stark schwirrend. Der Ring ist in kurzen ruhigen Zwischenräumen, dann aber so deutlich sichtbar, dafs ich ungeachtet seiner Zartheit und Lichtschwäche mit aller Gewifsheit unterscheiden kann, dafs die westliche Anse ganz gleichförmig hell und besser sichtbar ist als die östliche, die sich nicht der Kugel anschliefst und meistens nur durch die hellere Stelle *a* bemerkt werden kann.

—— 18. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. 6 ff. 144. 216 m. V. Saturn schwirrend. Der Ring ist schon so deutlich, dafs ich ihn mit dem $3\frac{1}{2}$ ff. 126. 168 m. V. erkennen kann, mit dem 6 ff. sehe ich in ruhigen Zwischenräumen, dafs die westliche Anse ganz gleichförmig hell ist und ohne Unterbrechung sich bis an die Kugel erstreckt, die östliche jedoch nicht bis zur Kugel sichtbar ist, ihre helle Stelle *a* aber sich durch ein so starkes Licht auszeichnet, dafs sie ungeachtet der schwächern Sichtbarkeit dieser Anse überhaupt doch bemerkbarer ist als die westliche.

Juni 24. $9\frac{1}{2}^h$ bis 10^h Ab. 6 ff. 144. 216 m. V. Saturn zuweilen sehr deutlich. Die westliche Anse sehr augenfällig kürzer, gleichförmig hell, doch von etwas matterem Lichte als die östliche, die länger, nach der Kugel zu matter, nach dem östlichen Ende zu aber heller ist; dieser Unterschied ist so deutlich, dafs ein Mitbeobachter (Herr *Genast* aus Weimar) sagte: der rechte Strich sei etwas länger und am untern Ende breiter und kolbiger.

—— 25. 9^h Ab. 6 ff. 216 m. V. Saturn wie gestern, nur scheint mir die hellere Stelle *a* der östlichen Anse aus zwei Knoten zu bestehen.

Juli 16. 9^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn ziemlich deutlich. Die westliche Anse deutlich kürzer und gleichförmig hell, so dafs bestimmt keine hellere Stelle darin sichtbar ist; die östliche Anse deutlich länger, die helle Stelle *a* hat sich länger ausgedehnt, der an die Kugel gränzende Theil der Anse sehr lichtschwach. Von den Mitbeobachtern (Herr und Madame *Thayes* und der Graf *Emanuel Las Casas* (Sohn) aus Paris) machte mich der erste auf diese Verschiedenheiten aufmerksam, welche alsdann Herr *Las Casas* und ich bestätigt fanden.

Hiermit mufste nun diese Reihe von Beobachtungen geschlossen werden, da bei spätern kein scharfes Bild des Saturn zu erhalten war.

S. H. Schwabe.

Beobachtungen des Saturns im April 1833 auf der Altonaer Sternwarte.

Der Saturn ist auf der Altonaer Sternwarte mit einem *Fraunhofer*schen Fernrohr von 4 Fufs Brennweite, 37 Linien Oeffnung und 144maliger Vergröfserung beobachtet. Diese Vergröfserung zeigte den Ring stets deutlicher als die stärkere von 216 und die schwächere von 96 welche zu demselben Fernrohre gehören, und wurde deshalb immer bei den Betrachtungen des Saturns gebraucht. An allen folgenden Beobachtungstagen ist die östliche Ringanse immer bedeutend heller gesehen worden als die westliche. Die im Tegebuch niedergeschriebenen Notizen über die Abnahme des Saturnringes bis April 22. übergehe ich, da sie weiter nichts enthalten als, dafs der Ring noch deutlich als eine Linie zu sehen gewesen sei. April 22 war die Luft ganz vorzüglich schön und der Ring als eine feine Linie deutlich sichtbar; in der östlichen Anse, ungefähr $\frac{1}{3}$ vom Ende derselben schien die Linie ein wenig heller zu seyn, und auch in der westlichen Anse erschien mitunter ein etwas hellerer Punct, doch waren diese Stellen zu wenig von dem übrigen Theil der hellen Linie verschieden, um ihr Daseyn bestimmt behaupten zu können. April 24 war die Luft bedeckt. April 25 war die Linie bedeutend feiner geworden, doch an beiden Seiten der Kugel noch deutlich zu sehn, in der östlichen Anse war ein hellerer Punct $\frac{1}{3}$ Durchmesser vom Rande des Saturns deutlich wahrzunehmen, auch in der westlichen Anse $\frac{1}{3}$ Durchmesser schien eine hellere Stelle in der äufserst schwachen Linie zu seyn. April 26 war der Himmel voll kleiner dünner Wolken, doch sah man den Planeten zwischen denselben hell und deutlich. Wegen der Wolken war er nur unterbrochen wenige Secunden im Meridianfernrohr zu sehen, wo er heute Abend sowohl als an den vorhergehenden Tagen während seiner Culmination betrachtet wurde. Die westliche Ringanse war beinahe verschwunden und schimmerte nur mitunter durch; doch glaubte ich $\frac{1}{3}$ Durchmesser vom Rande des Planeten eine hellere Stelle zu sehen. In der östlichen Anse war ein hellerer Punct $\frac{1}{3}$ Durchmesser wie April 25, besonders wenn ganze feine Dünste vorüber zogen, nicht zu verkennen, denn alsdann verschwand jedes Mal zuerst der übrige Theil der Linie, und dieser Punct schien als ein Trabant von der Saturnkugel getrennt noch durch, bis die Wolke näher kam und auch ihn unsichtbar machte. Im gröfseren Fernrohr des Meridiankreises zeigte sich dieses noch deutlicher. Die Wolken waren übrigens so dünne, dafs der Planet selbst nur selten verschwand. Diese Beobachtungen sind ohngefähr um 12 Uhr Sternzeit gemacht. April 28 war der Himmel wieder bedeckt. April 29 war in keinem Fernrohr und mit keiner Vergröfserung eine Spur vom Ringe mehr wahrzunehmen; die Luft war freilich sehr dunstig, doch der Planet ruhig und deutlich zu sehn, auch mufs bemerkt werden, dafs der Mond nur ungefähr eine halbe Stunde vom Saturn abstand. Im Fernrohr des Meridiankreises war ganz deutlich rechts vom Saturn ungefähr in der Distanz wo der hellere Punct April 26 gesehen wurde, aber nach dem Schatten des Ringes auf der Saturnkugel zu urtheilen etwas höher, ein feines Lichtpunctchen zu sehen, wahrscheinlich ein Trabant. Später April 30, Mai 1, 2 u. 3 ist hier nichts vom Ringe bemerkt worden.

A. Petersen.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 250.

Ueber die Störungen des *Halley*schen Kometen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15ten September 1682 bis zum 13ten März 1759.

Von Herrn Professor Dr. *Rosenberger* in Halle.

Seit dem Abdruck meines Aufsatzes über die Elemente des *Halley*schen Kometen während seiner vorletzten Erscheinung (Astr. Nachr. Nr. 196) habe ich die Untersuchung seiner Störungen für die Periode von seiner Sonnennähe im Jahre 1682 bis zu seinem Perihelio im Jahre 1759 beendigt und dabei auf den Einfluss aller sieben alten Planeten so vollständig als möglich Rücksicht zu nehmen gesucht. Bei dem mit der herannahenden Wiederkehr des Kometen steigenden Interesse des Gegenstandes und da die von mir erhaltenen Resultate nicht unerheblich von den Ergebnissen der so mühsamen und dankenswerthen Arbeiten von *Damoiseau* und *Pontécoulant* *) über den nehmlichen Gegenstand abweichen, wird eine kurze Mittheilung über den Gang und die Ergebnisse meiner Rechnungen in diesen Blättern, wie ich wohl hoffen darf, nicht unwillkommen sein, wenn ich mir auch die Bekanntmachung des Details, welches zu einer später vielleicht nöthigen Wiederaufnahme und theilweisen Berichtigung derselben nothwendig wäre, für einen andern Ort und eine andere Zeit vorbehalten muss.

1.

Nennt man die störenden Kräfte, welche der Planet m' in der Richtung des Radius vector des Kometen, senkrecht auf denselben in der Ebene der Bewegung und perpendiculair auf die letztere wirkend hervorbringt resp. A', B', C', sämmtlich positiv, wenn sie die Coordinaten vermindern; bezeichnet man die Neigung der Bahn des störenden Planeten m' gegen die Kometenbahn durch i', die Länge des aufsteigenden Knotens der Planetenbahn auf der Bahn des Kometen durch n', den Abstand des Periheliums der Kometenbahn von diesem Durchschnitt beider Bahnen durch P; heisst die Länge des Planeten in seiner Bahn l', die Länge des Planeten auf der Kometenbahn vom Knoten an gezählt L', seine Breite über der Ebene der Kometenbahn λ'; setzt man $l' - n' = u'$ und $P + \varphi = u$, wo φ die wahre Anomalie des Kometen angiebt, nennt man endlich den Radius vector des Kometen und des Planeten m' resp. r und r': so hat man

$$\begin{aligned}
\cos\lambda'\cos L' &= \cos u' \\
\cos\lambda'\sin L' &= \sin u'\cos i' \\
\sin\lambda' &= \sin u'\sin i' \\
x' &= r'\cos\lambda'\cos(L'-u) \\
y' &= r'\cos\lambda'\cos(L'-u) \\
z' &= r'\sin\lambda' \\
R'R' &= rr + r'r' - 2rx' \\
A' &= \frac{m'r}{R'^3} + m'\left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3}\right).x' \\
B' &= m'\left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3}\right).y' \\
C' &= m'\left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3}\right).z'
\end{aligned} \qquad (a)$$

wo der Buchstabe m' die Masse des störenden Planeten bezeichnet. Drückt nun t die von einem festen Anfangspunct gezählte Zeit aus, so sind die Differentialquotienten der Elemente der Kometenbahn:

$$\begin{aligned}
\sqrt{\mu}.\left(\frac{d.\frac{1}{a}}{dt}\right) &= \frac{2}{h}\left\{A'.e\sin\varphi + B'(1+e\cos\varphi)\right\} \\
\sqrt{\mu}.\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{3av}{h}\left\{A'.e\sin\varphi + B'(1+e\cos\varphi)\right\} \\
\sqrt{\mu}.\left(\frac{de}{dt}\right) &= -A'.h\sin\varphi - B'.\frac{r}{h}\left(e+2\cos\varphi+e\cos\varphi^2\right) \\
\sqrt{\mu}.\left(\frac{d\omega'}{dt}\right) &= +A'.\frac{h\cos\varphi}{e} - B'\frac{r}{he}\left(2+e\cos\varphi\right)\sin\varphi \\
\sqrt{\mu}.\left(\frac{di}{dt}\right) &= -\frac{rC'}{h}\cos(\omega+\varphi) \\
\sqrt{\mu}.\left(\frac{dn}{dt}\right) &= -\frac{rC'}{h}.\frac{\sin(\omega+\varphi)}{\sin i} \\
\sqrt{\mu}.\left(\frac{d\omega}{dt}\right) &= \sqrt{\mu}.\left(\frac{d\omega'}{dt}\right) - \cos i.\sqrt{\mu}\left(\frac{dn}{dt}\right) \\
\sqrt{\mu}.\left(\nu.\frac{dT}{dt}\right) &= -\sqrt{(1-ee)}.\left\{\sqrt{\mu}.\left(\frac{d\omega'}{dt}\right)\right\} + \frac{2r}{\sqrt{a}}.A' \\
&\quad -(T+t)\left\{\sqrt{\mu}.\left(\frac{d\nu}{dt}\right)\right.
\end{aligned} \qquad (b)$$

*) Memorie della Reale Academia delle scienze di Torino Tom. XXIV. pag. 36; Connaissance des temps pour l'an 1832. pag. 25 et C. d. t. p. 1833. pag. 104.

Digitized by Google

Hier bedeuten a, e, n, i, resp. die halbe grofse Axe, die Excentricität, die Länge des aufsteigenden Knotens der Kometenbahn und ihre Neigung gegen die Ekliptik, ω die Länge des Perihelіums vom Knoten und $(-T)$ die Zeit des Perihelіums, so dafs $(T+t)$ immer die Zeit ausdrückt, durch welche die wahre Anomalie bestimmt wird; μ bezeichnet die vom Mittelpunct der Bahn auf den Kometen wirkende Masse, hh ist $= a(1-ee)$ und $a^{\frac{3}{2}}.\nu = \sqrt{\mu}$, so dafs ν die Zunahme der mittlern Anomalie des Kometen in der Zeiteinheit angiebt; unter A', B', C' endlich ist hier, wie im Folgenden, die Summe der von allen Planeten hervorgebrachten störenden Kräfte zu verstehn.

2.

Ich habe es nach dem Vorgange von *Damoiseau* vorgezogen, die Differentialquotienten der Elemente nicht für gleiche Zeitintervalle, sondern für gleich grofse Aenderungen der excentrischen Anomalie des Kometen zu berechnen. Nennt man die excentrische Anomalie des gestörten Kometen s, so wird aus der Gleichung $\nu(T+t) = s - e\sin s$ durch gleichzeitige Differentiation derselben in Beziehung auf die Zeit und auf die veränderlichen Elemente der Kometenbahn

$$\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{a\nu}{r}\left\{1 + \frac{aa}{e}(2e - \cos s - e^2\cos s).A' + \frac{aa}{e}.\sqrt{(1-ee)}(2-e\cos s)\sin s\,B'\right\} = \frac{a\nu}{r}(1+f)$$

erhalten, und man findet die Differentialquotienten der Elemente in Beziehung auf die excentrische Anomalie s des gestörten Kometen durch Multiplication der Gleichungen (b) mit

$$\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{r}{a\nu}\,\frac{1}{(1+f)}.$$

Hierdurch ergeben sich nachstehende Formeln:

$$\begin{aligned}
\mu.\left(\frac{d\nu}{ds}\right) &= 3a^2\nu\left\{e\sin s.A' + \sqrt{(1-ee}.B'\right\}\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.\left(\frac{de}{ds}\right) &= a^2.\sqrt{(1-ee)}\left\{-\sqrt{(1-ee)}.\sin s.A' + (e-2\cos s + e\cos s^2).B'\right\}\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.e\left(\frac{d\omega'}{ds}\right) &= a^2\left\{\sqrt{(1-ee)}.(\cos s - e).A' - \sin s.(2-e\cos s - ee).B'\right\}\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.\left(\frac{dg}{ds}\right) &= -\sqrt{(1-ee)}.\mu.\left(\frac{d\omega'}{ds}\right) + 2.rr.A'.\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.\left(\frac{dq}{ds}\right) &= -\frac{a.(\cos s - e)}{\sqrt{(1-ee)}}.rC.\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.\left(\frac{dp}{ds}\right) &= -a\sin s.rC.\left(\frac{1}{1+f}\right) \qquad \text{(c)}\\
\mu.\left(\frac{di}{ds}\right) &= \mu.\left(\frac{dq}{ds}\right).\cos\omega - \mu.\left(\frac{dp}{ds}\right).\sin\omega\\
\mu.\sin i\left(\frac{dn}{ds}\right) &= \mu.\left(\frac{dq}{ds}\right).\sin\omega + \mu.\left(\frac{dp}{ds}\right).\cos\omega\\
\mu.\left(\frac{d\omega}{ds}\right) &= \mu.\left(\frac{d\omega'}{ds}\right) - \cos i.\mu.\left(\frac{dn}{ds}\right)\\
\mu.\left(\nu.\frac{dT}{ds}\right) &= -(T+t).\mu.\left(\frac{d\nu}{ds}\right) + \mu.\left(\frac{dg}{ds}\right)
\end{aligned}$$

Diese Formeln sind vollkommen strenge, wenn zu ihrer Berechnung diejenigen Elemente angewandt werden, welche in dem Augenblick, für welchen man rechnet, die Bahn des Kometen bestimmen. Sie gehn in die von *Damoiseau* angewandten und in die von *Pontécoulant* in seiner Théorie analytique du système du monde tom. II. p. 100 gegebenen Formeln über, nach welchen letzteren dieser Astronom gerechnet zu haben scheint, wenn man die Sonnenmasse als Einheit der Massen annimmt und $(1+f)$ der Einheit gleich setzt, wodurch im Allgemeinen nur Gröfsen von der Ordnung des Quadrats der störenden Kräfte vernachlässigt werden.

Digitized by Google

3.

So lange die störenden Kräfte eine mäfsige Gröfse behalten wird es erlaubt sein sowohl diese Vernachlässigung zu begehn, als auch die Rechnung mit Elementen zu führen, welche nicht genau für den Zeitpunct der Rechnung gelten, d. h. man wird die Elemente nur von Zeit zu Zeit corrigiren dürfen, wie dies von den beiden französischen Astronomen bei ihrer Berechnung der Störungen des *Halley*schen Kometen von 1759 bis 1835 von einem Zeichen der excentrischen Anomalie zum andern geschehen ist. So oft indessen einer der störenden Planeten dem Kometen sehr nahe kommt, müssen auch die Formeln (c) in aller Strenge angewandt werden, wenn man sicher sein will genaue Resultate zu erhalten und dieser Fall tritt bei dem *Halley*schen Kometen sowohl für die Periode von 1682 bis 1759 als auch für die Periode von 1759 bis 1835 in einem vielleicht ungewöhnlich hohen Grade ein. Ich habe diesem Uebelstande dadurch zu begegnen gesucht, dafs ich z. B. vom 30sten Grade der excentrischen Anomalie bis zum 46sten zuerst die einzelnen Differentialquotienten mit den ungeänderten Elementen, wie dieselben für 30° exc. Anom. waren gefunden worden, und ohne Rücksicht auf die Quantität f berechnete, sodann aber für passende und im Allgemeinen etwas gröfsere Intervalle (hier z. B. von zwei zu zwei Grad) die Unterschiede dieser Gröfsen von denjenigen bestimmte, welche erhalten worden wären, wenn eines Theils überall die richtigen Elemente wären angewandt worden und andern Theils der Factor $\left(\frac{1}{1+f}\right)$ nicht unbeachtet geblieben wäre. Um zu zeigen, wie höchst nothwendig diese Vorsicht sich erwies, will ich nur ein Beispiel anführen. Von 46° bis 54° der exc. Anom. fand ich zuerst die ganze Aenderung, welche die mittlere tägliche Bewegung durch Jupiter, Saturn und Uranus erfährt $= +0'',468727$. Der eben erwähnten beiden Correctionen wegen kommt aber zu dieser Gröfse noch $-0'',007023$ hinzu, so dafs die strenge Anwendung der Formeln $+0'',461704$ gegeben haben würde. Ich glaube, dafs die Abweichung meiner Resultate von den bisher bekannt gewordenen der beiden französischen Astronomen durch die vorstehende Bemerkung hinlänglich erklärt wird und kann die Besorgnifs nicht bergen, es möchte auch ihre Bestimmung der Aenderungen, welche die Elemente des *Halley*schen Kometen von 1759 bis 1835 durch die planetarischen Störungen erleiden, der eigentliche Gegenstand ihrer Arbeiten, aus demselben Grunde eine bei weitem gröfsere Unsicherheit in sich schliefsen, als die von ihnen angewandte Sorgfalt und die verhältnifsmäfsig weit getriebene Genauigkeit ihrer Zahlenangaben auf den ersten Blick erwarten lassen. Denn nach *Damoiseaus* Bestimmung hat sich unser Komet während seines gegenwärtigen Umlaufs dem Jupiter noch etwas stärker genähert, als in der Periode von 1682 bis 1759 der Fall war.

4.

Auch die Genauigkeit meiner Rechnungen wäre, zum Theil wenigstens, illusorisch geworden, oder die Mühseligkeit ihrer Ausführung ganz unerträglich geblieben, wenn es nicht nach einer für die scharfe Berechnung fast aller Kometenstörungen unschätzbaren Andeutung von *Bessel* (Untersuchungen über die Bahn des grofsen Kometen vom Jahre 1811 von Dr. *Fr. Wilh. Aug. Argelander* pag. 78 ff.) möglich wäre, auf die Wirkung der kleineren Planeten mit verhältnifsmäfsig geringer Mühe auf das schärfste Rücksicht zu nehmen, indem man die Bewegung des Kometen nicht auf die Sonne, sondern auf den Schwerpunct des Sonnensystems als den Mittelpunct seiner Bahn bezieht. Da diese wichtige Bemerkung wenigstens im Auslande nicht so allgemeine Beachtung gefunden zu haben scheint, als sie verdient (wahrscheinlich nur darum, weil die Monographie, welche sie enthält, Untersuchungen von so allgemeinem Interesse nicht erwarten läfst), so glaube ich manchem Leser dieser weitverbreiteten Zeitschrift einen Dienst zu leisten, wenn ich bei dieser Gelegenheit etwas ausführlicher, als für meinen nächsten Zweck durchaus nothwendig wäre, bei dem angeführten Gegenstand verweile.

Es mögen in Beziehung auf ein beliebiges, sich im Mittelpunct der Sonne senkrecht durchschneidendes Axensystem x, y, z die Coordinaten des Kometen; x', y', z' die Coordinaten eines Planeten bezeichnen, dessen Masse m' ist wenn die Sonnenmasse als Einheit der Massen betrachtet wird und x'', y'', z''; x''', y''', z''' etc. sich in demselben Sinn auf die Planeten m'', m''' etc. beziehen. Bedeutet r den Radius vector des Kometen, r' den Radius vector des Planeten m', Δ'' die dritte Potenz des Abstands der Planeten m' und m'' von einander, R', R'' etc. den Abstand der Planeten m', m'' etc. vom Kometen; sind endlich $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ die Coordinaten des Schwerpuncts unseres Sonnensystems, so dafs $\bar{X} = \frac{m'x' + m''x'' + m'''x''' \text{ etc.}}{1+M}$ für $M = m' + m'' + m''' \text{ etc.}$, ist, so sind die Gleichungen, welche die Bewegung der Kometen und der Planeten m', m'' etc. um die Sonne bestimmen

Digitized by Google

$$(d)\quad 0 = \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) + \frac{x}{r^3} + \frac{m'x'}{r'^3} + \frac{m'(x-x')}{R'^3} + \frac{m''x''}{r''^3} + \frac{m''(x-x'')}{R''^3} \text{ etc.}$$

$$(d')\quad 0 = \left(\frac{d^2x'}{dt^2}\right) + \frac{(1+m')x'}{r'^3} + \frac{m''x''}{r''^3} + \frac{m''.(x'-x'')}{'p''^3} + \frac{m'''x'''}{r'''^3} + \frac{m'''(x'-x''')}{'p'''^3} \text{ etc.}$$

$$(d'')\quad 0 = \left(\frac{d^2x''}{dt^2}\right) + \frac{(1+m'')x''}{r''^3} + \frac{m'x'}{r'^3} + \frac{m'(x''-x')}{''p'^3} + \frac{m'''x'''}{r'''^3} + \frac{m'''(x''-x''')}{''p'''^3} \text{ etc.}$$

und Gleichungen von derselben Form für y, z; y', z' etc. Multiplicirt man die Gleichungen (d'), (d'') etc. nach der Reihe mit $\frac{m'}{1+M'}$, $\frac{m''}{1+M}$ etc., so giebt ihre Summe

$$0 = \frac{d^2\bar{X}}{dt^2} + \frac{m'x'}{r'^3} + \frac{m''x''}{r''^3} + \frac{m'''x'''}{r'''^3} \text{ etc.}$$

und die Subtraction derselben von (d), wenn man $x = \bar{X}+\xi$, $y = \bar{Y}+\eta$, $z = \bar{Z}+\zeta$; $x' = \bar{X}+\xi'$, $y' = \bar{Y}+\eta'$, $z' = \bar{Z}+\zeta'$ etc. setzt, wo also ξ, η, ζ; ξ', η', ζ'; ξ'', η'', ζ'' die Coordinaten des Kometen und der Planeten m', m'' etc. in Beziehung auf den Schwerpunct und auf ein dem angenommenen Axensystem paralleles System von Coordinatenaxen bedeuten

$$0 = \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{x}{r^3} + \frac{m'(x-x')}{R'^3} + \frac{m''(x-x'')}{R''^3} + \frac{m'''(x-x''')}{R'''^3} \text{ etc.} \qquad (e)$$

welche Gleichung nebst zwei ähnlichen für η und ζ die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems bestimmt.

Diese Gleichung ist gleichbedeutend mit

$$0 = \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{\bar{X}+\xi}{\rho^3} + \frac{m'.(\xi-\xi')}{R'^3} + \frac{m''.(\xi-\xi'')}{R''^3} \text{ etc.}$$

oder da $\frac{1}{r^3} = \frac{1}{\rho^3} + \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right)$, wenn ρ den Abstand des Kometen vom Schwerpunct bezeichnet, mit

$$0 = \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{\bar{X}+\xi}{\rho^3} + (\bar{X}+\xi)\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + \frac{m'.(\xi-\xi')}{R'^3} + \frac{m''.(\xi-\xi'')}{R''^3} \text{ etc.} \qquad (f)$$

wofür endlich wegen $\bar{X} = m'\xi' + m''\xi'' + m'''\xi''$ etc.

$$0 = \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{\xi(1+M)}{\rho^3} + (\xi+\bar{X})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3}\right) + m''(\xi''-\xi)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R''^3}\right) + \text{etc.} \qquad (g)$$

gesetzt werden kann.

Die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems wird also die nehmliche sein, als wenn dieser Punct der Sitz einer Centralkraft $= 1+M$ wäre und aufserdem die in der Richtung der Coordinatenaxen thätigen störenden Kräfte

$$A = (\xi+\bar{X})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3}\right) + m''.(\xi''-\xi)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R''^3}\right) \text{ etc.}$$

$$B = (\eta+\bar{Y})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + m'(\eta'-\eta)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3}\right) + m''.(\eta''-\eta)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R''^3}\right) \text{ etc.} \qquad (h)$$

$$C = (\zeta+\bar{Z})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + m'(\zeta'-\zeta)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3}\right) + m''.(\zeta''-\zeta)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R''^3}\right) \text{ etc.}$$

auf den Kometen wirkten.

Ist der Abstand des Kometen von der Sonne nicht gar zu klein (und nur in diesem Fall soll überhaupt die Bewegung des Kometen auf den Schwerpunct bezogen und von den Gleichungen (g) Gebrauch gemacht werden), so kann $\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right)$ sehr bequem durch eine stark convergirende Reihe ausgedrückt werden, indem man $r^2 = x^2+y^2+z^2 = \rho^2 + 2P + R^2$ hat, wenn $P = \xi\bar{X} + \eta.\bar{Y} + \zeta.\bar{Z}$; $R^2 = \bar{X}^2 + \bar{Y}^2 + \bar{Z}^2$, also P sowohl als R von der Ordnung der störenden Massen ist. Dies giebt

$$(\xi+\bar{X})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) = \frac{-3P\xi}{\rho^5} - \frac{3P\bar{X}}{\rho^5} + \frac{15}{2}.\frac{PP\xi}{\rho^7} - \frac{3}{2}.\frac{RR\xi}{\rho^5} \text{ etc.}$$

Digitized by Google

und

$$A = \left[m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''(\xi''-\zeta)\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)+\text{etc.}-\frac{3P\xi}{\rho^5}\right]$$
$$-\frac{3P\bar{X}}{\rho^5}+\frac{15}{2}\cdot\frac{PP\xi}{\rho^7}-\frac{3}{2}\cdot\frac{RR\xi}{\rho^5}\text{ etc.}$$

$$B = \left[m'(\eta'-\eta)\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''(\eta''-\eta)\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)+\text{etc.}-\frac{3P\eta}{\rho^5}\right] \quad (i)$$
$$-\frac{3P\bar{Y}}{\rho^5}+\frac{15}{2}\cdot\frac{PP\eta}{\rho^7}-\frac{3}{2}\cdot\frac{RR\eta}{\rho^5}\text{ etc.}$$

$$C = \left[m'(\xi'-\zeta)\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''(\xi''-\xi)\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)+\text{etc.}-\frac{3P\zeta}{\rho^5}\right]$$
$$-\frac{3P\bar{Z}}{\rho^5}+\frac{15}{2}\cdot\frac{PP\zeta}{\rho^7}-\frac{3}{2}\cdot\frac{RR\zeta}{\rho^5}\text{ etc.}$$

wo man sehr oft mit den in Klammern [ ] eingeschlossenen Gliedern vollkommen ausreichen wird.

Bestimmt man nunmehr die noch ganz willkührliche Richtung der Coordinatenaxen so, dafs die Ebene der ξ und η mit der Ebene der Bahn des Kometen um den Schwerpunct für den Augenblick der Rechnung und die Axe der ξ mit seinem jedesmaligen Radius vector zusammenfällt: so hat man $\xi = \rho$, $\eta = \zeta = 0$, $P = \rho\bar{X}$ und die Störungen der Elemente des Kometen, welche sich auf seine Bewegung um den Schwerpunct beziehen, werden durch die Anwendung der Gleichungen (c) gefunden werden, wenn man $\mu = 1 + M$ und

$$A' = m'(\xi'-\rho)\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)-\frac{3m'\xi'}{\rho'^3}+m''(\xi''-\rho)\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}-\frac{3m''\xi''}{\rho''^3}\text{ etc.}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}(2\bar{X}^2-\bar{Y}^2-\bar{Z}^2)\cdot\frac{1}{\rho^4}\right.$$

$$B' = m'\eta'\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''\cdot\eta''\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)\text{ etc.}-\frac{3\bar{X}\bar{Y}}{\rho^4} \quad (k)$$

$$C' = m'\zeta'\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''\zeta''\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)\text{ etc.}-\frac{3\bar{X}\bar{Z}}{\rho^4}$$

setzt.

Der Vortheil, welchen diese Anordnung der Rechnung gewährt, besteht darin, dafs die Theile der störenden Kräfte A', B', C', welche von den kleinern Planeten abhängen, bald so stark abnehmen, dafs man sie ohne Gefahr ganz vernachlässigen kann. Bei dem *Halley*schen Kometen, der sich meistentheils in sehr grofser Entfernung von der Sonne befindet, wird dieser Vortheil noch dadurch erhöht, dafs auch die Störungen, welche er durch Jupiter, Saturn und Uranus erleidet, wenigstens für den gröfsten Theil seiner Bahn, viel kleiner ausfallen und viel leichter zu finden sind, wenn man seine Bewegung um den Schwerpunct des Sonnensystems untersucht, als wenn man unmittelbar die Aenderungen seiner Elemente in Beziehung auf die Sonne berechnen wollte.

5.

Um die Elemente, welche die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems bestimmen, aus den Elementen seiner Bahn um die Sonne, oder umgekehrt diese aus jenen zu erhalten, werde ich im Folgenden die eine dieser beiden Bahnen durch B, die andere durch B' bezeichnen und annehmen, dafs sich in den Mittelpuncten derselben die Massen μ und μ' befinden.

Die Gleichungen

$$\frac{x\,dy - y\,dx}{dt} = \sqrt{(m)}\cdot h\cdot\cos i$$
$$\frac{x\,dz - z\,dx}{dt} = \sqrt{(m)}\cdot h\cdot\sin i\cos n$$
$$\frac{y\,dz - z\,dy}{dt} = \sqrt{(m)}\cdot h\cdot\sin i\sin n \quad (l)$$
$$\frac{dx}{dt}\cdot\frac{r\,dr}{dt}+x\left(\frac{m}{r}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}\right) = -me(\cos n\cos\omega-\sin n\sin\omega\cos i)$$
$$= \frac{dx}{dt}\cdot\delta + x\cdot P$$

Digitized by Google

$$\frac{dy}{dt}\cdot\frac{rdr}{dt}+y\left(\frac{m}{r}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}\right) = -me\,(\sin n\cos\omega-\cos h\sin\omega\cos i)$$
$$= \frac{dy}{dt}\cdot\delta+y\cdot F$$
$$\frac{dz}{dt}\cdot\frac{rdr}{dt}+z\left(\frac{m}{r}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}\right) = -me\cdot\sin\omega\sin i$$
$$= \frac{dx}{dt}\cdot\delta+z\cdot F$$
$$\frac{2m}{r}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2} = \frac{m}{a} = \frac{m}{r}+F$$

drücken bekanntlich die Constanten der elliptischen Bewegung eines Himmelskörpers um den Mittelpunct seiner Bahn durch seine Coordinaten von diesem Punct und durch seine Geschwindigkeit in der Richtung der Coordinatenaxen aus, wenn m die Summe der Massen beider Körper bezeichnet und n, ω, i in Beziehung auf das gewählte Axensystem eine Bedeutung haben, welche der bisherigen Bedeutung der nehmlichen Buchstaben für die Ekliptik entspricht. Indem man sie sowohl auf die Bahn B, als auch auf die Bahn B' anwendet, wird sich aus ihnen der Unterschied der Elemente beider Bahnen ohne Weiteres ergeben.

Legt man die Ebene der x und y der Bahn B, die Axe der x dem Radius vector des Kometen in ihr parallel; bezieht man die Zeichen a, e, n, x, r etc. in ihrer bisherigen Bedeutung auf die Bahn B, die Zeichen a', e', n', x', r' etc. in der analogen Bedeutung auf die Bahn B'; schreibt man Δa, Δe, $\Delta\mu$ etc. für $a'-a$, $e'-e$, $\mu'-\mu$ etc.: so hat man für die Bahn B, welche als bekannt angesehen werden soll,

$$x = r, \quad y = z = 0, \quad \frac{dx}{dt} = \frac{\sqrt{\mu}\cdot e\sin\varphi}{h};$$
$$\frac{dy}{dt} = \frac{\sqrt{\mu}\cdot h}{r}, \quad \frac{dz}{dt} = 0.$$

Setzt man nun noch der Kürze wegen $\frac{dx}{dt}=\alpha$, $\frac{dy}{dt}=\beta$, $\frac{dz}{dt}=\gamma$, ferner

$$x' = r+X, \quad y' = Y, \quad z' = Z; \quad \frac{dx'}{dt} = \alpha' = \alpha+A,$$
$$\frac{dy'}{dt} = \beta' = \beta+B, \quad \frac{dz'}{dt} = \gamma' = C;$$

bedeutet z die Neigung der Bahn B' gegen die Bahn B. N die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn B' auf der Bahn B vom Radius vector r des Kometen an gezählt, o' endlich den Abstand des Perihelium auf der Bahn B' von diesem Durchschnitt beider Ebenen: so finde ich

$$\left(\Delta\frac{1}{r}\right) = -\frac{2rX+(X^2+Y^2+Z^2)}{rr'(r+r')}$$
$$F = \frac{\mu}{r}-\alpha^2-\beta^2$$

$$\Delta F = \frac{1}{r}\Delta\mu+\mu'\left(\Delta\frac{1}{r}\right)-2\alpha\cdot A-2\beta\cdot B-(A^2+B^2+C^2)$$
$$\delta = r\cdot\alpha$$
$$\Delta\delta = \alpha'\cdot X+\beta'\cdot Y+\gamma'\cdot Z+r\cdot A$$
$$\psi = A\cdot\delta+\alpha'\cdot\Delta\delta+F'\cdot X+r\cdot\Delta F$$
$$\psi' = B\cdot\delta+\beta'\cdot\Delta\delta+F'\cdot Y$$
$$\mu\cdot\left(\Delta\frac{1}{a}\right) = \left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{a'}\right)\cdot\Delta\mu+\mu\cdot\left(\Delta\frac{1}{r}\right)+\Delta F$$
$$(\nu'+\nu)\cdot\Delta\nu = \frac{1}{a'^2}\cdot\Delta\mu+\frac{3\mu}{aa'}\left(\Delta\frac{1}{a}\right)+\mu\cdot\left(\Delta\frac{1}{a}\right)^3$$
$$\sqrt{\mu'}\cdot h'\cdot\cos z = x'\beta'-y'\alpha' \qquad (m)$$
$$\sqrt{\mu'}\cdot h'\cdot\sin f\cos N = x'\gamma'-z'\cdot\alpha'$$
$$\sqrt{\mu'}\cdot h'\cdot\sin f\sin N = y'\gamma'-z'\cdot\beta'$$
$$\sqrt{\mu'}\cdot\cos f\cdot\Delta h = \beta'\cdot X-\alpha'\cdot Y+r\cdot B-h\left\{\frac{\Delta\mu}{\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu'}}-2\cdot\sqrt{\mu'}\cdot\sin\tfrac{1}{2}z^2\right\}$$
$$(\varepsilon'+\varepsilon)\cdot\Delta\varepsilon = -hh\cdot\left(\Delta\tfrac{1}{a}\right)-\frac{(h'+h)}{a'}\cdot\Delta h$$
$$\sin(\Delta i) = \sin z\cos(N+\omega+\varphi)+\cos i\cos i'\cdot 2\sin(\tfrac{1}{2}\Delta n)^2$$
$$\sin(\Delta n) = \frac{\sin z\sin(N+\omega+\varphi)}{\sin i'}$$
$$\sin(n+o'+\varphi) = -\left(\frac{\psi\sin\varphi+\psi'\cos\varphi}{\mu'e'}\right)+2\sin\tfrac{1}{2}z^2\cdot\cos(N+\varphi)\sin o'$$
$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\left\{L-(N+\omega+\varphi)\right\}\cdot\cos\left(\frac{\Delta i}{2}\right) = -\operatorname{tang}\left(\frac{\Delta n}{2}\right)\cdot\cos\tfrac{1}{2}(i'+i)$$
$$\Delta\omega = (N+o'+\varphi)+\left\{L-(N+\omega+\varphi)\right\}$$
$$2e'\sin\tfrac{1}{2}(\varepsilon'+\varepsilon)\sin(\tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon) = \Delta e\cdot\cos\varepsilon+r'\cdot\left(\Delta\frac{1}{a}\right)-\frac{rr'}{a}\left(\Delta\frac{1}{r}\right)$$
$$-\nu\cdot(\Delta T) = (T+t)\cdot\Delta\nu-\Delta\varepsilon+2e'\cos\tfrac{1}{2}(\varepsilon'+\varepsilon)\sin(\tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon)+\sin\varepsilon\cdot\Delta e$$

Ist die Bahn des Kometen um die Sonne bekannt, so ergeben die vorstehenden Gleichungen die Elemente seiner Bewegung um den Schwerpunct, wenn man $\mu = 1$, $\mu' = 1+M$, $\Delta\mu = M$; $X = -\bar{X}$, $Y = -\bar{Y}$, $Z = -\bar{Z}$; $A = -\frac{d\bar{X}}{dt}$ $B = -\frac{d\bar{Y}}{dt}$, $C = -\frac{d\bar{Z}}{dt}$

Digitized by Google

setzt; im entgegengesetzten Fall wird man $\mu = 1+M$, $\mu' = 1$, $\Delta\mu = -M$; $X = +\bar{X}$, $Y = +\bar{Y}$, $Z = +\bar{Z}$; $A = +\frac{d\bar{X}}{dt}$, $B = +\frac{d\bar{Y}}{dt}$, $C = \frac{d\bar{Z}}{dt}$ zu setzen haben.

Es ist aber

$$(1+M).\bar{X} = m'x' + m''x'' + m'''.x''' \text{ etc.}$$
$$(1+M).\frac{d\bar{X}}{dt} = m'\frac{dx'}{dt} + m''\frac{dx''}{dt} + m'''\frac{dx'''}{dt} \text{ etc.}$$

wo x', y', z'; x'', y'', z'' etc. die nach den Formeln (a) berechneten Coordinaten der Planeten m', m'' etc. sind und $\frac{dx''}{dt}$, $\frac{dy''}{dt}$, $\frac{dz''}{dt}$ durch die Gleichungen

$$\frac{dx''}{dt} = x''.\frac{1}{r''}\left(\frac{dr''}{dt}\right) - y''.\cos i''\left(\frac{du''}{dt}\right) - z\sin i''\cos u.\left(\frac{du''}{dt}\right)$$
$$\frac{dy''}{dt} = x''.\cos i\left(\frac{du''}{dt}\right) + y''.\frac{1}{r''}\left(\frac{dr''}{dt}\right) + z''\sin i''\sin u.\left(\frac{du''}{dt}\right)$$
$$\frac{dz''}{dt} = x''.\sin i''\cos u\left(\frac{du''}{dt}\right) - y''.\sin i''\sin u\left(\frac{du''}{dt}\right) + z''.\frac{1}{r''}\left(\frac{dr''}{dt}\right)$$

gefunden werden.

Will man die Quadrate und Producte von M, X, Y, Z, A, B, C vernachlässigen, was in vielen Fällen erlaubt sein wird, so nehmen die Gleichungen (m) folgende Gestalt an:

$$\left(\Delta\frac{1}{a}\right) = -\frac{2}{rr}.X - 2\alpha.A - 2\beta.B + \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right).\Delta\mu$$
$$\Delta\nu = \tfrac{1}{2}\alpha\nu.\left(\Delta\frac{1}{a}\right) + \tfrac{1}{2}\nu.\Delta\mu$$
$$\Delta h = \beta.X - \alpha.Y + r.B - \frac{h}{2}.\Delta\mu$$
$$\Delta e = -\frac{hh}{2e}\left(\Delta\frac{1}{a}\right) - \frac{h}{ae}.\Delta h \qquad (n)$$
$$\Delta i = \left(\frac{\sin(\omega+\Phi) + e\sin\omega}{hh}\right).Z + \frac{r\cos(\omega+\Phi)}{h}.C$$
$$\sin i\,\Delta n = -\left(\frac{\cos(\omega+\Phi) + e\cos\omega}{hh}\right).Z + \frac{r\sin(\omega+\Phi)}{h}.C$$
$$\Delta\omega = \frac{\sin\Phi}{re}.X - \left(\frac{e+\cos\Phi}{hhe}\right).Y - \frac{h\cos\Phi}{e}.A + \frac{\sin\Phi(r+hh)}{he}.B - \frac{\sin\Phi}{e}.\Delta\mu - \cos i.\Delta n$$
$$-\nu.(\Delta T) = (T+\varepsilon).\Delta\nu - \frac{1}{ae\sin\varepsilon}\left\{\frac{r}{a}.X + rr.\left(\Delta\frac{1}{a}\right) + r\cos\Phi.\Delta e\right\}.$$

6.

Bei Anwendung der Formeln (k) tritt die Unbequemlichkeit ein, dafs sie die Coordinaten der Planeten in Beziehung auf den Schwerpunct des Sonnensystems als gegeben voraussetzen, welche doch nicht unmittelbar aus unsern Planetentafeln erhalten werden; auch finden sich die Theile der störenden Kräfte, welche vom Jupiter, Saturn und Uranus abhängen, so lange die Entfernung des Kometen von der Sonne den Abstand dieser Planeten von ihr nicht bedeutend übertrifft, im Allgemeinen viel gröfser, wenn man die Bewegung des Kometen auf den Schwerpunct des Sonnensystems bezieht, als wenn man die Sonne als das Centrum seiner Bahn betrachtet, wodurch die Beschwerde der Rechnung noch vergröfsert wird.

Dieser Schwierigkeit kann man ausweichen, wenn man sich erlauben will bei der Berechnung der Störungen, welche die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems erfährt, solche Glieder zu vernachlässigen, die das Product der Masse eines der kleinern Planeten in die Masse eines der gröfsern als Factor enthalten.

Ich bezeichne den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems durch den Buchstaben S; den Schwerpunct der Sonne und aller Planeten mit Ausschlufs des Planeten m', z. B. des Mercur, durch den Buchstaben $S_,$; schreibe $M_,$ für $M - m'$ und verstehe unter $X_,$; $Y_,$; $Z_,$; $\xi_,$; $\eta_,$; $\zeta_,$; $\rho_,$; $\xi_,''$; $\eta_,''$; $\zeta_,''$; etc. die Coordinaten des Puncts $S_,$ in Beziehung auf die Sonne, so wie die Coordinaten und Radien vectoren des Kometen und der Planeten m'', m''' etc. in Beziehung auf den Punct $S_,$.

Setzt man $0 = \frac{d^2X_,}{dt^2} + \frac{m''x''}{r''^3} + \frac{m'''x'''}{r'''^3}$ etc. (was hier gewifs ohne allen Schaden geschehen kann, da die fortgelassenen Glieder von der Ordnung $m'm''$, $m'm'''$ etc. nicht nur sämmtlich überaus klein sind, sondern auch aufserdem die erheblicheren derselben sehr schnell ihren Werth und ihr Zeichen ändern) und läfst man in der Gleichung (d) die Glieder $\frac{m'x'}{r'^3} + \frac{m'(x-x')}{R'^3}$ unbeachtet, wodurch die Störungen des Kometen erhalten werden, welche er erleiden würde, wenn man die Wirkung des Planeten m' unberücksichtigt liefse: so bestimmt die Gleichung

$$0 = \frac{d^2\xi_,}{dt^2} + \frac{\xi_, + X_,}{\rho_,^3} + (\xi_, + X_,)\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho_,^3}\right) + \frac{m''.(\xi_, - \xi_,'')}{R''^3} + \frac{m'''.(\xi_, - \xi_,''')}{R'''^3} \text{ etc.}$$

oder

$$0 = \frac{d^2\xi_,}{dt^2} + \frac{(1+M_,)\xi_,}{\rho_,^3} + A_, \qquad (o)$$

in welcher

$$A_{,} = m''(\xi_{,}''-\xi_{,})\left(\frac{1}{\rho_{,}^{3}}-\frac{1}{R''^{3}}\right)+m'''(\xi_{,}'''-\xi_{,})\left(\frac{1}{\rho_{,}^{3}}-\frac{1}{R'''^{3}}\right)+\text{etc.}-\frac{3P_{,}\xi_{,}}{\rho_{,}^{5}}-\frac{3P_{,}X_{,}}{\rho_{,}^{4}}+\frac{15}{2}\cdot\frac{P_{,}P_{,}\xi_{,}}{\rho_{,}^{7}}-\frac{3}{2}\cdot\frac{R_{,}R_{,}\xi_{,}}{\rho_{,}^{5}}\text{ etc.} \qquad (p)$$

und $P_{,} = \xi_{,}X_{,}+\eta_{,}Y_{,}+\zeta_{,}Z_{,}$

$R_{,}R_{,} = X_{,}^{2}+Y_{,}^{2}+Z_{,}^{2}$

gesetzt ist, ebenso die Bewegung des Kometen, um den Punkt $S_{,}$, wie die Gleichung (f) für seine wirklich Statt findende Bewegung um den Punct S vermöge der Wirkung aller Planeten gilt.

Der Gleichung (f) kann man auch die Form geben

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{\xi_{,}+X_{,}}{\rho_{,}^{3}}+(\xi_{,}+X_{,})\left(\frac{1}{r^{3}}-\frac{1}{\rho_{,}^{3}}\right)+\frac{m'(\xi-\xi')}{R'^{3}}+\frac{m''(\xi-\xi'')}{R''^{3}}+\frac{m'''(\xi-\xi''')}{R'''^{3}}\text{ etc.}$$

oder

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M_{,})\xi_{,}}{\rho_{,}^{3}}+A_{,}+\frac{m'(\xi-\xi_{,})}{R'^{3}}$$

oder

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}+\left\{\frac{(1+M_{,})\xi_{,}}{\rho_{,}^{3}}-\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}\right\}+A_{,}+\frac{m'(\xi-\xi_{,})}{R'^{3}}$$

d. h. bis auf Glieder von der Ordnung $m'm'$ und $m'M_{,}^{2}$, welche als völlig verschwindend zu betrachten sind,

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}+A_{,}+\left\{m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho'^{3}}-\frac{1}{R'^{3}}\right)-\frac{3m'\xi(\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta')}{\rho^{5}}\right\} \qquad (q)$$

Ich nehme an, der Komet habe eine so grofse Entfernung von der Sonne erreicht, dafs bei dem weitern Verfolg der Rechnung die Theile

$$m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho'^{3}}-\frac{1}{R'^{3}}\right)-\frac{3m'\xi.(\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta')}{\rho^{5}},$$

$$m'(\eta'-\eta)\left(\frac{1}{\rho'^{3}}-\frac{1}{R'^{3}}\right)-\frac{3m'\eta.(\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta')}{\rho^{5}}\text{ etc.}$$

der störenden Kräfte zwar noch nicht völlig unbeachtet bleiben dürfen, ihr Effect jedoch ohne Bedenken abgesondert in Rechnung gezogen werden kann, dafs man also die Störungen des Kometen vollständig erhält, wenn man sie von diesem Zeitpunct an durch die beiden Gleichungen

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}+A, \qquad (r)$$

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}+m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho'^{3}}-\frac{1}{R'^{3}}\right)-\frac{3m'\xi.(\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta')}{\rho^{5}} \qquad (s)$$

berechnet und bei Anwendung der ersteren auf die Aenderungen der Elemente nicht weiter Rücksicht nimmt, welche sich aus der zweiten ergeben. In diesem Falle wird man auch in der Gleichung (s) die Coordinaten ξ', η', ζ' des Planeten m' mit seinen Coordinaten x', y', z', welche sich auf die Sonne beziehen, vertauschen können.

Was nun die Störungen betrifft, welche durch die Gleichung (r) ausgedrückt sind, so sollten die störenden Kräfte $A,$; $B,$; $C,$ nach der Formel (p) mit den Elementen berechnet werden, welche die Bewegung des Kometen um den Punct $S,$ bestimmen; die Factoren dieser Kräfte hingegen, welche nach den Gleichungen (b) dazu dienen, um die Differentialquotienten der Elemente zu bilden, wären aus den Elementen des Kometen für den Punct S abzuleiten. Die Elemente für den Punct $S,$ weichen jedoch nur um Gröfsen, welche in m' multiplicirt sind, von den Elementen für den Punct S ab, so dafs man nur um Quantitäten von der Ordnung $m'm''$, $m'm'''$ etc. fehlen kann, wenn man der Gleichung (r) die Gleichung (o) substituirt. Anstatt diese letztere aber wirklich anzuwenden, wird man lieber die Störungen der Bewegung des Kometen um die Sonne ohne Rücksicht auf den Planeten m' berechnen und erst später, wenn der Komet eine passende Entfernung von der Sonne erreicht hat, seine auf diese Weise erhaltenen Elemente auf den Punct $S,$ reduciren.

Eine genauere Ansicht der Ausdrücke (n) [welche mit hier immer zureichender Genauigkeit die Unterschiede der Elemente des Kometen für den Punct $S,$ und für den Punct S angeben, wenn man unter X, Y, Z, A, B, C, $\Delta\mu$ diejenigen Theile ihrer oben bestimmten Werthe versteht, welche von m' abhängen] zeigt in der That, dafs bei einer nicht zu grofsen Entfernung des Kometen nur die Differenz der halben grofsen Axe und mit dieser die Aenderung der mittlern täglichen Bewegung eine für die Statthaftigkeit des angegebenen Verfahrens gefährliche Gröfse erreichen können. Der Zeitpunct, in welchem man anfängt die Wirkung des Planeten m' auf die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems zu beziehn, kann indessen ganz nach Belieben gewählt werden und da es immer möglich ist ihn so zu bestimmen, dafs der Werth von $\left(\Delta\frac{1}{a}\right)$ völlig verschwindet, so wird bei Beobachtung einiger Vorsicht in dieser Beziehung gegen die Anwendung der in Rede stehenden Vorschrift kaum ein gegründetes Bedenken zu erheben sein. Uebrigens bedarf es keiner Erinnerung, dafs sich dasselbe Verfahren nach und nach oder auch zu gleicher Zeit auf mehr als einen Planeten ausdehnen läfst.

Drückt hiernach ε die Gröfse irgend eines Elements der Bewegung des Kometen um die Sonne, z. B. die Excentricität, für die Zeit t aus; heifst zu der nehmlichen Zeit

Digitized by Google

dasselbe Element für den Punct S, und für den Punct S resp. $e + r_{,}$ und $e + r_{,} + r_{,,}$; nennt man die Aenderung, welche e durch die Störungen aller Planeten mit Ausschluss von m' bis zur Zeit T erfährt Δe und wird für diesen Zeitpunct die Reduction von $(e + \Delta e)$ auf den Punct S, durch R, angegeben, während $\Delta e_{,,}$ die Störungen bezeichnet, welche sich wegen der Wirkung des Planeten m' bis zur Zeit T aus der Formel (s) ergeben: so wird

$$e + r_{,,} + \Delta e + R, + \Delta e_{,,}$$

die Excentricität der elliptischen Bahn des Kometen um den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems zur Zeit T ausdrücken; die Reductionen $r_{,,}$ und $r_{,}$ aber, welche letztere zur Erfindung von $\Delta e_{,,}$ gebraucht wird, werden mit aller erforderlichen Genauigkeit aus den Gleichungen (n) zu erhalten sein.

7.

Meine für den *Halley*schen Kometen ausgeführte Arbeit zerfällt in zwei Abschnitte, von welchen der eine die Störungen während der ersten sechs Zeichen der excentrischen Anomalie umfafst und auf seine Astr. Nachr. N. 196 für 0° exc. Anom. von mir bestimmten Elemente gegründet ist; für die letzten sechs Zeichen dagegen bin ich von seinen Elementen zur Zeit des Periheliums im Jahre 1759 (Astr. Nachr. Nr. 180) ausgegangen, indem ich die Störungen von 360° bis 180° der exc. Anom. rückwärts berechnete. Für diesen Theil meiner Arbeit schien es mir auch vortheilhafter nicht die Störungen der Durchgangszeit des Kometen durch sein Perihelium im Jahre 1682, sondern die Aenderung des Augenblicks seiner perihelischen Distanz im Jahre 1759 zu bestimmen. In beiden Rechnungen habe ich bis zum 30sten Grade der exc. Anom.*) den Einfluss aller sieben Planeten auf die Bewegung des Kometen um die Sonne unmittelbar untersucht, vom 30sten Grade der exc. Anom. an aber für Mercur, Venus, Erde und Mars die von ihnen bewirkten Aenderungen seiner Bewegung um den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems bestimmt, welche bei 50 bis 60 Grad der exc. Anom. schon ganz unmerklich werden. Beide Mal danke ich es einem günstigen Zufall, dafs die Elemente des Kometen für den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems von seinen Elementen für den Schwerpunct der Sonne, des Jupiter, Saturn und Uranus ausnehmend wenig verschieden ausfielen. Ich fand diese Elemente nehmlich bei + 30° exc. Anom. des Kometen

$$\frac{1}{a} = \left.\begin{matrix} 0{,}0571079.74 \\ 0{,}0571079.32 \end{matrix}\right\} \quad \nu = \left.\begin{matrix} 48''453961 \\ 48{,}453767 \end{matrix}\right\}^{**}) \quad h = \left.\begin{matrix} 1{,}0728408.5 \\ 1{,}0728278.8 \end{matrix}\right\}$$

$$e = \left.\begin{matrix} 0{,}9665761.6 \\ 0{,}9665769.7 \end{matrix}\right\} \quad T = \left.\begin{matrix} \text{Sept. } 14.98827 \\ \text{Sept. } 14{,}98806 \end{matrix}\right\} \quad i = \left.\begin{matrix} 162\,15\,37{,}99 \\ 162\,15\,37{,}63 \end{matrix}\right\}$$

$$n = \left.\begin{matrix} 51\,16\,58{,}74 \\ 51\,16\,56{,}25 \end{matrix}\right\} \quad \omega = \left.\begin{matrix} 109\,25\,23{,}36 \\ 109\,25\,18{,}29 \end{matrix}\right\}$$

und bei 330° exc. Anom. ergab sich eine eben so grofse Uebereinstimmung, während ungünstige Umstände die Differenz der beiden Werthe von ν auf das 20 und 30fache hätten erhöhen können.

Für Jupiter, Saturn und Uranus setzte ich die Berechnung der Störungen in Beziehung auf die Sonne bis zu resp. 62° und 300° exc. Anom. fort, worauf bis zum Aphelio die Bewegung des Kometen durchaus auf den Schwerpunct des Sonnensystems bezogen wurde.

Die Elemente, welche meiner Rechnung zum Grunde liegen, sind folgende:

Für 0° excentrischer Anomalie.

$\nu = 45'',780506$ $e = 0{,}9679436.2$ $-T = 1682$ Spt. $14{,}81418$
$i = 162°15'13''17$ $n = 50°57'59''32$ $\omega = 109°6'56''06$
bezogen auf das mittlere Aequinoctium des 15ten Sept. 1682

oder

$i = 162°15'30''27$ $n = 52°3'41''38$ $\omega = 109°5'9''55$
bezogen auf das mittlere Aequinoctium des 13ten März 1759.

Für 360° excentrischer Anomalie.

$\nu = 46''141500$ $e = 0{,}9676761.5$ $-T = 1759$ Mz. $12{,}57091$
$i = 162°21'44''07$ $n = 53°47'59''80$ $\omega = 110°37'34''87$
bezogen auf das mittl. Aequinoct. des 13ten März 1759.

Die Massen der Planeten habe ich von der in meinem Aufsatz Astron. Nachr. Nr. 180 angeführten Gröfse vorausgesetzt, nehmlich für

Mercur	$m' = \frac{1}{3025810}$	$\log m' = 3.69340$	
Venus	$m' = \frac{0{,}8375}{356632}$	$\log m' = 4.39595$	(nach *Burkhardt*)
Erde	$m' = \frac{1}{357994}$	$\log m' = 4.44661$	
Mars	$m' = \frac{1}{2346320}$	$\log m' = 3.59409$	
Jupiter	$m' = \frac{1}{1070.5}$	$\log m' = 6.97041.5$	nach *Bouvard*.
Saturn	$m' = \frac{1}{3512}$	$\log m' = 6.45445$	
Uranus	$m' = \frac{1}{17918}$	$\log m' = 5.74671$	

Nach beendigter Rechnung wurde jedoch derselben noch eine Correction hinzugefügt, um aus den mit der *Bouvard*schen Jupitermasse berechneten Störungen so nahe, als es nach dem Schlufs der Arbeit möglich war, diejenigen zu erhalten, welche mit der von *Nicolai* bestimmten Masse des Jupiter $= \frac{1}{1054{,}925}$ wären gefunden worden. Mit Rücksicht auf diese

*) Der Abstand des Kometen von der Sonne ist hier etwa drei Mal so grofs als die Entfernung der Sonne von der Erde.

**) Hier, wie im Folgenden bedeutet ν die mittlere tägliche Bewegung des Kometen.

Digitized by Google

Correction finde ich aus den für 0° exc. Anom. vorausgesetzten Elementen die Elemente der Bewegung des Kometen um den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems bei 180° seiner exc. Anomalie

$\nu = 46''360233 \quad e = 0{,}9677325.7 \quad -T = 1682$ Spt. 15,67345
$i = 162°20'57''33 \quad n = 52°36'50''64 \quad \omega = 110°40'47''84$

bez. auf das mittl. Aeq. des 15ten Septbr. 1682, woraus sich der Augenblick, in welchem der Komet diesen Elementen zufolge seinen Umlauf vollenden würde

$-T' = 1759$ April 1,66669 und
$i = 162°21'14''97 \quad n = 53°42'34''92 \quad \omega = 110°38'59''05$

bezogen auf das mittl. Aequ. des 13ten März 1759 ergiebt.

Aus diesen Datis erhalte ich durch den zweiten Theil meiner Rechnung die Elemente des Kometen in Beziehung auf die Sonne bei 360° seiner exc. Anom.

$\nu = 46''093557 \quad e = 0{,}9677077.8 \quad -T' = 1759$ Apr. 0,93233
$i = 162°23'6''53 \quad n = 53°37'8''59 \quad \omega = 110°27'36''17$

bezogen auf das mittl. Aequ. des 13ten März 1759.

Die Aenderungen der auf das mittlere Aequinoctium vom 13ten März 1759 bezogenen Elemente des Kometen durch die planetarischen Störungen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15ten Septbr. 1682 bis zum 13ten März 1759 ergeben sich hiernach

$\Delta\nu = +0''313051 \quad \Delta e = -2358{,}34$ Einheiten d. 7ten Stelle
$\Delta i = +456''26 \quad \Delta n = +5607''21 \quad \Delta\omega = +4946''62$

und zwar sind die Störungen, welche der Komet durch die Wirkung der einzelnen Planeten erfahren hat, von folgender Gröfse

	$\Delta\nu$	Δe	Δi	Δn	$\Delta\omega$
Jupiter.....	+0''2761	−1667	+424''	+4453''	+3961''
Saturn.....	+0,0254	− 300	+ 41	+1104	+ 957
Uranus.....	+0,0141	− 405	− 8	+ 43	+ 30
Kleine Planeten	−0,0025	+ 13	0	+ 4	+ 1

Grofse Genauigkeit wird man von diesen Angaben aus dem Grunde nicht erwarten dürfen, weil die oben erwähnten Correctionen wegen der Wandelbarkeit der Elemente und wegen des Factors $\frac{1}{(1+f)}$ nur im Ganzen genommen, nicht für jeden Planeten besonders berechnet sind.

Nachstehende Tafel giebt von den einzelnen Theilen, aus welchen sich die Störungen der Elemente des Kometen vom Perihelio 1682 bis zum Perihelio 1759 zusammensetzen, eine etwas ausführlichere Rechenschaft:

Quantitäten, welche zu den Elementen des Kometen, die bei 0° exc. Anom. seine Bewegung um die Sonne bestimmen, hinzukommen müssen, um aus denselben seine Elemente in Beziehung auf den Schwerpunct des Sonnensystems für den Augenblick seiner gröfsten Distanz von ihm zu erhalten.

	$\Delta\nu$	Δe	$-\Delta T$	Δi	Δn	$\Delta\omega$
	''			''	''	
1) 0° bis 30°	− 0,002270	− 48,42	− 0,00345	+ 5,69	+ 28,37	+ 48,25
2) 30° bis 62°	+ 0,607966	−2477,00	− 0,48350	+ 361,17	+ 4355,54	+ 3996,59
3) $r_{,,} + \Delta e_{,,}$	+ 0,000369	− 8,84	+ 0,00020	+ 0,37	+ 2,61	+ 5,12
4) $R_{,}$	− 0,001634	+ 85,52	+ 1,40313	− 12,39	+ 1071,82	+ 1154,51
5)	− 0,033089	+ 372,99	− 0,06500	− 15,81	+ 401,19	+ 358,67
I.....	+ 0''571342	−2075,75	+ 0,85138	+ 339''03	+ 5859''53	+ 5563''14

Das Aequinoctium, worauf sich dieser Theil meiner Rechnung bezieht, ist das mittlere Aequinoctium des 15ten Sept. 1682.

Reduction der auf das mittlere Aequinoctium vom 15ten Septbr. 1682 bezogenen Elemente des Kometen für den Schwerpunct des Sonnensystems und für den Zeitpunct seiner gröfsten Distanz von ihm auf das mittlere Aequinoctium des 13ten März 1759:

II.....	+ 17,64	+ 3944,28	− 108,79

Quantitäten, welche zu den Elementen des Kometen, die bei 360° exc. Anom. seine Bewegung um die Sonne bestimmen, hinzukommen müssen, um aus denselben seine Elemente in Beziehung auf den Schwerpunct des Sonnensystems für den Augenblick seiner gröfsten Distanz von ihm zu erhalten.

	$\Delta\nu$	Δe	$-\Delta T$	Δi	Δn	$\Delta\omega$
	''			''	''	
1) 360° bis 330°	− 0,054079	+ 235,77	− 0,00206	+ 2,08	− 3,98	− 16,95
2) 330° bis 300°	− 0,214002	+ 1891,10	− 0,27189	− 6,15	+ 31,76	+ 146,23
3) $r_{,,} + \Delta e_{,,}$	+ 0,000550	− 2,76	− 0,00051	+ 0,49	− 0,45	− 0,89
4) $R_{,}$	+ 0,501587	− 1684,23	+ 0,59950	− 158,74	+ 541,63	+ 779,79
5)	+ 0,028509	− 183,27	+ 0,40199	+ 52,20	− 245.46	− 232,62
III.....	+ 0''262565	+ 256,61	+ 0,72703	− 110''12	+ 323''50	+ 675''56

Das Aequinoctium, worauf sich dieser Theil meiner Rechnung bezieht, ist das mittlere Aequinoctium des 13ten März 1759.

Die Zahlen dieser Tafel sind diejenigen, welche mir meine mit der *Bouvard*schen Jupitermasse geführte Rechnung unmittelbar ergeben hat. Die Zeilen 1) und 2) enthalten die Störungen durch alle sieben Planeten für die ersten 30 Grad exc. Anom. und den Betrag der Störungen, welche durch Jupiter, Saturn und Uranus vom 30sten Grad

Digitized by Google

exc. Anom. bis zu dem Augenblick hervorgebracht sind, von welchem an meine Rechnung sich durchaus auf die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems bezieht. Die Zeilen 3) und 4) geben die oben mit R_i und $r_{,,}$ bezeichneten Reductionen nebst den wenig bedeutenden Gliedern, welche noch aufserdem durch die Wirkung der kleinern Planeten erzeugt werden. Die Zeile 5) endlich enthält den ganzen Betrag der Störungen des Kometen in Beziehung auf seine Bewegung um den Schwerpunct, von dem Zeitpunct, für welchen die Reduction R_i gilt, bis zur gröfsten Distanz des Kometen.

Werden die Elemente des Kometen immer auf das mittlere Aequinoctium für den Augenblick ihrer Gültigkeit bezogen, so wird man aus den Elementen für das Perihelium 1682 diejenigen Elemente für das Perihelium 1759 erhalten, welche den berechneten Störungen entsprechen, wenn man den erstern die Summe der Zeilen (I+II—III) hinzufügt. Dafs die Störungen der Epoche sich zuerst auf den Anfang, dann aber auf das Ende der hier untersuchten Periode beziehen, ist schon vorhin bemerkt worden.

8.

Die im Vorstehenden aufgeführten Resultate meiner Rechnung können zunächst dazu benutzt werden, die Werthe der mittleren täglichen Bewegung des Kometen für 0° und 360° exc. Anom. auszumitteln, welche sich mit dem 1682 und 1759 beobachteten Zeitpunct seiner Sonnennähe vereinigen lassen. Ich finde dieselben

für 0° exc. Anomalie.....45″,810976
und für 360° exc. Anomalie....46,124027

Hieraus und aus den Aenderungen, welche die von mir in Nr. 180 und Nr. 196 der Astr. Nachr. gegebenen Elemente des Kometen erfahren müssen, wenn die grofse Axe, für welche sie berechnet sind, einen andern Werth erhält, ergeben sich die Elemente, welche den Beobachtungen im Jahr 1682 entsprechen

$\nu = 45''810976 \quad e = 0{,}9679294.1 \quad -T = 1682\text{Spt.}14{,}81439$
$i = 162°15'13''45 \quad n = 50°57'58''74 \quad \omega = 109°6'56''98$ A.
bezogen auf das mittl. Aequinoctium des 15ten Sept. 1682.

und die Elemente, welche den Beobachtungen vom Jahr 1759 entsprechen:

$\nu = 46''124027 \quad e = 0{,}9676842.6 \quad -T = 1759\text{März}12{,}57111$
$i = 162°21'43''88 \quad n = 53°47'59''59 \quad \omega = 110°37'35''96$ B.
bezogen auf das mittl. Aequinoctium des 13ten März 1759.

Beide Systeme von Elementen gelten für den Augenblick des Periheliums. Bezieht man die unter A aufgeführten Elemente auf das mittl. Aequinoctium des 13ten März 1759 und bringt sie durch Hinzufügung der oben angegebenen Störungen auf den Zeitpunct des Periheliums im Jahre 1759, so erhält man

$\nu = 46''124027 \quad e = 0{,}9676935.8 \quad -T = 1759\text{März}12{,}57111$
$i = 162°23'6''81 \quad n = 53°37'8''01 \quad \omega = 110°27'37''09$
bezogen auf das mittl. Aequinoctium des 13ten März 1759.

und die Aenderungen, welche die Elemente den Beobachtungen zufolge von einem Perihelio bis zum andern wirklich erfahren haben, sind hiernach von den Aenderungen, die aus der Berechnung der Störungen hervorgehen, um folgende Quantitäten verschieden:

$\Delta e = -93{,}2 \quad \Delta i = -82''93 \quad \Delta n = +651''58 \quad \Delta\omega = +598''87.$

Die Bedingungsgleichungen, welche ich zur Bestimmung der Elemente des *Halley*schen Kometen aus den Beobachtungen von 1682 und 1759 angewandt und Astr. Nachr. Nr. 182. p. 244 und Nr. 196. p. 68. bekannt gemacht habe, können indessen nunmehr auch dazu benutzt werden, um dasjenige System von Elementen zu finden, welches unter der Voraussetzung, dafs die berechneten Störungen, die wirklich erfolgte Aenderung der Elemente von einem Perihelio bis zum andern richtig bestimmen, sowohl den Beobachtungen von 1682 als den Beobachtungen des Kometen bei seiner letzten Erscheinung so nahe als möglich Genüge thut. Aus der Combination dieser Bedingungsgleichungen, welche mit gehöriger Rücksicht auf die Präcision der Beobachtungen in der angeführten Absicht vorgenommen wurde, finde ich folgende Elemente für den Augenblick des Periheliums im Jahre 1682

$\nu = 45''810976 \quad e = 0{,}9679210.0 \quad -T = 1682\text{Sept.}14{,}81699$
$i = 162°15'17''18 \quad n = 51°11'9''57 \quad \omega = 109°18'54''56$
bezogen auf das mittl. Aequn. des 15ten Sept. 1682.

und folgende Elemente für den Augenblick des Periheliums im Jahre 1759

$\nu = 46''124027 \quad e = 0{,}9676851.7 \quad -T = 1759\text{März}12{,}57371$
$i = 162°23'10''54 \quad n = 53°50'18''84 \quad \omega = 110°39'34''67$
bezogen auf das mittl. Aequ. des 13ten März 1759.

Der mittlere Fehler einer von *Messier* im Aequator beobachteten Rectascension, welchen die Beobachtungen von 1759 = 32″,23 ergaben, wird durch die Rücksicht auf die Beobachtungen von 1682 auf 36″,27 erhöht und die mittleren Fehler der vorstehenden Elemente ergeben sich daraus

$\Delta e = \pm 15{,}3; \quad \Delta T = \pm 0{,}00196; \quad \Delta i = \pm 16''{,}42;$
$\Delta n = \pm 26{,}70; \quad \Delta\omega = \pm 28''{,}21.$

Zuletzt habe ich noch untersucht, welche Aenderung das Endresultat meiner Arbeit erfahren hätte, wenn ich auf den Widerstand hätte Rücksicht nehmen wollen, den die Bewegung des Kometen möglicher Weise durch eine im Weltraum verbreitete sehr dünne Flüssigkeit erleiden dürfte. Unter Annahme der von *Encke* Astr. Nachr. Nr. 210. p. 332

Digitized by Google

gemachten Voraussetzungen und indem ich die Werthe der Constante $U = \frac{1}{890,852}$ setzte, fand ich mit dem arithmetischen Mittel der für den Anfang und für das Ende der Periode Statt findenden Elemente folgende Aenderungen derselben, welche durch den Widerstand des flüssigen Mittels vom Perihelio bis zum Aphelio bewirkt werden:

$$\Delta n = +0''006398 \quad \Delta e = -29,62 \quad -\Delta T = +0,00356$$
$$\Delta \varpi = -0'',326.$$

Hieraus ergiebt sich die mittlere tägliche Bewegung des Kometen für den Zeitpunct des Periheliums im Jahre 1682 und 1759

$$\text{resp.} = 45'',804578 \text{ und } 46'',130425$$

und die Elemente, welche den Beobachtungen beider Jahre so genau als möglich Genüge leisten, während sie gerade um den Betrag der berechneten Störungen (mit Einschlufs der so eben angeführten, welche der Widerstand eines flüssigen Mittels hervorbringt) von einander verschieden sind, werden:

für 0° exc. Anomalie

$\nu = 45''804578 \quad e = 0,9679239.6 \quad -T = 1682 \text{ Sept. } 14,81694$
$i = 162°\,15'\,17''24 \quad n = 51°\,11'\,9''65 \quad \varpi = 109°\,18'\,54''13$

bezogen auf das mittl. Aeq. des 15ten Sept. 1682.

und für 360° exc. Anomalie

$\nu = 46'',130425 \quad e = 0,9676822.0 \quad -T = 1759 \text{März} 12,57363$
$i = 162°\,23'\,10''59 \quad n = 53°\,50'\,18''91 \quad \varpi = 110°\,39'\,34''25$

bezogen auf das mittl. Aeq. des 13ten März 1759.

Damoiseau und *Pontécoulant*, haben ihrer Berechnung der Störungen bis zur nächsten Wiederkehr des Kometen zu seiner Sonnennähe, welche sie resp. auf 1835 Nov. 4,3 und Nov. 7,2 festsetzen, den Werth der mittlern täglichen Bewegung für den Augenblick des Periheliums im Jahre 1759 = 46'',14142 und 46'',13832 zum Grunde gelegt. Wären die von ihnen gefundenen Aenderungen der Elemente während des gegenwärtigen Umlaufs des Kometen vollkommen zuverlässig, so würde also nach meiner genaueren Bestimmung von ν für denselben Zeitpunct seine nächste Sonnennähe ungefähr 5 bis 10 Tage später, zwischen dem 11ten und 16ten November zu erwarten sein. Glücklicherweise fällt in der gegenwärtigen Periode unseres Kometen seine grofse Annäherung gegen den Jupiter, welche nach *Damoiseau* den gegenseitigen Abstand beider Gestirne bis auf $R' = 1,3$ vermindert, in das elfte Zeichen der exc. Anom., so dafs der Zeitpunct des nächsten Periheliums durch die von *Damoiseau* und *Pontécoulant* aufser Acht gelassenen Glieder nicht bedeutend verändert werden kann. Zu einer einigermafsen scharfen Vorausbestimmung der Veränderungen jedoch, welche die Elemente des *Halley*schen Kometen von seinem letzten Perihelio bis zu seiner nächsten Sonnennähe durch die planetarischen Störungen erfahren, scheint mir eine Wiederholung oder vielmehr eine Revision der äufserst schätzbaren Arbeiten dieser Astronomen ganz unerläfslich zu seyn.

Halle, den 14ten Juli 1833.

O. A. Rosenberger.

Schreiben des Herrn Staatsraths *v. Fufs*, Secretair der Kaiserl. Academie der Wissenschaften an den Herausgeber.

Petersburg 1833. Nov. $\frac{1}{13}$.

Als interessante Nachricht für das astronomische Publikum, beeile ich mich Ihnen zu melden,

Dafs Se. Majestät der Kaiser von Rufsland den Bau einer neuen Sternwarte in St. Petersburg und die Ausrüstung derselben mit den vorzüglichsten Instrumenten Allerhöchst zu bestätigen geruhet haben. Die Bestellung der Instrumente soll sofort eingeleitet werden; der Bau der Sternwarte selbst aber, zu dessen Beginn 100,000 Rubel bereits angewiesen sind, wird nach einem durch die Akademiker *Parrot*, *Struve* und *Wisniewsky* entworfenen Plane, im Frühling des nächsten Jahres beginnen. Die Wahl eines passenden Lokales in einer der nächsten Umgebungen der Residenz ist der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften überlassen.

Mein Bruder ist Professor adjunctus für Astronomie bei der hiesigen Universität geworden.

P. H. v. Fufs.

Inhalt.

Ueber die Störungen des Halleyschen Kometen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15ten September 1682 bis zum 14ten März 1759 von Herrn Prof. Dr. *Rosenberger* in Halle. p. 157.

Schreiben des Herrn Staatsraths *v. Fufs* Secret. der Kaiserl. Acad. der Wissenschaften an den Herausgeber. p. 179.

Altona 1833. December 17.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 251.

Letter to Professor *Airy* at Cambridge,

by *F. W. Bessel.*

Dear Sir,

I am very glad to see by your kind letter of Aug. the 6th, that you are ready to undertake the solution of what I consider as the principal problem of practical Astronomy of the present time, viz. to construct most concise Catalogues of places of Planets, observed since *Bradley's* time. I do not doubt but this undertaking, duly executed, will grant to you the thanks of present and future Astronomers; in what measure it appears important to me, you may judge yourself, by remembering, that it was this very problem, which gave rise to my Tabulae Regiomontanae. One half of the labour being made by these Tables, I thought proper, to propose publicly the accomplishment of the remaining half; I am particularly obliged to you, for having entered upon my proposal, and I shall readily comply with your desire, to explain my views about this subject. It would be useless, to enter here into the particularities of the computations; but I avail myself of the present opportunity to state my opinion respecting a matter of influence on the reduction of astronomical observations in general.

These Reductions depend upon Elements, the numerical values of which are derived from observations, and accordingly always are liable to some incertainity. Such values have a particular claim to the attention of Astronomers. Every new inquiry, encreasing the weight of the result, issueing from the combination of this and former inquiries, the remaining error probably will diminish continually; but this error, never vanishing entirely, it will (generally speaking) be necessary, to exhibit the result of a computation, depending upon assumed values of certain Elements, in a form open to further corrections. The true values of the Elements being designed by $x, y, z\ldots$, the assumed values by $\alpha, \beta, \gamma\ldots$, the general form of a reduced observation, accordingly, should be:

$$O + a(x-\alpha) + b(y-\beta) + c(z-\gamma) + \ldots$$

where O is the computed result and $a, b, c\ldots$ are Coefficients also computed.

In many cases, results exhibited in this form, will be complicated with a great number of undetermined quantities. The Rightascension of a Planet, for instance, would depend upon twice as many such quantities, as Fundamental-stars have been compared (viz. the corrections of the assumed Rightascension for two Epochs) and upon two more for the Constants of Aberration and Nutation. Such a complication undoubtedly would not be convenient for use, and nothing will remain, but either to diminish the number of undetermined quantities by a supposition, or else to leave to the future the care to compute the Observations a-new.

Taking the utility of the present reduction of the Observations of the Planets; made between *Bradley's* time and ours, for granted, the latter alternative will be rejected; the former requires to suppose equal the corrections of the different Rightascensions, contained in every one of the two Fundamental-catalogues, whereby only one undetermined quantity will be left for each of them. The number of undetermined quantities, entering into the exhibition of the results, accordingly, will be reduced to four. But I am of opinion, that even this diminished complication would be without real advantage.

If indeed general Corrections of the two Fundamental-catalogues for 1755 and 1820 will be indicated by future inquiries, their influence on every result may then be computed exactly as easily as by the present exhibition of Conditions; with respect to the Constants of Aberration and Nutation, their possible errors will scarcely be of any moment, if the Result is presented in the most suitable form. If the observations are made at an Observatory, furnished with large and well established instruments, the Planets will commonly be compared with stars, culminating at every hour of the day, from the morning, till after midnight: the Aberration and Rightascension being negative if a star culminates between 18^h and 6^h, positive, if it culminates between 6^h and 18^h, the Correction of the clock, derived from all the observed stars, will be affected in con-

Digitized by Google

trary directions by an error of the Constant of Aberration; whereby the influence, remaining in the mean of all stars, will be so much diminished, that it will not be of any consequence in a computation, founded already on a supposition, viz. that of the egality of Errors of the different stars in every-one of the Fundamental-catalogues. I am accordingly of opinion, that the correction, which may perhaps be applied, in a future time, to the Constant of Aberration, deserves no notice in the present Reduction: but if thus reduced Observations are to be compared with the Tables, it is yet once necessary, to know the Constant of Aberration, viz. for reducing the apparent place to the true, or vice versa. Here the influence of an error may not be omitted, because it generally acts in one direction. It accordingly will be proper, to present the mean result of every group of Observations, without subducing from it a supposed value of the Aberration; for the sake of convenience two Logarithms may be exhibited, which, being added to the Log. of the Constant of Aberration, will give the required corrections for Longitude and Latitude.

The Influence of the Constant of Nutation on the Rightascension, viz:

$$-15'',39537 \sin \Omega + [6'',68299 \sin\alpha \sin\Omega - 8'',97707 \cos\alpha \cos\Omega] \tan g\delta$$

is composed of two parts, the first of which is common to all the heavenly objects; the second, depending upon the place of the star or planet, vanishes in the Aequator, and is of small amount, if the object is near the Aequator. The future correction of this part may be omitted for reasons, similar to those aledged for the omission of the correction of Aberration. The first part will be nearly without influence, if the Longitude, resulting from every group of Observations, is reckoned, not from the apparent, but from the mean aequinoctial-point.

The reduction of an observed Declination supposes as known, not only the Constants of Aberration and Nutation, but also the quantity of Refraction, which, though it is undoubtedly an Element of considerable difficulty, appears nevertheless to be settled at present with an approximation sufficient for the reduction of Observations made between *Bradley's* time and ours. Two Tables, one scarcely different, from the other, have been the result of two highly complete sets of observations, made expressly for the purpose; one about the middle of the last century, the other 70 years later; one with a Mural-quadrant, the other with a Meridian-circle; both affording every desirable controul; both founded on a theory, which leaves no doubt respecting the laws of the phaenomenon and of the influence of barometrical and thermometrical variations. It is not likely, that the remaining error should be so great, as to be really prejudicious to the reduction of the aforesaid Observations. Should it nevertheless appear desirable, to represent a Result as not depending upon a certain Table of Refractions, it ought not to be overlooked, that two undetermined quantities have an equal claim to our attention, viz. the Constant for the Normal-temperature, for which the Table has been constructed, and the expansion of the air produced by by heat. The absolute higth of the mercurial column of the Barometer may also be considered as dubious within the limits of nearly the same extent.

You know, dear Sir, that I have derived from *Bradley's* Observations all the Elements, necessary for their reduction, and that every-one of these Elements is in such a connexion with the other, that it would be wrong to vary one of them without varying the other, even in case the first variation should be a decided correction. The same being the case with my own Observations, both series, in my opinion, would be prejudiced by the application of Refractions different from mine. Dr. *Maskelyne's* Observations require too, to be reduced by the same Table; not only because they are made at the same place and with the same instrument as *Bradley's*, but especially because this Table has been applied by Mr. *Olufsen*, by whose elaborate inquiry into the errors of the Greenwich Quadrant, the observations have regained what they lost by the wearing out of the Instrument. — With respect to the introduction of Conditions relative to the Constants of Aberration and Nutation, in the Reduction of Declinations, I only remark, that both will entirely disappear out of the final results, exhibited in the form recommended above.

You will perceive, dear Sir, by what I have said, that, were I to superintend the business, I would prefer to exhibit the Results, without complicating them by the introduction of a single undetermined quantity. But permit me, to add a few words about the method, by which a continually increasing approximation to the true values of the Elements of Reduction will be obtained. Some of these Elements have been the subject of repeated inquiries, every-one of which has afforded a new determination, somewhat different from others extant. Proceeding in this manner, and rightly combining the results of earlier inquiries with those of a later date, we shall undoubtedly arrive, in some future time, at every desirable degree of approximation. This combination of different results must always be preceded by an impartial and cautious discussion of the

Digitized by Google

weight of each of them; which discussion, accordingly, should be considered as an essential part of the inquiry. The want, or rather the insufficiency of it, may probably have effected, that the result of a later inquiry has sometimes been looked upon as excluding that of earlier ones, while the same, rightly combined, only would have produced a slight variation. — In the present state of our knowledge of the Elements of Reduction, their yet admissible errors are so narrowly limited, that further corrections can only be expected from long continued observations, made expressly for the purpose. The nearer the approximation is, the more difficult will be a further correction, and the less probable will be the supposition, that the Result of every new inquiry will approximate yet more to the truth; — continual oscillations within the limits of unavoidable imperfections, are, in the contrary, agreeing with the very nature of Results derived from observations. On the other hand convenience and uniformity of the astronomical calculations are lost by continual changes, while no real advantage indemnifies for this loss. — My opinion of this matter is accordingly, that, as soon as an Element is known with an approximation, sufficient for the Reduction of Observations then extant, its value should be considered as fixed for practical use, as long as either the observations will have acquired a degree of accuracy, high enough to represent as desirable a further Correction of the Element, or as subsequent inquiries will have increased so much the weight of its determination, that a correction appears indubitable.

I shall now proceed to the second part of the business. A group of observations having been reduced, it is required, to deduce from the same one mean place of the observed Planet. This will be done by the help of the Tables of the Planet and of the Sun: an Ephemeris for every day, within the limits of the time, filled by the observations, being computed by these Tables, the apparent Rightascensions and Declinations, contained in the same, compared to the observed place of the Planet, will give the error of the Tables, deduced from every single observation. The mean of all, considered as the error of the Tables for the mean Epoch, and applied with a contrary sign to the place computed for the nearest day, will give the required mean place, representing the whole group of Observations. The Tables, by the help of which this mean place has been obtained, disappearing entirely out of the ultimate result, the choice of these Tables is quite arbitrary; previous corrections of one or the other of their Elements will neither be necessary nor convenient. — The observed mean place of the Planet may be reduced to geocentric Longitude and Latitude, and the former related to the mean aequinoctial-point, by the subtraction of the Nutation, taken always from the same Table, which constantly has been employed in the whole computation.

In this manner the business will be brought to its genuine end. By the exhibition of the mean result of every group of observations, these will be reduced to their concisest form, which, afterwards, will completely replace the Observations themselves, and afford easy and sure means, continually to correct our knowledge of the motions of the Planets.

Some trouble will be spared to those, who will undertake this correction by the exhibition of the heliocentric places of the Planet and of the Earth, corresponding exactly to the geocentric place of the former, computed for the time, to which every group of Observations has been reduced. In case of an Opposition of a superior Planet, the addition of one step more will also be convenient, viz. the exhibition of the time and place of the Opposition, together with the dependency of both upon the assumed place of the Earth.

I have nothing more to add, respecting the arduous task you are ready to undertake. Believe me

dear Sir

Königsberg Novb. the 9th 1833

yours

F. W. Bessel.

Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Herausgeber über die Wiederkehr des *Pons*'schen Cometen im Jahr 1832.

Schon vor acht Monaten wäre ich durch Ihre gütige Unterstützung im Stande gewesen, die Unterschiede der vorausberechneten Bahn von den Beobachtungen des Herrn *Mossotti* in Buenos Ayres anzugeben. Da aber gerade nach Beendigung dieser Reduction, die Nachricht von einer noch vollständigeren Beobachtung des Cometen am Vorgebirge der guten Hoffnung von Herrn *Henderson* einlief, so verschob ich die Bekanntmachung bis zu dem Zeitpunkte, wo ich die letzteren Beobachtungen damit verbinden konnte. Vor vierzehn Tagen erhielt ich eine Abschrift der von Herrn

Digitized by Google

Henderson beobachteten Oerter, durch die Güte des Herrn *Stratford*, und erlaube mir deshalb jetzt die Zusammenstellung vollständig zu geben.

In Bezug auf die Sterne, mit welchen Herr *Mossotti* den Cometen verglich, konnte an dem ersten Tage 1832 Jun. 2 (Astr. Nachr. Nr. 232) keine Ungewifsheit statt finden. Die vorläufige Ephemeride zeigte, dafs der Fehler der Vorausberechnung nur sehr klein seyn konnte, und damit fand sich der Stern, derselbe den auch Herr *Mossotti* vermuthet:

	AR, 1832.	Decl. 1832.
	h ′ ″	° ′ ″
H. C. pag. 245	3 46 11,5	57 7 48,7	— 11 20 54,6
Bessel Zone 271	48 9,70	57,4	52,6

Sie hatten die Güte ihn auf mein Ersuchen ebenfalls zu bestimmen, woraus ich finde:

° ′ ″	° ′ ″
57 7 56,5	— 11 20 55,0

Diese letztere Bestimmung angenommen, ist der scheinbare Ort für Jun. 2. 1832:

° ′ ″	° ′ ″
57 7 41,7	— 11 20 59,8

Schwieriger war die Bestimmung des Sterns, den Herr *Mossotti* am Jun. 6 verglichen. Herr *Mossotti* giebt ihn an als 8^{r} Gr., während doch beim Nachsuchen, sowohl hier mit einem schwächeren Fernrohre, als auch bei Ihnen in Altona mit Ihrem grofsen Meridiankreise, sich an dem zu vermuthenden Orte nur ein schwächerer fand. Wenn auch die dunstige Atmosphäre im November 1832 etwas zu der nicht übereinstimmenden Lichtstärke beitrug, so blieb doch noch später der Zweifel, dafs die Sterne *a*, *b*, *c*, durch welche Herr *Mossotti* den Vergleichungsstern näher bestimmt hatte, sich nicht in der beobachteten Stellung finden wollten, und schon schien man berechtigt einen Irrthum von einer Zeitminute in Herrn *Mossottis* Zahlenangaben annehmen zu dürfen (worauf die eigenen Zweifel über die Richtigkeit derselben bei Herrn *Mossotti* führten) als wiederholte Durchsuchungen auf der Altonaer Sternwarte die *Mossotti*schen Sterne in zwei sehr schwachen 11^{r} Gr. auffinden liefsen. Die Stellung der Sterne wird zufolge der Altonaer Beobachtungen jetzt seyn

		AR. 1833.	Decl. 1833.	
		h ′ ″	° ′ ″	
a	11ter	3 24 14,4	— 19 3 24	} Kreismi-
b	11ter	25 31,1	— 18 58 55	} krometer.
Vergl.-Stern	8ter	28 40,49	— 19 6 17,1	} Meridianbe-
c	8ter	32 0,25	— 19 32 44,0	} obachtung.

Sie bemerken sehr richtig, dafs dieser Fall zeigt, wie vorsichtig man in der Annahme von corrigirenden Hypothesen seyn mufs; denn wenngleich jetzt über den Vergleichungsstern kein Zweifel obwalten kann, (auch Herr *Henderson* hat ihn benutzt (Astr. Nachr. Nr. 243) und nahe denselben Ort gefunden) so war es doch damals, als die Beobachtungen von Buenos Ayres allein bekannt waren, von gröfserem Interesse, nicht blofs den Stern selbst zu bestimmen, sondern auch aus den Neben-Beobachtungen die Sorgfalt des Herrn *Mossotti* erkennen zu können. Es ist jetzt Alles so in Ordnung, Dank sey es Ihrer Güte, dafs man den Eifer des Herrn *Mossotti* bei seinen kärglichen Hülfsmitteln, und in der grofsen Kürze der Zeit, in welcher er sich Alles schaffen mufste, nicht genug bewundern kann. Das glückliche Zusammentreffen, dafs Herr Dr. *Olbers* nach seiner stets wachsamen Aufmerksamkeit auf Alles was zur Beförderung der Astronomie beitragen kann, nach Buenos Ayres die Ephemeride hinsandte, und Herr *Mossotti* keinen Augenblick verlor sie zu benutzen, hat uns so mit einer höchst schätzbaren Ortsbestimmung versehen. Den scheinbaren Ort des Vergleichungssternes für Jun. 6 habe ich angenommen

52° 9′ 12″,9 — 19° 6′ 31″3.

Das *Vals*'sche Mikrometer, dessen sich Herr *Mossotti* bediente, ist der Form nach ein grofses römisches N, und hat einige Aehnlichkeit mit dem von Herrn Dr. *Olbers* Monatl. Corr. XXIV. 446 vorgeschlagenen. Die beiden parallelen Fäden werden senkrecht auf die tägliche Bewegung gestellt, so dafs sie Stundenkreise vorstellen. Die Antritte an ihnen geben die ARUnterschiede, die Antritte an dem schrägliegenden Faden geben, wenn der Winkel, den er mit den parallelen macht, bekannt ist, die Declinations-Unterschiede. Zur Bestimmung dieses letzteren Winkels bei dem Instrumente des Herrn *Mossotti* fehlen die Data. Zur Bestimmung der richtigen Stellung der parallelen Fäden, scheint es, dafs Herr *Mossotti* nach der Vorschrift des Herrn *Vals* die Angabe benutzt haben will, dafs der Winkelabstand der parallelen Faden 31′ 44″ und 35′ 14″ betrug. Allein diese Art der Prüfung möchte in praktischer Hinsicht nicht ausreichen. Denn wenn auch ein Stern längere Zeit gebraucht als die Zahl von Secunden, welche man aus der Multiplication dieser Constanten mit der *sec δ* erhält, so erhält man den kleinen Abweichungswinkel immer nur durch seinen Cosinus aus den Beobachtungen, und beobachtet in gewissem Sinne eine Gröfse zweiter Ordnung, um dadurch eine Gröfse erster Ordnung zu bestimmen, wodurch die Fehler der Beobachtung sehr vergröfsert werden. Glücklicherweise können bei den Beobachtungen von Buenos Ayres die Ungewifsheiten über diese Constanten der Reduction keinen allzu erheblichen Einfluss haben, weil beidemale der Comet und der Vergleichungsstern ziemlich nahe auf einem Parallele waren. Ich habe die Reduction so gemacht, dafs ich das Mittel der An-

Digitized by Google

tritte an den beiden Parallelenfäden nahm, also einen imaginairen Faden, der von beiden wirklich construirten gleichweit absteht, annahm, die Stellung desselben als genau betrachtete, und den Winkel des schiefen Fadens mit dem imaginairen gleich 30° setzte, wie Herr *Valz* es zur leichteren geometrischen Construction des Netzes vorschreibt. Dafs diese Annahmen nicht sehr sich von der Wahrheit entfernen zeigten die Beobachtungen der Sterne *a b c*.

Auch so bleibt übrigens noch am Jun. 2 eine Ungewifsheit, ob das Netz in der Form eines N gestanden, oder vielleicht in der andern Form И. Der Declinationsunterschied allein kann es nicht entscheiden, da er nur 51″ beträgt. Nimmt man die Stellung nach der ersten Form an, die Herr *Valz* vorschreibt, und die auch am Jun. 6 stattgefunden (wie die Nebensterne beweisen), so weicht der beobachtete Ort mehr ab von den andern Bestimmungen, als wenn man die zweite Lage gelten läfst. In Ermangelung anderer leitender Umstände habe ich es aber doch bei der ersten Lage bewenden lassen.

Die Correctionen der Aberration, Parallaxe, Reduction auf den mittleren Ort der Elemente von Mai 4 sind

Zeit der Beob.	AR.	Decl.
′ ″	″	″
— 2 47	— 15,9	— 9,7
— 2 31	— 19,1	— 9,7

womit der beobachtete Ort erhalten wird

Mittl. Paris. Zeit.	AR.	Decl.
h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
Jun. 1. 21 31 40	56 39 36,3	— 11 22 0,7
5. 21 35 38	52 19 44,6	— 19 11 46,6.

Herr *Mossotti* mufs übrigens auch noch später den Cometen beobachtet haben. Denn in einem Briefe von Herrn *Bonpland* an Herrn *Alexander v. Humboldt*, erwähnt dieser, dafs er in einem südamerikanischen Journale vom 9 Jun. 1832 gelesen habe, Herr *Mossotti* habe den Cometen beobachtet

	Bürg Zt. von Buenos Ayres.	AR.	Decl.
	h ′	° ′	° ′
Jun. 7.	5 30	51 7	21 23

Dieses ist unbezweifelt richtig abgeschrieben, denn die vorläufige Ephemeride giebt für die correspondirende Pariser Zeit:

Jun. 6.	21 h 30 ′	51 ° 6,5 ′	— 21 ° 21,0 ′

Die Beobachtungen vom Vorgebirge der guten Hoffnung sind in genauer Abschrift die folgenden:

(Received from Mr. *Henderson*)

Apparent geocentric positions of Encke's Comet deduced from Observations made at the Observatory Cape of Good Hope 1832.

Nr.	Date.	Mean Time at Cape of GoodHope.	Right Ascension	DeclinationSouth.	Corr. of Ephem. A. N. Nr. 210 AR.	Decl.
		h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	′
1	Jun. 2	17 18 31		12 46 57		— 1,0
2		17 22 6	3 43 35,0		— 1,4	
3	3	17 4 55	3 39 31,1	14 38 46	— 1,3	+ 1,5
4	4	17 23 41	3 35 4,2	16 39 19	— 3,4	+ 2,1
5	5	17 23 52	3 30 27,5	18 44 28	— 2,1	+ 0,5
6	8	16 47 29		25 16 40		+ 0,2
7		16 53 32	3 14 46,0		— 1,2	
8	23	17 45 4	0 20 38,7	59 12 1 1	+24,7	— 0,4
9	26	17 33 36	23 15 44,6	62 16 4	+22,6	+ 2,6
10	27	16 29 21	22 54 14,0		+10,2	
11		17 5 24	22 53 49,2		+19,2	
12		17 16 11		62 55 34		— 4,2
13	28	16 3 56	22 32 41,8		+17,4	

The positions Nr. 10 and 13, are deduced from the Observations of the Comet's egrefs from the field of view of the transit Telescope. The remaining positions, from observations made with a circular Micrometer, applied to a 46 inch achromatic Telescope of *Dollond*, aperture 3½ inches, magnifying power about 30.

The observation on which the position Nr. 10 depends was made by a different observer from him who determined the rest.

During the latter period of the Comet's appearance in particular, (subsequent to June 22nd) it was extremely faint and difficult to observe.

The Cape Observatory is in 33° 56′ 3″ of south latitude, and 1h 13′ 56″ of east longitude from Greenwich.

In Bezug auf die beigeschriebenen Fehler der Ephemeride, in der geraden Aufsteigung Zeitsecunden, in der Abweichung Bogenminuten, mufs man bemerken, dafs diese Unterschiede so wie sie angegeben sind, noch nicht auf den gröfsten Kreis reducirt sind. In der letzten Periode, von Jun. 23 an, ist aber die südliche Declination des Cometen 60°, deren Cosinus gleich ½ ist. Man wird also bei der geraden Aufsteigung die Hälfte von den angegebenen Zahlen nehmen müssen, so dafs der Fehler im Maximum nicht über 3′ geht.

Die vorläufige Ephemeride gründete sich auf Elemente bei welchen die Störungen bis Anfang 1832 fortgeführt waren. Später wurden sie ganz vollendet, und das wahre Elementensystem, nebst einer daraus berechneten Ephemeride für die Zeit vor dem Perihele, findet sich in den Astron. Nachr. N. 220. Eine Fortsetzung der Ephemeride nach diesen wahren Elementen für die Zeit nach dem Perihel, welche ich nach Paris und London geschickt hatte, scheint nicht zur Kenntnifs des Herrn *Henderson* gekommen zu seyn. Ich lasse jetzt hier die Vergleichung aller Beobachtungen mit

Digitized by Google

den wahren Elementen folgen. Zuvor müssen indessen an die Cap-Beobachtungen folgende Correctionen angebracht werden, welche die oben bemerkten Verbesserungen wegen Aberration, Parallaxe, Reduction auf die Zeit des Perihels, und die dafür geltenden Elemente in sich begreifen.

Verbesserungen der Cap-Beobachtungen.

	Zeit der Beob.	AR.	Decl.
	′ ″	″	″
Jun. 2	— 2 44	— 17,5	— 10,0
–	— 2 44	— 17,5	— 9,9
3	— 2 39	— 19,0	— 10,6
Jun. 4	— 2 34	— 20,1	— 10,4
5	— 2 31	— 21,2	— 10,0
8	— 2 21	— 25,6	— 10,4
–	— 2 21	— 25,5	— 10,1
23	— 2 13	+ 3,5	+ 15,5
26	— 2 20	+ 19,5	+ 15,6
27	— 2 23	+ 13,5	+ 15,5
—	— 2 23	+ 22,1	+ 15,2
—	— 2 23	+ 24,6	+ 15,1
28	— 2 27	+ 14,3	+ 15,2

Vergleichung der Cometenbeobachtungen mit den wahren Elementen 1832 *Mai* 4,0 (Astr. Nachr. Nr. 220.)

Beobachtungsort.	1832. Mittl. Paris. Zeit.	Beobachtete AR.	Beobachtete Decl.	Berechnete AR.	Berechnete Decl.	Rechnung — Beobachtung. $\Delta\alpha\cos\delta$	Rechnung — Beobachtung. $\Delta\delta$
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″
Buenos Ayres	Jun. 1 21 31 40	56 39 36,3	— 11 22 0,7	56 37 20,5	— 11 20 24,8	— 2 13,1	+ 1 35,9
Vorg. d. g. H.	2 16 11 13	.....	— 12 47 7,0	.....	— 12 47 7,3	.....	— 0,3
———	– 16 14 48	55 53 27,5	.....	55 51 26,5	.....	— 1 58,0	.....
———	3 15 57 42	54 52 27,5	— 14 38 56,6	54 50 19,8	— 14 41 9,6	— 2 3,5	— 2 13,0
———	4 16 16 33	53 45 42,9	— 16 39 29,4	53 43 57,3	— 16 41 57,9	— 1 41,1	— 2 28,5
———	5 16 16 47	52 36 31,3	— 18 44 38,0	52 34 20,6	— 18 45 25,8	— 2 3,8	— 47,8
Buenos Ayres	– 21 35 48	52 19 44,6	— 19 11 46,6	52 18 19,9	— 19 13 20,5	— 1 20,0	— 1 33,9
Vorgeb. d. g. H.	8 15 40 34	.....	— 25 16 50,4	.....	— 25 16 52,3	.....	— 1,9
———	– 15 46 37	48 41 4,5	.....	48 38 32,4	.....	— 2 17,5	.....
———	23 16 38 17	5 9 44,0	— 59 11 55,5	5 2 26,3	— 59 10 •2,8	— 3 44,3	+ 1 52,7
———	26 16 26 42	348 56 28,5	— 62 15 48,4	348 55 37,3	— 62 15 59,4	— 23,8	— 11,0
———	27 15 22 24	343 33 43,5	.....	343 34 15,2	.....	+ 14,5	.....
———	— 15 58 27	343 27 40,1	.....	343 25 51,0	.....	— 49,9	.....
———	— 16 9 14	.....	— 62 55 18,9	.....	— 62 47 54,8	.....	+ 7 24,1
———	28 14 56 55	338 10 41,3	.....	338 6 59,1	.....	— 1 40,6	.....

Mit Ausnahme der letzten Declination, bei welcher wohl entschieden eine nachtheilige Einwirkung bei der Beobachtung anzunehmen ist, ist besonders wenn man die von beiden Beobachtern bemerkte grofse Lichtschwäche des Cometen berücksichtigt, der Gang der Unterschiede so befriedigend, als sich von der Sorgfalt der Herren Beobachter nur irgend hoffen liefs. In der geraden Aufsteigung habe ich als Mittleren Fehler für Jun. 5,9 — 2′ 0″ angenommen. Dieses ist sehr nahe das Mittel aus allen Beobachtungen bis Jun. 8. Für die letzte Periode von Jun. 23 läfst sich der Bemerkung des Herrn Beobachters zufolge keine solche Sicherheit erwarten. Im Ganzen aber scheinen die geraden Aufsteigungen anzudeuten, dafs der Fehler bis zuletzt sich gleich oder nahe gleich geblieben ist. Für die Declinationen wird man wie bei allen Kreismikrometerbeobachtungen ungewisser seyn. Im Mittel aus den Cap-Beobachtungen habe ich — 1′ 0″ angenommen, und glaube damit mich so viel genähert zu haben, als die Umstände erlauben. Der neue Normalort wird hiernach

1832 Jun. 5. $21^h\,36'$ Par. Zeit
$52°\,20'\,26''{,}5$ $-19°\,12'\,21''{,}9$ Mittl. Aeq. Mai 4,0

Mehrere Normalörter zu bilden glaubte ich der Zeitdauer der ersten Periode nach nicht angemessen.

Die Fehler — 2′ und — 1′ sind an sich schon beträchtlich kleiner als bei den früheren Vorausberechnungen. Ihr Gewicht wird indessen noch vermindert, theils dadurch, dafs bei einer dem Quadrate der Zeit proportionalen Correction, wie sie bei diesem Cometen angebracht ist, der Schlufs von einer dreyfachen Periode 1819—1829, auf eine vierfache 1819—1832, fast den doppelten Fehler gestattet, theils dadurch dafs der Einfluss einer Aenderung der Zeit des Perihels, bei dieser Wiedererscheinung gröfser war wie je früher. Der Coefficient derselben ist, selbst verglichen mit der letzten Beobachtung 1828, gröfser im Verhältnifs von 5 : 7. Beide Fehler würden zugleich vernichtet worden seyn, wenn die Zeit des Perihels um 0,0083 Tag später angenommen wäre, eine Gröfse, die sich für jetzt noch nicht mit Sicherheit verbürgen liefs.

Verbindet man diesen neuen Normalort mit den früheren von 1819 an, so werden die Correctionen aller Elemente unbedeutend. Es wird nämlich

$$\begin{aligned}
\Delta M &= -\,0''61\\
\Delta\mu &= +\,0{,}00337\\
\Delta\Phi &= -\,1''9\\
\Delta\pi &= -\,2{,}2\\
\Delta\Omega &= -21{,}9\\
\Delta i &= -\,2{,}5
\end{aligned}$$

Digitized by Google

deren relative Gröfse unter einander sich, wie sich erwarten liefs, nach den in der letzten Zusammenstellung (Astr. Nachr. Nr. 211) angegebenen Gewichten der einzelnen richtet. Die störende Widerstandskraft ... *U* ... wird dabei vermindert um den $\frac{1}{912}$ Theil, so dafs jetzt

$$U = \frac{1}{912{,}625}$$

eine Verminderung, die zwar über das ihr früher beigelegte Gewicht hinaus geht, immer indessen die Grenze nicht überschreitet, welche bei der Ungewifsheit der Jupitersmassen anzunehmen erlaubt ist.

Es bezieht sich nämlich dieses *U* auf die Jupitersmasse von *Nicolai*. In der Zwischenzeit ist aber durch Herrn *Airy's* vortreffliche Beobachtungen über die Elongation des vierten Jupiterstrabanten, die angenommene Vergröfserung der Jupitersmasse nicht nur bestätigt worden, sondern es ist selbst wahrscheinlich gemacht, dafs die Vergröfserung von $\frac{1}{50}$ nicht einmal hinreichend sey. Die direct aus Herrn *Airy's* Untersuchungen folgende Masse, würde eine Vermehrung von $\frac{1}{67}$, noch die Hälfte fast mehr wie *Nicolai* annimmt, bedingen, und sie hat in den Vesta-Störungen eine wenn auch schwache Bestätigung. So lange nun aber bei dem Cometen die Periode von 1819—1822 nicht ausgeschlossen werden kann, und die bisherige kurze Reihe der Wiedererscheinungen erlaubt es nicht füglich, so lange wird auch eine gröfsere Jupitersmasse eine Verminderung von *U* bedingen, so dafs abgesehen von den andern Unvollkommenheiten der Hypothesen des widerstehenden Mittels, erst entweder eine längere Reihe von Umläufen die Gröfse von *U* unabhängig von der Jupitersmasse geben wird, oder eine definitive Bestimmung der Jupitersmasse auch eine genauere Kenntnifs der Widerstandskraft erlauben.

Obgleich nun eine noch stärkere Vergröfserung der Jupitersmasse durch Herrn *Airy* sehr wahrscheinlich gemacht ist, und die früheren *Trieneckers*chen Heliometermessungen, von Herrn Dr. *Olbers* in den neuesten Ephemeriden von *Harding* auf ihr wahres Resultat zurückgeführt, damit völlig übereinstimmen (ein beachtungswerthes Beispiel was ältere Beobachtungen vorurtheilsfrei reducirt für Werth haben können), so habe ich doch für jetzt noch die Einführung dieser neueren Bestimmung verschieben zu können geglaubt. Höchst wahrscheinlich wird der Comet im Jahre 1835 nirgends auf der Erde gesehen werden können. Sein Perihel wird in die letzte Hälfte des Augusts so fallen, dafs er ganz in den Sonnenstrahlen uns verborgen bleibt. Eine vorläufige Berechnung werde ich darüber noch anstellen und das Resultat bekannt machen. Dagegen wird er 1838 im November oder December sehr schön sichtbar werden. Bis dahin läfst sich aber wohl hoffen, dafs das für unser ganzes Sonnensystem so wichtige Element der Jupitersmasse in engere Grenzen der Unsicherheit eingeschlossen ist, sey es durch die gröfseren Telescope, oder durch eine wiederholte Bearbeitung der Saturnstörungen. Mit der Einführung der neuen Jupitersmasse wird sich dann auch vielleicht eine Aenderung in der Form der Hypothese verbinden lassen, wenn gleich sich übersehen läfst, dafs der Einfluls einer solchen geänderten Form kaum merklich seyn dürfte. Jedenfalls mögte ich glauben, dafs die bisherigen Wahrnehmungen vollkommen hinreichen, um bis auf wenige Minuten für 1838 den Ort anzugeben.

Die neuesten Elemente werden somit die folgenden:

1819 Jan. 27,25. Mittl. Paris. Zeit.

$M = 359^\circ 59' 45''80$
$\mu = 1076{,}92409$
$\varphi = 58^\circ\ 3'\ 37''9$
$\pi = 156\ 59\ 44{,}2$
$\Omega = 334\ 32\ 57{,}6$ } Mittl. Aeq. 1819
$i = 13\ 36\ 55{,}9$

$$2\mu = \frac{1}{1053{,}924} \qquad U = \frac{1}{912{,}625}$$

Dafs sie die sämmtlichen früheren Beobachtungen fast eben so gut darstellen, zeigt das folgende Tableau:

	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$		$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
1819	+ 35″8	+ 32,4	1825	+22″0	−15,8
	+ 11,4	+ 14,1		+17,6	−19,5
	− 15,5	− 8,4	1828	− 9,5	+ 5,3
1822	+ 42,9	+ 17,7		+ 2,5	+ 2,4
	− 11,0	− 6,9		+13,3	− 6,4
	+ 9,5	− 9,8		+15,0	− 1,4
1825	− 13,8	+ 11,6		+10,1	− 1,9
	− 7,3	+ 3,1		+ 6,8	− 1,5
	+ 4,6	− 3,9	1832	− 6,3	− 7,3
	+ 7,1	− 11,7			

Nun erlaube ich mir in Bezug auf den *Biela*'schen Cometen, an eine Vergleichung zu erinnern, die sich geradezu zwischen den Elementen vor seiner Wiederkehr, und nachher machen läfst. Die ersten, die Elemente vor seiner Wiederkehr hatte Herr Dr. *Olbers* in den Ephemeriden von *Harding* für 1832 p. 97, aus der Verbindung der *Damoiseau*schen Störungen mit der *Clausen*schen Ellipse von 1826 als die wahrscheinlichsten Elemente bekannt gemacht, um auf die Wiedererscheinung vorzubereiten. Die andern nach der Wiederkehr 1832 hat *Nicolai* (Astr. Nachr. Nr. 235) aus seinen eigenen Beobachtungen im Jahre 1832 ohne weitere Voraussetzung als die derselben grofsen Axe wie bei Herrn Dr. *Olbers* Elementen berechnet:

Elemente vor der Wiederkehr.		Elemente nach der Wiederkehr.
T	1832 Nov. 26,9632 Paris.	1832 Nov. 26,06883
π	109°52′47″	109°52′55″
Ω	248 11 18	248 13 33
i	13 13 40	13 10 25
φ	48 43 58	48 42 35
a	3,53683.	3,53683.

Digitized by Google

Beide Systeme stimmen in allen andern Theilen so nahe überein, dafs man deutlich sieht, die stärkere Abweichung des beobachteten Ortes von der vorausberechneten Ephemeride bei dem *Biela*'schen Cometen, könne nur hauptsächlich von der um $0^h,9$ tag. verschiedenen Durchgangszeit herrühren. Da diese aber der Beobachtung nach früher fällt, so mufs bei dem *Biela*'schen Cometen eine ganz ähnliche Einwirkung statt gefunden haben wie bei dem von *Pons*.

Encke.

Schreiben des Herrn Professors *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber.

Venezia li 19 Settembre 1833.

Io sono quì in Venezia per una commissione di Governo, e vi rimarrò fino al giorno 5 del prossimo Ottobre, dopo di che ritornerò a Padova alle mie ordinarie funzioni. L'osservatorio di Padova ha ottenuto a mia Instanza dalla Munificenza di S. M. il nostro Augustissimo Sovrano un' Circolo Meridiano simile a quello degli Osservatorii di Milano, e di Vienna, il quale è già in costruzione presso l'Instituto Politennico di Vienna, e sarà (per quanto mi asserisce il Sr. Cons. *Prächtl*) terminato entro un' anno. Questa Benigna disposizione di S. M. mi ha ricolmato di gioja, perchè con esso vicne di gran lunga a perfezionarsi la suppellettile di questo antico osservatorio, e potrò intraprendere qualche scrie di osservazioni, se alla Providenza Divina piacerà accordarmi vita, e salute.

Ripresi nella trascorsa estate il calcolo delle perturbazioni sofferte nell' ultima rivoluzione dalla Cometa di *Biela* per l'azione di Giove, di Saturno, e della terra ad oggetto di scuoprire la origine della differenza nel passaggio al perielio fra i risultati da me ottenuti lo scorso anno, e quelli del Sr. *Damoiseau*. Trovai in fatti, che aveva commesso un'errore nel calcolo di un coefficiente costante, corretto il quale tutto si accorda plausibilmente. Converrà tuttavia ritornarsi sopra per potere con maggiore precisione fissare la correzione, che potrebbe dipendere dalla resistenza dell' etere; imperciocchè nel calcolo delle coordinate di Giove ho tenuto conto soltanto della equazione del centro, e della grande equazione, ma terminate tutte le operazioni, mi sono accorto che anche le equazioni più forti trascurate possono nel 1831 esercitare una qualche influenza. Riservandomi a comunicarle in seguito il risultato di questa correzione, ho stimato opportuno di inviarle il quadro delle ottenute perturbazioni, giacche la nominata correzione non può che riuscire molto piccola. Per calcolare le coordinate della Cometa ho adottato l'asse maggiore corrispondente alla rivoluzione di 2455,1762 determinata dal Sign. *Damoiseau* per il 1826 dietro la discussione delle perturbazioni sofferte fra il 1805, ad il 1826; ed affinchè la distanza perielia data dalle osservazioni del 1826 non venisse alterata, ho fatto subire la corrispondente variazione all'eccentricità. Ho così ottenuto

$\log a = 0.5516562$; $\Phi = 48°17'57''2$; moto diurno $= 527''8642$.

In rapporto alla massa di Giove, sono stato perplesso sulla quantità da adottarsi. Accordando molta fiducia alla nuova determinazione del Sigr. *Airy*, che si accorda col risultato dei Sigr. *Encke*, e *Nicolai* per rappresentare i movimenti dei nuovi Pianeti, ho stimato bene riunire in un piccolo prospetto i valori delle perturbazioni tanto assumendo la massa di *Laplace* $\frac{1}{1067,09}$ come quella di *Airy* $= \frac{1}{1049}$. In tal guisa ho ottenuto i seguenti valori per l'azione riunita di Giove, di Saturno, e della terra

	Massa di Giove $\frac{1}{1067,09}$	$\frac{1}{1049}$
	''	''
$\int dp$ =	+1327,004	= +1348,577
$\int dq$ =	+2719,697	= +2763,789
$\int d\Phi$ =	+1454,329	= +1478,424
$\int d\varpi$ =	+ 606,607	= + 615,981
$\int dn$ =	+ 5,536072	= + 5,625134
$\int dt \int dn$ =	+4047,017	
$\int dg$ =	+1245,109	
$\int dZ = \int dg + \int dt \int dn$ =	+5292,126	= +5380,642
Variaz. della rivoluz. sider. =	−10^s,0255	= − 10^s,1932

Variazioni degli elementi dell' orbita rapporto al piano mobile dell' ecclittica.

δi =	variaz. dell'inclinazione =	− 21′30″7	= − 22′ 7″8
$\delta \omega$ =	var. della longit. del Nodo =	− 3°13 21,3	= − 3°16 34,3
$\delta \varpi$ =	var. della long. del Periel. =	+ 10 12,9	= + 10 16,1
$\delta \Phi$ =	var. dell'ang. di Eccentr. =	+ 24 14,3	= + 24 38,4

Per formare da questi numeri gli elementi per il 1832, riferirò quì quelli nel 1826 dedotti dalle osservazioni tanto secondo i miei risultati, quanto secondo quelli del Sig. *Gambard*.

	Santini.	*Gambard.*
Passaggio al Perielio, ridotta al Meridiano di Parigi dal principio dell' anno a mezzodì medio.....	77^s,42398	77^s,4688
Longitudo del Perielio $= \varpi$..... =	109°46′ 7″8	109°51′32″
del Nodo $= \omega$..... =	251 28 23,3	251 26 9
declinazione $= i$..... =	13 33 55,9	13 33 15
Ang. di eccentr. superiorm. stabilito =	48 17 57,2	
moto diurno siderale medio..... =	527″8642.	

Applicando a questi elementi le superiori correzioni, si ottengono per il 1832 i seguenti elementi, accanto ai quali ho scritto quelli da me direttamente dedotti dalle osservazioni, e riferiti nell' opuscolo, che li ho annunziato, affinchè a colpo d'occhio se nè possano più facilmente scorgere le differenze.

Elementi ellitici della Cometa *Biela* per il 1832.

	Massa di Giova $\frac{1}{1067}$		$\frac{1}{1049}$		Dedotti dalle osservazioni del 1832.
	Santini.	*Gambard.*	*Santini.*	*Gambard.*	
l'passagg. al Perielio	331^s,5747	331,6191	331,4070	331,4518	331,1267
Longit. del Perielio	109°56′ 20″7	110 1′ 44″9	109°56′ 23″9	110° 1′ 48″1	110° 0′ 55″1
del Nodo	248 15 2,0	248 12 47,7	248 11 49,0	248 9 34,7	248 15 36,1
Inclinazione	13 12 25,2	13 11 44,3	13 11 48,1	13 11 7,2	13 13 0,9
Ang. di eccentricità	48 42 11,5	.....	48 42 35,6	.....	48 43 3,78
Moto diurno siderale medio per il 1832	n = 533″4004		..... 533″4894		
	$\log a$ = 0,5486355		$\log a$ = 0,5485879.		*G. Santini.*

Altona 1833. December 24.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 252.

Schreiben des Herrn *Bianchi* an den Herausgeber. (Beschluſs.)

Cattajo 1833. Agosto 11.

Jo cominciai le mie notazioni sopra Saturno la notte 4 Marzo, e avendole continuate al meridiano successivamente, ho veduto poco a poco l'anello assottigliarsi fino a comparir pressocchè una retta matematica. Due Satelliti di Saturno, visibili nel campo del cannocchiale sempre da me illuminato, mi porsero l'oggetto di confronto per giudicar dell' ultima finezza e tenuità di lume dell' anello. Per esempio la sera 19 Aprile seguiva l'anello e ad esso vicinissimo un Satellite, che stimai di 9ª grandezza e uguale all' anello in forza di luce. La sera 20 detto il Satellite di 9ª precedeva da presso e più brillante dell' anello, mentre altro Satellite seguiva più da lungi e di luce ancora più debole. Nella sera del 21. stimai l'anello in luce pari a stella di 10ª in 11ª grandezza, e nella sera de' 22 esso mi sembrò uguagliare il più debole dei due Satelliti. Sa sera del 23 io lo vidi ancora, e mi comparve ben distinta l'ombra sul disco del pianeta. In seguito l'osservazion meridiana mi fu tolta dalle nubi; ma il Dr. *Bernardi* al telescopio continuò le osservazioni e ha notato „La sera del 26 Aprile alle ore 10¼ circa di t. v. „io stava osservando l'anello che solo a tratti e con qualche „difficoltà poteva scorgere. Le circostanze dell' atmosfera „non erano troppo favorevoli. Dopo le 11 ore non mi fu „più possibile di osservare alcun indizio di esso anello; „quindi io assegnerei la disparizione verso le 10¼ di quella „sera." Nella sera del 27 Aprile neppur io al cannocchial meridiano riuscii a veder traccia benchè minima delle anse; onde restò definita per noi la disparizione.

Per la riapparizione il passaggio meridiano di Saturno succedendo sempre più presto nel crepuscolo della sera io fui costretto ad abbandonarlo, e feci uso perciò anch' io del telescopio con un ingrandimento di 279, assai opportuno all' uopo. Dal 21 Maggio in avanti non ho lasciato passar sera di bel tempo senza guardar col detto mezzo il pianeta e avvertirne ogni minuta apparenza, procurando pure che l'osservazion fosse fatta in grande altezza e appena la scemata luce del crepuscolo permetteva la distinta vision dell' oggetto. Qualche volta ho anche ripetuto l'osservazione in ora più tarda, ma convincendomi ogni volta l'esperienza che quanto guadagnava in oscurità di campo altrettanto e forse più perdeva nella nettezza e distinzion dell' immagine per la minor elevazione. Fino alla sera dell' 11 Giugno non mi riuscì di veder nulla dell' anello, e neppur di formarne congettura o sospetto il più lieve. Jo vedeva solamente i due Satelliti del pianeta cangiar di posizione, e l'ombra dell' anello projettata sul disco dapprincipio assai larga, simile ad una sbarra, un pò ricurva e concava verso il polo sud, assottigliarsi e insiem raddrizzarsi di mano in mano. La sera 11 detto alle ore 8¼ notai: Saturno a lungo e attentamente mirato è senz' anello; l'ombra è ben distinta, più diritta e sottile: alle ore 9 aggiunsi: nulla dell' anello assolutamente; ombra distintissima e tre satelliti visibili, uno all' oriente e due all' occidente di Saturno, se uno di essi per avventura non sia una stella; e alle ore 10 di nuovo: Saturno senz' anello, coll' ombra ben distinta e meno curva. Forse il punto luminoso all' oriente e assai vicino a Saturno, veduto a 9 ore, era l'identico avvertito dal Sig. *Schwabe* nella riapparizion precedente? Jo non oso affermarlo. Trattanto la sera del 14 scrissi la nota „Saturno con certezza non direbbesi aver l'anello; pure mi è sembrato di traveder talvolta un filo e scintillamento di luce dalla parte orientale vera del disco; ma potrebb' essere immaginazione. Di tratto in tratto si vede un satellite dalla parte occidentale; l'ombra dell' anello è confusa: nell' atmosfera evvi un velo umido-nebbioso." La sera del 15. a ore 8¼ „Di nuovo ho creduto di scorgere l'anello a un finissimo tratto di luce; ma non ne ho certezza: nuvole sparse che a quando a quando ricopron il pianeta: due Satelliti visibili a intervalli." E finalmente la sera del 16. a ore 8¼ „l'anello distinto con sicurezza, però più sottile dell' ombra, di cui esso pare il prolungamento e direbbesi oscuro. Le anse mi sembran uguali e congiunte al pianeta, nè veggo punte lucide: un satellite occidentale visibile a intervalli" Continuando ancora le osservazioni ho veduto la sera del 19 a 9ʰ „l'anello sempre di profilo, diminuita l'ombra, l'ansa orientale vera con punte lucide: col favore di atmosfera limpida" la sera del 22 a 9ʰ „Anello con ansa orientale vera brillantata di punte e terminata in un satellite, l'ombra ben visibile" e la sera del 24 a 9ʰ „l'anello più distinto ed ingrossato, l'ansa orientale

Digitized by Google

vera con ineguaglianze e scintillazioni di luce." Dopo di che feci partenza colla mia R. Corte per questa villeggiatura. Dal canto suo il Dr. *Bernardi* osservò egli pure quella discontinuità di luce e specie di scabrezza dell' anello nelle prime sere della sua riapparizione, la qual cosa non eragli accaduto di scorgere durante la disparizione. Su questo fenomeno io lo aveva prevenuto, e così fummo anche' d'accordo nell' osservarlo. A Padova il ch. Prof. *Santini*, cui debbo i miei primi passi nella scienza, mi disse ch' egli non erasi proposta l'osservazion dei fenomeni in discorso; ma che la sera 18 Giugno scorso avendo per curiosità rivolto a Saturno un eccellente cannocchiale di *Fraunhofer* vide l'anello e ne rilevò le interruzioni a punte luminose del braccio orientale da lui rassomigliato ad una fila di piccole perle. È singolare che tali punte o perle sieusi vedute solamente nell' ansa orientale, il che pur s'accorda coll' altra curiosa osservazione fatta del Sign. *Schwabe* e riferita nel Nr. 239 delle A. N. Per quanto io mi sappia *Messier* è stato il primo (nella Memoria sopracitata) ad osservar le descritte singolari apparenze cui fece veder anche ad altri; ed egli pure giudicò l'ansa orientale più visibile dell' occidentale e trapunta di lucide parti simili ad altrettante stellette. Quindi richiamate da lui le varie ipotesi di *Maraldi*, di *Giacomo Cassini*, di *Maupertuis*, di *Buffon* intorno alla natura e costituzion dell' anello di Saturno, egli fermavasi e sembrava inclinar a quella dell' ultimo, che nell' anello considera un volume anomalo, una terra irregolare; e opportunamente soggiungeva che le osservate punte luminose delle anse potrebbero essere le sommità montuose di qual suolo ineguale; mentre se tali esse fossero a noi si mostrerebbero appunto quando l'anello è prossimo alla sua posizion di profilo rispetto al nostr' occhio.

Intanto, giacchè l'argomento di questa lettera è sull' anello di Saturno, Ella mi permetta che io tocchi e reclami un picciol vanto all' Italia, che sembra spettarle di giustizia e che nondimeno è dimenticato comunemente. Senza togliere all' *Ugenio* una minima parte di merito nella scoperta dell' anello di Saturno e nella vera dottrina delle sue apparenze, parmi che al *Galileo* pure debba concedersene una special gloria. Eccone in appoggio un passo tratto dalle opere dell' Italiano (Nella terza lettera su le macchie solari a *Marco Velsero*). „So non che dire cosa risoluta in caso così strano, „inopinato e nuovo (per una disparizion allor avvenula dell' „anello); la brevità del tempo, l'accidente senza esempio, la „debolezza dell' ingegno e il timore dell' errare mi rendono „grandemente confuso. Ma siami per una volta permesso „di usare un poco di temerità, la quale mi dovrà tanto „più benignamente esser perdonata, quanto io la confesso „per tale e mi protesto che non intendo di registrar quello, „che son per predire, tra le proposizioni dipendenti da „principii certi e da conclusioni sicure, ma solo da alcune „mie verisimili conjetture, le quali allora farò palesi, quando „mi bisogneranno, o per mostrare la scusabile probabilità „dell' opinione alla quale per ora inclino, o per istabilire „la certezza dell' assunta conclusione, qual volta il mio „pensiero incontri la verità. Le proposizioni son queste. „Le due minori stelle Saturnie, le quali di presente stanno „celate, forse si scopriranno un poco per due mesi, intorno „al solstizio estivo dell' anno prossimo futuro 1613, e poi „si asconderanno, restando celate sin verso il brumal sol„stizio dell' anno 1614, circa il qual tempo potrebbe acca„dere che di nuovo per qualche mese facessero di sè alcune „mostra, tornando poi di nuovo ad ascondersi sin presso „all' altra seguente bruma; al qual tempo credo bene con „maggior risolutezza, che torneranno a comparire, nè più „si asconderanno; se non che nel seguente sostizio estivo, „che sarà dell' anno 1615, accenneranno alquanto di volersi „occultare, ma non però credo che si asconderanno intera„mente; ma ben tornando poco a poco a palesarsi, le vedremo „distintamente e più che mai lucide e grandi; *e quasi „risolutamente ardirèi di dire che le vedremo per molti „anni senza interrompimento veruno.*" In questo linguaggio, degno di gran filosofo, fra il dubbio e la verosimiglianza, fra la circospezione e la temerità, fra la congettura e la franchezza di una predizione così particolarizzata, e segnatamente nell' ultime espressioni da me sotti-lineate chi non sente che, o *Galileo* aveva riconosciuto la forma dell' anello senza osar di accertarsene e meno di pubblicarla, ma tirandone le conseguenze delle occultazioni e riapparizioni periodiche quali debbon accadere, o coll' acuta penetrazion del suo ingegno aveva indovinati la detta forma e i fenomeni che dai moti di Saturno e della terra ne conseguitano? È noto che parecchie scritture di quel grand' uomo sono andate smarrite; e quindi, come la teorica e le tavole dei Satelliti di Giove da lui con lungo studio elaborate, così potrebb' essere fra le carte perdute qualche spiegazion ulteriore circa le apparenze di Saturno. Per tal modo il *Galileo* che incontrastabilmente divide coll' *Ugenio* la gloria dell' invenzione del pendolo, può seco dividere anche l'altra di aver conosciuto la forma dell' anello di Saturno e stabilita la teorica de' suoi fenomeni. Queste cose amo io di riflettere, poichè nè *Lalande*, nè *Bailly*, nè il *Delambre*, nè gl'illustratori più recenti di *Galileo*, come il *Venturi*, hannogli resa giustizia nello scuoprimento dell' anello, ciascun d'essi attribuendone la gloria solo ed esclusivamente all' *Ugenio*, e niuno avendo ricordato il passo rimarchevole che poc' anzi le ho riferito. Per altro il *Delambre* nell' accordar all' *Huyghens* tutta la lode e il merito della scoperta

Digitized by Google

dell' anello ha insiem riflettuto che „*dans le fait, toutes „les découvertes que nous admirons le plus justement ont „toujours été plus ou moins préparées par des recherches „et des observations précédentes*" (Histoire de l'Astr. mod. T. II. p. 565.). Ma la particolar lode in ciò dovuta anche al *Galileo* e la ragion di attribuirgliela non erano sfuggite al dottissimo e diligentissimo Storico dell' Italiana Letteratura, il Cav. Ab. *Tiraboschi*, scrivendo egli (T. VIII. p. 137. dell' ediz. di Modena in 4°.) „*Galileo* fu il primo inoltre a os„servar due stelle intorno a Saturno, e vedutele poi dile„guarsi, ardì di pronosticare il loro ritorno; e vide la sua „predizione avverata, e aprì in tal modo la strada a cono„scere l'anulo di quel pianeta e a scoprirne le variazioni." E di ciò basti.

G. Bianchi.

Anzeigen von Büchern.

1.

Théorie du mouvement de la Lune par *Plana*, astronome royal et directeur de l'observatoire. Turin 1832. 3 Theile. in 4to. (Milano bei *L. Dumoulard und Sohn.*) 150 Francs.

Die französische Academie hatte auf *Laplace's* Antrag, bekanntlich einen Preis auf die vollständige, und rein theoretische Bestimmung des Mondlaufes gesetzt, d. h. auf eine solche Bestimmung, bei der nichts als Kenntnifs der Elemente der elliptischen Bewegung zu einer bestimmten Periode vorausgesetzt wird. Zwei Preisschriften wurden 1820 gekrönt, die eine von *Damoiseau*, die andere von *Plana* und *Carlini*. Diese letztere ist noch nicht bekannt gemacht, aber *Plana* entwickelt in dem vorstehenden Werke die früher von ihm und *Carlini* gebrauchten Methoden.

2.

Mémoire sur le mouvement de la lune autour de la Terre; par M. *Poisson*. Lu à l'Académie, le 17 Juin 1833.

Besonderer Abdruck aus den Memoiren der Pariser Academie. Herr *Poisson* erklärt in der Einleitung zu seiner Abhandlung, dafs er eine Vereinfachung der rein theoretischen Auflösungen der Herren *Damoiseau* und *Plana* beabsichtige.

„Presentar cette solution sous un nouveau point de vue, „qui la rende plus simple et plus facile, est, en effet, le but „que je me suis proposé dans ce Mémoire. J'adopte d'abord „l'idée des deux géomètres italiens, d'exprimer les coefficients „des inégalités lunaires, en fonctions explicites des données de „la question, qui pourront rester indéterminées dans la solution „analytique. Mais je propose d'exprimer directement les trois „coordonnées de la lune, c'est à dire, sa longitude vraie, sa „latitude, et son rayon vecteur, en fonctions du Temps, „comme on le fait à l'égard des planètes, et comme M. *Lub„bock* a déjà entrepris de l'effectuer pour la lune dans les der„niers volumes des Transactions philosophiques et dans un „écrit particulier. Je propose en outre de remplacer les équa„tions différentielles relatives à ces trois coordonnées, par celles „d'où dépendant les six éléments elliptiques devenues variables, „ou, autrement dit, d'employer dans le problème du mouve„ment de la lune, la méthode de la *variation des constantes „arbitraires*, dont j'ai précédemment montré l'usage dans la „question du mouvement de la terre autour de son centre de „gravité, et que l'on peut regarder, à juste titre, comme la „plus générale et la plus féconde que les géomètres aient ima„ginée. J'explique dans mon Mémoire, les avantages de ce „double changement dans les méthodes ordinaires; après quoi „j'examine successivement tous les points principaux du mouve„ment de la lune; et je montre, par des exemples choisis, comment „on pourra appliquer à ce mouvement les formules connues de „la variation des constantes arbitraires. A cette occasion j'ai „été conduit à m'occuper de nouveau du théorème sur l'invarie„bilité des grands axes et des moyens mouvements, que j'ai „démontré, il y a vingt-cinq ans, en ayant égard aux carrés, „et aux produits des forces perturbatrices. J'espère que les géo„mètres ne verront pas sans intérêt les développements que j'ai „ajoutés à cette importante proposition, et l'application spéciale „que j'en ai faite au mouvement de la lune. Il était intéressant „de savoir si ce théorème est une proposition rigoureuse, ou „s'il a lieu seulement dans les premières approximations, or je „suis parvenu à faire voir qu'au delà d'un certain terme, l'ex„pression du grand axe renferme des inégalités séculaires, mais „que ces inégalités n'acquièrent jamais de petits diviseurs, et, „conséquemment, n'augmentant pas par l'intégration, comme „celles des autres élémens elliptiques."

Herr *Poisson* zeigt ferner, dafs keine Gleichung von langer Periode, wie sie durch *Flamsteads*, *Bradleys* und *Maskelynes* Beobachtungen angedeutet zu werden scheint, in Mondstafeln vorkommen darf, die allein auf Theorie gegründet sind. Bey einer Gleichung von 179 Jahren, die *Burkhardt* in seinen Tafeln eingeführt, und deren Coefficienten er aus Beobachtungen = 12″,5 bestimmt hat, findet Herr *Poisson* diesen Coefficienten durch die Theorie nicht einmal = 0″,001.

Endlich berührt Herr *Poisson* die bekannten verschiedenen Bestimmungen der Jupiters-Masse, und erwähnt der Elongations-Beobachtungen des Herrn *Airy*, durch welche *Newtons* Bestimmung mit der aus den Störungen der kleinen Planeten, und des *Enckes*chen Cometen folgenden nahe vereinigt wird. Wir haben in dieser Hinsicht bald eine noch schärfere Bestimmung von *Bessel* zu erwarten, der mit seinem vortreflichen Heliometer eine bedeutende Menge Elongationsbeobachtungen gemacht hat. *Bessels* Pendelbeobachtungen, die Sonnenparallaxe aus den Mondsstörungen abgeleitet, die beobachteten Werthe der Ebbe und Fluth des Meeres und der Atmosphäre führen Herrn *Poisson* zu dem Schlusse,

Digitized by Google

— que le pouvoir attractif qui émane de la terre, du soleil, de la lune, est certainement le même sur l'eau, sur l'air, et sur les corps solides de la matière le plus variée.

Er dehnt diesen Schluſs, durch Induction, auf die gegenseitige Einwirkung der Planeten aus, was auch die unbekannten Stoffe seyn mögen, aus denen sie zusammengesetzt sind.

3.

Supplement to Dr. *Bradleys* Miscellaneous Works: with an account of *Harriot's* astronomical papers. Oxford at the University Press 1833. 4to (70 Seiten und 5 Facsimiles in Steindrücken).

Dies ist ein Supplement zu dem wichtigen Werke,

Miscellaneous Works and correspondence of the Rev. *James Bradley*. Oxford at the University Press 1832.

auf das ich bald zurückkommen werde. Dr. *Rigaud*, der Herausgeber beider Werke, hatte p. 522 der Miscellaneous works erklärt, daſs man sich nicht auf die durch Herrn *v. Zach* verbreitete Nachricht über die *Harriot*schen Papiere verlassen dürfe. Er glaubte, vorzüglich da Herr *v. Zach* seitdem gestorben ist und sich nicht mehr selbst vertheidigen kann, einen strengeren Beweis seiner Behauptung den Astronomen schuldig zu seyn, und zeigt jetzt durch detaillirte Nachrichten über die von Herrn *v. Zach* 1794 nach Oxford gesandten Papiere, daſs diese Papiere keine Materialien für eine neue Ausgabe von *Harriots* Werken lieferten, was, wie man sich erinnern muſs, die ursprüngliche und eigentliche Absicht bei der Uebersendung war; und daſs, wenn man mit dieser unvollkommenen Auswahl eine neue Ausgabe hätte unternehmen wollen, viel würklich interessantes, was nicht mitgetheilt wer, nothwendigerweise übergangen wäre.

Herr Dr. *Rigaud* hat bei dieser Gelegenheit ohne es zu wissen einen Wunsch des Herrn Dr. *Olbers* erfüllt. Dieser groſse Astronom schrieb mir, als er mir *Bradleys* Miscell. works übersendte, folgende Anmerkung zu derselben 522sten Seite, die Herrn *Rigauds* Supplement veranlaſst hat.

zu p. 522 von *Bradleys* Miscellaneous Works.

„Ich hätte doch gewünscht, daſs Hr. *R.* das Papier, welches *Harriots* erste Beobachtung der Sonnenflecken enthält, wenn auch nicht in einem Facsimile mitgetheilt, doch mit diplomatischer Genauigkeit beschrieben, und abgeschrieben hätte. Es scheint wirklich, daſs *Harriot* einige Ansprüche darauf hat, die Sonnenflecken nicht blos vor sich, sondern auch vielleicht zuerst entdeckt zu haben. Mit Gewiſsheit läſst sich dies nicht beurtheilen, da *Joh. Fabricius* das eigentliche Datum seiner Entdeckung nicht angiebt, und bey ihm und *Galilei* die Zeit derselben, die wenigstens nicht weit über den 8. Dec. 1610 hinaus gehen kann, nur aus etwas ungewissen Angaben gefolgert werden muſs.

Entbehrlicher ist *Harriots* Papier über seine erste Beobachtung der Jupiters-Trabanten. Wir wissen nun aus *Robertsons* authentischer Nachricht (*Schumacher's* Ast. Nachr. 1 Bd. p. 203 sq.) daſs *Harriot* diese Trabanten zuerst am 17. Octbr. 1610 sahe, wo er längst von *Galilei's* Entdeckung unterrichtet seyn muſste. Wenn man von seiner Jan. 16. St. V. 1610 datirten Beobachtung das Gegentheil hat schlieſsen wollen, so bedachte man nicht, daſs die Engländer im gemeinen Leben das neue Jahr erst mit dem 25sten März anfingen, und also dieser 16te Jan. St. V. 1610 nach gewöhnlicher Art zu rechnen der 16te Jan. 1611 St. V. ist.

Bey dieser Gelegenheit bemerke ich noch, daſs *Peiresc* in den beyden 1622 an *Camden* geschriebenen Briefen die Entdeckung der Fernröhre gar nicht bezweifelt. Wie konnte er auch? da wir aus *Gassendis* Lebensbeschreibung ganz zuverlässig wissen, daſs er schon 1610 Fernröhre in Menge besaſs und gebrauchte, und noch ein Jahr vor diesen Briefen 1621 ein in Paris verfertigtes Fernrohr zum Geschenk nach Italien geschickt hatte. *Peiresc* kann nur nicht glauben, daſs *Drebbel* solche Fernröhre verfertigt habe, oder verfertigen könne, mit denen man eine Schrift in einer mehr als eine Meile groſsen Entfernung lesen könne. Und diesen seinen Unglauben wird doch wohl jeder Sachverständige sehr gegründet finden, wenn man nemlich Meilen und Buchstaben von gewöhnlicher Gröſse versteht. *Kepler* (Epham. novae 1617. p. 17) sagt bey Gelegenheit des noch mehr übertriebenen, was *Adrian Metius* von den Fernröhren seines Bruders erzählt, oder fürs Künftige hofft: „Quod *Metius* inventor Telescopii pollicetur instrumentum, quo literas ex intervallo trium miliarium legare possis, id pulchrum ausu, impossibile facto puto. Non vidit homo, aut non percepit demonstrationes a me proditas — — Lego tamen et ipse literas ex intervallo trium miliarium, sed inscriptas Horologii circulo, pedales et cubitales exsistentes; nec, nisi Diis faventibus, Junone et Phoebo."

Das Facsimile von *Harriots* erster Beobachtung der Sonnenflecken war nämlich auf der 3ten Steindrucktafel gegeben, und die zweite Tafel enthält ein Facsimile seiner ersten Beobachtung der Jupiterstrabanten, am 17ten October 1610. — Am 16ten Januar 1610 hat *Harriot* wie Herr *Rigaud* in der Note G ausführlich zeigt, gar keine Beobachtung der Trabanten gemacht, aber wohl *Galileis* Beobachtungen um diese Zeit, in eine Tafel gebracht, wodurch Herrn *v. Zachs* Irrthum wahrscheinlich veranlaſst ward.

Die Geschichte der *Harriot*schen Papiere erzählt Herr *Rigaud* folgendermaaſsen. Herr *v. Zach* fand sie 1784 bei dem Lord *Egremont*, und machte seinen Fund sogleich öffentlich bekannt, wobei er seine Absicht erklärte eine neue Ausgabe von *Harriots* Werken zu geben. 1786 wandte er sich an die Universität in Oxford, und bat sie den Druck zu übernehmen. Das ward augenblicklich bewilligt. Im April desselben Jahres wandte er sich an den Vorsteher der Presse, und detaillirte seinen Plan. Der erste Theil sollte ein von ihm geschriebenes Leben *Harriots* und die Originalbeobachtungen der Cometen von 1607, u. 1618 enthalten. Bei dem Empfange dieser Specification, ward sogleich ein Befehl gegeben, daſs der Druck anfangen solle sobald der Herausgeber fertig seyn würde; es ist aber nicht bekannt, daſs Herr *v. Zach* irgend einen Schritt weiter in dieser Sache gethan hätte. 1793 lieſs er die Beobachtungen der Cometen von 1607 und 1618 in den Supplementen zu *Bode's*

Digitized by Google

Jahrbüchern abdrucken. 1794 sandte er ohngefähr $\frac{1}{3}$ aller *Harriot*schen Papiere nach Oxford ohne etwas von seiner versprochenen Arbeit beizufügen.

Die Vorsteher der Presse in Oxford hatten also jetzt nicht mehr mit einem Herausgeber zu thun, dem sie Beistand bei der Herausgabe seines Werks versprochen hatten, sondern was sie mit den Papieren vornehmen wollten, ging ganz auf ihre eigene Verantwortlichkeit. Sie wandten sich also, um ein Urtheil über die ihnen gesandten Papiere zu erhalten, an Dr. *Robertson*, der nach genommener Durchsicht von der Bekanntmachung abrieth, worauf die erhaltenen Papiere 1799 dem Lord *Egremont* zurückgesandt wurden, und noch jetzt auf seinem Landsitze Petworth sind. Der bei weitem gröfsere Theil der *Harriot*schen Papiere ($\frac{7}{8}$ des Ganzen) ist nie nach Oxford gekommen, und blieb bis 1810 in Lord *Egremonts* House in London. 1810 schenkte Lord *Egremont* diesen Theil dem brittischen Museum. Diese Papiere hat Herr *Rigaud* bei Besuchen in London nicht so genau durchsehen können, wie die früher nach Oxford gesandten, welche Lord *Egremont* ihm wiederum mitgetheilt hat, indessen hat er doch in den Papieren im brittischen Museum einige wichtige Documente gefunden.

Herr *Rigaud* berichtet darauf im Detail über *Harriots* astronomische Papiere, die sich auf 5 Gegenstände beziehen:

I) auf *Halley's* Cometen.
II) auf den Mond.
III) auf die Jupiterstrabanten.
IV) auf die Sonnenflecken.
V) auf den Cometen von 1618.

Wegen I) und V) verweiset er gröfstentheils auf *Bradley's* Misc. Worke. In Bezug auf II) bemerkt er, dafs eine Mondsbeobachtung vom Jahre 1609 vorkommt. Die Zeichnungen sind sehr roh. *Harriot* hat sich auch damit beschäftigt die Augenblicke der Dichotomie zu bestimmen. Es sind zwei Karten des Vollmonds dabei.

III) Vierzehn halbe Bogen pro patrie enthalten die von ihm beobachteten Configurationen der Trabanten. Man erhält durch dies Facsimile der ersten Beobachtung einen deutlichen Begriff von diesen Papieren. Es kommt bei diesen Beobachtungen ein merkwürdiger Brief von Sir *William Lower* an *Harriot* aus den Papieren im Brittischen Museum vor.

IV) Es finden sich auf 73 halben Bogen pro patria 200 Beobachtungen von Sonnenflecken, von denen Herr *Rigaud* auf zwei Tafeln Facsimiles giebt.

Ueber Solstizien, Aequinoctien, Länge des Jahrs kommen viele Berechnungen vor, denen Data zum Grunde liegen, die sich in den Schriften früherer Astronomen finden, aber Herr *Rigaud* hat keine einzige *Harriot*sche Beobachtung finden können, die damit in Verbindung stände

Ueber Refraction ist nichts in den Petworthschen Papieren. Weder in diesen noch in den im Brittischen Museum verwahrten hat Herr *Rigaud* eine Spur finden können, dafs *Harriot* die Abweichung der Magnetnadel beobachtet habe.

Herr *Rigaud* kommt dann auf die Replik des Herrn *v. Zach* gegen Dr. *Robertson*, und zeigt dabei, dafs das Fragment des Briefes den Herr *v. Zach* dem Grafen von Northumberland zuschreibt, das Fragment eines Briefes ist den Herr *Rigaud* ganz in Händen hat, und der von Sir *Will. Lower* an *Harriot* geschrieben ist. Herr *v. Zachs* Fragment bricht bei den Worten ab:

> his (*Kepler's*) elliptical iter planetarum for me thinkes it shewes a way to the solving of the unknown walkes of comete. For as his ellipsis in the Earths motion is more a circle. —

Herr *Rigauds* vollständiger Brief geht weiter, —

> — & in mers is more longe & in some of the other planete may be longer egaine so in thos Commets that eppeare fixed the ellipsis may be neere e right line.

Sir *William Lowers* Name verdient allerdings der Vergessenheit entrissen zu werden.

Der übrige Theil des Werks bis zu Ende enthält Herrn *Rigauds* Widerlegung der *Zach*schen Replik. Er erwähnt darin noch der 16 halben Bogen über Algebra, welche Herr *v. Zach* ausgesucht hatte. Von dem einen ist ein Fac-Simile auf Tafel V gegeben. Er enthält die Auflösung biquadratischer Gleichungen, und zeigt, dafs *Harriot* negative Wurzeln gebraucht hat. Unter den Wurzeln kommen $= -7$, $1 + \sqrt{-32}$, $1 - \sqrt{-32}$ vor.

Es scheint dafs Herr *Rigaud* seine Behauptung, dafs der Theil der *Harriot*schen Papiere, welche Herr *v. Zach* nach Oxford sandte sich zu keiner vollständigen Bekanntmachung qualificirte, vollkommen erwiesen hat. Ich darf vielleicht den Wunsch hinzusetzen, dafs ein in London lebender Gelehrter uns einen eben so vortreflichen Bericht über die sieben Achtel der *Harriot*schen Papiere, welche im Brittischen Museum verwahrt werden, geben möge, als Herr *Rigaud* ihn in diesem Supplement, und in *Bradleys* works, über das eine Achtel gegeben hat, welches nach Oxford kam.

Von *Bradley* selbst kommt verhältnifsmäfsig wenig vor. Es wird von pag. 3 bis 16 Bericht über die Rechnungen erstattet, welche er gemacht hatte, um seine Formel für Refraction zu finden. Herr *Rigaud* fand auf der Greenwicher Sternwarte ein Brouillon von ihm in das er allerhand Notizen zu schreiben pflegte, und in dem er auch rechnete. Das Buch enthält auch die Rechnungen die er für seine Formeln gemacht hatte, und von denen wir durch ein Facsimile auf der ersten Tafel einen deutlichen Begriff erhalten.

Ueber seine Thermometer kommen p. 14 noch einige Notizen vor. Herr *Rigaud* zeigt, dafs er bei Berechnung der Refraction bis gegen Ende 1750 das äufsere Thermometer allein gebraucht hat. Wichtig ist folgende Bemerkung.

When Dr. *Horrowby* published the Greenwich observations, he introduced two separate columns into each page for the quadrant, and inserted in them the heigths of the thermometers within and without. The manner, as will be presently explained, in which the entries were originally made was somewhat

Digitized by Google

different; and to accommodate the text to the alteration, he has varied the arrangement of a notice which occurs in 1750. This in itself would hardly be worth mentioning, if he had not made a little oversight in reading the numbers which it contains. Between the 21 st and 24th of October, *Bradley* has entered the following memorandum in the north quadrant book:

„The thermometer here noted was made by M. *Sisson*.
„Oct. 22 I immersed it in snow, and found the mercury sunk
„only to 33—, or 33, so that it stands near 1° too high.
„That made by *Bowley* sunk exactly at the same time and
„place to 32. Subtract 1° from *Sisson's* to have the true
„number."

This was originally

„33—, or 32½, so that it stands near ½° too high;"

but 32 has been evidently altered to 33, and the fraction ½ has been scratched out, although imperfectly. Now *Bradley's* own description is very clear. The mercury sunk a little below 33, and he at first thought that the heights which it indicated might be considered at 0°,75 too great; but he afterwards saw reason to think that the depression below 33 did not amount even to 0°,25; as it seemed not worth while to take so small a difference into account, he was induced to call the reduction an even quantity of 1°. On the other hand,

33 —, or [33½],

as it stands in the pointed text, will infer a doubt to the extent of more than 0°,5, which could hardly have occurred to so careful an observer. Accordingly Mr. *Bessel* very justly concludes, that the thermometer, „temperaturum nivis liquentis in 33°,25 indicavit," whereas the 33° was the very utmost hight for *Bradley's* thermometer out of doors; and there appears to have been neither excess nor deficiency in that which he kept within.

4.

Notices of the elliptic orbits of ξ Bootis, and η Coronae; with a second approximation to the Orbit of γ Virginis, by Sir *J. F. W. Herschel*. London 1833. 4to (9 Seiten) aus dem 6ten Bande der Memoirs of the R. A. S. besonders abgedruckt.

Die von Herrn *Herschel* berechnete Bahn von ξ Bootis zeichnet sich sowohl durch die grofse Excentricität als auch durch den Umstand aus, dafs die Umlaufszeit (117 Jahre) ein fehlendes Zwischenglied zwischen den kurzen Perioden von η Cor. ξ Urs. u. s. w. und den langen von Castor, σ Cor. u. s. w. ausfüllt. Sie ist auch die Bahn, welche von allen bis jetzt berechneten am schiefsten gegen die Gesichtslinie liegt.

Die Messungen von γ Virginis, welche Herr *Herschel* in diesem Jahre (1833) machte, weichen beträchtlich von der Ephemeride im Supplement zum Naut. Alm. 1833 ab, und veranlafsten ihn eine Bahnberechnung aus allen jetzt vorhandenen Beobachtungen (mit Ausschlufs der Messungen des Staatsraths *v. Struve*, welche Herr *Herschel* nicht mit den andern Beobachtungen vereinigen konnte) zu unternehmen, mit der die Beobachtungen gut stimmen.

Die Bahn von η Coronae nähert sich mehr der Kreisform, als irgend eine der bisher berechneten. Die Bahn liegt so, dafs wir die grofse Axe unverkürzt sehen.

5.

Fifth Series of Observations with a Twenty-feet Reflector; containing the places, descriptions, and measures of 2007 Double Stars (reduced to the beginning of 1830) of which 1304 have not been previously described. By Sir *J. F. W. Herschel*. London 1833. 4to. (81 Seiten) aus dem 6ten Bande der Memoirs of the R. A. S. besonders abgedruckt.

Die Beobachtungen welche diesem Cataloge zum Grunde liegen sind aus 1830 und 1831. Herr *Herschel* glaubt bei diesem Verzeichnisse welches nicht allein mehr Doppelsterne als irgend eines seiner früheren enthält, sondern auch mehr von solchen Doppelsternen, die sich durch ihre kleine Entfernung (von 1½" bis ½") oder durch die aufserordentliche Lichtschwäche des einen Sterns auszeichnen, der Frage begegnen zu müssen, ob er sich durch irgend eine optische Täuschung hätte verleiten lassen, und wie es möglich gewesen sey, mit so mäfsigen Vergröfserungen, als die welche er bei diesen Beobachtungen mit seinem 20füfsigen Reflector gebraucht hat (180, 240, 320, sehr selten 480), diese Sterne zu trennen?

Dem ersten Einwurf begegnet er durch die Uebereinstimmung seiner Beobachtungen mit denen des Herrn Staatsraths *v. Struve*, welche ohne vorhergehende Mittheilung und ohne dafs ein Beobachter die Resultate des andern kannte, gemacht, doch in den schwierigsten Fällen eine sehr nahe Uebereinstimmung gegeben haben. Er gesteht dafs der Reflector mitunter doppelte Bilder von einfachen Sternen geben könne, aber theils lassen sich diese doppelten Bilder jedesmal mit Gewifsheit erkennen, theils wäre es, wenn ein nicht geübter Beobachter auch dadurch getäuscht würde, nicht wohl möglich, dafs diese illusorischen Bilder immer dieselbe Winkellage gegen das wahre Bild bei verschiedenen unabhängigen Beobachtern annähmen. Er führt dann die Uebereinstimmung seiner Positionswinkel schwieriger Sterne die noch nicht gegeben waren, und die er deshalb Herrn *v. Struve* mittheilte, mit den in Dorpat beobachteten an, welche in der Antwort gegeben wurden.

Als Gegenstände die einer besonderen Beachtung werth sind, führt Herr *Herschel* unter andern ι Ursae an, bei dem er einen schwachen Begleiter 13r Gröfse (Entfernung etwa 14") entdeckt hat, den weder sein Vater, noch *Struve* gesehen haben. Solche Sterne sind auch α² Cancri, α² Capricorni, β Aquarii, γ Hydrae, κ Gemin. u. a. Herr *Herschel* meint, dafs diese kleinen Sterne möglicherweise mit reflectirtem Lichte leuchten könnten, eine Aeufserung die, soviel ich weifs, zum ersten male hier aus dem Munde eines grofsen Astronomen kommend, die Möglichkeit der Fixsterntrabanten meines Vorgängers auf der Mannheimer Sternwarte *Christian Mayer*, einräumt. Mit Recht bemerkt Herr *Herschel* noch bei dieser Gelegenheit, dafs man niemals die Untersuchung eines Gegenstandes aus dem Grunde aufgeben müsse, weil dieser Gegenstand schon oft mit den besten Fernröhren betrachtet sey.

Digitized by Google

In der Verbindung der Doppelsterne mit Nebelflecken findet er einen Umstand von hohem physischen Interesse, und sieht darin einen Schritt weiter, um sich der Kenntnifs der geheimnifsvollen Natur der Nebelflecke zu nähern. Er führt bei dieser Gelegenheit den Doppelstern Nr. 2827 an (AR. 18h 7′, Polardistanz 109° 55′). Dieser Doppelstern wird von zwei ganz beträchtlichen Sternen der 9ten und 10ten Gröfse gebildet, die nicht weniger als 15″ auseinander sind. Sie stehen sehr nahe in den Brennpuncten des elliptischen Umrisses eines Nebelflecks, der recht hell, und dessen gröfsere Axe ungefähr 50″ ist. Herr *Herschel* führt noch einige Beispiele von ähnlichen Verbindungen der Doppelsterne mit Nebelflecken an, und meint diese Verbindung dürfe nicht blofs dem Zufalle zugeschrieben werden.

Von farbigen Sternen kommen viele in diesem Verzeichnisse vor. Herr *Herschel* macht auf folgende aufmerksam:

		AR.	Poldist.	Entfern.	
		h	°	″	
(9, 9)	h 2244	4 47′	20 53′	100″	beide Sterne sehr roth.
(9, 9. 10)	Σ 1459	10 30	50 44	10	beide Sterne gelb.
(6, 9)	Sh. 190	14 48	110 39	15	einer gelb, einer orange.
(9, 10, 13)	h 2772	15 10	44 31	10	beide röthlich

Alle diese gehören zu den verhältnifsmäfsig seltenen Fällen wo nebeneinanderstehende Sterne nach derselben Richtung von *Weifs* abweichen. Die Abweichung ist aber in allen Fällen gegen das rothe Ende des Spectrums, und Herr *Herschel* kann sich aus seiner eigenen, jetzt so sehr erweiterten Erfahrung keines Falles erinnern, wo ein Stern (der nicht in der unmittelbaren Nachbarschaft eines gröfsern rothen, orangefarbenen oder gelben steht) die leichteste Vermuthung erregt hätte, dafs seine Färbung sich zu Grün oder Blau neige. Herrn *Herschel* erscheinen alle Sterne weifs, deren Farbe sich nicht gegen gelb oder roth neigt, — vorausgesetzt dafs keine Lampe oder brennendes Licht in der Nähe sey.

Herr *Herschel* räumt es ein, dafs in Spiegeltelescopen die Farbe des Metalls, welches als eine Zusammensetzung wobei Kupfer vorkommt, nie ganz weifs ist, den rothen und gelben Strahlen ein kleines Uebergewicht gebe. Aber dieses Uebergewicht ist bei nicht angelaufenen Spiegeln nie so grofs als das Uebergewicht welche den grünen Strahlen in Achromaten durch die Farbe des Crownglases gegeben wird *). Es scheint ihm deswegen sehr wahrscheinlich, dafs wenn ein Doppelstern aus zwei Sternen zusammengesetzt ist, bei denen die entgegengesetzten Enden des Spectrums vorherrschen, der blaue oder grüne Stern nur das Ansehen dieser Farbe, durch den Contrast mit dem röthlichen in seiner Nachbarschaft erhält.

Als Prüfungsobjecte am Himmel um zugleich das Licht und die Präcision eines Fernrohrs unter starken Vergröfserungen auf die Probe zu stellen, schlägt Herr *Herschel* folgende vor, die sich leicht auffinden lassen, ohne dafs dabei eine Verwechselung eintreten könnte:

1) den kleinen Doppelstern h 2948 bei β^1 und β^2 Capricorni (AR. 20h 11′, Polardistanz 103° 19′. Er bildet ein stumpfwinklichtes Dreieck mit β^1 und β^2 Capricorni. Position von $\beta^1 = 63°,4$, von $\beta^2 = 296°,0$. Dem einen Stern giebt Herr *Herschel* die 17te dem andern die 18te Gröfse. Entfernung 3″.
2) Den kleinen Doppelstern h 3023 bei β Equulei AR. 21h 14′. Polardistanz 83° 54′. Der eine von den beiden Begleitern ist doppelt, Entfernung 2″. Der eine Stern 14ter, der andere 15ter Gröfse.

Ein Fernrohr welches den Doppelstern bei β Capricorni deutlich als solchen zeigt, fügt Herr *Herschel* hinzu, ist zu den schwierigsten Untersuchungen geeignet, die ein gewöhnlicher Beobachter ihm aufzulegen kann, und kein Fernrohr wird die Trabanten des Uranus (wenigstens bei seiner niedrigen Stellung in der Ecliptik) zeigen, welche diese Prüfung nicht besteht.

Herr *Herschel* bemerkt schliefslich dafs die Schätzung der Gröfsen in diesem Cataloge unbestimmter und schwankender als bei den vorigen Verzeichnissen ist, und dafs man, wann die jetzigen Gröfsen wesentlich von den früheren unterschieden sind, sich an die früheren zu halten habe. Bis zur 10ten Gröfse glaubt Herr *Herschel* jetzt die Sterne ebenso wie früher zu schätzen, aber für kleinere Sterne ist er eine Classe hinauf gekommen. Den Stern, den er früher von 12ter Gröfse schätzte, würde er jetzt von 11ter schätzen.

Vieles was er noch über Spiegeltelescope zu sagen hat, verspart er für eine eigene Abhandlung.

*) In den späteren Fraunhoferschen Fernröhren ist das Crownglas ohne alle grüne Färbung, auch zeichnen sie sich durch die Weifse der Bilder aus.

S.

Wahrnehmungen beim Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturnringes 1833.

Mittl. Brest. Zeit.	Vergrofserung.	
		April 21. 4füfs. Fraunh., 37 Linien Oeffnung.
8h	64	Der Ring des Saturn zeigte sich als eine äufserst feine Linie, bey dieser Vergröfserung aber kaum zu bemerken.
	96	Besser und deutlicher.
	144	Am besten, denn
	216	zeigte den Ring nicht mehr scharf genug begränzt.
		Anm. Bey den drei stärksten Vergröfserungen zeigte sich der Ringschatten ziemlich deutlich.

Mittl. Brst. Zt.	Vergrofs.	
		4½füfs. Fraunhofer, 43 Linien Oeffnung.
h 8 30		Hier zeigte sich, wie noch bey keiner früheren Gelegenheit dasselbe bedeutende Ueberlegenheit über den vorigen kleineren Fraunhofer.
	48	Zeigte schon den Ring mit Präcision.
	72	Schon besser, so wie auch den Ringschatten.
	108	Alles noch deutlicher, so wie die 4 etwas hellern Stellen der Ansen, wo die Gesichtslinien von der Erde Tangenten der inneren Ringränder sind.

Digitized by Google

9h 0′ 162 zeigte solches alles am deutlichsten; die westliche Ansa etwas heller; einen äufserst schmalen hellen Streifen mitten über der Saturnsscheibe als Lichtverstärkung durch den Ring; auch westwärts von letzterem aufser dem sehr deutlichen (VI) *Bessel*schen Trabanten noch zwei kleine innere. Es waren aber schlechterdings keine auffallend sich auszeichnende Punkte am Ringe zu gewahren, an welchem man eine Rotation desselben, oder das Gegentheil zu bemerken würde hoffen können.

243 wies zwar die kleineren Trabanten, den Ringschatten und besonders die helle Ring-Projection auf der Saturns-Scheibe noch deutlicher (besonders das Ocular, welches eigentlich zum 4füfs. Fraunhofer gehört hat) allein die Ansen weit weniger gut begränzt.

April 22. 4füfsiger Fraunhofer.

12 96 Zwischen Wolkenspalten erblickte man vom Saturnringe nur noch eine sehr schwache Spur.

144 Letzterer erschien etwas deutlicher, aber doch äufserst schmal.

April 23.

Der Himmel blieb völlig bewölkt.

April 24. 4füfs. Fraunh., forthin ausschliefsl.

10 30 162 Dreimal zwischen engen Wolkenspalten blickte Saturn hervor. Vom Ringe erschien in diesen Momenten nur eine Andeutung, eine ungemein feine Linie ohne ausgezeichnete Puncte, abwechselnd ostwärts und westwärts wie ein scharf begränzter aber ganz feiner Strahl aufschiefsend.

11 Der Himmel hüllte sich wieder in ganz dichte Wolken.

April 25.

12 162 Als plötzlich, fast nicht mehr vermuthet, der Himmel sich wieder aufgehellt hatte, zeigte sich am Saturn noch der Ring auf beiden Seiten als eine sehr feine und haarscharfe Linie, von der Saturnscheibe an in die feinsten Spitzen auslaufend, ohne Unterbrechung, Absätze oder besonders helle Punkte. Wegen des blendenden Lichts der Planetenscheibe, auf welcher auch der Ringschatten sehr deutlich; so wie auch eine schwache Spur des Ringlichtes wahrzunehmen war, zeigten sich die Ansen am deutlichsten gleich beym ersten Blick ins Fernrohr, und zwar bey jeder Wiederholung.

12 15 108 zeigte ebenfalls, fast mit gleicher Deutlichkeit, die beiden Ringspitzen, und, wie bey voriger Vergröfserung, auch ostwärts einen der kleineren Trabanten.

12 25 243 (Ocular vom 4füfs. Fraunh.) Die Scheibe erschien mit dem Schatten sehr deutlich, von den Ansen aber war keine Spur zu sehen.

12 30 162 zeigte, wieder aufgesetzt, den Ring mit grofser Präcision, wie vorher, ja fast noch deutlicher. Zuweilen erschien die westliche Anse etwas bemerkbarer. — Wolken.

April 26.

10 30 162 Bei gewaltigem Sturm heiterte sich der Himmel eine halbe Stunde lang völlig auf; der Sturm aber erschütterte das Fernrohr unaufhörlich, so dafs Saturn immer in demselben hin und her zitterte. Nur drei Mal war der Tubus für Augenblicke ruhig: und da zeigte sich denn auch noch eine äufserst schwache Spur von den Ansen des Ringes, der Schatten desselben aber ungemein deutlich.

10 45 162 Die östliche Anse glänzte in etwas matterem Lichte, aber ganz gleichförmig von der Scheibe bis zur Spitze; bey der westlichen Anse hingegen waren die äufsersten zwei Drittel etwas glänzender als das innere Drittel, welches wahrscheinlich wegen des Gegensatzes, fast gar nicht wahrgenommen werden konnte. Alles leider nur Wahrnehmungen des Augenblicks.

11h Dichtes Gewölk hinderte hierauf jede weitere genauere Untersuchung.

April 27.

10 30 } 162 } zeigten bey völlig aufgeheitertem Himmel, aber in
11 15 } 243 } der Nachbarschaft des Mondes, durchaus nicht
108 } die kleinste Spur vom Ringe mehr, wohl aber sehr deutlich den Ringschatten, und westwärts vom *Bessel*schen Trabanten noch einen der kleineren.

May 5.

10 45 162 Unter dem Ringschatten erschien auf der Saturnscheibe auch der Ring als eine äufserst zarte aber dunkele Linie. Auch war es zuweilen, als zeigte sich der südliche Rand des Ringschattens als eine feine Doppellinie.

11 — 243 zeigte dies alles ebenfalls; allein weniger scharf begränzt.

May 12.

12 15 162 Der Ring des Saturn zeigte sich auf der Scheibe als ein Streif, der weit dunklerer als der Schatten desselben ist.

May 30.

9 4 162 Beim Saturn zeigte sich der *Bessel*sche Trabant schon sehr deutlich, und mufste daher schon vor geraumer Zeit ausgetreten seyn. Oestlicher stand noch ein kleinerer Trabant. Der Ringschatten zeigte sich bey zunehmender Dunkelheit immer deutlicher, auch glaube ich eine Spur von der dunkelen Projection des Ringes selbst noch wahrgenommen zu haben.

Juny 10.

10 45 162 Saturn zeigte noch keine Spur vom Ringe.

Juni 11.

10 45 162 } Saturn zeigte auch heute noch keine Spur vom Ringe;
72 } die Ränder der Planetenscheibe waren jedoch nicht sehr scharf. Die obere Luft schien neblig zu werden.

Juni 12. Regen.

Juni 13.

10 30 162 Beym Saturn zeigte sich zuerst wieder eine ungemein schwache Spur vom Ringe, so schwach, dafs wahrscheinlich 24 Stunden früher, wenn der Himmel auch günstig gewesen wäre, sich noch nichts davon gezeigt haben kann. Der Ring erschien auf der linken (westlichen) Seite als ein äufserst schmaler, keinesweges scharf begränzter Streif, aber in ununterbrochener Linie bis zur Planetenscheibe. Auf der anderen (östlichen) Seite konnte man vom Ringe zunächst der Saturnscheibe nichts erspähen. Gegen das Ende hin erschien aber etwas davon in Form eines kleinen sehr länglichen Trabanten.

Juni 14 u. 15. Regen und trübe Witterung.

Juni 16.

10 45 162 Der Ring zeigte sich heute auf beiden Seiten des Saturn in zusammenhängender Linie, wenn auch nicht scharf, doch deutlich.

10 50 108 Der Ring war viel besser und schärfer zu sehen, aber nie mit der Präcision, wie im April beym Verschwinden. Die linke (westliche) Seite zeigte sich fortwährend in die Augen fallend schärfer und deutlicher als die andere Seite. Besonders helle Stellen des Ringes oder Punkte waren nicht wahrzunehmen.

Juni 17.

10 15 108 Der Ring zeigte sich noch deutlicher als gestern, westlich (links) immer heller als auf der anderen Seite, aber nie so scharf, als im April vor dem Verschwinden.

Breslau. Königl. Universitäts-Sternwarte.

v. Boguslawski.

Altona 1833. December 28.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 253.

Ueber das System westlicher Abweichungen der Magnetnadel in Asien.

Von *Georg v. Fuss.*

(Gelesen in der K. Akad. der Wissenschaften zu St. Petersburg den 13 September 1833.)

Zur Bestimmung der hier angesetzten magnetischen Abweichungen brauchte ich durchgehends eine kleine Boussole mit einer Nadel von 5—6 Zoll Länge, in deren Mitte eine Kapsel aus Carniol zum Aufsetzen auf eine Stahlspitze angebracht war. Dazu gehörte noch ein Stativ, das genau in die Fugen des Passageninstrumentstatives paßte und auf dem die Boussole zwey feste Lagen, um 180° verschieden, erhalten konnte. Die Ablesungen geschahen am Limbus des Stativs vom Passageninstrument von 15′ Theilung, hatten also bis auf 1′ Genauigkeit. Die Boussole erhielt durch die obenbeschriebene Einrichtung einen doppelten Collimationsfehler, den einen gab der gläserne Kasten, den anderen sein Stativ ab; die Richtung einer jeden der Nadelpole war daher wie immer durch vier Ablesungen angegeben.

Trotz der Kleinheit und Unvollkommenheit dieses Apparats hatte ich doch Gelegenheit an ihm eine Genauigkeit zu bemerken, die wirklich überraschend ist (ich bemerke hiebey, daß die Hauptsache beym Manipuliren darin besteht, daß man die Nadelspitzen vor jeder Ablesung mehreremal in den Meridian des Kastens einspielen lasse, oder sich stets von ihrer freyen Schwebung überzeuge). So erhielt ich während meines Aufenthalts zu Peeking folgende Resultate:

December 1830	Abw.	+ 1° 38′
May 1831	Abw.	+ 1 55
		+ 1 53
Juny 1831	Abw.	+ 1 48
		+ 1 47,5

Resultate, die verbunden mit den gleichzeitigen Beobachtungen über die Neigung der Magnetnadel, eine ganz richtige Ansicht von der Wirkung der monatlichen Bewegung des Magnetpols zu Peeking geben können, wie *Kupfer* im Bulletin scientifique Nr. 3 Jahr 1831 gezeigt hat. Die Beobachtungen der magnetischen Abweichung sind von mir zu drey verschiedenen Epochen angestellt worden, zuerst in den Jahren 1830 und 31 in der Mongoley und dann im Jahre 1832 in Südostsibirien. Sie mögen blos einen ungefähren Begriff von der Beschaffenheit des östlichen Asiatischen Declinations-Systems abgeben, da sie, verbunden mit *Ermans* Bestimmungen an der Lena, noch nicht auf dieselbe Epoche reducirt sind, oder keine Correctionen, weder der monatlichen noch der jährlichen und stündlichen Aenderungen wegen, erhalten haben. — Die ersteren können einen bedeutenden Einfluß üben, da sie sich z. B. in Peeking, vom December bis May auf 16′ belaufen, der Einfluß der andern ist von geringerem Belang, die stündliche Aenderung steigt in diesen Gegenden bis auf ± 3′.

Die Breiten der Oerter sind alle nach meinen Bestimmungen angesetzt, so wie einige der Längen, namentlich die von den Karauls Uststretensk und Mogoitu in Daurien und von Keedarinsk am Tschikosflusse, mit den darauf bezogenen Längen, so wie die in der Mongoley; die endliche Berechnung der absoluten Längen übriger Oerter ist durch Umstände bis jetzt verzögert worden.

Magnetische Abweichung in der Mongoley, Nord-China und Südost-Sibirien.

Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Abweich. + westl. − östl.	Epoche neuer Styl.
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Irkuzk	121 55 57	52 17 16,5	−1 25 22	1830. 6 Aug.
Stepnoja am Baykal	123 59 55,5	52 10 14,2	−1 8 26	1830. 24 Aug.
Chunsal	124 6 0	48 13 0	−1 6 0	1830. 23 Sept.
Urga	124 21 0	47 55 30	−1 16 3	1831. 4 Sept.
Chologur	127 45 0	45 59 42	+0 48 7	1830. 17 Oct.
Ergi	128 30 0	45 31 42	+1 7 5	1830. 23 Oct.
Baletzai	129 49 0	44 20 52	+0 58 6	1830. 30 Oct.
Sharabudneguna	130 52 0	43 13 30	+0 46 1	1830. 5 Nov.
Dshandsjakéu	131 37 0	40 49 15	+1 13 0	1830. 22 Nov.
Peeking	134 5 21	39 54 11	+1 38	1830. 30 Dec.
			+1 54	1831. 16 May bis 3 Jun.
			+1 48	1831. 14 Jun. bis 3 Jul.
Sendshi	128 4 6	44 44 40	+0 29 6	1831. 16 Aug.
Olon Obo	125 41 0	46 21 4	+0 1 7	1831. 27 Aug.
Troizkossansk	124 12 0	50 21 25	−0 2 7	1831. 6 Oct.
			−0 5 4	—— 15 ——
			+0 3 2	—— 21 ——
			±0 0 0	—— 26 ——

Digitized by Google

Magnetische Abweichung in Südost-Sibirien.

	Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Abweich. +westl. −östl.	Epoche neuer Styl.
		° ′ ″	° ′ ″	° ′	
	Werchneudinsk	125 24 46	51 49 40,7	−0 24,2	1832 6April
	Selenginsk	124 18 30	51 5 52,3	−1 12,8	—— 11Apr.
	Pogrommy (Sauerquelle)	128 25	52 30 12,8	−0 1,3	—— 16Apr.
	Tschita	130 56 27	52 1 15,3	+1 12,7	—— 20Apr.
	Nertschinsk (Stadt)	134 12 21	51 55 34	+2 52,9	—— 25Apr.
	Bgw. Nertschinsk	137 0 50	51 18 35,5	+4 6 26″	—— 4May
Argun.	Argunskog Ostrog	137 12 0	51 38 0	+3 44,0	—— 14May
Argun.	Ustj-Orow	138 18 0	52 7 30	+2 57,0	—— 18May
Argun.	Urjussina	137 19 0	52 48 0	+4 4,1	—— 21May
Amur	Uststretensk	139 15 27	53 19 43,3	+4 21,1	—— 24May
Amur	Umutna (Flufs)	140 10 30 ?	53 21 36	+3 40	—— 28May
Amur	5 Werst höher d. Oldoiflusses	140 48 22,5	53 29 50,4	+3 45,6	—— 29May
Schilka	5 Werst tiefer des Ljopinafl.	138 12 45,0	53 27 3,7	+3 27,1	—— 7Juny
Schilka	Gorbisa Fest.	136 51 30	53 6 3,8	+2 54,0	—— 11Juny
Schilka	Stretensk	135 22 27	52 14 45,4	+2 51,6	—— 17Juny
	Abasaitui	135 46 45	49 34 36,4	+2 53,9	—— 29Juny
	Altagan	135 5 9	50 28 21,9	+1 49,8	—— 30Juny
	Tschindant	133 19 58,5	50 34 18	+2 14,3	—— 2July
		133 20 0	50 34 18	+2 14,3	—— 2July
	Altansk	129 33 22,5	49 28 0	+0 47,7	—— 8July
	Mendschinskoy	126 16 45	49 25 52.5	+0 12,0	—— 15July
	Dschidinskoy	125 35 1,5	49 58 0	−0 11,5	—— 17July
	Charazaisk	122 12 4,5	50 28 51,0	−2 27,5	—— 28July
	Turka (warme Quellen)	125 47 31	52 56 46,4	−1 9,5	—— 15Aug.
	Küitung	127 48 0	54 14 42,4	−0 23,1	—— 20Aug.
	Tunka	120 42 0	51 45 5,2	−2 55,5	—— 8Sept.

Eine zufolge dieser Tabelle entworfene Karte leitete mich zu folgenden Resultaten:

1) Die Richtungen der Isogonen des westlichen asiatischen Systems folgen hauptsächlich denen der terrestrischen Meridiane.

2) Alle scheinen unter verschiedenen Breitengraden eine Wendung nach SSO. zu haben, nachdem sie vorher SSW. strichen, so fällt die Wendung der Linien −3°, −2° und −1° in die Breite 52°, die der Linien 0° und +1° in die Breite 42° und die von +2°+3°+4° nnd +3° sehr zusammenstimmend ebenfalls in die Breite 52°.

3) Nähern sich bey den gedachten Wendungen sämmtliche Isogonen einander, was besonders bey den letztbezeichneten der Fall ist, wo die Winkel der Wendungen am schärfsten werden und daher auch die Isogonen am bedeutendsten nach S. und N. hin divergiren, und wo

4) ein von der Isogone +4° eingeschlossenes System abnehmender Abweichungen unter dem von *Erman* berührten System zunehmender Declinationen sich unter 55° Breite gelagert hat. Wie weit sich dieses nach Süden erstreckt, ist unbekannt, vielleicht füllen südwärts hin mehrere solcher isolirter Systeme die Mitte des grofsen gegen Neuholland hin streichenden Systems ein.

Dasselbe geschlossene System scheint *Gmelin* durchschnitten zu haben, da er vor Krasnojarsk in westliche Abweichungen trat, in Nishneudinsk ein Maximum erreichte, dann nach einer Abnahme in Irkuzk, Selenginsk und Kjachta das 2te Maximum in Nertschinsk beobachtete.

Ob nun die Nulllinie des hier betrachteten Asiatischen Systems westlicher Abweichungen wirklich in sich zusammenläuft, oder sich mit der grofsen Europäisch-asiatischen Linie ohne Abweichung und in welcher Gestalt vereinigt, zu einem wahrscheinlichen Schlufs darüber können uns die, im Bereiche dieses Systems vorhandenen neueren und älteren Beobachtungen leiten.

Was den ersten Umstand anbetrifft, so scheinen mir erstlich die von mir beobachteten Wendungen der Isogonen unter 52° Breite darauf hinzudeuten. Zwischen den Parallelen von Jakuzk und Peeking betragen schon die Maxima der auf die Erdmeridiane senkrechten Ordinaten der Curven, durchgängig mehr als 5 Längengrade.

Von der andern Seite sehen wir ferner die Linie des Ochotskischen Meeres eine Wendung nach West unter 50° Breite machen und so dem westlichen Zweige wie entgegenkommen. Auch berechtigt uns zur Annahme einer Vereinigung der beyden Zweige die rückkehrende Gestaltung der Isogonen des westlichen Systems. Endlich, nähme man die Nullinien von Kjachta identisch mit der von Nishnij-Nowgorod an *), so müfste, da die Europäisch-asiatische Linie zwey grofse Systeme, das östliche des Asiatischen Continents und das westliche des Südoceans, trennt, ein gewisser Uebergang von einem westlichen Systeme ins andere stattfinden, ein Uebergang, der unnatürlich und schwer zu begreifen wäre.

Die oben angeführten Gründe wird noch stärker eine Zusammenstellung der um den Aequator zwischen den Meridianen 70—120° von Ferro, in der letzten Zeit angestellten Beobachtungen bestätigen, und gröfsere Einsicht in die Verhältnisse der beyden Asiatischen Systeme zu einander ertheilen.

Aus *Hansteen's* fragmentarischen Bemerkungen über die Veränderungen des Erdmagnetismus (siehe *Poggendorfs* Annalen Jahrg. 1831. 3tes Stück) fanden sich für 1830 folgende

*) d. h. liefse die vom Ochozker Meere als isolirten Zweig zum Südpole streichen.

Digitized by Google

Abweichungen im Indischen Meere und dem chinesischen Archipelagus.

Cap Guardafui	+ 6 20	Surabaja	— 0 17
Socotora	+ 4 20	Macao	— 5 40?
Goa	— 3 50	Manilla	— 0 7
Cap Gomorin	— 3 0	Waygion	— 1 44
Ceylon Punta de Calle	— 3 8	Bouro	— 0 52
Sumatra Achen Fort	— 3 7	Amboina	— 0 51
Batavia	— 0 42	Hafen Dory	— 1 36
		Pistart	— 10 54

Man ersieht daraus, dafs der Reisende hier dreymal Linien ohne Abweichung und scheinbar zwey Systeme berührt; doch sind es eigentlich drey abgesonderte für sich bestehende. Das erste ist das grofse westliche System des Südoceans, welches *Rümcker* im Jahre 1821 besuchte; er hielt sich in den hier betrachteten Gegenden fast beständig unter 37°—40° südlicher Breite und sah die Abweichung ungefähr bis zum Längengrade 150° von 30° an, ihrem Maximum, abnehmen, und hier in eine östliche übergehen. Das andere, ein östliches, ist dasselbe, welches vom Sibirischen Nordpol her herabstreicht, und das dritte gehört dem Ost-Oceane an. Die erste Berührung einer Linie von 0° geschieht zwischen Guardafui und Goa in der Länge 83° und Breite + 14°, dies ist die Linie, die vom Carpisee gerade südwärts herabstreicht; Goa, Gomorin, Punta de Calle und Achen Fort liegen fast in derselben Isogone von — 3°, nun streicht man bey Surabaja in Java zum zweyten Male an dieser Linie vorbey, um sie zu verlassen und bis Manilla hin wiederum das asiatische östliche System, nur hier einen schmalen Zweig desselben zu durchschneiden; wo hier das Maximum und wie grofs es ist, ist schwer zu bestimmen, da die beträchtliche Declination in Macao von fast — 6° *) einer zu grofs angenommenen jährlichen Aenderung zugeschrieben werden kann. Diese erwähnte Linie 0° bey Manilla ist nun die vereinigte von Kjachta und dem Ochotskischen Meere, und da die Vereinigung unter diesen Breiten schon geschehen ist, so tritt man aus ihr unmittelbar ins östliche System des Ost-Oceans wie die ferner angesetzten Oerter es anzeigen; die Linie aber streicht Neuholland zu, um sich wahrscheinlich in unbekannter Breite mit dem grofsen westlichen magnetischen Meridiane zu vereinigen. Durch diese Ansicht erhält das asiatische östliche System die Form einer offenen Lilie mit kurzem gebogenen Stengel, und ähnelt im Ganzen seiner Lage und äufsern Gestalt nach dem asiatischen Continente. Merkwürdig, dafs der Lage und inneren Form nach hier gerade ein entgegengesetzter Fall wie beym östlichen Systeme im Ost-Oceane, dessen *Erman* erwähnt, eintritt. Dort setzen diesem Systeme Gränzen zwey Isogonen der gröfsten Abweichung von — 10°, die sich kreuzen und ein dem Mittelpuncte zu abnehmendes System einschliefsen, hier sind die kreuzenden Linien von 0° Abweichung und begränzen ein System zum Pole hin zunehmender Abweichungen; die Richtung der spitzen Ecke der ersten geht nach Nord, die der anderen nach Süd.

Die eben geführte Untersuchung hat erwiesen, dafs 1) die Linie, die das System von Irkutzk, Nertschinsk und Pecking in sich schliefst, wirklich zusammenlaufe; und nachdem sie ihren Lauf nach Süden fortgesetzt, sich 2) mit der Europäisch-asiatischen Linie 0° in oder unter Neuholland vereinige. Eine Zusammenstellung älterer Beobachtungen wird Aufschlüsse über die Aenderungen der Formen des Systems und ihre damaligen Verhältnisse gegeneinander geben, auch überdem die Richtigkeit dieser Ansicht bekräftigen.

Gmelin fand 1735 zu Nertschinsk die Abweichung + 3°, ich fand sie 1832 eben so grofs; man ersieht aber leicht, dafs dies die Folge des Durchgangs zweier verschiedener Zweige der Isogone + 3° durch Nertschinsk ist; die Apertur dieser Zweige betrug damals wie jetzt 17°—20°, um so viel hatte sich also das System unter dieser Breite in 97 Jahren nach Osten bewegt; der Zweig, der jetzt durch Nertschinsk geht, mufs identisch mit dem, der vor so viel Jahren durch Nishnijudinsk ging, seyn.

Eine gleich grofse Progression zeigt *Hansteen* durch die Beobachtungen *la Peyrouse's* im Jahre 1787 an den Küsten Korea's, sie beträgt nähmlich für 43 Jahre weniger als 10°. Weit langsamer erscheint sie uns am Scheitel des Systems in den Breiten von Jakutzk.

Werfen wir nun rückwärts einen Blick auf den südlichsten Theil des Systems im chinesischen Archipelagus unterm Aequator in verschiedenen älteren Epochen.

Das Jahr 1800 stellt schon merkliche Anomalien dar. Man sieht die Linie vom Karpisee hart an den Küsten Hindostans, der Insel Ceylon und bey Sumatra streichen, dann geht sie durch Batavia und über Surabaja hinweg, und läuft südwärts hin zur Vereinigung mit der östlichen Linie.

(Liefse man sie durch Amboina nach Manilla streichen, so wäre dies den Beobachtungen ebenso entsprechend, doch ist die Hypothese, dafs diese Linie dem Südpole zustrebe, gewifs richtig, überdem hat, wie oben gezeigt worden, *Rümcker* in neueren Zeiten dieselbe unter Neuholland durchschnitten.)

Weiter sieht man wiederum bey Manilla die Abweichung verschwinden, Macao im östlichen asiatischen Systeme

*) Wahrscheinlicher hat sie — 3° betragen.

Digitized by Google

liegen, es steigen die fast vereinigten Linien von Kjachta und dem Ochozkischen Meere, zu Amboina hinab, wo schon ein sehr schmales westliches System sich beurkundet.

Das Jahr 1750 zeigt uns die Europäisch-asiatische Linie 0° durch Hindostan fast längs Sumatra schweifend, sie geht nahe bey Batavia vorbey und läfst Surabaja tief unter sich, so dafs die erwähnte Vereinigung schon über Neuholland geschehen konnte, ferner streicht die Linie von Kjachta noch fortwährend bey Manilla vorbey, doch hat schon Macao eine westliche Abweichung, die südwärts um den Aequator gelegene Gegend zeigt nun entschieden einen schmalen Streifen westlicher Abweichungen zwischen zwey östlichen Systemen belegen. Verfolgt man diese Betrachtungen weiter, so wird man stets ein westliches System dem asiatischen Festlande zu vordringen, durch Manilla und den 150sten Längengrad von Ferro unterm Aequator immer zwey Linien ohne Abweichung (die von Kjachta und Ochotskischen Meer) durchgehen und den Streifen des westlichen Systems gradatim zunehmen sehen.

Diese Betrachtungen leiten zu folgenden Schlüssen: Die Länge eines der westlichen Systeme hat sich seit dem 17ten Jahrhundert, oder seit die Phänomene des Erdmagnetismus den menschlichen Geist beschäftigen, unter dem Festlande Asiens in ihrer Lage und Richtung völlig unbeweglich gehalten. Es offenbart sich ein Schwinden des Systems, doch nur seines südlichen Theils, ein schmaler Streifen westlicher Abweichungen, der sonst im Chinesischen Meere und Archipelagus bemerkbar war, ist jetzt ganz verschwunden, da hingegen der durch den Parallel von Nertschinsk gehende Theil seine Form seit den letzten hundert Jahren nicht sichtbar geändert hat. Wie dort mit der gröfsten Formenänderung die geringste Aenderung der Lage, so ist hier umgekehrt die geringste Formenänderung mit der stärksten Progressionen-Bewegung verbunden. So wie dies System mit der Zeit abnahm, verbreitete sich das benachbarte östliche immer mehr nach Süden, dies zeigt uns die anfänglich längs den West- und Südküsten des asiatischen Festlandes streichende zuletzt ins Indische Meer hinabgestiegene Linie des Caspisees.

Es ist schwierig sich eine Rechenschaft von der Gestaltung in kommenden Zeiten dieses kleinen, doch in vieler Hinsicht merkwürdigen Gebiethes westlicher Abweichungen zu geben. *Hansteens* Hypothese eines vollständigen Verschwindens gründet sich auf Analogie, doch dieselbe Analogie gestattet nicht ihre Annahme, denn seitdem dieses System beobachtet worden, hat sich in seiner kleinen Axe oder in der gröfsten Apertur unter 50° Breite keine Verkürzung oder Verengung geäufsert, die Linie ohne Abweichung stand zu Anfang des vorigen Jahrhunderts von der Isogone + 3° eben so weit ab wie jetzt, um etwas geringeres als 10° entfernt, beyde haben sich um gleiche Anzahl Grade ostwärts bewegt.

Sehr wünschenswerth ist es, dafs spätere Beobachter es nicht unterlassen diese Gegenden zu durchforschen; für jetzt könnten Beobachtungen in Südost-China und im Parallele unter Neuholland angestellt einigen Aufschlufs über das hier Vorgetragene ertheilen.

Beobachtungen der Neigung der Magnetnadel von *G. v. Fuss.*

Zur Anstellung von Versuchen über die Inclination der Magnetnadel war ich mit einem vortrefflichen Instrumente von *Gambey* versehen, das von der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften nahmentlich zu dieser Expedition war gemacht worden. Dieses brauchte ich auch fast durchgängig bis vor das Bergwerk Nertschinsk, wo der Bruch einer der Schrauben, die die Stützsäulen am Vernierbrette halten, es in einen Zustand versetzte, der es unbrauchbar machte. Durch die Gefälligkeit des Oberaufsehers jener Bergwerke, Herrn *Tatarinoff*, erhielt ich nun zum ferneren Gebrauch ein hier gearbeitetes mittelmäfsiges Instrument, dasselbe welches früher dem Herrn Baron *v. Schilling* gehört hatte und jetzt im Bergwerke deponirt ist. Den folgenden Beobachtungen mufs man daher nicht denselben Werth beilegen wie den früheren.

Die Epoche der Beobachtungen ist als ein wichtiges Element, besonders jetzt, wo man sich so allgemein mit der Erforschung der Variationen der magnetischen Coordinaten beschäftigt, hier auch beygesetzt.

Neigung der Magnetnadel in Rufsland, Sibirien, der Mongoley und Nord-China.

Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Neigung.	Epoche neuer Styl.
	° ′ ″	° ′ ″	° ′	
VorWladimir	58 4 56	56 7 38	68 7t7A	11 Juny 1830
Kasan	66 47 42	55 47 50	68 25,5A 68 25,9B	18 —— ——
Perm	74 6 15	58 1 13	69 54,1B	22 —— ——
Jekaterinburg	78 14 21	56 50 14	69 18,6B	26 —— ——
Tjumén	82 47	57 4	70 2,3A	28 —— ——
Tobolsk	85 45 43	58 11 43	70 58,2A 71 3,4B	29 —— ——

Digitized by Google

Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Neigung.	Epoche neuer Styl.
Omsk		54° 59′ 13″	68° 58,1′	4 Jul. 1830
Tomsk	102° 48′ 6″	56 29 39	70 51,3 A	11 — —
Irkuzk	121 55 57	52 17 16	68 15,0 A 68 15,4 B	29 — —
Liftwinischnaja am Baykal	122 10	51 53	67 58,1 B	18 Aug. —
Stepnaja	123 59 55	52 10 14	68 10,5 A	22 — —
Kolessowaja an der Selenga	124 11 37	52 6 38	68 9,6 B	29 — —
*Baingoh	123 3 0	48 52 0	65 14,2 A	19 Sept. —
Chunzahl	124 6 0	48 13 0	64 29,4 B	23 — —
Urga	124 21 0	47 55 30	64 3,2 A 64 2,5 B	29 — —
Nalaicha	124 53 0	47 47 0	63 38,9 A	3 Oct. —
Giltegentai	126 10 0	46 54 0	63 12,5 B	7 — —
Schibétu	126 56 0	46 29 0	62 34,05B	12 — —
Zsulgétu	127 24 0	46 16 0	62 38,2 A	15 — —
Chologur	127 45 0	45 59 42	61 54,12B	18 — —
Durbanderetu	128 20 0	45 48 0	61 46,5 A	21 — —
Ergi	128 30 0	45 31 42	61 22,35B	24 — —
Charatuin Sudshi	129 6 0	44 50 0	61 3,05A	27 — —
Batchai	129 49 0	44 20 52	60 18,22B	29 — —
Kulchuduck	130 39 0	43 29 0	59 14,15B	3 Nov. —
Scharabudurguna	130 52 0	43 13 30	59 2,8 A	5 — —
Zackilduck	131 1 0	42 48 0	58 25,0 A	8 — —
Zsamein-ussu	131 20 0	41 46 0	57 23,66B	12 — —
Dshan-dsja-kévu	131 37 0	40 49 15	56 17,4 A	23 — —
Peeking	134 5 21	39 54 11	54 52.1	Decbr. 1830
			54 50,7	April 1831**
			54 45,6	May 1831
			54 48,9	Juny 1831
Zagan Balgassu	131 23 0	41 17 5	56 40,6 A	27 July 1831
Tulghá	131 23 0	41 33 0	57 3,7 A	29 — —
Sudshi	130 30 0	42 28 0	58 4,7 A	3 Aug. —
Mingan	128 42 0	43 3 0	58 48,7 A	6 — —
Zsamein Chuduck	128 30 0	43 37 0	59 22,5 A	8 — —
Kutull	128 17 0	43 58 0	60 13,0 A	10 — —

* Die Mehrzahl der folgenden Längen und Breiten in der Mongoley ist ein Resultat der Verbindung meiner Bestimmung mit denen der Marschroute von Timkowsky.

** Im April und May ist die Methode der willkührlichen Azimuthe angewandt worden.

Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Neigung.	Epoche neuer Styl.
Gaschun	128° 58′ 15″	44° 23′ 0″	60° 16,9′ A	13 Aug. 1831
Sendshi	128 4 36	44 44 40	60 42,5 A	15 — —
Kukuderissu	127 21 0	45 8 0	61 11,8 A	18 — —
Uizsyn	126 55 0	45 34 0	61 44,4 A	20 — —
Mogóitu	126 32 0	45 50 0	61 49,1 A	22 — —
Chapcháktu	126 14 0	46 2 0	62 23,5 A	24 — —
Bain Chara	125 35 0	46 31 0	62 59,2	28 — —
Chaschátu	124 45 0	47 20 0	63 20,9	31 — —
Urga	124 21 0	47 55 30	64 4,7 A	3 Sept. —
Chorümtu			64 40,4 A	7 — —
Scharagoh			64 56,8	10 — —
Troizkossawsk	124 12 0	50 21 25	66 24,0 A 66 22,1 B 66 25,1 A	8 Oct. — 19 — — 29 — —
Irkuzk	121 55 57	52 17 17	68 19,8A.B 68 19,4A.B	im Februar u. März 1832
Possolsk Kloster am Baykalsee	123 29 0	52 1 8	68 1,6	1 April —
Werchneudinsk	125 24 46	51 49 41	68 0,5	5 — —
Selenginsk	124 18 30	51 5 52	67 53,8	11 — —
Kurbinsk	126 30 0	52 0 0	67 58,6	14 — —
Pogrornnoy	126 38 0	52 30 13	68 7,8	16 — —
Tschita	129 9 5	52 1 15	67 42,45	20 — —
Stadt Nertschinsk	134 12 21	51 55 34	67 11,45	24 — —
Bergwerk Nertschinsk	137 0 50	51 18 35	66 33,45 *	4 May —
Zuruchaitu	136 26 40	50 23 19	66 12,6	11 — —
Argunskog	137 20 13	51 37 0	66 54,1	15 — —
Urjupina	137 50 0	52 47 0	67 52,6	20 — —
Shegdatschinskoy	138 56 50	53 16 0	68 10,8	23 — —
Ustistretensk	139 15 27	53 19 43	68 11,2	26 — —
Gorbiza	136 51 30	53 6 4	68 21,6	11 Juny —
Stretensk	135 22 27	52 14 45	67 38,5	17 — —
Abagaitu	135 46 45	49 34 36	64 48,3	28 — —
Tschindant	133 2 57	50 34 21	66 12,4	2 July —
Dschindant	133 19 57	50 34 21	66 32,4	2 — —
Akschinsk	131 13 52	50 15	66 39,6	5 — —
Altansk	129 33 22	49 28	65 20,5	8 — —
Mendshinskoy	126 17 0	49 25 52	65 31,1	13 — —
Charazaisk	122 12 4	50 28 51	66 56,5	28 July 1832

Die letzte Neigung in Troizkossawsk so wie auch in Irkuzk sind ebenfalls durch indirecte Methode gefunden worden.

* Diese Neigung gab ein *Gambey*scher Inclinator, dem Bergwerke gehörig.

Sternbedeckung.

In Werchneudinsk beobachtete ich den $\frac{22 \text{ July}}{3 \text{ August}}$ 1832 bey sehr reinem Himmel den Eintritt ξ^1 Librae in den dunkeln Mondrand um $8^h\,31'\,43''0$ M. Z. Abends. Sowohl den Moment der Bedeckung als auch die Zeitbestimmung halte ich für sehr sicher angegeben. Die Polhöhe des Beobachtungsortes ist $= 51°\,49'\,48''4$.

St. Petersburg den $\frac{1}{13}$ September 1833.

G. v. Fuss.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber.

Kremsmünster 1833. Jun. 25.

Ich habe die Ehre Ihnen hiemit die Beobachtungen des *Biela*'schen Cometen zu übersenden, die ich am Aequatoriale der hiesigen Sternwarte mit einem Kreismicrometer, von 1381.74 Bogensecunden Halbmesser gemacht habe. Da ich die Orte der Vergleichsterne am Meridiankreise zu bestimmen suchte, ungünstige Witterung aber mich lange daran hinderte, ferner der kleinen Rectascensionsdifferenzen der Sterne wegen mehrere Beobachtungstage nothwendig waren, so zog sich die Reduction der Beobachtungen des Cometen in die Länge. Die Sterne bezeichne ich in der Ordnung, in welcher der Comet mit ihnen verglichen wurde, mit *a, b, c....* Jeder Stern wurde von mir und meinem Collegen Herrn Prof. *W. Danner*, abwechselnd am Meridiankreise beobachtet, also zweimahl, einige auch dreimahl genommen, und es gelang uns alle, *c* ausgenommen, zu bestimmen, woran wir durch die zunehmende Tageslänge gehindert wurden, und dessen Position ich aus *Bessel's* Zonenbeobachtungen nahm. Ich setze die Resultate der Beobachtungen der Vergleichsterne hieher, als einen kleinen Beitrag zur Beurtheilung der Leistungen des Kreises. Die Refraction wurde nach *Bessel* Tab. regium. gerechnet.

1833.	Stern.	AR. app.	Decl. epp.	Fädenz.
		h ′ ″	° ′ ″	
Mai 8	a	11 39 47,75	— 7 56 58,7	5
9	—	47,82	57,5	4
12	b	40 1,78	8 27 2,8	5
13	—	1,57	3,4	5
4	d	42 14,39	28 21,3	5
5	—	14,47	18,7	5
2	e	32,75	20 52,5	5
3	—	33,01	50,8	5
5	f	46 4,80	47 14,4	5
7	—	4,56	18,3	5
Mai 8	g	11 46 21,27	— 8 28 59,3	5
9	—	21,42	58,1	3
2	h	48 13,84	9 47 39,0	5
3	—	13,98	37,9	5
8	i	49 16,58	13 49,2	5
12	—	16,46	45,3	5
März 24	k	50 38,34	32 57,4	5
29	—	37,98	59,3	5
April 6	—	38,16	33 0,7	4
Mai 8	l	52 11,68	29 48,5	5
9	—	11,41	29 47,3	5
5	m	54 7,13	47 4,2	5
7	—	6,87	7,6	5
2	n	13,68	43 18,7	5
3	—	13,92	16,9	4
März 24	o	27,59	49 24,3	5
29	—	27,45	25,2	5
April 6	—	27,53	25,6	5
März 24	p	12 4 23,15	11 51 43,6	5
29	—	23,24	43,4	5

Die Reduction dieser gefundenen Positionen auf die mittleren Orte 1832,00 geschah nach *Bessels* Reductionsformel (Berl. astr. Jahrb. 158 und Hülfstafel 196). Das arithm. Mittel der für jeden Stern erhaltenen Resultate führe ich hier an. Jene Vergleichsterne, die ich in *Bessels* Zonenbeobachtungen aufgefunden, habe ich damit verglichen, und die Ergebnisse in den Columnen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ angeführt, welche Gröfsen an die aus den Beobachtungen abgeleiteten mittleren Orte algebraisch angebracht *Bessels* Bestimmungen geben. Zugleich setze ich die mittlere Position des Sternes *c* hinzu, wie sie aus den Zonenbeobachtungen folgt.

Für 1832,00

Stern.	Mittlere AR.	Mittlere Decl.	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	*Bessels* Zone.	
	h ′ ″	° ′ ″	″	″		h ′ ″
a	11 39 43,94	— 7 56 30,1	+ 0,23	— 1,4	224	11 39 58,94
b	57,88	8 26 35,2	+ 0,05	— 0,9	224	11 40 12,70
c	40 35,61	7 54 41,9	———	———	224	11 40 50,36
d	42 10,56	8 27 52,0	+ 0,09	— 1,1	224	11 42 25,40
e	42 28,98	8 20 23,7	+ 0,03	— 0,9	224	11 42 43,70
f	46 0,78	8 46 48,3	+ 0,23	+ 0,4	224	11 46 17,76
g	46 17,47	8 28 30,7	+ 0,10	+ 2,1	224	11 46 32,30
h	48 9,98	9 47 10,3	———	———	———	———
i	49 12,64	9 13 19,2	+ 0,12	+ 5,5	224	11 49 27,49
k	50 38,09	9 32 32,0	+ 0,73	+ 5,9	238	11 50 59,20
l	52 7,64	9 29 24,7	+ 0,38	+ 7,2	238	11 52 32,40
m	54 3.06	9 46 37,8	———	———	———	———
n	54 9,87	9 42 49,7	———	———	———	———
o	54 23,44	9 48 58,3	+ 0,37	+ 4,3	238	11 54 48,20
p	12 4 19,10	11 51 17,7	— 0,08	— 0,9	240	12 4 43,64

Digitized by Google

Die Sterne *h*, *m*, *n*, die ich in *Bessels* Zonenbeobachtungen nicht aufgefunden, schätzte ich von der 8—9ten Gröfse. Aus diesen mittl. Orten wurden die scheinbaren zur Zeit der Beobachtung nach der oben erwähnten Formel gesucht. Die Vergleichung des Cometen mit den letztern gab nun Folgendes:

1832.	Mittl. Zeit zu Kremsmünster.	Des Cometen scheinbare AR.	Declin.	Unterschied des Cometen und Sterns in AR.	in Decl.	Vergleichsterne und Zahl der Vergleichungen.
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″	
Nov. 20	16 54 51	11 40 6,72	— 7 58 58,2	+ 0 21,54	— 2 23,0	*a* (4) u. (3)
		7,39	6,9	+ 0 8,17	+28 33,3	*b* (3) u. (2)
		7,63	59 12,8	— 0 29,21	— 4 25,8	*c* (4) u. (3)
21	17 8 29	11 44 31,64	— 8 48 39,2	+ 2 19,83	—20 42,1	*d* (5) u. (5)
		32,00	18,9	+ 2 1,75	—27 50,0	*e* (3) u. (3)
		31,55	51,1	— 1 30,52	— 1 57,7	*f* (5) u. (5)
		31,24	14,8	— 1 47,47	—19 39,0	*g* (2) u. (2)
22	16 43 2	11 48 48,45	— 9 31 25,6	+ 0 37,21	+15 49,5	*h* (5) u. (5)
		47,84	35,4	— 0 26,06	—18 11,2	*i* (4) u. (4)
		52,61	50,3	— 1 46,75	+ 0 46,7	*k* (3) u. (3)
		48,73	—	— 3 20,15	———	*l* (2)
23	16 36 19	11 53 1,53	—10 14 13,8	— 1 2,80	—27 31,2	*m* (5) u. (5)
		1,63	30,6	— 1 23,03	—25 27,5	*o* (5) u. (5)
		1,34	16,3	— 1 9,78	—31 21,7	*n* (5) u. (5)
26	17 27 42	12 5 37,02	—12 19 52,9	+ 1 16,62	—28 30,9	*p* (2) u. (2)

Der Comet erschien sehr lichtschwach, ohne erkennbaren Kern; die Beobachtungen waren daher schwierig, und lassen wohl manches zu wünschen übrig. In Hinsicht der Beobachtung Nov. 26 mufs ich noch bemerken, dafs sie unter sehr ungünstigen Umständen, bei starker Morgendämmerung gemacht wurde. Der Himmel war in der Gegend des Cometen früher gedeckt; er öffnete sich auf kurze Zeit, so dafs die angeführten Vergleichungen gemacht werden konnten.

(Der Beschlufs folgt.)

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains *Thomsen*, vom Dänischen See-Etat, Ritters vom Dannebrog.

Copenhagen 1833. Decbr. 17.

Ich theile Ihnen die Längenbestimmungen mit, welche ich in Westindien mit einem vortrefflichen Chronometer von *Kessels* Nr. 1254 vor einigen Jahren gemacht habe.

Der Gang dieses Chronometers läfst sich aus folgender Uebersicht beurtheilen:

1827.	Nov. 26	+ 3,96	73 Tage correspondirende Höhen, und Stand in Copenhagen.
1828.	Jun. 2	+ 3,35	Vergleichung mit Herrn *Langs* Pendeluhr.
	Jun. 30	+ 3,35	ebenso.
	Febr. 8	+ 3,06	ebenso.
	April 19	+ 3,05	ebenso.
	Mai 16	+ 2,74	ebenso
	Jun. 22	+ 2,58	ebenso
	Jul. 11	+ 2,11	ebenso
	Aug. 12	+ 2,58	gute Beobb. im Canal bei Dungenefs.

Die Längenbestimmungen sind folgende, alle von St. Thomas gerechnet:

1) Fort Royal Martinique

1827 Dec.	2	15′ 14″,52	östlich
—	3	— 14,59	
—	15	— 14,90	
Mittel		15′ 14″7	östlich.

Diese Längenbestimmung beruht auf Vergleichungen mit den 7 Chronometern des französischen Admiralschiffes, deren Inspector Herr Lieutenant *Dégéné* war.

2) Barbados Bridgetown, das Haus des Obersten Sir *Charles Smith*. Correspondirende Höhen

1827 Dec. 8 21′ 8″.7 östlich.

Digitized by Google

3) Trinidad — the Mole. Correspondirende Höhen

1828 März 13 13′ 52″,9 östlich.

Nimmt man nun St. Thomas 4h 19′ 39″2 westlich von Greenwich, so folgt daraus

1) Fort Royal Martinique	4h 4′ 24″,5	Westl. v. Greenw.
2) Bridgetown	3 58 30,5	
3) Trinidad	4 5 46,3	

Thomsen.

Vermischte Nachrichten.

Herr Dr. *Olbers* bemerkt bei Herrn *Rigauds* Supplement zu *Bradley's* Werken in Bezug auf *Harriots* Mss.:

„*Rigaud* ist ein vortrefflicher Referent aus solchen alten Manuscripten, von diplomatischer Genauigkeit und sehr gesunder Critik. *Harriots* Ansprüche, auf die erste, oder auch nur eine sehr frühe, Entdeckung der Jupiterstrebanten sind nun völlig beseitigt. Ob aber *Harriot*, oder *Joh. Fabricius* die Sonnenflecken zuerst gesehen hat? das wird wohl so lange zweifelhaft bleiben, bis ein anderer *Rigaud* in Petersburg uns darüber Auskunft giebt, wenn es anders möglich ist Auskunft darüber zu geben."

Der vortreffliche junge Astronom und Mathematiker Dr. *Peters* (welcher bei seiner Doctorpromotion in Königsberg von *Bessel* und *Jacobi* den ersten Character erhielt) ist bei der Hamburger Sternwarte als Assistent bei der Direction angestellt. Als erster Astronom an dieser Sternwarte ist der bisherige Navigationslehrer Herr *Rümcker* ernannt. Da nun diese Sternwarte, wie schon in diesen Blättern angezeigt ward, durch patriotische Bürger Hamburgs mit vortrefflichen Instrumenten ausgerüstet ist, und unter der Leitung zweier so ausgezeichneten Astronomen steht, so dürfen wir mit Recht unsere Erwartungen von den Resultaten, welche diese Vereinigung liefern wird, etwas hoch spannen.

Die Bücheranzeigen in Nr. 251 sind von dem Herausgeber dieser Blätter. Er wird künftig jedes astronomische Werk von Bedeutung anzeigen, oder von andern Astronomen Anzeigen geben. Diejenigen Werke, welche er nicht gesehen hat, wird er vorläufig nur ihrem Titel nach anführen, mit dem Vorbehalte nach näherer Kenntnifs des Werkes darauf zurück zu kommen.

Wenn unter künftigen Anzeigen von Büchern kein Name steht, so sind sie entweder von dem Herausgeber selbst, oder er macht sich doch für ihren Inhalt verantwortlich. Der letzte Fall kann eintreten, wenn einer seiner astronomischen Freunde ihm Anzeigen senden sollte, welche der Einsender nicht unter seinem Namen bekannt gemacht zu haben wünscht, und welche der Herausgeber vertreten zu können glaubt.

S.

Druckfehler.

In Nr. 249 lies peg. 149 und im Inhalt: *Bianchi* statt *Bianchini*.
— — 252 — — 204 Zeile 31 von oben wird statt war.
— — — — —, 206 — 5 von unten Hornsby statt Horrowby.

Inhalt.

(zu Nr. 251.)

Letter to Professor *Airy* at Cambridge, by *F. W. Bessel*. p. 181.

Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Hereusgeber über die Wiederkehr des *Ponss*chen Cometen im Jahr 1832. p. 185.

Schreiben des Herrn Professors *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber. p. 195.

(zu Nr. 252.)

Schreiben des Herrn *Bianchi* an den Herausgeber. (Beschluſs.) p. 197.

Anzeige von Büchern. p. 201.

Wahrnehmungen beim Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturnringes. p. 209.

(zu Nr. 253.)

Ueber das System westlicher Abweichungen der Magnetnadel in Asien, von *Georg v. Fuss*. p 213.

Beobachtungen der Neigung der Magnetnadel von demselben, p. 219.

Sternbedeckung von demselben. p. 221.

Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber. p. 223.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains *Thomsen*, vom Dänischen See-Etat, Ritter vom Dannebrog. p. 225.

Vermischte Nachrichten und Druckfehler. p. 227.

Altona 1834. Januar 8.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 254.

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*.

Der Prismenkreis, dessen Erfindung wir Hrn. Dr. *v. Steinheil* verdanken, ist von Herrn Etatsrath *Schumacher* (Astr. Nachr. Nr. 247) so günstig beurtheilt worden, dafs die allgemeine Aufmerksamkeit auf ihn gerichtet sein mufs. Wirklich war von dem Talente des Erfinders für mechanische Einrichtungen, nur etwas Sinnreiches zu erwarten, während seine Kenntnifs der Astronomie die Bürgschaft für die Anwendbarkeit leistete. Ich habe weder die Absicht, ein vollgültiges Urtheil zu verstärken, noch eine, durch diesen Erfolg schon gerechtfertigte Erwartung geltend zu machen; allein da beide dem Instrumente Eingang verheifsen, so glaube ich einigen Lesern der Astr. Nachr. eine Mühe zu ersparen, wenn ich die theoretische Betrachtung des Instrumentes, welche ich vorgenommen habe um dasselbe selbst genauer kennen zu lernen, hier mittheile. Ich werde zuerst das Instrument unberichtigt annehmen und den Einfluss der Fehler auf die Messungen untersuchen; dann werde ich die Mittel zur Berichtigung, welche zum Theil auf dem Vorigen beruhen, aufsuchen.

1.

Ich werde die Glaskörper, durch welche die Strahlen gebrochen und reflectirt werden, zwar als Prismen, jedoch nicht als gleichschenklichte, ansehen; die Axen derselben als nicht parallel mit der Axe des Instruments; die Absehenslinie des Fernrohrs als nicht senkrecht auf diese Axe. Die aufzulösende Aufgabe ist dann: „die Erfindung des Win„kels zweier Strahlen, welche sich durch ihren Durchgang „durch die Prismen, bei irgend einer Stellung derselben, „in der Absehenslinie des Fernrohrs vereinigen.“ — Ich werde sie in zwei Theile theilen, indem ich zuerst eins der Prismen allein betrachte.

Um die Richtungen der verschiedenen, hier in Betracht kommenden Linien anschaulich darstellen zu können, werde ich den Mittelpunkt des Instruments mit einer Kugel von willkührlichem Halbmesser umgeben annehmen, und eine Richtung, durch den Punkt der Kugel, durch welchen der der Richtung parallele Radius geht, bezeichnen. Die Richtung der Absehenslinie des Fernrohrs, jedoch umgekehrt, vom Objective nach dem Fadennetze genommen, werde ich, auf der Kugel, durch f bezeichnen; die ursprüngliche Richtung des Strahls, welcher nach seinem Durchgange durch das Prisma in die Absehenslinie gelangt, gleichfalls umgekehrt genommen, durch f'; die Richtungen der Perpendikel auf die 3 Ebenen des Prismas durch p, P, p'. Der Punkt p gehört zu der dem Fernrohre zugewandten brechenden Ebene, p' zu der dem Objecte zugewandten, P zu der spiegelnden; p und p' liegen auf den Seiten der Luft, P liegt auf der Seite des Glases.

Die Bedingungen, welchen der Strahl (den man, willkührlich, entweder von dem Fernrohre nach dem Objecte, oder von dem Objecte nach dem Fernrohre gehend annehmen kann) bei seinem Durchgange durch das Prisma folgt, lassen sich durch die Punkte der Kugel f, p, P, p', f' und durch zwei neue Punkte q und q', welche die Richtungen darstellen, die er im Innern des Prismas erhält, leicht angeben. Nach dem Gesetze der Brechungen ist nämlich nothwendig:

I. dafs f, p, q in einem gröfsten Kreise liegen, und dafs
$$\sin pq = k \sin fp$$
ist, wo k das Brechungsverhältnis für den Uebergang eines Strahls von Luft in Glas bedeutet;

II. dafs f', p', q' in einem gröfsten Kreise liegen, und dafs
$$\sin p'q' = k \sin f'p'$$
ist. Das Gesetz der Spiegelung fordert ferner

III. dafs q, P, q' in einem gröfsten Kreise liegen, und dafs $qP = Pq'$ ist.

Diese Bedingungen enthalten die Relation zwischen den Richtungen des Strahls vor seinem Eintritte in das Prisma und nach dem Austritte aus demselben; es ist aber noch nöthig, sie auf den festen gröfsten Kreis der Kugel zu beziehen, der den eingetheilten Kreis des Instruments darstellt. Die Richtung der Drehungsaxe des Instrumentes bestimmt die Pole dieses gröfsten Kreises, deren auf der Seite

Digitized by Google

der Eintheilungen liegenden, ich durch a, so wie den gröfsten Kreis selbst durch A bezeichnen werde. Die Entfernungen der Punkte f und f' von a werde ich durch $af = 90° - \beta$, $af' = 90° - \beta'$ bezeichnen; die Winkel um a, von einem willkührlichen Anfangspunkte O angezählt, durch $Oaf = \alpha$, $Oaf' = \alpha'$. Aufser diesem gröfsten Kreise A werde ich noch einen zweiten (B) in die Betrachtung ziehen, den auf die Axe des Prismas senkrechten, durch die Punkte p, P, p' gehenden, dessen Pole durch die Richtung der Axe des Prismas gegeben werden. Denjenigen dieser Pole, welcher sich auf derselben Seite von A befindet, auf welcher a liegt, werde ich durch b bezeichnen; die Entfernungen bf und bf' durch $90° - b$ und $90° - b'$; die Winkel abf und abf' durch α und α'. Auf den gröfsten Kreis B bezogen, werden die Oerter der Punkte p, P, p' durch $abp = P - m$; $abP = P$; $abp' = P + m'$ bezeichnet werden, so dafs m und m' die Winkel der brechenden Ebenen des Prismas mit der spiegelnden bedeuten.

Diesen Bezeichnungen gemäfs hat man, durch das sphärische Dreieck fbp:

$$\sin fp \sin bpf = \cos b \sin(P - m - \alpha)$$
$$\sin fp \cos bpf = \sin b;$$

indem f, p, q in einem gröfsten Kreise liegen, ist

$$bpf + bpq = 180°,$$

und man erlangt dadurch für das Dreieck pbq die Gleichungen

$$\sin pq \sin bpf = \sin bq \sin pbq$$
$$\sin pq \cos bpf = -\cos bq;$$

multiplicirt man die ersten beiden Gleichungen mit k, so wird der links vom Gleichheitszeichen stehende Theil derselben, der obigen 1sten Bedingung zufolge, dem ähnlichen Theile der letzten beiden Gleichungen gleich, und man erhält, als Resultat der beiden Bedingungen (I):

$$\sin bq \sin pbq = k \cos b \sin(P - m - \alpha)$$
$$\cos bq = -k \sin b.$$

Eben so ergeben die beiden Bedingungen (II):

$$\sin bq' \sin q'bp' = k \cos b' \sin(\alpha' - P - m')$$
$$\cos bq' = -k \sin b'$$

Endlich erfordern die beiden Bedingungen (III), dafs $bq + bq' = 180°$ ist, und dafs $qbP = m - pbq$ und $Pbq' = m' - q'bp'$ einander gleich sind. Schreibt man u für $qbP = Pbq'$, so erhält man also, aus allen drei Bedingungen zusammengenommen:

$$\cos bq = -\cos bq' = -k \sin b = k \sin b'$$

oder

$$b' = -b$$

und ferner

$$[1]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\sqrt{[1 - kk \sin b^2]} \sin(m - u) = k \cos b \sin(P - m - \alpha)\\ \sqrt{[1 - kk \sin b^2]} \sin(m' - u) = k \cos b \sin(\alpha' - P - m')\end{cases}$$

Die Elimination von u aus diesen beiden Gleichungen giebt die Relation der beiden Richtungen f und f' zueinander; allein um diese auf den festen gröfsten Kreis A zu beziehen, ist noch nöthig, dafs a, α' und b durch α, β, α', β' ausgedrückt werden. Dieses erhält man durch die Dreiecke abf und abf', welche, wenn man ab durch i, Oab durch n bezeichnet:

$$\cos b \cos a = \sin\beta \sin i - \cos\beta \cos i \cos(\alpha - n)$$
$$\cos b \sin a = -\cos\beta \sin(\alpha - n)$$
$$\sin b = \sin\beta \cos i + \cos\beta \sin i \cos(\alpha - n)$$

$$\cos b \cos a' = \sin\beta' \sin i - \cos\beta' \cos i \cos(\alpha' - n)$$
$$\cos b \sin a' = -\cos\beta' \sin\alpha' - n)$$
$$\sin b = -\sin\beta' \cos i - \cos\beta' \sin i \cos(\alpha' - n)$$

ergeben. Wenn man dieses in [1] setzt, dabei aber, abgekürzt,

$$\frac{k}{\sqrt{[1 - kk \sin b^2]}}$$

durch k' bezeichnet, so erhält man die Relation zwischen den Richtungen f und f' in der gewünschten Form

$$[2]\ldots\ldots\begin{cases}\sin\beta \cos i + \cos\beta \sin i \cos(\alpha - n) = -\sin\beta' \cos i - \cos\beta' \sin i \cos(\alpha' - n)\\ \frac{1}{k'} \sin(m - u) = \sin(P - m)[\sin\beta \sin i - \cos\beta \cos i \cos(\alpha - n)] + \cos(P - m) \cos\beta \sin(\alpha - n)\\ \frac{1}{k'} \sin(m' - u) = -\sin(P + m')[\sin\beta' \sin i - \cos\beta' \cos i \cos(\alpha' - n)] - \cos(P + m') \cos\beta' \sin(\alpha' - n)\end{cases}$$

2.

Diejenige Anwendung dieser Gleichungen, von welcher hier die Rede ist, setzt voraus, dafs β, β' i kleine Gröfsen sind, oder dafs das Instrument näherungsweise berichtigt ist. Vernachlässigt man die 3te Ordnung dieser Gröfsen, so verwandeln die eben gefundenen Gleichungen sich in:

Digitized by Google

$$\beta+\beta' = -2i\cos\left(\frac{\alpha'+\alpha}{2}-n\right)\cos\frac{\alpha'-\alpha}{2}$$

$$\frac{1}{k'}\sin(m-u) = -\sin(P-m+n-\alpha)+\tfrac{1}{2}ii\sin(P-m)\cos(\alpha-n)+\tfrac{1}{2}\beta\beta\sin(P-m+n-\alpha)+i\beta\sin(P-m)$$

$$\frac{1}{k}\sin(m'-u) = \sin(P+m'+n-\alpha')+\tfrac{1}{2}ii\sin(P+m')\cos(\alpha'-n)-\tfrac{1}{2}\beta'\beta'\sin(P'+m'+n-\alpha')-i\beta'\sin(P+m')$$

Ziehet man die 2te Gleichung von der 3ten ab, und vernachlässigt man auch $(m'-m)^3$ und $k'-k$, so erhält man dadurch:

$$[3]\ldots\ldots\ldots\frac{1}{k}(m'-m)\cos\left(\frac{m'+m}{2}-u\right)$$
$$= \sin(P-m+n-\alpha)+\sin(P+m'+n-\alpha')$$
$$-\tfrac{1}{2}ii[\sin(P-m)\cos(\alpha-n)+\sin(P+m')\cos(\alpha'-n)]$$
$$-\tfrac{1}{2}\beta\beta\sin(P-m+n-\alpha)$$
$$-\tfrac{1}{2}\beta'\beta'\sin(P+m'+n-\alpha')$$
$$-i\beta\sin(P-m)-i\beta'\sin(P+m),$$

eine Gleichung, welche, wenn sie in den Quadraten der in ihr vorkommenden kleinen Gröfsen richtig sein soll, u bis zu der ersten Ordnung dieser Gröfsen incl. bekannt voraussetzt. Diese Annäherung an den Werth von u erlangt man durch die Summe der beiden ersten Glieder der Gleichungen, welche

$$2\sin\left(\frac{m'+m}{2}-u\right)$$
$$= k[\sin(P+m'+n-\alpha')-\sin(P-m+n-\alpha)]$$

ergiebt.

Aus der vorher entwickelten Gleichung geht hervor, dafs $\sin(P-m+n-\alpha)$ und $-\sin(P+m'+n-\alpha')$ bis auf eine kleine Gröfse von der Ordnung $(m'-m)$, ii, $\beta\beta$, $i\beta$ einander gleich sind: die Summe der ihnen zugehörigen Winkel

$$2(P+n)+m'-m-(\alpha+\alpha')$$

ist also, bis auf eine Gröfse dieser Ordnung, entweder 0 oder 360°; hieraus entstehen zwei Fälle, deren Bedeutung vor der weiteren Verfolgung der Rechnung aufgesucht werden mufs.

Die Entfernung des Punktes P (welcher durch den brechenden Winkel des Prismas versinnlicht wird) von dem Anfangspunkte O der Winkel, in demselben Sinne genommen, in welchem die Winkel fortschreiten, ist, bis auf eine Gröfse von der Ordnung ii, $= Onb+nbP = P+n-180°$; andrerseits ist dieselbe Entfernung entweder $= \frac{1}{2}(\alpha+\alpha)$ oder $\frac{1}{2}(\alpha+\alpha')-180°$, und das erste findet statt, wenn der brechende Winkel des Prismas zwischen α und α', das andere, wenn er zwischen α' und α liegt, den Uebergang von dem ersteren zu dem letzteren beidemahl in der Richtung in welcher die Winkel fortschreiten, und, wenn das folgende α kleiner ist als das vorhergehende, jenes über den Anfangspunkt der Winkel hinausgezählt angenommen. Liegt also der brechende Winkel des Prismas zwischen α und α', so ist, bis auf die oben näher angegebenen kleinen Gröfsen, $\frac{1}{2}(\alpha+\alpha') = P+n-180°$; liegt er zwischen α' und α, so ist $\frac{1}{2}(\alpha+\alpha') = P+n$.

Beide Fälle können bei der Anwendung des Instrumentes vorkommen, wie daraus hervorgeht, dafs man die Absehenslinie des Fernrohrs und die Richtung, in welcher sich der in derselben erscheinende Punkt wirklich befindet, miteinander verwechseln kann. Indem die Eintheilung des Instruments, auf welcher die Winkel α und α' gezählt werden, von der Linken zur Rechten fortschreitet, setzt der erste Fall voraus, dafs die spiegelnde Ebene des Prismas, durch welches der Durchgang eines Strahls betrachtet werden soll, sich auf der rechten Seite des vor dem Fernrohre angenommenen Beobachters befindet; der zweite Fall das Entgegengesetzte. Wenn das Prisma das auf dem Kreise des Instrumentes feste ist, und wenn dieser Kreis so gedrehet wird, dafs der Anfangspunkt der Theilungen auf seinem äufseren Rande, sich in der Nähe des Fernrohrs befindet, so ist der erste Fall vorhanden; wenn er dagegen so gedrehet ist, dafs der 180te Grad der Theilungen in die Nähe des Fernrohrs gelangt, so ist der zweite Fall eingetreten. Allein der Gebrauch des Instrumentes findet nur innerhalb gewisser Grenzen von α statt, welche ich, ehe ich weiter gehe, näher angeben werde.

Wenn man das Prisma als ein gleichschenklichtes Dreieck und die Axe desselben als mit der Axe des Instruments zusammenfallend ansieht, ferner den Anfangspunkt der Winkel so annimmt, dafs der brechende Winkel des Prismas einen Quadranten auf ihn folgt, endlich den Kreis, auf dem das Prisma fest ist, so drehet; dafs der nach dem Anfangspunkte der Winkel gehende Radius der Absehenslinie des Fernrohrs parallel wird, so ist diese Absehenslinie offenbar der spiegelnden Ebene des Prismas parallel, und ein in der Absehenslinie erscheinender Gegenstand befindet sich zugleich wirklich in derselben. Diese Lage des Kreises kann man, durch Drehung nach beiden Seiten verändern. Allein eine Drehung, durch welche auf der negativen Seite des Anfangspunktes liegende Punkte der Theilung der Absehenslinie entsprechend werden, bringt, wenn sie eine gewisse Gröfse erlangt, den Winkel des Prismas zwischen der

Digitized by Google

dem Fernrohre zugewandten brechenden und der spiegelnden Ebene, vor das Objectivglas des Fernrohrs, und erzeugt dann einen Lichtverlust, welcher anfängt, sobald ein Theil des Objectivglases verdeckt ist und daher der Drehung des Kreises nach dieser Seite eine, jedoch nicht genau anzugebende, Grenze setzt; mehrere Grade auf der negativen Seite des Anfangspunctes der Winkel sind aber noch frei vom Lichtverluste. Eine Drehung nach der entgegengesetzten Seite erlangt dagegen ihre Gränze da, wo das Prisma aufhört Strahlen zu reflectiren, also bei einem Winkel, welcher von dem Brechungsverhältnisse des Glases, woraus das Prisma gemacht ist, abhängt; bei einem, in dieser Beziehung untersuchten Exemplare des Instruments fällt diese Grenze etwa auf $\alpha = 50°$. In dem ersten Falle liegt also die eine Grenze einige Grade jenseits des Anfangspunktes der Winkel, die andere bei $\alpha = 50°$; in dem zweiten Falle, welcher aus der Verwechselung des in das Prisma einfallenden Strahls mit dem ausgehenden, und umgekehrt, entsteht, sind die Grenzen $180° - 50° = 130°$ und $180° +$ einige Grade.

3.

Es ist indessen nur nöthig, einen der Fälle durch die Rechnung zu verfolgen, indem der andere dadurch aus ihm entsteht, dafs die Richtung der Absehenslinie und die Richtung des Objectes miteinander vertauscht werden. Ich werde den ersten vornehmen, in welchem

$$2(P+n) + (m'-m) - (\alpha'+\alpha) - 360°$$

ein kleiner Winkel ist.

Die Gleichung zwischen β und β' verwandelt sich, wenn man

$$\frac{\alpha+\alpha'}{2} - n = P - 180°$$

setzt, in

$$\beta'+\beta = 2i \cos P \cos\frac{\alpha'-\alpha}{2}.$$

Der Fehler dieser Formel ist von der Ordnung $i(m'-m)$, also, wenn $m'-m$ als eine Gröfse der ersten Ordnung betrachtet wird, von der zweiten. Dieser Fehler erlangt jedoch auf die Gleichung zwischen α und α' nur einen Einfluss der dritten Ordnung, weshalb es, in Beziehung auf diese Gleichung, erlaubt ist, ihn zu begehen; für β' selbst hat die schärfere Angabe, so viel ich sehe, kein Interesse; auch ist $m'-m$, wenn das Prisma so sorgfältig gearbeitet ist, wie bei den mit der Aufschrift: *Steinheil und Ertel* versehenen Instrumenten, so klein, dafs die vernachläseigte Gröfse unmerklich wird. Ich werde es daher bei der angegebenen Gleichung zwischen β und β' bewenden lassen.

Wenn man, dieser Gleichung zufolge,

$$\frac{\beta'-\beta}{2} + i \cos P \cos\frac{\alpha'-\alpha}{2} \text{ für } \beta'$$

$$-\frac{\beta'-\beta}{2} + i \cos P \cos\frac{\alpha'-\alpha}{2} \text{ für } \beta$$

schreibt, so reducirt man die Glieder der zweiten Ordnung der Gleichung [3] leicht auf:

$$i \cos P \cos\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2} - \mu\right)\left[i \sin P + (\beta'-\beta)\sin\frac{\alpha'-\alpha}{2}\right],$$

wo μ, zur Abkürzung, für $\frac{1}{2}(m'+m)$ geschrieben ist. Die Summe der beiden Sinus, welche in derselben Gleichung unmittelbar auf das Gleichheitszeichen folgen, ist

$$= 2\sin\left[P+n+\frac{m'-m}{2} - \frac{\alpha'+\alpha}{2}\right]\cos\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2} - \mu\right),$$

und zur Erklärung von $\mu - u$ hat man:

$$\sin(\mu-u) = k\cos\left[P+n+\frac{m'-m}{2} - \frac{\alpha'+\alpha}{2}\right]\sin\left(\mu - \frac{\alpha'-\alpha}{2}\right),$$

also, da der Cosinus $= -1$ gesetzt werden kann,

$$\sin(\mu-u) = k\sin\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2} - \mu\right).$$

Führt man nun eine abgekürzte Bezeichnung ein, nämlich

$$\varphi x \text{ für } \frac{1}{k}\frac{\cos x'}{\cos x}$$

wobei x' aus der Gleichung

$$\sin x' = k \sin x$$

hervorgegangen ist und stets in demselben Quadranten genommen wird, in welchem x liegt, so erhält man aus der Gleichung [3]

$$[4]\ldots(m'-m)\,\varphi\left[\frac{\alpha'-\alpha}{2} - \mu\right]$$
$$= 360° - 2(P+n) - (m'-m) + \alpha' + \alpha$$
$$- ii \sin P \cos P - i(\beta'-\beta)\cos P \sin\frac{\alpha'-\alpha}{2}.$$

Diese Gleichung erhält einen einfacheren Ausdruck, wenn man die darin vorkommenden Winkel α und α' von demjenigen Punkte der Eintheilung des äufseren Randes des Instruments anrechnet, welcher dem Index dieser Eintheilung entspricht, indem das Bild eines in der Absehenslinie des Fernrohres befindlichen Gegenstandes, auch durch das Prisma in dieselbe gebracht wird. Man hat nämlich für diesen Fall $\alpha = 0$, und indem der Gegenstand selbst sich in der Absehenslinie befindet, $\alpha' = 180°$, wodurch man erhält:

$$\beta'+\beta = 0$$
$$(m'-m)\,\varphi(90°-\mu) = 360° - 2(P+n) - (m'-m) + 180°$$
$$- ii \sin P \cos P + 2i\beta \cos P.$$

Digitized by Google

Ziehet man diese letzte Gleichung von [4] ab, so erlangt man

$$\alpha'+\varkappa = 180^\circ+(m'-m)\left[\varphi\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2}-\mu\right)-\varphi(90^\circ-\mu)\right] + 2i\beta\cos P + i(\beta'-\beta)\cos P \sin\frac{\alpha'-\alpha}{2};$$

verbindet man dieses mit

$$\beta'+\beta = 2i\cos P\cos\frac{\alpha'-\alpha}{2},$$

und setzt man, in den kleinen Gliedern der Gleichung, $180^\circ-\alpha$ für α', so findet man die vollständig entwickelten Gleichungen für den I Fall:

$$[5]..\begin{cases}\alpha'+\varkappa = 180^\circ+(m'-m)[\varphi(90^\circ-\alpha-\mu)-\varphi(90^\circ-\mu)] \\ \qquad +2i\beta\cos P(1-\cos\alpha)+ii\cos P^2\sin 2\alpha \\ \beta'+\beta = 2i\cos P\sin\alpha.\end{cases}$$

Die Gleichungen für den zweiten Fall erhält man, aus den eben gegebenen, wenn man α, β und α', β' miteinander verwechselt; allein indem die Winkel nun von der Richtung, welche vorher dem Objecte zugehörte, nach der vorher der Absehenslinie zugehörigen, in demselben Sinne fortgezählt werden, in welchem vorher von der letzteren nach der ersteren gezählt wurde, ist jene um 360° gröfser anzunehmen als vorher. Man hat also, um die Gleichung für den ersten Fall auf den zweiten zu übertragen, $\varkappa$ für α' und $\alpha'-360^\circ$ für α zu schreiben. Hierdurch erhält man für den II Fall:

$$[5]^*..\begin{cases}\alpha'+\alpha = 540^\circ+(m'-m)[\varphi(-90^\circ+\alpha-\mu)-\varphi(90^\circ-\mu)] \\ \qquad +2i\beta\cos P(1+\cos\alpha)+ii\cos P^2\sin 2\alpha \\ \beta'+\beta = -2i\cos P\sin\alpha.\end{cases}$$

Die hier vorausgesetzte Bestimmung des Anfangspunktes der Winkel verlangt, dafs man einen Gegenstand zugleich direct und durch das erste Prisma in die Absehenslinie des Fernrohrs bringe; der Punkt der Theilung auf dem äufseren Rande des Instruments, welchen der Index anzeigt, indem dieses stattfindet, ist der gesuchte Anfangspunkt. Man findet ihn leicht, wenn man das auf der Alhidade feste Prisma abnimmt, um über das auf dem Kreise feste, mit dem halben Objective hinwegsehen zu können, während die andere Hälfte des Objectives das ihr durch das Prisma zugehende Bild zeigt. Allein da man auch den Träger des Fernrohres so weit in die Höhe schieben kann, dafs man über beide Prismen hinwegsieht, so kann man auch dadurch zu demselben Ziele gelangen; wenn man dieses will, so ist nöthig, das Instrument fest aufzulegen, damit die Richtung des Fernrohres sich nicht verändere, während man es wieder herunterschiebt, um den vorher in die Absehenslinie gebrachten Gegenstand auch durch das Prisma sehen und durch Drehung des Kreises gleichfalls in dieselbe bringen zu können. Der die Winkel angebende Index des äufseren, eingetheilten Randes, kann, durch vorhandene Berichtigungsschrauben, so gestellt werden, dafs er dem Anfangspunkte der Eintheilungen unmittelbar, d. h. ohne Zurechnung eines Indexfehlers entspricht. Uebrigens ist, bei der Kleinheit der von α abhängigen Glieder, eine beiläufige Bestimmung des Anfangspunktes hinreichend.

4.

So wie die Gleichungen [5] und [5]* den Durchgang eines Strahls durch das auf dem Kreise des Instrumentes feste Prisma bestimmen, leisten ähnliche Gleichungen dasselbe für das auf dem Alhidadenkreise befestigte und mit demselben bewegliche. Aufser den Unterschieden, welche durch die, von der vorigen verschieden anzunehmende Construction des Prismas und durch anders zu bezeichnende Werthe von P, n, i entstehen, sind die für das zweite Prisma geltenden Gleichungen, nur dadurch von den vorigen verschieden, dafs die Winkel α und α', welche sich jetzt auf einen, auf dem Alhidadenkreise willkührlich anzunehmenden Anfangspunkt beziehen, auf den vorigen Anfangspunkt reducirt werden müssen. Wenn man den Punkt der Eintheilung auf dem inneren Rande des Kreises, welchen der Index des Alhidadenkreises anzeigt, durch δ bezeichnet, der Anfangspunkt dieser Theilung aber mit dem Punkte h der Theilung auf dem äufseren Rande übereinstimmt, so ist der Ort des Index des Alhidadenkreises auf der letzteren Theilung $= h+\delta$; wenn daher der Index der letzteren α angiebt, so ist seine, der Ordnung der Theilungen nach gemessene Entfernung von dem Index des Alhidadenkreises $= \alpha-h-\delta$. Es müssen also die in der Gleichung [4] vorkommenden Winkel um $h+\delta$ vermindert werden, indem sie sich auf den Index des Alhidadenkreises beziehen sollen. Ich werde nun für α und β die vorige Bezeichnung beibehalten, für α' und β' aber $\alpha_,'$ und $\beta_,'$ schreiben, wodurch diese neue Richtung diejenige wird, von welcher Strahlen, durch das zweite Prisma, gleichfalls in die Absehenslinie des Fernrohrs gebracht werden. Für dieses Prisma schreibe ich $m_,'$, $m_,$, $P_,$, $n_,$, $i_,$ statt der vorigen, ähnlichen Zeichen.

Man hat also für das zweite Prisma, vorausgesetzt dafs es sich im ersten Falle befindet,

$$\beta_,'+\beta = 2i_,\cos P_,\cos\frac{\alpha_,'-\alpha}{2}$$

und statt der Gleichung [4]

$$[6].....(m_,'-m_,)\,\varphi\left(\frac{\alpha_,'-\alpha}{2}-\mu\right) = 360^\circ-2(P_,+n_,)-(m_,'-m_,)+\alpha_,'+\alpha-2h-2\delta - i_,i_,\sin P_,\cos P_,-i_,(\beta_,'-\beta)\cos P_,\sin\frac{\alpha_,'-\alpha}{2}.$$

Digitized by Google

Um diese Gleichung zu vereinfachen, werde ich $P_{,}+n_{,}+h$ durch dasselbe Mittel, welches in gleicher Absicht, im 3ten Art. angewandt worden ist, fortschaffen. Ich nehme, nachdem der Kreis des Instruments so gestellt worden ist, dafs $\alpha = 0$ ist, die Alhidade so gedrehet an, dafs beide Prismen die Bilder eines entfernten Gegenstandes, in der Absehenslinie des Fernrohres, zur Deckung bringen, und werde den Punkt der Eintheilung, welchen der Index der Alhidade dann anzeigt, durch c bezeichnen. Diese Deckung der Bilder kann auf zwei Arten hervorgebracht werden, dadurch nämlich, dafs beide Prismen ihre brechenden Winkel nach einer Richtung, oder nach entgegengesetzten Richtungen wenden; ich werde hier die letzte Art annehmen. Man hat also $\alpha = 0$ und $\alpha_{,}' = \alpha'$, und da dieses letztere $= 180°$ ist, $\alpha_{,}' = 180°$. Das Prisma der Alhidade befindet sich im zweiten Falle, weshalb man in der Gleichung [6], der Erklärung im 3ten Art. zufolge, 0 für $\alpha_{,}'$ und $180° - 360° = -180°$ für α zu schreiben hat, und

$$(m_{,}'-m_{,})\varphi(90°-\mu) = 180°-2(P_{,}+n_{,})-(m_{,}'-m_{,})-2h-2c - i_{,}i_{,}\sin P_{,}\cos P_{,}+2i_{,}\beta\cos P_{,}$$

erhält. Ziehet man diese Gleichung von [6] ab, so ergiebt sich

$$\alpha_{,}'+\alpha = -180°+2(\delta-c)+(m_{,}'-m_{,})\left[\varphi\left(\frac{\alpha_{,}'-\alpha}{2}-\mu\right)-\varphi(90-\mu)\right] + 2i_{,}\beta\cos P_{,}+i_{,}(\beta_{,}'-\beta)\cos P_{,}\sin\frac{\alpha_{,}'-\alpha}{2};$$

verbindet man dieses mit

$$\beta_{,}'+\beta = 2i_{,}\cos P_{,}\cos\frac{\alpha_{,}'-\alpha}{2}$$

und setzt man, in den kleinen Gliedern, $\alpha_{,}' = -180°+2(\delta-c)+\alpha$ so wie, zur Abkürzung, d für $\delta - c$, so erhält man die ganz entwickelten Gleichungen, für den Durchgang eines Strahls durch das Prisma der Alhidade, im I Falle:

$$[7]\ldots\ldots\begin{cases}\alpha_{,}'+\alpha = -180°+2(\delta-c)+(m_{,}'-m_{,})[\varphi(-90°-\alpha+\delta-\mu)-\varphi(90°-\mu)] \\ \qquad +2i_{,}\beta\cos P_{,}(1+\cos(\alpha-d))+i_{,}i_{,}\cos P_{,}^{2}\sin 2(\alpha-d) \\ \beta_{,}'+\beta = -2i_{,}\cos P_{,}\sin(\alpha-d)\end{cases}$$

Für den II Fall erhält man hieraus, indem man α für $\alpha_{,}'$ und $\alpha_{,}' - 360°$ für α setzt

$$[7]^{*}\ldots\ldots\begin{cases}\alpha_{,}'+\alpha = 180°+2(\delta-c)+(m_{,}'-m_{,})[\varphi(90°+\alpha-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)] \\ \qquad +2i_{,}\beta\cos P_{,}(1-\cos(\alpha-d))+i_{,}i_{,}\cos P_{,}^{2}\sin 2(\alpha-d) \\ \beta_{,}'+\beta = 2i_{,}\cos P_{,}\sin(\alpha-d).\end{cases}$$

5.

Aus den vier Gleichungen [5], [5]*, [7], [7]* geht der Ausdruck des Winkels hervor, welchen beide, durch α', β' und $\alpha_{,}'$, $\beta_{,}'$ bestimmte Richtungen einschliefsen, desselben Winkels also, den man mit dem Instrumente beobachtet. Bezeichnet man ihn durch D, so ist

$$\cos D = \sin\beta'\sin\beta_{,}' + \cos\beta'\cos\beta_{,}'\cos(\alpha_{,}'-\alpha')$$

woraus, in Gröfsen der zweiten Ordnung richtig,

$$D = \pm[\alpha_{,}'-\alpha'+\tfrac{1}{2}(\beta_{,}'-\beta')^{2}\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}(\alpha_{,}'-\alpha') - \tfrac{1}{2}(\beta_{,}+\beta')^{2}\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\alpha_{,}'-\alpha')]$$

folgt.

Diese Formel werde ich in der Voraussetzung entwickeln, dafs die brechenden Winkel beider Prismen gegeneinander gewandt sind, oder dafs, wenn das eine Prisma sich in dem einen Falle befindet, das andere in dem anderen ist. Ist das Prisma auf dem Kreise in dem Falle I, das auf der Alhidade in dem Falle II, so sind die Gleichungen [5] und [7]* anzuwenden. Ich werde jedoch das Resultat derselben dadurch abkürzen, dafs ich schreibe:

γ für $i\cos P$; $\gamma_{,}$ für $i_{,}\cos P_{,}$

M für $(m'-m)[\varphi(90°-\alpha-\mu)-\varphi(90°-\mu)]-(m_{,}'-m_{,})[\varphi(90°+\alpha-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$

ξ für $2\beta[\gamma-\gamma\cos\alpha-\gamma_{,}+\gamma_{,}\cos(\alpha-d)]+\gamma\gamma\sin 2\alpha-\gamma_{,}\gamma_{,}\sin 2(\alpha-d)$

η für $\gamma\sin\alpha-\gamma_{,}\sin(\alpha-d)$

ζ für $\beta-\gamma\sin\alpha-\gamma_{,}\sin(\alpha-d)$

Hierdurch erhält man, aus den angeführten beiden Gleichungen:

$$\alpha_{,}'-\alpha' = 2(\delta-c)-M-\xi$$
$$\beta_{,}'-\beta' = -2\eta$$
$$\beta_{,}'+\beta' = -2\zeta$$

wodurch

$$[8]\ldots D = 2(\delta-c)-M-\xi+2\eta\eta\operatorname{cotg}d-2\zeta\zeta\operatorname{tang}d$$

wird.

Ist dagegen das Prisma auf dem Kreise in dem Falle II, das auf der Alhidade in dem Falle I, so dafs die Gleichungen [5]* und [7] anzuwenden sind, so erhält man, indem man die Bezeichnungen

Digitized by Google

M für $(m'-m)\,[\varphi(-90°+\alpha-\mu)-\varphi(90°-\mu)]-(m_{,}'-m_{,})\,[\varphi(-90°-\alpha+d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$
ξ für $2\beta\,[\gamma+\gamma\cos\alpha-\gamma_{,}-\gamma_{,}\cos(\alpha-d)]+\gamma\gamma\sin 2\alpha-\gamma_{,}\gamma_{,}\sin 2(\alpha-d)$

und η und ζ wie vorher anwendet:

$$\alpha'-\alpha_{,}' = 720°-2(\delta-c)+M'+\xi'$$
$$\beta_{,}'-\beta' = -2\eta$$
$$\beta_{,}'+\beta' = -2\zeta;$$

wodurch

$$[8]^a\ldots D = 720°-2(\delta-c)+M'+\xi'-2\eta\eta\cot g\,d+2\zeta\zeta\,tang\,d$$

wird.

6.

Durch die beiden Formeln [8] und [8]^a kann beurtheilt werden, in wiefern die verschiedenen Arten das Instrument anzuwenden, das Resultat von den angenommenen Unvollkommenheiten der Prismen und der Berichtigungen abhängig ergeben.

Herr Dr. *von Steinheil* empfiehlt (Astr. Nachr. Nr. 247) zwei Beobachtungsarten, welche beide den Indexfehler c als bekannt voraussetzen. Ich nehme an, dafs derselbe auf die Art gefunden ist, welche ich im 4ten Art. beschrieben habe, d. h. bei der Stellung des Kreises auf $\alpha = 0$.

Die eine Beobachtungsart giebt den gesuchten Winkel durch das arithmetische Mittel aus zwei Messungen, deren eine angestellt wird wenn $\alpha = 0$ ist, die andere wenn es $= d$ ist. Für die erste dieser Messungen ist

$$M = -(m_{,}'-m_{,})\,[\varphi(90°-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi = -2\beta\gamma_{,}(1-\cos d)+\gamma_{,}\gamma_{,}\sin 2d$$
$$\eta = \gamma_{,}\sin d$$
$$\zeta = \beta+\gamma_{,}\sin d;$$

für die andere:

$$M = (m'-m)\,[\varphi(90°-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi = 2\beta\gamma(1-\cos d)+\gamma\gamma\sin 2d$$
$$\eta = \gamma\sin d$$
$$\zeta = \beta-\gamma\sin d.$$

Setzt man Beides in die Formel [8] und nimmt man das arithmetische Mittel der beiden daraus hervorgehenden Ausdrücke, so ist dieses der Ausdruck des aus der hier untersuchten Beobachtungsart hervorgehenden Winkels, nämlich:

$$[9]\ldots D = 2d-\left[\frac{(m'-m)-(m_{,}'-m_{,})}{2}\right][\varphi(90°-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$+\beta(\gamma_{,}-\gamma)(1-\cos d)$$
$$-tang\,d\,[(\beta+\gamma_{,}\sin d)^2+(\beta-\gamma\sin d)^2]$$

Die andere Beobachtungsart setzt nur Eine Messung voraus, welche gemacht wird, indem man den Kreis auf $\alpha = \frac{1}{2}d$ stellt. In diesem Falle ist

$$M = [(m'-m)-(m_{,}'-m_{,})]\,[\varphi(90°-\tfrac{1}{2}d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi = -2\beta(\gamma_{,}-\gamma)(1-\cos\tfrac{1}{2}d)+(\gamma_{,}\gamma_{,}+\gamma\gamma)\sin d$$
$$\eta = (\gamma_{,}+\gamma)\sin\tfrac{1}{2}d$$
$$\zeta = \beta+(\gamma_{,}-\gamma)\sin\tfrac{1}{2}d$$

und der Ausdruck des beobachteten Winkels wird, aus der Formel [8]:

$$[10]\,D = 2d-[(m'-m)-(m_{,}'-m_{,})][\varphi(90°-\tfrac{1}{2}d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$+2\beta(\gamma_{,}-\gamma)(1-\cos\tfrac{1}{2}d)-(\gamma_{,}\gamma_{,}+\gamma\gamma)\sin d$$
$$+(\gamma_{,}+\gamma)^2\cos d\,tang\,\tfrac{1}{2}d$$
$$-2[\beta+(\gamma_{,}-\gamma)\sin\tfrac{1}{2}d]^2\,tang\,d.$$

Diese beiden Formeln zeigen, in wiefern die Winkel, welche man nach der einen oder anderen dieser Beobachtungsarten mifst, von angenommenen Unvollkommenheiten in der Construction der Prismen unabhängig sind. Sie sind davon frei, wenn $m'-m = m_{,}'-m_{,}$ ist. Um dieses zu bewirken, hat Herr *von Steinheil* beide Prismen in einem Stücke schleifen lassen und sie so auf das Instrument gesetzt, dafs sie ähnlich liegen, wenn die brechenden Winkel beider nach derselben Richtung gewandt sind. Damit man indessen ohne Weiteres übersehen könne, wie grofsen Einflufs auf den Winkel einer Ungleichheit der Prismen, $x = (m'-m)-(m_{,}'-m_{,})$, erhält, werde ich hier eine Tafel für die Werthe von

$$x\,[\varphi(90°-\gamma-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$

mittheilen, welche unter den Annahmen $k = 0{,}665$, $\mu = 44°$ berechnet worden ist:

γ	
0°	0,0000.x
5	— 0,1021.x
10	— 0,1798.x
15	— 0,2392.x
20	— 0,2844.x
25	— 0,3185.x
30	— 0,3432.x
35	— 0,3601.x
40	— 0,3698.x
45	— 0,3730.x
50	— 0,3698.x

Es geht aus dieser Tafel hervor, dafs die erste Beobachtungsart das Resultat weniger von x abhängig ergiebt als die zweite; für $d = 45°$, oder $D = 90°$ z. B. ist der Einflufs von x auf den Winkel, nach der ersten $= +0{,}1865x$, nach der zweiten $= +0{,}3027x$.

Herr Etatsrath *Schumacher* zieht diesen beiden Beobachtungsarten eine dritte vor, welche die Bestimmung des Indexfehlers nicht voraussetzt. Nachdem nämlich eine

Digitized by Google

Messung, bei der Stellung des Kreises auf $\alpha = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}D$ gemacht ist, macht man noch eine zweite, indem man den Kreis auf $\alpha = 180^\circ - \frac{1}{2}D$ stellt, wodurch der Winkel auf der entgegengesetzten Seite des Anfangspunktes gemessen, also vom Indexfehler befreiet wird. Die erste dieser Messungen ist bereits durch die Formel [10] untersucht worden; die andere erfordert, dafs, in [8]*, $180^\circ - \frac{1}{2}D$ statt α gesetzt, und für den Punkt der Theilung, welchen der Index der Alhidade nun zeigt, ein neues Zeichen ($\delta_,$) eingeführt werde. Hierdurch wird, wenn man vorläufig keine Rücksicht auf die kleinen Glieder der Gleichung [8]* nimmt, $\delta_, - c = 360^\circ - \frac{1}{2}D$, welches also der in dieser Gleichung vorkommende Werth von d ist. Man erhält also für diese Anwendung derselben:

$$M' = [(m'-m)-(m_,'-m_,)][\varphi(90^\circ - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)]$$
$$\xi' = -2\beta(\gamma_, - \gamma)(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) - (\gamma_,\gamma_, + \gamma\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\eta = -(\gamma_, + \gamma)\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\zeta = \beta - (\gamma_, - \gamma)\sin\tfrac{1}{2}D$$

und, indem man diese Ausdrücke in [8]* setzt,

$$D = 720^\circ - 2\delta_, + 2c + [(m'-m)-(m_,'-m_,)][\varphi(90^\circ - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)] - 2\beta(\gamma_, - \gamma)(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) - (\gamma_,\gamma_, + \gamma\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D + (\gamma_, + \gamma)^2 \cos\tfrac{1}{2}D \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}D - 2[\beta - (\gamma_, - \gamma)\sin\tfrac{1}{2}D]^2 \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}D.$$

Addirt man hierzu die Formel [10], nämlich,

$$D = 2\delta - 2c - [(m'-m)-(m_,'-m_,)][\varphi(90 - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)] + 2\beta(\gamma_, - \gamma)(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) - (\gamma_,\gamma_, + \gamma\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D + (\gamma_, + \gamma)^2 \cos\tfrac{1}{2}D \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}D - 2[\beta + (\gamma_, - \gamma)\sin\tfrac{1}{2}D]^2 \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}D$$

und halbirt man die Summe, so erhält man, nach einer leichten Zusammenziehung:

[11]..... $D = \delta + 360^\circ - \delta_, - \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}D[(\gamma_, + \gamma)^2 \sin\tfrac{1}{2}D^2 + (\gamma_, - \gamma)^2 \cos\tfrac{1}{2}D^2 + (\gamma_, - \gamma)^2 \sin\tfrac{1}{2}D \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}D] - 2\beta\beta \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}D$

Diese dritte Beobachtungsart hat, wie der Ausdruck ihres Resultats zeigt, den wesentlichen Vorzug vor den beiden ersten, dafs sie unabhängig von der Voraussetzung der Gleichheit beider Prismen, zum Resultate führt. Will man den beiden ersten Beobachtungsarten denselben Vortheil aneignen, so mufs man sie in beiden Lagen der Prismen, d. h. wenn α sowohl in der Nähe von 0, als von 180° ist (Art. 2), gleich oft anwenden und aus allen so erhaltenen Messungen eines Winkels das Mittel nehmen. Die dritte Beobachtungsart ist jedoch beträchtlich vortheilhafter, da sie auch dem Ablesungsfehler der Theilungen weniger Einfluſs auf das Resultat verstattet und dieses von einer Unvollkommenheit der Bestimmung des Indexfehlers ganz befreiet.

Dieselben Vortheile kann man auch erlangen, wenn man zwei Messungen miteinander verbindet, bei welchen $\alpha = 0$ und $\alpha = 180^\circ$ ist. Für die erste derselben ist:

$$M = -(m_,' - m_,)[\varphi(90^\circ - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)]$$
$$\xi = -2\beta\gamma_,(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) + \gamma_,\gamma_,\sin D$$
$$\eta = \gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\zeta = \beta + \gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D$$

und nach der Formel [8]:

$$D = 2\delta - 2c + (m_,' - m_,)[\varphi(90 - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)] + 2\beta\gamma_,(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) - 2(\beta + \gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D)^2 \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}D;$$

für die andere ist:

$$M' = -(m_,' - m_,)[\varphi(90^\circ - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)]$$
$$\xi' = -2\beta\gamma_,(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) - \gamma_,\gamma_,\sin D$$
$$\eta = -\gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\zeta = \beta - \gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D$$

und die Formel [8]* ergiebt:

$$D = 720^\circ - 2\delta_, + 2c - (m_,' - m_,)[\varphi(90^\circ - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)] - 2\beta\gamma_,(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) - 2(\beta - \gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D)^2 \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}D.$$

Die Summe beider Formeln giebt den Ausdruck:

[12].... $D = \delta + 360^\circ - \delta_, - 2\gamma_,\gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D^2 \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}D - 2\beta\beta \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}D$

Auch erlangt man dieselben Vortheile, wenn man zwei Messungen miteinander verbindet, bei welchen $\alpha = \frac{1}{2}D$ und $= 180^\circ - \frac{1}{2}D$ ist. Für die erste derselben hat man die oben schon angeführten Ausdrücke für M, ξ, η, ζ, woraus, nach [8],

$$D = 2\delta - 2c - (m' - m)[\varphi(90^\circ - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)] - \beta\gamma(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) - 2[\beta - \gamma\sin\tfrac{1}{2}D)^2 \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}D$$

hervorgeht. Für die andere ist

$$M' = (m' - m)[\varphi(90^\circ - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)]$$
$$\xi' = 2\beta\gamma(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) - \gamma\gamma\sin D$$
$$\eta = -\gamma\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\zeta = \beta + \gamma\sin\tfrac{1}{2}D$$

und

$$D = 720^\circ - 2\delta_, + 2c + (m' - m)[\varphi(90^\circ - \tfrac{1}{2}D - \mu) - \varphi(90^\circ - \mu)] + 2\beta\gamma(1 - \cos\tfrac{1}{2}D) - 2(\beta + \gamma\sin\tfrac{1}{2}D)^2 \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}D.$$

Die halbe Summe beider ergiebt:

[13].... $D = \delta + 360^\circ - \delta_, - 2\gamma\gamma\sin\tfrac{1}{2}D^2 \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}D - 2\beta\beta \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}D.$

(Der Beschluſs folgt.)

Altona 1834. Januar 15. (Hiebei eine Beilage.)

Digitized by Google

BEILAGE
ZU
№ 254. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Neuestes Verzeichniſs der optischen Apparate, welche von *G. S. Plössl*, Optiker und Mechaniker in Wien, am Wienflusse, nächst der Ketten-Fahrbrücke, am Eck der Heumühlgasse, Nr. 816, für beigesetzte Preise in Conventionsmünze oder Augsburger Courant verfertiget werden.

Practisches Fortschreiten der Optik und des Künstlers, so wie fortgesetzte Erfahrungen über die Wünsche der Abnehmer, haben neuerdings Zusätze und einige Veränderungen in diesem Verzeichnisse veranlaſst. Besonders hat die ausgezeichnet günstige Würdigung der dialytischen Einrichtung bei gröſseren Fernröhren, durch die competentesten Sachverständigen des Inn- und Auslandes, den Künstler bestimmt, die Standperspective künftig nur dialytisch zu verfertigen, indem die Abnehmer sowohl an Schärfe der Wirkung und bequemen Kürze des Tubus, als auch im Preise gewinnen. Nur auf besonderes Verlangen werden daher noch derlei Instrumente der älteren Einrichtung um die hier wiederholten älteren Preise geliefert. Im October 1833.

1. Augengläser, rund oder oval, convex oder concav, mit Fassung von feinem Stahl oder Büffelhorn. 1 fl 36 kr.
2. Derlei in feinerer Fassung. 2—3 fl.
3. Derlei in Fassung von gehämmertem feinen Silber. 4 fl. 48 kr.
4. Derlei in Fassung von Schildkröte, mit silbernen Spangen und Scharnieren. 5 fl. 30 kr.
5. Derlei in Fassung von Schildkröte, mit derlei Spangen und silbernen Scharnieren. 6 fl.

1. Doppellorgnette mit Fassung von Büffelhorn. 1 fl. 36 kr.
2. Derlei mit Fassung von Elfenbein und Horn. 2 fl.
3. Derlei von feinem Stahle, die Glastheile zum Zusammenlegen. 2 fl.
4. Derlei von gehämmertem feinen Silber. 3 fl. 40 kr.
5. Derlei mit Fassung von Elfenbein und Silber, mit Springfedern. 4 fl.
6. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen. 4 fl.
7. Derlei mit Fassung von Schildkröte und Silber, mit Springfedern. 6 fl.
8. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen. 5 fl.
9. Derlei mit Fassung von Perlmutter und Silber, mit Springfedern. 6 fl.
10. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen. 5 fl.
11. Einfache Lorgnetten in Büffelhorn gefaſst. 1 fl. 12 kr.
12. Derlei in Schildkröte. 4 fl.
13. Derlei in Perlmutter und Silber. 4 fl.
14. Ringstecher von Büffelhorn. 40 kr.
15. Derlei von Silber. 2 fl.
16. Lesegläser, in Fischbein gefaſst. 3—8 fl.

Die genannten Gegenstände werden auf besondere Bestellung auch in Goldfassung geliefert, so wie periskopische und isochromatische Brillen.

1. Theaterperspectiv, ganz silberplattirt, mit einer Auszugröhre, achromatischem Objective von 12—18‴ Oeffnung und 3mal. Vergröſserung, in Schieberfutteral von Maroquin. 5—10 fl.
2. Derlei goldplattirt. 7—13 fl.
3. Derlei von Elfenbein mit silberplattirter Auszugröhre, Objective von 16—22‴ Oeffnung und 3mal. Vergröſserung, in Schieberfutteral von Maroquin. 8—14 fl.
4. Derlei mit goldplattirter Auszugröhre, in Scharnierfutteral von Maroquin. 11—18 fl.
5. Theaterperspectiv von Elfenbein mit einer silberplattirten Auszugröhre, Objectiv-Oeffnung von 15—21‴ und zwei Ocularen zum Verschieben, wovon eines zum Theatergebrauche von 3mal. Vergröſs., das andere zum Gebrauche im Freien mit 6mal. Vergr., in Scharnierfutteral von Maroquin. 14-22 fl.
6. Derlei mit goldplattirter Auszugröhre. 16—25 fl.
7. Dialyt. Theaterpersp. mit schwarzlakirter Röhre und zwei messingenen Auszugröhren, von 18—22‴ Oeffnung, in Scharnierfutteral von Maroquin. 10—14 fl.
8. Kleiner Feldstecher, ganz silberplattirt, mit einer Auszugröhre, achrometischem Objective von 1″ Oeffnung und drei Ocularen zum Verschieben, von 4-, 8- und 12mal. Vergröſserung, in Schieberfutteral von Maroquin. 15 fl.
9. Derlei ganz goldplattirt, in Scharnierfutteral von Maroq. 18 fl.
10. Derlei von Messing mit Deckeln, in einem ledernen Beutelchen. 15 fl.
11. Derlei von Messing, mit drei Auszugröhren, in ledernem Beutelchen. 16 fl.
12. Derlei mit angeschraubtem Einschraubringe, in ledernem Beutelchen. 18—19 fl.
13. Groſser Feldstecher von Messing, mit drei Auszugröhren, achromat. Objective von 19‴ Oeffnung u. vier verschiebbaren Ocularen von 4-, 8-, 13- u. 20mal. Vergröſs., nebst angeschraubtem Einschraubringe, in ledernem Beutelchen. 30 fl.

Ueber Feldstecher siehe Zeitschr. Bd. VIII. S. 189. Astr. Nachr. Nr. 188. Beilage S. 381.

1. Auszugfernrohr von 14″ Länge, mit hölzerner polirter Röhre, drei messingenen Auszugröhren, achromat. Objective von 9‴ Brennweite u. 1″ Oeffnung, in Futt. von Maroquin. 18 fl.
2. Derlei von 18″ Länge, Objective von 13″ Brennweite und 13‴ Oeffnung. 22 fl.
3. Derlei von 24″ Länge, Objective von 16″ Brennweite und 16‴ Oeffnung. 28 fl.
4. Derlei von 30″ Länge, Objective von 20″ Brennweite und 19‴ Oeffnung. 37 fl.

Digitized by Google

5. Dasselbe mit pankrat. Auszuge nach Dr. *Kitchiner*, wodurch die Vergröfs. bis an $\frac{3}{4}$ allmähl. gesteigert werden kann. 40 fl. (Zeitschr. Bd. IV, S. 501.)
6. Derlei von 36″ Länge, mit vier Auszugröhren, Objective von 25″ Brennweite und 24‴ Oeffnung. 60 fl.
7. Dasselbe mit pankratischem Auszuge, wie oben. 63 fl.
8. Kalblederne oder ächtene Futterale für obige Zugfernröhre, mit Riemen zum Umhängen, statt des Schieberfutterales, nach der Gröfse mehr: 2—4 fl.

Alle vorgenannten Auszugfernröhre werden, auf besondere Bestellung, mit silberplattirten Auszugröhren um dieselben Preise geliefert.

9. Stockfernrohr, ganz von Metall und lakirt, das Fernrohr selbst von 20″ Länge mit Objective von 1″ Oeffnung. 18 fl.
10. Astronomische Ocular-Aufsätze zu obigen Zugfernröhren, zum Auswechseln gegen die letzte Auszugröhre, mit einem Sonnenglase; nach der Gröfse 4—6 fl.
11. Einschraubringe für diese Zugfernröhre, um sie an Bäume, Pfosten, Fensterstöcken u.s.w. zu befestigen; nach der Gröfse 3-6 fl.
12. Glasmikrometer, mit Fassung, in die Oculare dieser Zugperspective einzuschieben, mit Theilung der Wiener Linie in 10—20 Theile. 4 fl.
13. Leichtes tragbares Pyramidalstativ für diese Zugfernröhre und Feldstecher, zum Zusammenlegen und höher und niedriger Stellen eingerichtet, von polirtem Nufsbaumholz mit messingenen Scharnieren; nach der Gröfse 4—6 fl.
14. Derlei kleinere, in Form und zum Gebrauche als Spazierstock, für die Feldstecher. 5 fl.

1. Fernrohr auf Stative aus messingener Säule mit Dreifufs zum Zusammenlegen; mit horizontaler und varticaler Bewegung; messingenem Tubus von 34″ Länge; Objective von 25″ Brennweite und 24‴ Oeffnung; einem irdischen Oculare von 34mal., zwei astron. von 45 u. 75mal. Vergröfserung, und einem Sonnenglase; in pol. Kasten von Nufsbaumholz mit Schlofs 100 fl.
2. Derlei mit Tubus von 40″ Länge; Objective von 30″ Brennweite und 28‴ Oeffnung; einem irdischen Oculare von 42mal. u. drei astronom. von 48-, 70- u. 100mal, Vergröfserung, nebst Sonnenglas; in polirtem hölzernen Kasten mit Schlofs. 155 fl.
3. Derlei mit Tubus von 45″ Länge; Objective von 36″ Brennweite und 32‴ Oeffnung; einem irdischen Oculare von 48mal. und drei astron. von 55-, 85- u. 127mal. Vergröfserung, mit zwei Sonnengläsern; in polirtem hölzernen Kasten mit Schlofs 200 fl.
4. Derlei mit Tubus von 52″ Länge, mit horizontaler und verticaler sanfter Bewegung durch Triebwerk; Objective von 42″ Brennweite und 36‴ Oeffnung; zwei irdischen Ocularen von 48- u. 70mal., vier astronom. Ocularen von 60-, 80-, 110- u. 140mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern; in polirtem hölzernen Kasten mit Schlofs. 320 fl.
5. Derlei mit Pyramidalstativ, unmittelbar auf dem Boden stehend, Rohr und Fufs von Mahagoniholz, ebenso um 320 fl.
6. Tubus mit Pyramidalstative, unmittelbar auf dem Boden stehend, Rohr und Fufs von Mahagoniholz, mit horizontaler und verticaler sanfter Bewegung. Das achromatische Objectiv hat 46″ Brennweite und 40‴ Oeffnung; zwei irdische Oculare von 50- u. 80mal, vier astronom. von 55-, 85-, 125- und 160mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern und achromat. Sucher. Die Oculare in hölzernem polirten Kästchen mit Schlofs. 450 fl.
7. Derlei mit Objective von 54″ Brennweite und 44‴ Oeffnung; zwei irdischen Ocularen von 55- u. 90mal., fünf astron. Ocularen von 50-, 80-, 110, 180- u, 240mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern, Ringmikrometer und achromat. Sucher. Die Oculare, Mikrometer und Sonnengläser in hölzernem polirtem Kästchen mit Schlofs. 600 fl.
8. Derlei mit Objective von 60″ Brennweite und 48‴ Oeffnung; zwei irdischen Ocularen von 60- u. 100mal. Vergröfserung, fünf astron. Oculare von 60-, 90-, 130-, 180- u. 270mal. Vergröfserung; zwei Sonnengläser, Ringmikrometer und achromatischem Sucher. Die Oculare, Mikrometer und Sonnengläser in hölzernem polirten Kästchen mit Schlofs. 800 fl.
9. Pankratische Ocular-Aufsätze, nach Dr. *Kitchiner*, zu den obigen Fernröhren jeder Gattung; nach der Gröfse 10—12 fl. (Zeitschr. Bd. IV. S. 501.)

Dialytische Fernröhre.

(Astr. Nachr. Nr. 249. S 237. Wien Zeitschr für Kunst, Literatur u. s w. 1832. Nr. 108 u. 109.)

10. Fernrohr von Messing, auf Stative aus messingener Säule mit Dreifufs zum Zusammenlegen, mit horizontaler u. verticaler Bewegung. Tubus von 28″ Länge, Objective von 26‴ Oeffnung und 22″ Brennweite; zwei irdische Oculare von 40- u. 60mal. Vergröfserung, zwei astronom. Oculare von 45—70mal. Vergröfserung, nebst Sonnenglas, in polirtem Kasten von Nufsbaumholz mit Schlofs. 140 fl.
11. Derlei mit Tubus von 35″ Länge, von 33‴ Objectivöffnung und 29″ Brennweite; zwei irdischen Ocularen von 53- und 70mal., und drei astron. von 45-, 72- u. 105mal. Vergröfserung, nebst Sonnenglas, in polirtem Kasten von Nufsbaumholz mit Schlofs. 230 fl.
12. Derlei mit Tubus von 40″ Länge mit horizontaler und verticaler sanfter Bewegung durch Triebwerk; Objectivöffnung von 37‴; Brennweite von 34″; zwei irdischen Ocularen von 56- u. 80mal., und vier astronom. von 50, 80-, 111- u. 135mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern, in polirtem Kasten von Nufsbaumholz mit Schlofs. 310 fl.
13. Derlei auf Pyramidalstative, unmittelbar auf dem Boden stehend, mit Tubus und Fufs von Mahagoniholz. 310 fl.
14. Fernrohr auf Pyramidalstativ von Mahagoniholz, unmittelbar auf dem Boden stehend, mit horizontaler und verticaler sanfter Bewegung durch Triebwerk. Tubus von Mahagoniholz von 44″ Länge; Objectivöffnung 41‴ und Brennweite 38″; zwei irdischen Ocularen von 60- u. 90mal., vier astron. von 55-, 80-, 120- u. 160mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern und achromatischem Sucher. Die Oculare in polirtem Kästchen von Nufsbaumholz mit Schlofs. 430 fl.
15. Derlei mit Tubus von 48″ Länge; Objectivöffnung von 45‴, und 42″ Brennweite; zwei irdischen Ocularen von 65- und 100mal., fünf astron. von 55-, 80-, 120-, 160- u. 230mal. Vergröfserung. Nebst 2 Sonnengläsern, Ringmikrometer u. achromat. Sucher, im pol. Kästchen v. Nufsbaumholz m. Schlofs. 570 fl.
16. Derlei mit Tubus von 51″ Länge, Objectivöffnung von 48‴, Brennweite 45″; zwei irdischen Ocularen von 65- u. 110mal.,

Digitized by Google

fünf astronom. von 60-, 90-, 130-, 180- u 270mel. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern, Ringmikrometer u achromat. Sucher. Die Oculare, Sonnengläser und der Ringmikrometer in polirtem Kästchen von Nufsbaumholz. 760 fl;

17. Vorrichtung mit Prisma u. Correctionsschrauben an diese Fernröhre, um hochstehende Gestirne bequem zu beobachten. 15 fl.
18. Cometensucher mit hölzerner polirter Röhre, einem achromat. Objective von 26″ Brennweite und 34‴ Oeffnung, und einem astronom. Oculare von 10mal. Vergröfserung bei einem Sehefelde von 5 — 6 Graden. 70 fl.
19. Derlei Cometensucher, auf messingenem Stative parallactisch aufgestellt, mit Stunden- und Declinations-Kreise von 4½″ Durchmesser, von 5 zu 5 Minuten auf Silber getheilt, nebst einem zweiten Oculare von 16mal. Vergröfserung. 380 fl.
20. Obige Fernröhre Nr. 4 oder 5, dann die dialytischen Nr. 12 oder 13 parallactisch aufgestellt; einem Stunden- u. Declinations-Aufsuchungskreise von 5½ Zoll im Durchmesser, von Minute zu Minute auf Silber getheilt, mit allen nöthigen Correctionen versehen. 550 fl.
21. Ringmikrometer zu obigen Fernröhren Nr. 4 oder 5. 12 fl.
22. Dynameter zur Messung der Vergröfserung von Fernröhren, nach *Ramsden*. 9 fl.

Dialytische Fernröhre von gröfseren Dimensionen und parallactische Aufstellung derselben, Mikrometer aller Art, und andere Einrichtungen nach besonderer Verabredung.

---

1. Loupe nach *Wilson*, mit einer Linse, in messingener Fassung. 1 fl. 24 kr.
2. Derlei aplanatisch aus zwei achromat. Linsen. 5 fl.
3. Derlei mit zwei Linsen, mit Dackeln. 2 fl. 48 kr.
4. Einfache Loupe, in Büffelhorn gefafst. 1 fl. 12 kr.
5. Derlei doppelte. 2 fl.
6. Derlei dreifache. 2 fl. 48 kr.
7. Loupe, in Büffelhorn gefafst, mit gläsernen *Lieberkühn*schen Spiegel. 2 fl.
8. Aplanatische Loupe, aus zwei achromat. Linsen zusammengesetzt, von 1—2″ im Durchmesser, von 3—6mal Vergröfserung, in Messing gefafst, in Futteral von Maroquin. 5—9 fl. (Zeitschr Bd. VIII. S. 189. Astr Nachr. Nr. 188 Beilage S. 381.)
9. Derlei aus zwei achromat. Linsen von ½ — 1″ im Durchmesser, zum Auseinanderschieben, um sie auch einzeln zu gebrauchen (wie Doppelloupeo), von 6—9mal. Vergröfserung, in Elfenbein gefafst. 5 fl.
10. Botanisches Handmikroskop mit drei Linsen, mit *Lieberkühn*schen Spiegeln auf messingenem Griffe, Objectnadel, Messerchen u. Nadel mit elfenbeinernen Heften u. Pincette, dann zwei Objectschieber mit Probeobjecteo; in Futteral von Maroq. 12 fl.
11. Derlei mit elfenbeinernem Griffe, einer Linse mit *Lieberkühn*schem Spiegel, einer Loupe u. Objectnadel; in Futteral von Meroquin. 5 fl.
12. Derlei mit schildkrötenem Griffe. 6 fl.
13. Pincette, Messerchen und Nadel dazu. 1 fl.

---

1. Grofses zusammengesetztes Mikroskop, dessen Körper durch Triebwerk gegen den feststehenden Objecttisch bewegt wird, auf messingenem, zusammen zu legenden Dreifufse; mit drei Ocularen aus einfacher Linse und Collectivglase bestehend, zum Aufstecken, und sechs achromat., aplenetischen Linsen, über einander zu schrauben. Der Objecttisch mit vorne offener Federklammer für Objectträger und Glastafeln aller Art, mit Drücker zum Oeffnen von untan, und zwei diagonal stehenden Stellschrauben zur Führung des Objectes durch alle Puncte des Sehefeldes. Einem gläsernen concaven Reflexionsspiegel mit doppelter Bewegung zur transparenten Beleuchtung; der schwarzen Rückseite desselben, und einem sphärischen Beleuchtungsprisme (nach *Selligue*) mit Bewegung, zur Beleuchtung opaker Objecte. Einer grofsen Lichtverstärkungslinse auf besonderem Fufse, zur Verstärkung der Beleuchtung bei stärkeren Vergröfserungen sowohl transparenter als opaker Objecte. Einem concaven Glase, in Messing gefafst, zum Drehen, für Flüssigkeiten; einem Insectenglase in messingener Fessung, dann einer Objectnadel zum Aufstecken. Dazu noch: Eine messingene *Wilson*sche Loupe; eine messingene Pincette; sechs Objectenschieber mit 24 Probeobjecten; zwei auf Glas getheilte Mikrometer mit Theilungen der Wiener Duodecimallinie in 30 und 60 Theile, oder des Millimeters in 20 und 50 Theile, in elfenbeinerner Capsel, nebst messingenem Ringe dazu zum Einlegen in den Objecttisch. Alles in einem hölzernen polirten Kasten mit Schlofs, beiläufig 18″ leng, 9″ breit und 4″ hoch, mit Sammet gefüttert. Die Vergröfserungen gehen von 18 Mal bis zu 500 Mal linear, oder 324 Mal bis 250000 Mal der Fläche, mit vollständiger Klarheit und Schärfe; zusammen um 185 fl.

Ein solches Mikroskop mit der Vorrichtung zum Messen der Objective bis auf 0,00001 Wiener Zoll linear, mittelst Mikrometerschraube nach *Fraunhofer*. 275 fl.

Ein viertes Ocular zu diesem Mikroskope, um die Vergröfserung mit verhältnismäfsigem Verluste an Lichtstärke bis auf 1000 — 1500 Mal zu steigern. 10 fl.

Ein aplanatisches Ocular aus zwei achromatischen Linsen, mit schwacher Vergröfserung von 10 — 12 Mal, um besonders opake Objecte mit höchster Schärfe zu sehen. 10 fl.

Eine Vorrichtung an diesem Mikroskope, um es nach Willkühr horizontal oder in jedem Winkel schief stellen zu können; zur Bequemlichkeit, besonders beim Zeichnen. 15 fl.

Eine Vorrichtung an dem Objecttische dieses Mikroskopes, mit Mikrometerschraube zur höchst feinen Einstellung bei sterken Vergröfserungen. 12 fl.

2. Kleines zusammengesetztes Mikroskop, dessen Körper durch Triebwerk gegen den feststehenden Objecttisch bewegt wird, auf messingenem, zusammen zu legenden Dreifufse; mit zwei Ocularen aus einfacher Linse und Collectivglase bestehend, zum Aufschrauben, und fünf achromatischen, eplanatischen Linsen zum Uebereinanderschrauben. Der Objecttisch mit vorne offener Federklammer für Objectträger und Glastafeln aller Art, mit Drücker zum Oeffnen von unten. Einem gläsernen conceven Reflexionsspiegel mit doppelter Bewegung zur transperenten Beleuchtung; der schwarzen Rückseite desselben, und einer Beleuchtungslinse mit Bewegung für opake Objecte. Einem concaven Objectglase für Flüssigkeiten, und zwei flachen Glastafeln für trockene Objecte. Einem Insectenglase in messingener Fassung, und einer Objectnadel zum Aufstecken. Eine

Digitized by Google

Wilsonsche Loupe, in Messing gefafst, und eine messingene Pincette. Zwei auf Glas getheilte Mikrometer mit Theilung der Wiener Duodecimallinie in 30 und 60 Theile linear, in elfenbeinener Capsel und messingenem Ringe zum Einlegen in den Objecttisch, und vier Objectschieber mit 16 Probeobjecten. Die Vergrößerungen gehen von 18—250 Mal linear, oder von 324—62500 Mal der Fläche. Alles in einem polirten hölzernen Kästchen mit Schlofs, und mit Sammet gefüttert, beiläufig 1′ lang, 6″ breit und 3″ hoch. 90 fl.

3. Zusammengesetztes Taschen- oder Reise-Mikroskop mit einem auf dem Deckel des Kästchens aufzuschraubenden Fufse, dessen in zwei Hälften zerlegbarer und ineinander zu schraubender Körper auf einem horizontal beweglichen Arme steht; mit einem durch Triebwerk gegen die Linsen zu bewegenden Objecttische mit offener Federklemmer; zwei Ocularen und fünf achromat. Linsen zum Uebereinanderschrauben; einem beweglichen Reflexionsspiegel, dessen schwarze Rückseite nebst einer beweglichen Beleuchtungslinse zum Aufstecken, zur Beleuchtung opaker Objecte dient. Einem flachen und concaven Glase für flüssige und trockene Objecte; einer Objectnadel zum Aufstecken und eine messingene Pincette; zwei Objectenschieber mit acht Probeobjecten. Die Vergrößerungen gehen von 18–250 Mal linear, oder 324—62500 Mal der Fläche. Alles in einem polirten Kästchen, mit Sammet gefüttert und mit Schlofs, beiläufig 4½″ lang, 3¼″ breit und 1¼″ hoch. 80 fl.

4. Kleineres zusammengesetztes Reise-Mikroskop mit einem auf den Deckel des Futterals aufzuschraubenden Fufse, dessen Körper auf horizontalem beweglichen Arme stehet; mit einem durch Triebwerk gegen die Linsen beweglichen Objecttische mit offener Federklammer; einem Ocluere und drei achromat. Objectivlinsen zum Uebereinanderschrauben; einem beweglichen conceven Reflexionsspiegel für transparente Objecte, dessen schwarze Rückseite nebst einer beweglichen Beleuchtungslinse zum Aufstecken, zur Beleuchtung opaker Objecte dient. Einem flachen und concaven Glase für flüssige und trockene Objecte; einer Objectnadel zum Aufstecken und einer messingenen Pincette; zwei Objectenschieber mit acht Probeobjecten. Die drei verschiedenen Vergrößerungen sind: 25, 60 und 100 Mal linear, oder 625, 3600 und 10000 Mal der Fläche. Alles in einem mit Sammet gefütterten Futteral von Maroquin. 40 fl.

5. Einfaches Taschen- oder Reise-Mikroskop (nach *Banks*) mit einem auf den Deckel des Kästchens aufzuschraubenden Gestelle, mit Nufs zum Schiefstellen; einem durch Triebwerk gegen die Linsen zu bewegenden Objecttische mit offener Federklammer; einem beweglichen concaven Reflexionsspiegel; zwei planen und einem concaven Objectenglase, und einer Objectnadel zum Aufstecken. Dazu sechs einfache, in Messing gefafste Linsen, welche Vergrößerungen von 12—300 Mal linear oder 144—90000 Mal der Fläche geben, auf einem horizontal beweglichen Arme. Ein *Lieberkühn*scher Spiegel für die schwächeren Linsen zur Besichtigung opaker Objecte. Zwei Objectschieber mit acht Probeobjecten und einer messingenen Pincette. Alles in einem polirten hölzernen Kästchen, mit Sammet gefüttert, beiläufig 4″ lang, 3″ breit und 1¼″ hoch. 40 fl.

Linsen von Demant, Saphir und andern Edelsteinen, und Glasmassen, so wie Doppellinsen nach *Wollaston*, welche auf diese Mikroskope zu brauchen sind, werden nur auf besondere Verabredung für physikalische Museen geliefert.

Eben so werden katadioptrische Mikroskope für phisikalische Museen nur nach besonderer Verabredung verfertiget.

6. Sonnen-Mikroskop mit vollständigem Apparate, mit vier achromatischen oplanatischen Linsen, zum Uebereinanderschrauben; in hölzernem polirten Kasten mit Schlofs. 100 fl.
7. Eine Mikrometerthailung auf Glas von 20—60 Theilen linear der Wien. Duodecimallinie; in einer Capsel v. Elfenbein. 3-4 fl.
8. Eine derlei, mit Theilung der Wiener Linia in 100 Thaile. 5 fl.
9. Eine derlei, mit Theilung der Wiener Linie in 200 Theile. 6 fl.
10. Eine derlei auf Elfenbein, die Wienar Linie in 20 Theile. 3 fl.
11. Eine derlei auf Glas, des Millimeters in 100 Theile. 8 fl.
12. Apparat zum Electrisiren, unter dem Mikroskope auf dem Objecttisch anzuschrauben; in Futteral von Maroquin. 5 fl.
13. Sammlung von 48 Quer- und Längendurchschnitten von Pflanzenstämmen und Stängeln, mit systemat. Benennung, zum Gebrauche bei dem Unterrichte über den inneren Bau der Pflanzen, in zwölf Objectschiebern von Buchsbaumholz; in Futteral von Maroquin. 12 fl.
14. Dieselben in Objectschiebern von Ebenholz. 15 fl.
15. Sammlung von 48 organischen, für mikroskopische Besichtigung merkwürdigen Gegenständen (mit Anschlufs von Pflanzendurchschnitten), systematisch benannt, in zwölf Objectschiebern von Buchsbaumholz; in Futteral von Maroq. 12 fl.
16. Dieselben in Objectschiebern von Ebenholz. 15 fl.
17. Zwölf Objectschieber, ganz von Glas, zum Oeffnen, für sehr feine Objecte, bei starker Vergrößerung. 10 fl.

---

1. Camera lucida mit Prisma, nach *Wollaston*, mit Stative, in Futteral von Maroquin. 11 fl.
2. Derl. zum Anschrauben an das Zeichnungsbret vorgerichtet. 15 fl.
3. Derlei ohne Prisma, mit metall Planspiegel, wo der Zeichnungsstift besser zu sehen ist, mit Stative u. Futt. v. Maroq. 15 fl.
4. Derl. zum Anschrauben an das Zeichnungsbret vorgerichtet. 9 fl.
5. *Sömmering*scher Spiegelchen-Apparat, mit Ring und Stellschrauben, an Mikroskope und Fernröhre jeder Art und Gröfse anzuwenden, in Futteral von Maroquin. 6 fl.

(Zeitschr. Bd. IV. S. 1.)

6. Derlei mit Stative, um mit freiem Auge zu zeichnen; in Futteral von Maroquin. 11 fl.
7. Spiegel zur Darstellung der Interferenz des Lichtes, mit Fassung und den nöthigen Corrections Schrauben; in Futteral von Maroquin. 22 fl.
8. Lichtbeugungs-Apparat mit einem Fernrohre von 16″ Oeffnung und allen nöthigen Vorrichtungen; in einem hölzernen polirten Kästchen. 100 fl.
9. Camera obscura mit einem sphär. Prisma (nach *Chevalier*); wird nach Verschiedenheit der Einrichtung auf besondere Bestellung geliefert.
10. Optometer nach Prof. *Stampfer* (Journ. d. polytechn. Institutes, Bd. 17. S. 35) in Futteral. 15 fl.
11. Ueberkästen von Tannenholz mit Scharnieren und Schliefshaken für alle genannten Instrumente zur Aufbewahrung u. Versendung, nach Verschiedenheit der Gröfse. 1—6 fl.

Alle übrigen, zum Unterrichte in der Optik erforderl. Apparate werden auf besondere Bestellung u. Verabredung verfertiget.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 255.

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*.

(Beschluſs).

Ich bemerke noch, daſs die drei letzten Beobachtungsarten nicht die einzigen sind, welche eine Ungleichheit beider Prismen gänzlich aus dem Resultate bringen; dieses geschieht allgemein, wenn man zwei Messungen miteinander verbindet, für deren erste der Index der Theilungen am äuſseren Rande auf einen willkürlichen Punkt α, für die zweite dann aber auf $180^\circ - \alpha$ gestellt wird. Diese Verbindung giebt nämlich:

$$[14]\ldots. D = \delta + 360^\circ - \delta,$$
$$- \gamma\gamma \sin 2x + \gamma,\gamma, \sin (2x - D)$$
$$+ 2 [\gamma \sin x - \gamma, \sin (\alpha - \tfrac{1}{2}D)]^2 \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}D$$
$$- 2 [\gamma \sin \alpha + \gamma, \sin (\alpha - \tfrac{1}{2}D)]^2 \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}D$$
$$- 2\beta\beta \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}D.$$

Indessen ist die Voraussetzung $\alpha = \frac{1}{2}D$, welche bei der *Schumacher*schen Beobachtungsart stattfindet, und deren Resultat die Formel [11] angiebt, diejenige, welche der Anwendung des Instruments die gröſste Ausdehnung, bis zu Winkeln von 200° giebt; die Voraussetzungen $\alpha = 0$ und $\alpha = \frac{1}{2}D$, deren Resultate in den Formeln [12] und [13] angegeben sind, beschränken die Winkel auf 100°, gewähren dagegen aber die Bequemlichkeit, daſs das Fernrohr nach einem der Punkte, zwischen welchen der Winkel gemessen werden soll, gerichtet wird, während es, bei anderen Voraussetzungen von α, anderen Punkten des durch beide gelegten gröſsten Kreises entspricht. Das erstere scheint die Anwendung des Instruments zur Messung der Entfernungen des Mondes von der Sonne oder Sternen, und überhaupt die Anwendungen zur See, zu erleichtern.

7.

Aus den Formeln [5] bis [7]* geht hervor, daſs die Neigung der Prismen gegen die Ebene des Instruments ohne Einfluſs auf die Messungen ist, wenn P und $P_,$ entweder $= 90^\circ$ oder $= 270^\circ$ sind, oder, wenn der die Pole a und b für das erste Prisma, so wie a und $b_,$ für das zweite, verbindende gröſste Kreis, durch den, jedem derselben zugehörigen Anfangspunkt der Winkel geht; dieses findet statt, wenn die spiegelnden Ebenen der Prismen der Axe des Instruments parallel sind. Es kömmt also nicht sowohl darauf an, i und $i_,$ durch Berichtigung der Aufstellung des Prisma, $= 0$ zu machen, als es erforderlich ist, die spiegelnden Ebenen der Prismen senkrecht auf die Ebene des Kreises des Instruments zu stellen. Wenn die Prismen gleichschenklichte Dreiecke sind, so ist diese alleinige Berichtigung der spiegelnden Ebenen, nicht nur näherungsweise, sondern in aller Schärfe hinreichend. Denn setzt man, in den Gleichungen [2], $m' = m$ und $P' = 90^\circ$ oder 270°, so leisten ihnen $\beta' + \beta = 0$ und $a' + a - 2n = 0$ Genüge, oder die Richtungen eines Strahls vor dem Eintritte und nach dem Austritte sind von i unabhängig. Die kleine Abhängigkeit dieser Richtungen von i, welche eintritt, wenn m und m' ungleich sind, ist also der Grund, welcher einer vollständigen Berichtigung der Prismen Interesse giebt.

Indessen sind leicht anwendbare Mittel vorhanden, alle drei Ebenen jedes Prismas zu berichtigen, oder die Axe desselben so zu stellen, daſs sie der Drehungsaxe des Instruments parallel wird. Das mir am leichtesten erscheinende werde ich angeben.

Um zuerst das auf dem Kreise des Instruments feste Prisma zu berichtigen, schraubt man das zu der Alhidade gehörige ab und nimmt auch die bogenförmige Blendung hinter dem Kreisprisma weg, so daſs Strahlen von allen Seiten freien Zugang erhalten. Dann befestigt man den Handgriff des Instruments in etwa senkrechter Lage, richtet das Fernrohr etwa 90° rechts oder links von einem deutlichen Gegenstande und bringt dessen, von einer der brechenden Ebenen des Prismas unvollständig reflectirtes Bild an das Fadenkreuz des Fernrohrs; darauf drehet man den Kreis, bis das von der anderen brechenden Ebene reflectirte Bild in das Fernrohr gelangt. Erscheint auch dieses Bild am Fadenkreuze, so haben beide brechende Ebenen eine gleiche Neigung gegen die Drehungsaxe; erscheint es nicht am Fadenkreuze, so muſs dieses, durch eins der beiden, sich vor den brechenden Ebenen befindenden Schrauben-

Digitized by Google

paare hervorgebracht werden; sobald die gleiche Neigung dieser Ebenen gegen die Drehungsaxe erlangt ist, bringt man auch das von der spiegelnden Ebene des Prismas reflectirte Bild, durch fortgesetzte Drehung des Kreises, in das Fernrohr und bewirkt dessen Erscheinen am Fadenkreuze durch die Berichtigungsschrauben hinter dieser Ebene. Indem man sowohl das unvollständig, von der äufseren Seite der spiegelnden Ebene, als das vollständig von der inneren reflectirte Bild, in das Fernrohr bringen kann, erlangt man den Vortheil, einen Fehler im Parallelismus dieser Ebene mit der Drehungsaxe in doppelter Gröfse zu erkennen, und dadurch desto schärfer wegschaffen zu können. Wenn das Prisma des Kreises, auf diese Art, vollständig berichtigt ist, setzt man das der Alhidade wieder auf und drehet die Alhidade so, dafs die brechenden Winkel beider Prismen zusammenfallen. Obgleich die Blendungen des Prismas der Alhidade nicht weggenommen werden können, so ist doch auch seine vollständige Berichtigung möglich, indem ein zum Sehen des vorher benutzten Gegenstandes hinreichender Theil seines Lichtes neben der Blendung vorbei, auf das Prisma und von diesem in das Fernrohr gelangt. Man wendet daher die Berichtigungsschrauben des Alhidaden-Prismas an, um dadurch das Zusammenfallen der unvollständig reflectirten Bilder, sowohl von der einen brechenden Ebene beider Prismen, als auch von der anderen, zu erlangen, wodurch diese Ebenen selbst, und also auch die spiegelnde, zusammenfallen. Eine directe Prüfung dieses letzteren Zusammenfallens, worauf die Berichtigung, der oben gemachten Bemerkung zufolge, hauptsächlich beruhet, erhält man, indem man auch die durch die vollständige Reflexion erzeugten Bilder in das Fernrohr gelangen läfst.

Dieses Verfahren empfiehlt sich durch die Leichtigkeit seiner Ausführung und durch die Schärfe der Berichtigung, welche es gewährt, so wie auch dadurch, dafs es kein, dem Instrumente selbst fremdes Hülfsmittel voraussetzt. Es kann mit gleichem Vortheile im Freien und im Zimmer, ja selbst auf dem Verdecke eines Schiffes ausgeführt werden.

Es ist nicht wahrscheinlich, dafs das vor jeder Berührung geschützte untere Prisma, wenn es einmahl berichtigt ist, Veränderungen seiner Stellung erfahren werde; das obere, durch die Hülfe des unteren, jederzeit vollständig zu berichtigen, ist, wie ich gezeigt habe, leicht und kann durch irgend einen, etwa 90° von der Gesichtslinie entfernten Gegenstand am Himmel, wie auf der Erde, geschehen. Will man sich aber von der dauernden Berichtigung des unteren Prismas überzeugen, ohne das obere abzunehmen, so kann dieses dadurch geschehen, dafs man untersucht, ob die Drehung des Kreises, sowohl das von einer der brechenden Ebenen unvollständig, als auch das von der spiegelnden vollständig reflectirte Bild eines, etwa 90° von der Gesichtslinie entfernten Gegenstandes an das Fadenkreuz zu bringen vermag; diese Prüfung wird vollständig, wenn man sie an beiden brechenden Ebenen vornimmt, wozu erforderlich ist, dafs die Gesichtslinie einmal rechts, das anderemal links von dem Gegenstande liege. Man könnte nicht nur die Prüfung der fortwährenden Berichtigung, sondern auch die Berichtigung selbst, auf diese Art, ohne das Prisma der Alhidade zu entfernen, erhalten; allein man gelangt auf die vorher beschriebene Art leichter und schärfer zum Ziele.

Die Berichtigung der Absehenslinie des Fernrohrs kann man genau so erhalten, wie man sie, bekanntlich, bei den Spiegel-Instrumenten erhält. Da dieses Verfahren darauf beruhet, dafs der Einfluss einer Neigung β der Absehenslinie, auf einen Winkel D dem Quadrate von β proportional, nämlich, den Formeln des 6ten Artikels zufolge, $-2\beta\beta \tang \frac{1}{2}D$ ist, so gewährt es bei dem Prismenkreise, mit welchem man beliebig grofse Winkel messen kann, wegen der Gröfse, die man der Tangente des halben Winkels geben kann, gröfsere Genauigkeit als bei den Spiegel-Instrumenten. Nimmt man den Winkel $= 180°$, so geht die der Ebene des Kreises parallele Linie im Fernrohre, in welcher allein man die Deckung der Bilder der Punkte hervorbringen kann (unter Voraussetzung der vorhergegangenen Berichtigung der Prismen) durch den Punkt, den das Fadenkreuz einnehmen soll. Will man diese Eigenschaft lieber zur Berichtigung der Absehenslinie benutzen, als die gewöhnliche (jedoch völlig ausreichende) Methode, so gelangt man leicht zum Ziele, indem man ein mit einem Fadenkreuze versehenes Fernrohr nach einem entfernten Gegenstande richtet, und das auf $\alpha = 45°$, $d = 90°$ gestellte Instrument zwischen das Objectiv dieses Fernrohrs und den Gegenstand hält. Wären die Prismen nicht berichtigt, so würde man, durch das eine oder andere Verfahren, nicht β, sondern das in den Formeln des 5ten Art. vorkommende ζ zum Verschwinden bringen. In dem zuletzt erwähnten Falle $\alpha = 45°$, $d = 90°$ wäre dieses $= \beta + \frac{\gamma_{,} - \gamma}{\sqrt{2}}$; in dem ähnlichen $\alpha = 135°$, $d = 270°$ würde es $\beta - \frac{\gamma_{,} - \gamma}{\sqrt{2}}$ sein. Indem das Zusammenfallen der spiegelnden Ebenen beider Prismen $\gamma_{,} + \gamma = 0$ ergiebt, bemerkt man leicht, dafs die Combination der dieses Zusammenfallen bewirkenden Operation mit der Beobachtung der Punkte im Fernrohre, in welchem die Bilder zweier, einander diametral entgegen-

Digitized by Google

gesetzten Punkte in beiden Lagen des Instrumentes zur Deckung gebracht werden können, die Mittel zur Berichtigung des Instruments vollständig enthält. Vermuthlich ist die von Herrn *von Steinheil* angedeutete Berichtigungsmethode hierauf gegründet, indem er zwei parallel aufgestellten Fernröhren, welche dasselbe leisten, was durch ein, nach einem entfernten Gegenstande gerichtetes Fernrohr geleistet wird, darin eine Rolle einräumt.

Bessel.

Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber.

Kremsmünster 1833. Jun. 25.
(Beschluss.)

Zugleich übermache ich Ihnen die Beobachtungen von Mondsternen, die im verflossenen Jahre an hiesiger Sternwarte gemacht wurden. Die Mondsbeobachtungen sind pünctlich nach *Bessels* tab. regiom. reducirt.

1832.	Gestirne.	AR. app. h ′ ″	Fädenzahl.	Zeit. ″
Febr. 12	62 χ 3 Orion	5 53 57,06	5	
	Mond I	6 32 43,07	5	— 0,09
	43 ζ Gemin.	6 54 9,26	5	
	56 q Gemin.	7 12 2,60	5	
13	43 ζ Gemin.	6 54 8,84	5	
	56 q Gemin.	7 12 2,56	5	
	Mond I	7 38 8,50	5	0,00
	31 θ Cancr.	8 22 1,42	5	
14	Mond I	8 42 44,13	5	— 0,07
	82 π 2 Cancr.	9 5 57,43	5	
	(74) Leon.	9 16 14,37	5	
15	82 π 2 Cancr.	9 5 57,93	5	
	(74) Leon.	9 16 14,66	4	
	Mond I	9 45 0,26	5	+ 0,10
	α Leon.	9 59 25,77	5	
16	45 Leon.	10 18 46,90	5	
	47 ρ Leon.	10 23 58,29	5	
	Mond II	10 46 26,18	5	— 0,12
März 10	130 N Tauri	5 37 38,65	5	
	Mond I	6 9 56,57	5	— 0,03
	43 ζ Gemin.	6 54 8,94	5	
11	43 ζ Gemin	6 54 8,62	5	
	Mond I	7 13 10,96	5	— 0,20
	81 g Gemin.	7 36 23,90	5	
	16 ζ Gemin.	8 2 34,88	5	
12	81 g Gemin.	7 36 23,77	5	
	16 ζ Cancr.	8 2 34,62	5	
	Mond I	8 16 10,98	5	+ 0,02
	62 o I Cancr.	8 47 52,82	5	
Jun. 9	Mond I	14 35 15,63	5	+ 0,56
	15 ξ 2 Libr.	14 47 41,43	5	
	(54) Libr.	15 14 41,31	5	
11	49 Libr.	15 50 56,49	5	
	Mond I	16 15 35,29	5	+ 0,18
	24 m Scorpii	16 31 53,79	5	
	29 s Ophiuch.	16 52 4,00	4	
Jul. 8	49 Libr.	15 50 56,22	4	
	Mond I	15 59 37,74	1	— 0,25
	7 χ Ophiuch.	16 17 19,61	5	
	8 φ Ophiuch.	16 21 33,91	3	
Jul. 10	40 ρ Ophiuch.	17 10 58,52	5	
	Mond I	17 41 17,88	5	— 0,16
	13 μ Sagittar.	18 3 45,32	5	
	21 Sagittar.	18 15 22,78	5	
12	41 π Sagittar.	18 59 48,51	5	
	Mond I	19 27 2,83	5	— 0,27
	Mond II	19 29 13,23	5	— 0,27
	56 f Sagittar.	19 36 35,71	5	
	57 Sagittar.	19 42 28,35	5	
13	56 f Sagittar.	19 36 35,33	5	
	57 Sagittar.	19 42 27,86	5	
	σ Capricorn.	20 9 43,70	5	
	Mond II	20 21 7,64	5	— 0,13
Aug. 7	(323) Sagittar.	17 52 38,67	5	
	13 μ 1 Sagittar.	18 3 45,54	5	
	Mond I	18 17 20,02	5	— 0,26
	37 ξ 2 Sagittar.	18 47 44,86	5	
8	37 ξ 2 Sagittar.	18 47 44,74	5	
	Mond I	19 9 42,30	5	+ 0,05
	(138) Sagittar.	19 20 57,90	5	
	57 Sagittar.	19 42 28,38	4	
9	(138) Sagittar.	19 20 57,81	5	
	57 Sagittar.	19 42 28,33	5	
	Mond I	20 1 51,89	5	— 0,05
	15 υ Capricorn.	20 30 31,16	5	
11	32 i Capricorn.	21 12 55,19	5	
	(154) Aquar.	21 21 30,06	4	
	40 γ Capricorn.	21 30 48,87	5	
	Mond II	21 46 0,37	5	— 0,01
Sept. 4	21 Sagittar.	18 15 22,98	5	
	29 r Sagittar.	18 39 44,21	5	
	Mond I	18 51 1,17	5	— 0,24
	(138) Sagittar.	19 20 57,89	5	
5	(138) Sagittar.	19 20 57,77	5	
	Mond I	19 43 18,89	2	— 0,34
	7 σ Capricorn.	20 9 43,96	3	
	10 π Capricorn.	20 17 44,29	5	
6	7 σ Capricorn.	20 9 44,01		
	10 π Capricorn.	20 17 44,17		
	Mond I	20 35 5,39	5	— 0,27
Oct. 1	Mond I	18 30 21,48	3	+ 0,10
	37 ξ 2 Sagittar.	18 47 44,01	5	
	39 s Sagittar.	18 54 38,51	3	

Digitized by Google

1833.	Gestirn.	AR. app.	Fädenzahl.	Zeit.
		h ′ ″		
Octbr. 2	37 ξ 2 Sagittar.	18 47 43,94	5	
	39 o Sagittar.	18 54 38,48	5	
	Mond I	19 23 0,69	4	— 0,13
	57 Sagittar.	19 42 27,77	5	
3	Mond I	20 15 2,11	5	— 0,02
	15 υ Capric.	20 30 30,92	5	
	23 δ Capric.	20 56 31,91	5	
5	49 δ Capric.	21 37 48,08	5	
	Mond I	21 56 31,26	5	+ 0,23
	45 D Aquar.	22 10 1,70	5	
	57 σ Aquar.	22 21 47,41	5	

Ich verglich diese Beobachtungen mit den correspondirenden auf ihrer Sternwarte angestellten (Astr. Nachr. Nr. 225 u. 240) und erhielt für die Meridian-Differenz Kremsmünster — Altona folgende Werthe:

Mond I	1832 Febr.	12	+ 16′ 50″74	Gewicht = 0,00519
		13	53,07	0,00502
		14	55,38	0,00032
		15	49,77	0,00442
	März	11	56,98	0,00424
Mond II	Febr.	16	51,23	0,00359
	Aug.	11	49,30	0,00276

Die Verbindung aller dieser Resultate gibt demnach für die Meridian-Differenz Kremsmünster — Altona den plausibelsten Werth + 16′ 52″,20 mit dem Gewichte 0,02554 und den wahrscheinlichen Fehler 6,255 s.

M. Koller.

Schreiben des Herrn *Jürgensen* an den Herausgeber.

Paris 1833. August 18.

A mon arrivée à Paris, je me suis empressé à faire ma visite aux horlogers les plus distingués, ce qui m'a procuré, l'avantage de me mettre au courant de leurs productions, les plus remarquables de cette dernière Année. Mr. *Motel,* horloger de la marine, m'a montré une montre d'observation, exécutée sur les principes des chronomètres, à laquelle il a adapté un compteur, comme celui de Mr. *Perrelet,* que vous connaissez; cependant, avec cette différence, que les deux aiguilles de secondes sont superposées, ce qui fait qu'elles n'en forment qu'une en marchant, et que, par ce moyen elles n'exigent les deux qu'un seule et même cadran de seconde. L'une de ces deux aiguilles de seconde peut être arretée indépendamment de l'autre qui continue sa marche; on a le temps de lire sur le cadran l'instant où s'est fait l'arrêt, après quoi, en la remettant en marche cette aiguille va se placer subitement où elle serait arrivée, si on ne l'eut point arretée.

Mrs. *Duchemin* et *Jacob* ont chacun présenté à la société d'encouragement un pendule compensateur d'une construction neuve. Ces deux pendules sont construits à l'instar de celui de mon père, décrit dans vos Astr. Nachr. 1823, leur disposition permettant de modifier la compensation, sans avoir besoin de démonter le pendule et sans que la marche générale de l'horloge s'en ressente. Mr. *Francoeur* a fait un rapport sur ces deux pendules compensateurs, dont les conclusions sont à l'avantage de ces nouveaux modes de compensation.

Mr. *Jacob* m'a fait voir un projet de souscription pour l'établissement de régulateurs marchant une année sans être remontés. Il s'engage à les éxécuter au prix modique de 600 fr. et se soumet à l'épreuve d'une année entière pendant laquelle la marche de l'horloge ne devra pas présenter une variation au delà d'une demie minute par mois, ce qui est plus que suffit pour l'usage civil. Ces régulateurs seront placés dans une jolie boite en acajou, de manière, à en faire un meuble agréable de cabinet.

Mr. *Perrelet* père s'occupe avec zèle à l'instruction des élèves, qui lui sont confiés du Gouvernement. Cela l'empêche d'achever pour le moment, quelques ouvrages importants qu'il avait commencé; mais il espère plus tard trouver le temps nécessaire pour les terminer.

Mr. *Henry Robert,* jeune artiste, qui a une boutique d'horlogerie au palais royal, m'a montré une horloge à laquelle il a adapté le compteur de Mr. *Perrelet* *) ainsi qu'un reveil. Ces horloges pourront vraisemblablement être d'une très-grande utilité pour les observateurs, tant par le compteur que par le reveil, en les avertissant du moment d'une observation quelconque. Elles sont à échappement à cylindre et exécutees sans luxe, afin de pouvoir les livrer à bas prix.

Je présume que vous connaissez le changement qui s'est opéré dans la maison *Bréguet.* Le père s'est entière-

*) Cependant avec la différence que le compteur que Mr. *Robert* a appliqué à son horloge ne permet pas que l'aiguille reste arretée plus d'une minute, après quoi le compteur s'arrêterait.

Digitized by Google

ment retiré des affaires, et a remis l'établissement à son fils, qui s'est associé avec Mr. *Lassieur* et Mr. *Trédos*, qui étoit chef du bureau, de sorte que la raison de la maison est actuellement: *Bréguet, Neveu et Compagnie.*

Les horlogers en France pourront maintenant, comme ceux en Angleterre, remettre leurs Chronomètres au concours, le gouvernement français ayant pris la résolution d'en ouvrir un pour les fournitures des chronomètres, et d'acheter les meilleurs qui seront présentés au prix de 2474 fr. Je ne doute pas que cette mesure servira d'encouragement et stimulera surtout les jeunes Artistes à présenter leurs ouvrages.

Suivant la proposition de Mr. *Arago* il a été alloué au Ministre de la Marine une somme augmentative dans le budget de cette année de 30,000 Francs, afin de lui faciliter les moyens de pourvoir tous les vaisseaux de la marine de chronomètres et de cercles de reflexion.

L. U. Jürgensen.

Schreiben des Herrn *Andrew Lang* an den Herausgeber.

St. Croix 1833. May 28.

Dear Sir,

The accompanying account of my observation of the Solar Eclipse July 27. 1832 was intended to have been forwarded to you shortly after it happened. It is an exact copy from my Journal, as noted down the day it took place, and I am in hopes it may assist in the determination of the Longitude of my position, which it is so desirable should be accurately established. This I assume to ba 64° 41′,00 or 4h 18 44s in time West from Greenwich and I would flatter myself that this does not deviate 4 seconds in Time from the Truth.

Andrew Lang

Eclipse of the Sun 1832. July 27.

St. Croix. Place of observation. Lat. 17° 44′ 32″. Longitude assumed 64° 41′. mean time 4h 18m 44s West from Greenwich.
Andr. Lang observed the Sun eclipsed by the Moon Friday morning July 27 1832.

		Mean time p. clock.	Clock slow.	Correct mean time.		
		h m s s	s			
Beginning.	July 26.	19 11 24 or 25	28,3	July 26. 19 11 52,3	or 19 11 53,3 say	July 26. 19 11 52,8
End		21 33 48	28,3	21 34 16,3		21 34 16,3
				Duration of the Eclipse.....		2 22 23,5

The beginning of the eclipse I consider well observed, and so I would the end, but for an unexpected appearance or delay in its conclusion, which has caused some perplexity I cannot well account for and which I did not notice at my observation of the conclusion of the Solar Eclipse of 12th February 1831.

Ten minutes previous to the conclusion of the Eclipse the morning I took my seat at the telescope, and for fear of losing the observation of the conclusion through a passing cloud, I was desirous at all events to lose no chance of obtaining an approximation to it: I therefore noted down the end of each minute that the eclipse continued to be distinctly seen. This precaution was unnecessary, for no clouds caused any interruption of the least consequence, whilst the eye became fatigued by observing, and by the great heat of the Solar Rays. I had noted down 21h 33m pr. clock at which time the curve of the Moons Limb was distinct, but so small that I fully expected the end of the eclipse would take place during the first 30 seconds, but as near as I can judge, at about 21h 33m 33s pr. clock when I expected the complete conclusion, the Remnant of the Moons limb assumed an irregular ragged line, which hung upon the Suns limb for 15 seconds longer, as if unwilling to withdraw itself. Although I was strongly and nervously affected by the great heat of the Solar Rays and the eager desire of correctly obtaining the conclusion; I cannot from this conceive that the appearance described or its continuance so long was an optical deception, for immediately after, the Suns limb appeared in its smooth circular form.

The telescope I used was an excellent 46 Inch achromatic with a triple Objectglass near 3½ inches diameter and to this was applied an admirable Helioscope, with an inverting eye piece magnifying about fifty Times.

I observed no spots this morning on the Sun, which is singular, as I have seldom looked at this body without

Digitized by Google

perceiving several. At about $20^h\ 20^m$, being very near the time of the greatest obscuration, I tried with a micrometer to measure the distance between the Moons southern limb, and the Sun's southern limb, or in other words that portion of the Suns southern limb which was not eclipsed, but this I found too difficult to manage with that degree of precision which is requisite, from the unsteadinefs of the telescope and the deficiency of fixed coloured glasses to the micrometer. I obtained imperfect as is may be,

to the Right of Zero of Microm. 132
to the Left of do. of do. 527
} 659, and a revolution or 100,

being long ago found by experiments equal to 44 seconds the enlightened part is = 4′ 50″ and which I believe will be found a near approximation by one disturbed observation only.

Previous to the commencement of the eclipse I suspended out of doors a thermometer (Reaumur) exposed to the rays of the Sun. Its indications were as follows

	h	m	o		h	m	o
at	19	—	31	at	20	29	24½
	—	30	29		—	53	28½
	—	42	29		21	11	31
	—	52	28		—	18	30½
	20	—	27½		—	21	31½
	—	10	25		—	42	37
	—	21	24				

In the shade and Observatory Fahrenheits thermometer stood

at commencement of eclipse 81° = 21½° Reaumur
at conclusion of do. 82½ = 22½ do.

The morning was unfavourable for thermometrical experiments, as the atmosphere was rather thick and hazy, and sometimes put on that appearance, denominated a greasy look, by Sailors.

A few seconds previous to the commencement of the eclipse, there appeared a kind of whitish light, about that part of the Suns limb, where the eclipse began.

The time or deviation of the clock was most perfectly determined by the transits of Aldebaran and Rigel, both observed during the eclipse.

This has been a most trying observation from the sun being so near the Zenith. The Rays were almost overwhelming. I was obliged to use the Helioscope direct, without any Prism or Diagonal Reflector, which made it so much the more difficult to observe. The observation may possibly possefs some interest.

Andrew Lang.

Transit of Mercury over the Sun 1832 May 5.

Saturday Forenoon May 5. 1832. The conclusion of the transit of Mercury over the Suns disc observed by *A. Lang.*

	Mean time pr. clock			pr. clock		Clock fast.		Correct mean time.
	h m s		h m s	h m s		s		h m s
Internal egrefs not before May 4.	23 28 00	nor after	23 28 6	say 23 28 3	—	4½	=	May 4. 23 27 58½
External egrefs not before — 4.	23 31 12	nor after	23 31 20	say 23 31 16	—	do.	=	— 4. 23 31 11½

Annonce d'une Esquisse orographique de l'Europe avec Commentaire, par le Capitaine d'Artillerie *O. N. Olsen*, à Copenhague.

L'intérêt général qu'une carte orographique de l'Europe pourrait avoir pour la géographie physique de cette partie du monde, a porté l'auteur de l'esquisse susnommée de recueillir tous les matériaux accessibles pour lui et d'en former une carte, ou esquisse, avec un commentaire explicatif.

Pour représenter le relief des montagnes, il s'est servi des courbes horizontales et équidistantes de 1000 pieds, et pour le terrain le plus bas, il a employé une courbe de 500 pieds de hauteur au-dessus du niveau de la mer.

Autant qu'on sache, c'est la première fois que la méthode des courbes horizontales et équidistantes a été employée dans une telle étendu, et il paraît que l'esquisse en-question est une preuve qu'elle en est propre. Elle donne aussi bien la représentation générale des grandes masses que celle des sinuosités de détail; celle-là en produisant une espèce d'ombre par l'augmentation et le resserrement des courbes dans les grandes masses, et par-là un coup d'oeil facile sur les rapports généraux de ces masses; celle-ci en donnant les différentes hauteurs des montagnes, leurs rapports absolus et relatifs, leurs plis et replis, etc., par le nombre des courbes et de leurs figures, en un mot, tout le détail dont la grandeur de l'échelle est susceptible.

Cependant pour faciliter le coup d'oeil de ceux qui sont accoutumés à voir les montagnes seulement représentées par des lignes de plus grande pente, c'est-à-dire par des hachures ordinaires; l'auteur a combiné sur une feuille particulière ces lignes avec celles des courbes horizontales, de sorte que l'une de ces méthodes peut éclaircir l'autre et donner encore plus de détail, surtout pour les points et les ondulations, qui sont assez considérables pour être représentés, mais pas assez hauts pour être marqués d'une courbe équidistante.

Digitized by Google

D'ailleurs, on s'est imaginé une division des montagnes européennes dans différents systèmes, mais seulement pour faciliter la recherche des montagnes et des hauteur sur l'esquisse et non pour former des systèmes distincts, qui sont toujours plus ou moins arbitraires, et que la carte même peut mieux désigner. C'est donc dans ce but qu'on a distingué ces divisions par des teintes particulières, ce qui a donné lieu à un coloris que l'auteur a nommé orographique. Mais outre celui-ci il a aussi enluminé des exemplaires d'un coloris hydrographique, qui exprime les differents bassins des fleuves européens, ainsi que d'autres examplaires avec des teintes géognostiques, pour distinguer, d'après Mr. *d'Omalius d'Halloy*, les terrains primordiaux, secondaires, tertiaires et pyroïdas.

Une explication plus détaillée sur la construction de l'esquisse, les matériaux employés, etc. etc., se trouve dans le commentaire qui accompagne l'esquisse. Mais la partie principale de ce commentaire se forme des tableaux des hauteurs et des points, qui sont écrits sur l'esquisse et qui sont un extrait de plus de vingt mille nivellements, ou cotes de hauteur, que l'auteur a eu à sa disposition et dont il s'est servi pour la construction de son esquisse.

Le prix d'une feuille seulement avec courbes horizontales est de	2 fr. 50 C.
Le prix d'une feuille avec hachures	4 „ — „
— — — — enluminée orographiquement	5 „ 50 „
— — — — — hydrographiquement	4 „ 50 „
— — — — — géognostiquement	6 „ — „
— — du commentaire	3 „ — „

Olsen.

Der Herausgeber dieser Blätter wird mit Vergnügen die Besorgung dieser vortrefflichen Karten, wenn man sich deshalb an ihn wenden will, übernehmen.

S.

Verzeichnifs der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn, jetzt in München, für nachstehende Preise verfertigt werden.

Alle in diesem Preis-Courant angesetzte Dimensionen sind im zwölftheiligen Pariser Maafse, und die Preise, franco München, ohne Emballage in Gulden und Kreuzern im 24 fl. Fufse, zu verstehen.

1. Heliometer mit messinganar Säule und drei Füfsen parallactisch montirt; mit zwei Libellen, Stunden- und Declinations-Kreis von 4,6 Zollen im Durchmesser, beide mit silbernem Limbus, durch die Verniers von Minute zu Minute getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung, vier astronomische Oculare von 41, 52, 81 und 131maliger Vergröfserung, und zwei Sonnengläser. Dieser Heliometer ist in allen Stücken sehr wesentlich von allen bisherigen verschieden, er repetirt die damit gemessenen Durchmesser der Sonne und Planeten, Distanzen, Ascensions- und Declinations-Unterschiede, ist in jeder Lage vollkommen balancirt, und gibt vermittelst der Micrometer-Schraube eine halbe Secunde ohne Repetition an. 1850 fl.
2. Cometensucher mit hölzernem Rohre, messingener Säule und drei Füfsen, parallactisch montirt, mit Stunden- und Declinations-Kreis von 3,6 Zollen im Durchmesser, beide von 5 zu 5 Minuten unmittelbar getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 24 Zoll Brennweite, 34 Linien Oeffnung und zwei astronomische Oculare von 10 u. 15mal. Vergröfserung. Das Feld hat 6 Grade. 490 fl.
3. Cometensucher mit hölzernem Rohre, ohne Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 24 Zoll Brennweite, 34 Linien Oeffnung und ein astronomisches Ocular von 10mal. Vergröfserung. Das Feld hat 6 Grade. 88 fl.

   Auf Verlangen wird hierzu auch noch eine 15malige Vergröfserung geliefert. 11 fl.
4. Kleiner achromatischer Refractor von 6 Fufs Brennweite und 52 Linien Oeffnung, parallactisch montirt, mit eingetheiltem Stunden- u. Declinations-Kreise. Das Fernrohr hat einen achromatischen Sucher, zwei irdische Oculare von 82 und 120, fünf astronom. von 64, 96, 144, 216 und 324maliger Vergröfserung, einen Kreis-Micrometer und zwei Sonnengläser. 2200 fl.
5. Kleiner achromatischer Refractor von 8 Fufs Brennweite, 6 Zoll Oeffnung, parallactisch montirt, mit einem Stunden-Kreis von 9 Zoll Durchmesser von 4 zu 4 Secunden in Zeit, und einem Declinations-Kreise von 12 Zoll Durchmesser von 10 zu 10 Secunden durch die Verniers getheilt. Das Fernrohr folgt durch eine Uhr mit Centrifugal-Pendel der täglichen Bewegung der Erde, hat einen achromatischen Sucher, ein irdisches Ocular von 110 und sechs astronomische von 54, 81, 120, 182, 278 und 410maliger Vergröfserung, zwei Sonnengläser, nebst einem doppelten und einem einfachen Ring-Mikrometer. 4250 fl.
6. Grofser achromatischer Refractor von 9 Fufs 2 Zoll Brennweite und 6 Zoll 6 Linien Oeffnung parallactisch montirt, mit eingetheiltem Stunden- u. Declinations-Kreise. Das Rohr hat einen achromatischen Sucher, alle nöthigen, feinen und groben Bewegungen, ist in jeder Lage balancirt, folgt durch eine Uhr mit einem Centrifugal-Pendel der Bewegung der Erde, und hat 6 astronom. Oculare von 62, 93, 140, 210, 230 und 470maliger Vergröfserung, nebst einem repatirenden Lampen-Micrometer mit drei besonderen Ocularen etc.

   Aufser diesen neunfüfsigen Refractoren sind noch einige von 14 Fufs Brennweite und 9 Pariser Zoll Oeffnung in Arbeit. Bei Bestellung solcher gröfserer Instrumente wird man sich über den Preis vereinigen.
7. Tubus mit Pyramidal-Stativ, unmittelbar am Boden stehend. Füfse und Rohr von Mahagoniholz, mit Horizontal-Kreis und Höhen-Gradbogen durch die Verniers von Mi-

Digitized by Google

nute zu Minute getheilt, mit feiner Bewegung. Das achromatische Objectiv hat 72 Zoll Brennweite, und 52 Linien Oeffnung, zwei irdische Oculare von 82 und 120, fünf astronomische von 64, 96, 144, 216 und 324maliger Vergrößerung, einen Kreis-Micrometer, zwei Sonnengläser und achromatischen Sucher. 1500 fl.

8. Tubus mit Pyramidal-Stativ, unmittelbar am Boden stehend, Füfse und Rohr von Mahagonyholz, mit Horizontal-Kreis und Höhen-Gradbogen durch die Verniers von Minute zu Minute getheilt, mit feiner Bewegung. Das achromatische Objectiv hat 60 Zoll Brennweite und 48 Linien Oeffnung, ein irdisches Ocular von 66, fünf astronomische von 54, 80, 120, 180 und 270maliger Vergrößerung, einen Kreis-Micrometer, zwei Sonnengläser und achromatischen Sucher. 1250 fl.

Vorstehende zwei unter Nr. 7 und 8 bemerkten Tuben können auf Verlangen auch mit einfacheren Stativen, ohne Eintheilung verfertigt werden, so dafs dann der

Preis von Nr. 7. fl. 1200.
" " " 8. fl. 1000.

seyn wird.

9. Tubus mit Pyramidalstativ, unmittalbar am Boden stehend, Füfse und Rohr von Mahagoniholz, zwei gezähnten schiefen Stangen zur sanften Bewegung des Rohres. Das achromatische Objectiv hat 60 Zoll Brennweite und 43 Linien Oeffnung; ein irdisches Ocular von 66, fünf astronomische Oculare von 54, 80, 120, 180 und 270maliger Vergrößerung, einen Kreis-Micrometer, achromatischen Sucher und zwei Sonnengläser. 870 fl.

10. Tubus von 5 Fufs 4 Zoll Länge mit hölzerner Röhre, messingenem Stativ und feiner Vertical-Bewegung. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 54 Zoll Brennweite und 43 Linien Oeffnung; zwei irdische Oculare von 60 und 90, und fünf astronomische von 48, 72, 108, 162 u. 243mal. Vergrößerung mit zwei Sonnengläsern. Der ganze Tubus in einem polirten Kasten. 692 fl.

11. Tubus von 4 Fufs 10 Zoll Länge mit messingener Röhre und Stativ mit feiner Vertical-Bewegung. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 48 Zoll Brennweite und 37 Linien Oeffnung; zwei irdische Oculare von 57 und 80, und vier astronomische von 64, 96, 144 und 216mal. Vergrößerung mit einem Sonnenglas. Der ganze Tubus in einem polirten Kasten. 422 fl.

12. Tubus von 4 Fufs 4 Zoll Länge mit messingener Röhre und Stativ mit feiner Vertical-Bewegung. Das achromatische Objectiv des Fernrohrs hat 42 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung; zwei irdische Oculare von 50 und 70, und drei astronomische von 54, 84 und 126maliger Vergrösserung, nebst einem Sonnenglas und polirten Kasten. 330 fl.

13. Tubus von 3 Fufs 4 Zoll Länge mit messingener Röhre und Stativ mit feiner Vertical-Bewegung. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 30 Zoll Brennweite und 29 Linien Oeffnung, ein irdisches Ocular von 42, und zwei astronomische von 60 und 90maliger Vergrösserung, nebst einem Sonnenglas und polirtem Kasten. 220 fl

14. Tubus von 3 Fufs 4 Zoll Länge, mit Ausnahme der feinen Vertical-Bewegung in allen Stücken dem vorhergehenden Nr. 13 gleich. 190 fl.

15. Tubus von 2 Fufs 6 Zoll Länge mit messingener Röhre und Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 20 Zoll Brennweite und 21 Linien Oeffnung, ein irdisches Ocular von 28, und zwei astronomische von 40 und 60maliger Vergrösserung, nebst einem Sonnenglas und polirtem Kasten. 117 fl.

16. Fernrohr von 4 Fufs 8 Zoll Länge mit hölzernem Rohre ohne Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 48 Zoll Brennweite, 34 Linien Oeffnung; eine Auszugsröhre mit einem irdischen Ocular von 62 und drei astronomischen von 64, 96 und 144maliger Vergrösserung, ein Sonnenglas und Kasten. 197 fl.

17. Fernrohr von 4 Fufs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre ohne Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 32,5 Linien Oeffnung; eine Auszugsröhre mit einem irdischen Ocular von 55 und zwei astronomischen von 84 und 126maliger Vergrösserung, ein Sonnenglas und Kasten. 160 fl.

(Der Beschlufs folgt.)

Inhalt.

(zu Nr. 154.)

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. p. 229.

(zur Beilage von Nr. 154.)

Neuestes Verzeichnifs der optischen Apparate, welche von *G. S. Plössl*, Optiker und Mechaniker in Wian, am Wianflusse, nächst der Ketten-Fahrbrücke, am Eck der Heumühlgasse Nr. 816, für beigesetzte Preise in Conventionsmünze oder Augsburger Courant verfertiget werden. p. 245.

(zu Nr. 255.)

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. (Beschlufs.) p. 253.

Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber. (Beschlufs.) p. 257.

Schreiben des Herrn *Jürgensen* an den Herausgeber. p. 259.

Schreiben des Herrn *Andrew Lang* an den Herausgeber. p. 261.

Annonce d'une Esquisse orographique de l'Europe avec Commentaire, par le Capitaine d'Artillerie *O. N. Olsen*, à Copenhague. p. 263.

Verzeichnifs der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn jetzt in München für nachstehende Preise verfertigt werden. p. 267.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 256.

Betrachtungen über die Methode der Vervielfältigung der Beobachtungen.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*.

So häufige Anwendungen das von *Borda* in die astronomische Praxis eingeführte Princip der Vervielfältigung der Beobachtungen auch gefunden hat, so ist doch die nähere Angabe des Vortheils, welchen dasselbe gewährt, unerörtert geblieben; auch ist nicht untersucht worden, weder auf welche Art die nach dieser Methode gemachten Beobachtungen combinirt werden müssen, wenn sie ihr wahrscheinlichstes Resultat geben sollen, noch wie grofs das Gewicht dieses Resultats ist.

Ich werde diese Lücken jetzt auszufüllen suchen. Man mufs in der That wünschen, auch aus Beobachtungen dieser Art das wahrscheinlichste Resultat ziehen zu können; auch wird der Vortheil, welcher, in einem besonderen Falle von der Anwendung des Principes der Vervielfältigungen zu erwarten ist, nur dann richtig gewürdigt werden können, wenn vorher genau erkannt ist, was dadurch geleistet wird. Um unnöthige Weitläuftigkeit in Worten zu vermeiden, werde ich nur von der Messung eines Winkels (x), zwischen zwei festen Punkten A und B reden; es hat keine Schwierigkeit das diesem Falle Angemessene auf jeden anderen zu übertragen.

1.

Bei jeder Beobachtung kommen wenigstens zwei, von einander unabhängige Fehlerursachen in Betracht, im Falle einer Winkelmessung sind dieses die Unvollkommenheiten der Einstellungen auf die Objecte, zwischen welchen der Winkel gemessen werden soll, und die Unvollkommenheiten der Theilungen und der Ablesungen derselben. Wenn man alle Beobachtungen mit einem gewissen Instrumente, nach einer gleichen Methode macht, und jede derselben von den übrigen ganz unabhängig ist, so haben alle (wenn übrigens nicht besondere Fehlerursachen für einige vorhanden sind) offenbar einen gleichen Werth und es hat gar kein Interesse, die beiden Fehlerursachen, aus deren Zusammenwirken der diesen Beobachtungen eigenthümliche wahrscheinliche Fehler entsteht, von einander zu trennen. Allein wenn die verschiedenen Beobachtungen von einander nicht unabhängig sind, wie dieses bei der Anwendung der Methode der Vervielfältigung der Fall ist, so trennen sich beide Fehlerursachen und erfordern, wenn es darauf ankömmt, die wahren Resultate einer Beobachtungsreihe zu erhalten, eine abgesonderte Berücksichtigung. Die Art, wie diese Absonderung im Folgenden gemacht ist, wird in allen ähnlichen Fällen angewandt werden können.

Ich werde den wahrscheinlichen (oder mittleren) Fehler der Einstellungen durch α, der Theilungen und Ablesungen durch β bezeichnen, gröfserer Bequemlichkeit wegen aber nicht α und β selbst, sondern $\frac{1}{\alpha\alpha} = a$ und $\frac{1}{\beta\beta} = b$ in die Rechnung einführen. Diese a und b sind die Gewichte der Operationen des Einstellens und Ablesens: die Einheit derselben ist das Gewicht einer Beobachtung, welche den wahrscheinlichen (oder mittleren) Fehler $= 1$ besitzt.

Die Messung des Winkels zwischen zwei Punkten A und B erfordert vier Operationen, welche ich, in der Ordnung, die bei der Anwendung eines Vervielfältigungs-Instrumentes stattfindet, jetzt aufzählen werde:

1. die Alhidade wird festgeklemmt; der Index derselben entspricht einem willkührlichen Punkte (u) der Theilung, welcher durch die Ablesung $= m$ gefunden wird (Gew. $= b$);
2. das Instrument wird, ohne u zu ändern, auf den Punkt A eingestellt; die Entfernung dieses Punktes von dem Anfangspunkte der Theilungen (x), wird hierdurch $= u$ (Gew. $= a$);
3. die Alhidade wird, ohne α zu ändern, gedrehet und das Instrument auf den Punkt B eingestellt; hierdurch gelangt der Index auf einen anderen Punkt der Theilung (u'), dessen Entfernung vom Anfangspunkte der Theilungen $= \alpha + x$ ist (Gew. $= a$);
4. die Angabe des Index wird abgelesen und $= m'$ gefunden (Gew. $= b$).

Hierdurch ist eine Beobachtung vollendet und wenn das Instrument als nicht-vervielfältigendes angewandt werden

Digitized by Google

soll, hat es dabei sein Bewenden; ich werde einen Augenblick dabei verweilen.

Die vier Gleichungen, welche diesen vier Operationen entsprechen, nämlich

$$\begin{aligned} u &= m \quad \text{Gewicht} = b \\ \alpha &= u \quad \ldots\ldots\ldots a \\ \alpha + x &= u' \quad \ldots\ldots\ldots a \\ u' &= m' \quad \ldots\ldots\ldots b \end{aligned}$$

enthalten eben so viele unbekannte Gröfsen und geben das bestimmte Resultat $x = m' - m$. Um das Gewicht desselben zu finden, macht man, nach den gewöhnlichen Vorschriften der Methode der kleinsten Quadrate, aus diesen Gleichungen 4 neue:

$$\begin{aligned} A &= \quad 2a\alpha - au - au' + ax = 0 \\ U &= -a\alpha + (a+b)u - bm = 0 \\ U' &= -a\alpha + (a+b)u' - ax - bm' = 0 \\ X &= \quad a\alpha - au' + ax = 0 \end{aligned}$$

und eliminirt daraus alle unbekannten Gröfsen bis auf x; setzt man die übrigbleibende Gleichung unter die Form

$$X = px - q$$

so ist $x = \frac{q}{p}$ der gesuchte Werth von x und p ist sein Gewicht. Man findet ohne Mühe

$$X = \frac{ab}{2(a+b)}\, x - \frac{ab}{2(a+b)}\,(m' - m)$$

also das Gewicht der Bestimmung von x

$$= \frac{ab}{2(a+b)}.$$

Der diesem Gewichte entsprechende wahrscheinliche (oder mittlere) Fehler ist $= \sqrt{[2\alpha\alpha + 2\beta\beta]}$, derselbe den man unmittelbar gefunden haben würde, wenn man von dem Satze hätte ausgehen wollen, dafs eine Beobachtung, auf welche mehrere, von einander unabhängige Fehlerursachen einwirken, welche resp. die wahrscheinlichen Fehler $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ erzeugen würden, den wahrscheinlichen Fehler $\sqrt{[\alpha\alpha + \beta\beta + \gamma\gamma + \ldots]}$ besitzt. Dieser Satz ist, auf die hier angewandte Art, sehr leicht zu beweisen.

2.

Ich habe hier eine einzelne für sich bestehende Beobachtung betrachtet, welche von allen anderen derselben Art ganz unabhängig ist. Das Wesentliche der Vervielfältigungsmethoden ist aber die Abhängigkeit jeder folgenden Beobachtung von der vorhergehenden: das u', auf welches der Index durch diese gelangt ist, vertritt bei jener die Stelle des vorigen u. Ob die 4te Operation, die Ablesung, gemacht oder unterlassen wird, ist, in Beziehung auf die Benennung der Methode gleichgültig: eine Reihe Beobachtungen, deren jede folgende von dem der vorigen zugehörigen u' ausgeht, ist eine vervielfältigte, es mag zwischen jeder einzelnen, oder in gleichen oder ungleichen Zwischenräumen, oder nur am Anfange und am Ende abgelesen sein. Um alle diese verschiedenen Fälle unter Eine Uebersicht bringen zu können, werde ich den Ablesungen verschieden bezeichnete Gewichte beilegen; für die fehlenden werden die ihnen zugehörigen Gewichte später $= 0$ gesetzt, für die gemachten werden sie sämmtlich $= b$. Auf diese Art erhält man für jede Reihe von Vervielfältigungsbeobachtungen, der Aufzählung im 1sten Art. gemäfs, folgende Reihe von Gleichungen:

Gewicht $\underbrace{= a}$ $\underbrace{= a}$

$$\begin{aligned} & & & u = m \text{ Gew.} = b \\ u &= \alpha; & u' &= x + x; & u' &= m' \ldots\ldots b' \\ u' &= \alpha'; & u'' &= \alpha' + x; & u'' &= m'' \ldots\ldots b'' \\ u'' &= \alpha''; & u''' &= \alpha'' + x; & u''' &= m''' \ldots\ldots b''' \end{aligned}$$

u. s. w.

$$u^{(n-1)} = \alpha^{(n-1)}; \quad u^{(n)} = \alpha^{(n-1)} + x; \quad u^{(n)} = m^{(n)} \ldots\ldots b^{(n)}$$

Mit Ausnahme des Falls wo nur m und $m^{(n)}$ abgelesen sind, ist die Angabe dieser Gleichungen gröfser als die der unbekannten Gröfsen. Die Gleichungen, aus welchen die wahrscheinlichste Bestimmung dieser Gröfsen hervorgeht, sind folgende:

$$\begin{aligned} 2a\alpha + ax &= a(u + u') \\ 2a\alpha' + ax &= a(u' + u'') \\ 2a\alpha'' + ax &= a(u'' + u''') \end{aligned}$$

u. s. w.

$$\begin{aligned} 2a\alpha^{(n-1)} + ax &= a(u^{(n-1)} + u^{(n)}) \\ (a+b)u &= a\alpha + bm \\ (2a+b)u' &= a(\alpha + \alpha' + x) + b'm' \\ (2a+b)u'' &= a(\alpha' + \alpha'' + x) + b''m'' \end{aligned}$$

u. s. w.

$$\begin{aligned} (2a+b)u^{(n-1)} &= a(\alpha^{(n-2)} + \alpha^{(n-1)} + x) + b^{(n-1)}m^{(n-1)} \\ (a+b)u^{(n)} &= a(\alpha^{(n-1)} + x) + b^{(n)}m^{(n)} \\ nax + a(\alpha + \alpha' + \ldots + \alpha^{(n-1)}) &= a(u' + u'' + \ldots\ldots + u^{(n)}) \end{aligned}$$

Wendet man die aus den n ersten Gleichungen hervorgehenden Ausdrücke von $\alpha, \alpha', \alpha'', \ldots \alpha^{(n-1)}$ an, um die übrigen von diesen Gröfsen zu befreien, und dividirt man diese, mit Ausnahme der letzten, durch $\frac{1}{2}a$, was erlaubt ist, indem man nicht die Gewichte der Bestimmungen der verschiedenen u, sondern nur das Gewicht von x zu wissen verlangt, so erhält man:

Digitized by Google

$$\left(1+\frac{2b}{a}\right)u - u' = \frac{2b}{a}m - x$$
$$-u+\left(2+\frac{2b'}{a}\right)u' - u'' = \frac{2b'}{a}m'$$
$$-u'+\left(2+\frac{2b''}{a}\right)u'' - u''' = \frac{2b''}{a}m''$$

u. s. w.

$$-u^{(n-2)}+\left(2+\frac{2b^{(n-1)}}{a}\right)u^{(n-1)} - u^{(n)} = \frac{2b^{(n-1)}}{a}m^{(n-1)}$$
$$-u^{(n-1)}+\left(1+\frac{2b^{(n)}}{a}\right)u^{(n)} = \frac{2b^{(n)}}{a}m^{(n)}+x$$

und

$$\frac{an}{2}x - \frac{a}{2}(u^{(n)} - u) = 0.$$

Wenn die wirklich gemachten Ablesungen die Ordnungszahlen

$$0, h, i, l, \ldots\ldots m, n$$

haben, so werden

$$b, b^{(h)}, b^{(i)}, b^{(l)}, \ldots\ldots b^{(m)}, b^{(n)}$$

einander gleich, die übrigen verschwinden. Man hat dann die rechts vom Gleichheitszeichen stehende Größe aller Gleichungen bei welchen das letztere der Fall ist $= 0$, den Coefficienten des mittleren Gliedes derselben $= 2$. Hieraus folgert man leicht

$$u' - u = u'' - u' = \ldots\ldots = u^{(h)} - u^{(h-1)} = \frac{u^{(h)} - u}{h}$$
$$u^{(h+1)} - u^{(h)} = u^{(h+2)} - u^{(h+1)} = \ldots = u^{(i)} - u^{(i-1)} = \frac{u^{(i)} - u^{(h)}}{i-h}$$

u. s. w.

Indem diese Gleichungen hierdurch erfüllt werden, kommen sie nicht weiter in Betracht; die übrigen verwandeln sich in

$$\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{h}\right)u - \frac{1}{h}u^{(h)} = \frac{2b}{a}m - x$$
$$-\frac{1}{h}u+\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{h}+\frac{1}{i-h}\right)u^{(h)} - \frac{1}{i-h}u^{(i)} = \frac{2b}{a}m^{(h)}$$
$$-\frac{1}{i-h}u^{(h)}+\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{i-h}+\frac{1}{l-i}\right)u^{(i)} - \frac{1}{l-i}u^{(l)} = \frac{2b}{a}m^{(i)}$$

u. s. w.

$$-\frac{1}{n-m}u^{(m)}+\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{n-m}\right)u^{(n)} = \frac{2b}{a}m^{(n)}+x$$

Man findet hieraus, durch eine sehr leichte Rechnung, die Ausdrücke von $u^{(n)}$ und u durch die gemachten Ablesungen und x. Dividirt man nämlich die erste Gleichung durch $\frac{2bh}{a}+1$ und addirt man den Quotienten zur zweiten, so ist die Summe frei von u; dividirt man diese Summe durch den Coefficienten von $u^{(h)}$ und durch $i-h$ und addirt man den Quotienten zur dritten Gleichung, so ist die Summe beider auch frei von $u^{(h)}$. Die Fortsetzung dieses Verfahrens bis zur letzten Gleichung führt auf die Form

$$L u^{(n)} = M + Nx.$$

Wendet man dasselbe Verfahren in umgekehrter Ordnung an, so dafs man bei der letzten Gleichung anfängt und bei der ersten endigt, so erhält man, analog bezeichnet,

$$L' u = M' + N' x.$$

Die Substitution der aus beiden Rechnungen hervorgegangenen Ausdrücke von $u^{(n)}$ und u in die Gleichung

$$\frac{an}{2}x - \frac{a}{2}(u^{(n)} - u) = 0$$

giebt endlich

$$\frac{a}{2}\left\{n - \frac{N}{L} + \frac{N'}{L'}\right\}x - \frac{a}{2}\left\{\frac{M}{L} - \frac{M'}{L'}\right\} = 0;$$

also

$$x = \frac{\frac{M}{L} - \frac{M'}{L'}}{n - \frac{N}{L} + \frac{N'}{L'}}$$

und das Gewicht dieser Bestimmung

$$= \frac{a}{2}\left\{n - \frac{N}{L} + \frac{N'}{L'}\right\}.$$

3.

Wenn die Ordnungszahlen der Beobachtungen, bei welchen abgelesen worden ist, nämlich $0, h, i, l, \ldots\ldots m, n$ eine arithmetische Progression sind, so kann man den Werth und das Gewicht von x, ohne in Weitläuftigkeiten zu gerathen, noch weiter entwickeln. Die Vervielfältigungsbeobachtungen sind meistens in diesem Falle, indem man entweder nach jeder einzelnen Beobachtung, oder nach jeder 4ten oder 5ten abzulesen pflegt.

Ich werde also

$$h = i - h = l - i = \ldots\ldots = m - n$$

annehmen, für die Ordnungszahl der letzten Beobachtung aber nh schreiben, so dafs die ganze Reihe der Beobachtungen aus n Abtheilungen, jede von h Vervielfältigungen besteht. Die allgemeineren Gleichungen im vorigen Art. verwandeln sich in diesem Falle in:

$$\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{h}\right)u - \frac{1}{h}u^{(h)} = \frac{2b}{a}m - x$$
$$-\frac{1}{h}u + \left(\frac{2b}{a}+\frac{2}{h}\right)u^{(h)} - \frac{1}{h}u^{(2h)} = \frac{2b}{a}m^{(h)}$$
$$-\frac{1}{h}u^{(h)} + \left(\frac{2b}{a}+\frac{2}{h}\right)u^{(2h)} - \frac{1}{h}u^{(3h)} = \frac{2b}{a}m^{(2h)}$$

u. s. w.

$$-\frac{1}{h}u^{(nh-h)}+\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{h}\right)u^{(nh)} = \frac{2b}{a}m^{(nh)}+x$$

Digitized by Google

oder wenn man sie mit h multiplicirt und k für $\frac{bh}{a}+1$ schreibt, in

$$\begin{aligned}
(2k-1)u - u^{(h)} &= 2(k-1)m - hx \\
-u + 2k\,u^{(h)} - u^{(2h)} &= 2(k-1)m^{(h)} \\
-u^{(h)} + 2k\,u^{(2h)} - u^{(3h)} &= 2(k-1)m^{(2h)} \\
&\text{u. s. w.} \\
-u^{(nh-h)} + (2k-1)u^{(nh)} &= 2(k-1)m^{(nh)} + hx
\end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen mufs der Ausdruck von $u^{(nh)} - u$ abgeleitet und in die Gleichung

$$\frac{anh}{2}x - \frac{a}{2}(u^{(nh)} - u) = 0$$

gesetzt werden, welche dann x bestimmen wird. Zieht man die erste von der letzten, die zweite von der vorletzten, u. s. w. ab, und bezeichnet man, der Abkürzung wegen $u^{(nh)} - u$ durch Δ_n, $u^{(nh-h)} - u^{(h)}$ durch Δ_{n-2} u. s. w., ferner $m^{(nh)} - m$ durch d_n, $m^{(nh-h)} - m^{(h)}$ durch d_{n-2}, u. s. w. so erhält man folgende neue Gleichungen

$$\begin{aligned}
(2k-1)\Delta_n - \Delta_{n-2} &= 2(k-1)d_n + 2hx \\
-\Delta_n + 2k\Delta_{n-2} - \Delta_{n-4} &= 2(k-1)d_{n-2} \\
-\Delta_{n-2} + 2k\Delta_{n-4} - \Delta_{n-6} &= 2(k-1)d_{n-4} \\
&\text{u. s. w.}
\end{aligned}$$

Wenn n eine gerade Zahl ist, so ist die letzte dieser Gleichungen

$$-\Delta_4 + 2k\Delta_2 = 2(k-1)d_2;$$

wenn es eine ungerade Zahl ist, aber

$$-\Delta_3 + (2k+1)\Delta_1 = 2(k-1)d_1.$$

Durch diese Verschiedenheit wird eine abgesonderte Entwickelung beider Fälle nöthig. Ich werde mit einem geraden n anfangen. Schreibt man die Gleichungen in umgekehrter Ordnung

$$\begin{aligned}
2k\Delta_2 - \Delta_4 &= 2(k-1)d_2 \\
-\Delta_2 + 2k\Delta_4 - \Delta_6 &= 2(k-1)d_4 \\
-\Delta_4 + 2k\Delta_6 - \Delta_8 &= 2(k-1)d_6 \\
&\text{u. s. w.} \\
-\Delta_{n-2} + (2k-1)\Delta_n &= 2(k-1)d_n + 2hx
\end{aligned}$$

und schafft man, durch Division der ersten Gleichung durch $2k = k'$, aus der Summe dieses Quotienten und der 2ten Gleichung Δ_2 fort, so dafs man erhält

$$k''\Delta_4 - \Delta_6 = 2(k-1)\left\{d_4 + \frac{d_2}{k'}\right\}$$

wo k'' für $2k - \frac{1}{k'}$ geschrieben ist; ferner aus dieser und der 3ten Gleichung Δ_4, so dafs man erhält

$$k'''\Delta_6 - \Delta_8 = 2(k-1)\left\{d_6 + \frac{d_4}{k''} + \frac{d_2}{k''k'}\right\}$$

u. s. w., und setzt man dieses bis zur letzten Gleichung fort, so ergiebt diese

$$(k^{(\frac{n}{2})} - 1)\Delta_n = 2(k-1)\left\{d_n + \frac{d_{n-2}}{k^{(\frac{n}{2}-1)}} + \frac{d_{n-4}}{k^{(\frac{n}{2}-1)}k^{(\frac{n}{2}-2)}} + \cdots + \frac{d_2}{k^{(\frac{n}{2}-1)}k^{(\frac{n}{2}-2)}\cdots k'}\right\} + 2hx$$

Man erhält endlich, indem man den hieraus folgenden Ausdruck von Δ_n in die Gleichung

$$\frac{anh}{2}x - \frac{a}{2}\Delta_n = 0$$

setzt,

$$0 = \frac{ah}{2}\left\{n - \frac{2}{k^{(\frac{n}{2})}-1}\right\}x - \frac{a(k-1)}{k^{(\frac{n}{2})}-1}\left\{d_n + \frac{d_{n-2}}{k^{(\frac{n}{2}-1)}} + \frac{d_{n-4}}{k^{(\frac{n}{2}-1)}k^{(\frac{n}{2}-2)}} + \cdots + \frac{d_2}{k^{(\frac{n}{2}-1)}k^{(\frac{n}{2}-2)}\cdots k'}\right\}.$$

Hieraus ergiebt sich der Werth und das Gewicht von x; das letztere ist der Coefficient von x in dieser Gleichung. Die Reihe der eingeführten k', k'', ... ist

$$k' = 2k; \quad k'' = 2k - \frac{1}{k'}; \quad k''' = 2k - \frac{1}{k''}; \text{ u. s. w....}$$

Für ein ungerades n ist die Reihe der Gleichungen in umgekehrter Ordnung geschrieben,

$$\begin{aligned}
(2k+1)\Delta_1 - \Delta_3 &= 2(k-1)d_1 \\
-\Delta_1 + 2k\Delta_3 - \Delta_5 &= 2(k-1)d_3 \\
-\Delta_3 + 2k\Delta_5 - \Delta_7 &= 2(k-1)d_5 \\
&\text{u. s. w.} \\
-\Delta_{n-2} + (2k-1)\Delta_n &= 2(k-1)d_n + 2hx.
\end{aligned}$$

Führt man hier

$$x' = 2k+1; \quad x'' = 2k - \frac{1}{x'}; \quad x''' = 2k - \frac{1}{x''}; \text{ u. s. w.}$$

in die Rechnung ein, so wird, ganz ähnlich mit dem vorher betrachteten Falle, die Endgleichung:

$$0 = \frac{ah}{2}\left\{n - \frac{2}{x^{(\frac{n+1}{2})}-1}\right\}x - \frac{a(k-1)}{x^{(\frac{n+1}{2})}-1}\left\{d_n + \frac{d_{n-2}}{x^{(\frac{n-1}{2})}} + \frac{d_{n-4}}{x^{(\frac{n-1}{2})}x^{(\frac{n-2}{2})}} + \cdots + \frac{d_1}{x^{(\frac{n-1}{2})}x^{(\frac{n-2}{2})}\cdots x'}\right\}.$$

4.

Ich werde jetzt die Gröfsen k', k'', k''' u. s. w. und x', x'', x''' u. s. w. unabhängig voneinander ausdrücken. Multiplicirt man die Reihe der Gleichungen:

Digitized by Google

$$k' = 2k$$
$$k'' = 2k - \frac{1}{k'}$$
$$k''' = 2k - \frac{1}{k''}$$
u. s. w.

respective mit 1, k', $k'k''$, $k'k''k'''$ u. s. w. und bezeichnet man k', $k'k''$, $k'k''k'''$,.... durch $\varphi 1$, $\varphi 2$, $\varphi 3$.... so verwandeln sie sich in

$$0 = \varphi 1 - 2k$$
$$0 = \varphi 2 - 2k\varphi 1 + 1$$
$$0 = \varphi 3 - 2k\varphi 2 + \varphi 1$$
$$0 = \varphi 4 - 2k\varphi 3 + \varphi 2$$
u. s. w.

Hieraus geht hervor, dafs $\varphi 1$, $\varphi 2$, $\varphi 3$ u. s. w. die Coefficienten einer rückkehrenden Reihe sind, und dafs man die identische Gleichung

$$\frac{1}{1-2ky+yy} = 1 + \varphi 1 \cdot y + \varphi 2 \cdot y^2 + \varphi 3 \cdot y^3 + \ldots.$$

hat. Bezeichnet man $\sqrt{(kk-1)}$ durch r, $k+r$ durch R, $k-r$ durch R', so hat man

$$\frac{1}{1-2ky+yy} = \frac{1}{(R-y)(R'-y)} = \frac{1}{2r}\left\{\frac{1}{R'-y} - \frac{1}{R-y}\right\};$$

und wenn man diesen Ausdruck nach den aufsteigenden Potenzen von y entwickelt,

$$= \frac{1}{2r}\left\{\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R}\right) + \left(\frac{1}{R'^2} - \frac{1}{R^2}\right)y + \left(\frac{1}{R'^3} - \frac{1}{R^3}\right)y^2 + \ldots\right\}$$

Bemerkt man noch, dafs $RR' = 1$ ist, so erhält man allgemein:

$$2r\varphi i = R^{i+1} - R'^{i+1}$$

und hieraus

$$k^{(i)} = \frac{\varphi i}{\varphi(i-1)} = \frac{R^{i+1} - R'^{i+1}}{R^i - R'^i}$$

Die Reihe der x, nämlich:

$$x' = 2k + 1$$
$$x'' = 2k - \frac{1}{x'}$$
$$x''' = 2k - \frac{1}{x''}$$
u. s. w.

läfst sich ebenfalls durch R und R' ausdrücken. Multiplicirt man diese Gleichungen respective mit 1, x', $x'x''$, $x'x''x'''$.... und bezeichnet man diese Producte durch 1, $\psi 1$, $\psi 2$, $\psi 3$..., so verwandeln die Gleichungen sich in:

$$0 = \psi 1 - 2k - 1$$
$$0 = \psi 2 - 2k\psi 1 + 1$$
$$0 = \psi 3 - 2k\psi 2 + \psi 1$$
$$0 = \psi 4 - 2k\psi 3 + \psi 2$$
u. s. w.

Man sieht hieraus, dafs man hat,

$$\frac{1+y}{1-2ky+yy} = 1 + \psi 1 \cdot y + \psi 2 \cdot y^2 + \psi 3 \cdot y^3 + \ldots;$$

was links vom Gleichheitszeichen steht ist

$$= \frac{1}{2r}\left\{\frac{1+R'}{R'-y} - \frac{1+R}{R-y}\right\}$$

und wenn man $\frac{1}{R}$ für R' schreibt

$$= \frac{1+R}{2r}\left\{\frac{1}{1-Ry} - \frac{1}{R-y}\right\}.$$

Die Entwickelung dieses Ausdruckes nach den aufsteigenden Potenzen von y giebt allgemein:

$$2r\psi i = (1+R)\left\{R^i - \frac{1}{R^{i+1}}\right\} = \frac{1+R}{\sqrt{R}}\left\{R^{i+\frac{1}{2}} - R'^{i+\frac{1}{2}}\right\} = \left\{\sqrt{R} + \sqrt{R'}\right\}\left\{R^{i+\frac{1}{2}} - R'^{i+\frac{1}{2}}\right\};$$

man hat also auch

$$x^{(i)} = \frac{\psi i}{\psi(i-1)} = \frac{R^{i+\frac{1}{2}} - R'^{i+\frac{1}{2}}}{R^{i-\frac{1}{2}} - R'^{i-\frac{1}{2}}}.$$

5.

Aus dem vorigen Art. gehet hervor, dafs die richtige Combination einer Reihe von Vervielfältigungsbeobachtungen, in welcher die Ablesungen gleichmäfsig vertheilt sind, so wie auch die Berechnung des Gewichtes ihres Resultats, auf die Function

$$R^i - R'^i$$

oder

$$R^i - R^{-i}$$

zurückführt. Diese Function werde ich jetzt durch $[i]$ bezeichnen, ihre Anwendung auch nicht auf ganze Werthe von i beschränken. Nach den Formeln des 3ten Art. ist für ein gerades n, wenn man für die Reihe der k ihre Ausdrücke durch die hier eingeführte Function setzt:

$$x = \frac{\frac{2}{h}(k-1)}{n\left[\frac{1}{2}n+1\right] - (n+2)\left[\frac{1}{2}n\right]}\left\{d_n\left[\tfrac{1}{2}n\right] + d_{n-2}\left[\tfrac{1}{2}n-1\right] + \ldots. + d_4[2] + d_2[1]\right\}$$

und das Gewicht dieser Bestimmung

$$= \frac{ah}{2}\left\{\frac{n\left[\frac{1}{2}n+1\right] - (n+2)\left[\frac{1}{2}n\right]}{\left[\frac{1}{2}n+1\right] - \left[\frac{1}{2}n\right]}\right\}.$$

Digitized by Google

Es ist offenbar, dafs der gemeinschaftliche Factor des Ausdruckes von x nichts anders sein kann, als

$$\frac{1:h}{n[\frac{1}{2}n]+(n-2)[\frac{1}{2}n-1]+\ldots+4[2]+2[1]}$$

dieses folgt aus der Nothwendigkeit, dafs für den Fall völlig genauer Beobachtungen, für welchen $d_n = nhx$, $d_{n-2} = (n-2)hx$; u. s. w. sein würde, die Formel sich in $x = x$ verwandele. Man kann aber auch diese Umformung leicht unmittelbar verificiren, indem man $n[\frac{1}{2}n+1] - (n+2)[\frac{1}{2}n]$ durch $2(k-1) = R+R'-2 = (\sqrt{R}-\sqrt{R'})^2 = [\frac{1}{2}]^2$ dividirt. Hieraus geht eine zweite Formel für x hervor, welche nur die Berechnung der Functionen $[i]$ von $i = 1$ bis $i = \frac{1}{2}n$ voraussetzt, nämlich

$$x = \frac{1}{h} \cdot \frac{d_n[\frac{1}{2}n] + d_{n-2}[\frac{1}{2}n-1] + \ldots + d_4[2] + d_2[1]}{n[\frac{1}{2}n]+(n-2)[\frac{1}{2}n-1]+\ldots+4[2]+2[1]}.$$

Bezeichnet man den Nenner dieser Formel durch N, so hat man:

$$n[\tfrac{1}{2}n+1] - (n+2)[\tfrac{1}{2}n] = 2(k-1)N,$$

und erhält hieraus

$$[\tfrac{1}{2}n+1] - [\tfrac{1}{2}n] = \frac{2}{n}\left\{[\tfrac{1}{2}n] + (k-1)N\right\}.$$

Setzt man dieses in den Ausdruck des Gewichtes von x, so erhält es die Form:

$$\frac{\frac{1}{2}nbhhN}{[\frac{1}{2}n]+(k-1)N}$$

Für den Fall eines ungeraden n findet man die folgenden, den vorigen ganz gleichen Formeln:

$$x = \frac{\frac{2}{h}(k-1)}{n\left[\frac{n+2}{2}\right] - (n+2)\left[\frac{n}{2}\right]}\left\{d_n\left[\frac{n}{2}\right] + d_{n-2}\left[\frac{n-2}{2}\right] + \cdots + d_3\left[\tfrac{3}{2}\right] + d_1\left[\tfrac{1}{2}\right]\right\}$$

oder auch

$$x = \frac{1}{h} \cdot \frac{d_n\left[\frac{n}{2}\right] + d_{n-2}\left[\frac{n-2}{2}\right] + \ldots + d_3\left[\frac{3}{2}\right] + d_1\left[\frac{1}{2}\right]}{n\left[\frac{n}{2}\right]+(n-2)\left[\frac{n-2}{2}\right]+\ldots+3\left[\frac{3}{2}\right]+\left[\frac{1}{2}\right]};$$

Das Gewicht dieser Bestimmung

$$= \frac{ah}{2}\left\{\frac{n\left[\frac{n+2}{2}\right] - (n+2)\left[\frac{n}{2}\right]}{\left[\frac{n+2}{2}\right] - \left[\frac{n}{2}\right]}\right\},$$

oder, wenn der Nenner der zweiten Formel für x durch N bezeichnet wird,

$$\frac{\frac{1}{2}nbhhN}{\left[\frac{n}{2}\right] + (k-1)N}.$$

6.

Wollte man die Ablesungen des Instrumentes als ganz genau voraussetzen und die einzige Fehlerursache in den Einstellungen des Fernrohres auf die Punkte, zwischen welchen der Winkel gemessen werden soll, suchen, so würde $b = \infty$ und k und R gleichfalls unendlich grofs sein; die folgenden Glieder der Formel für x würden, vergleichungsweise mit dem ersten, verschwinden, und der Ausdruck von x sich auf $\frac{1}{nh} d_n$ reduciren. Wollte man dagegen die Einstellungen als völlig genau ansehen unddie Fehler nur in den Ablesungen suchen, so würden $a = \infty$, $k = 1$, $R = 1$ sein, die Functionen $R^i - R^{-i}$ würden verschwinden und Zähler und Nenner der Formeln für x würden gleichfalls verschwinden Man erhält den dieser Voraussetzung angemessenen Werth von x dadurch dafs man Zähler und Nenner in Beziehung auf R differentürt, und statt ihrer die Differentialquotienten setzt; da $\frac{d[i]}{dR} = \frac{i}{R}\left\{R^i + R^{-i}\right\}$, also in dem hier betrachteten Falle $= 2i$ ist, so ist dieser Werth von x

$$= \frac{n d_n + (n-2) d_{n-2} + (n-4) d_{n-4} + \ldots}{nn + (n-2)^2 + (n-4)^2 + \ldots\ldots}$$

Die erste Praxis, nämlich den ganzen Bogen, welchen der Index des Instruments von der ersten Beobachtung bis zur letzten durchlaufen hat, durch die Anzahl der Beobachtungen dividirt, als wahrscheinlichsten Werth des gesuchten Winkels zu betrachten, ist die gewöhnliche; die durch Vervielfältigungsinstrumente gemachten Beobachtungen der grofsen französischen Gradmessung und vieler anderen ähnlichen Unternehmungen sind so berechnet worden. Diese Praxis ist jedoch nicht zu vertheidigen, desto weniger, da der Grund jeder Anwendung der Vervielfältigungsmethode kein anderer sein kann, als Theilungs- und Ablesungsfehler des Instruments unschädlicher zu machen, also in der Wahl der Methode selbst eine Anerkennung derselben Fehler liegt, deren angenommenes Nichtvorhandensein die Grundlage des Rechnungsverfahrens ist. Weniger inconsequent erscheint die zweite, die Summe der Quadrate der Unterschiede, bis auf welche man die Ablesungen darstellen kann, zum Minimum machende Rechnungsart; sie ist desto richtiger je gröfser die Sicherheit der Einstellungen, vergleichungsweise mit der der Ablesungen ist: also auch richtiger, wenn die durch Ablesungen entstehenden Abtheilungen der Beobachtungsreihe nur eine oder einige Vervielfältigungen enthalten, als wenn sie deren viele umfassen. Will man jedoch nicht zufrieden sein, ein der Wahrheit nahes Resultat einer Beobachtungsreihe zu erhalten, sondern sucht man das auf richtigen Principien beruhende, allein wahre,

Digitized by Google

so darf weder die eine noch die andere Praxis angewandt werden, sondern man mufs der gegenwärtig entwickelten Theorie folgen.

Indessen steht der Anwendung dieser Theorie eine Schwierigkeit im Wege, nämlich die, jedem einzelnen Falle angemessene Bestimmung von $k = 1 + \frac{hb}{a^2}$. Das Gewicht einer Ablesung ($= b$) kann zwar für jedes Instrument einfür allemahl festgesetzt werden; allein das Gewicht einer Einstellung ($= a$) hängt von der gröfseren oder geringeren Deutlichkeit der Zielpunkte und von der Ruhe oder Unruhe der Luft ab, und es wird schwerlich gelingen, die Abhängigkeit von diesen Umständen für jeden besonderen Fall vollständig, d. h. in Zahlen, zu erkennen. Dieselbe Schwierigkeit tritt übrigens allenthalben hervor, wo es darauf ankömmt, aus langen Reihen von Beobachtungen Resultate zu ziehen; diese Beobachtungen werden, wenigstens wenn veränderliche äufsere Umstände Einfluss darauf haben, nicht sämmtlich gleiches Gewicht besitzen, man kann aber, in Ermangelung eines sicheren Maafsstabes für den Einfluss dieser Umstände, nichts anderes thun, als die Ungleichheit des Gewichtes, welche daraus hervorgeht, unberücksichtigt zu lassen, und etwa diejenigen Fälle, wo sie höchst auffallend hervortritt, gänzlich auszuschliefsen.

Wenn man die in grofser Anzahl, aus den ausgezeichneteren deutschen Werkstätten hervorgegangenen Vervielfältigungsinstrumente aufmerksamer betrachtet, so bemerkt man leicht, dafs die Kraft der schönen Fernröhre, mit welchen diese Instrumente versehen zu sein pflegen, die Kraft der Eintheilungen und Ablesungen, so sehr auch diese vervollkommnet worden sind, beträchtlich übertrifft; bei den so häufig angewandten früheren, vor *Gambey* verfertigten, französischen Instrumenten ähnlicher Art, welche auch in optischer Beziehung viel unvollkommener waren, scheint dennoch das Uebergewicht der Fernröhre über die Theilungen noch gröfser gewesen zu sein. In beiden Fällen ist $\frac{b}{a}$ ein sich der Einheit nicht nähernder Bruch; in beiden also ist die wahrscheinlichste Berechnungsart derjenigen Beobachtungsreihen, in welchen mehr als zwei Ablesungen vorkommen, von der einfachen Division des ganzen, von dem Index durchlaufenen Bogens durch die Anzahl der Beobachtungen, beträchtlich und zwar desto mehr verschieden, je kleiner die Gruppen von Einstellungen sind, welche durch die Ablesungen getrennt werden. Dieses bezieht sich zwar zunächst auf Beobachtungen, bei welchen nicht fremde ungünstige Umstände hinzukommen; allein ich bemerke, dafs das Auge gegen jede Unvollkommenheit des Sehens so empfindlich ist, dafs ein Beobachter selten zu dem Entschlusse kommen wird, einen Winkel zu messen, wenn diese Unvollkommenheit eine Grenze erreicht, die beträchtlich nachtheilig zu werden drohet. Aus meiner Erfahrung glaube ich im Gegentheile folgern zu dürfen, dafs man häufig geneigt ist, einen Mangel an Eleganz der Bilder im Fernrohre, der auf die Sicherheit des Zielens keinen beträchtlichen Einfluss hat, als eine erhebliche Fehlerursache anzusehen. Ich glaube daher, dafs das, was ich über den Werth des Bruches $\frac{b}{a}$ gesagt habe, nicht sehr eng beschränkt, sondern auf alle Fälle, in welchen man Winkel zu beobachten pflegt, ausgedehnt werden darf.

7.

Um die Berechnungsart der Beobachtungsreihen, welche mit einem häufig angewandten Vervielfältigungsinstrumente gemacht worden sind, näher kennen zu lernen, habe ich mich bemühet die mittleren Fehler der Einstellungen und Ablesungen dieses Instrumentes auszumitteln. Es ist dieses ein 12zolliger Theodolit von *Pistor*, der dem Königl. Preufs. Generalstabe gehört und zu einem beträchtlichen Theile seiner Arbeiten benutzt worden ist. Die Werkstatt, in welcher dieser Theodolit verfertigt worden ist, hat auch bei diesem Instrumente ihren unbestrittenen Ruhm, vorzügliche schöne, fleifsige Arbeit zu liefern bewährt. Das Fernrohr hat 16 Zoll Brennweite, 16 Linien Oeffnung und 27malige Vergröfserung; die Theilstriche sind höchst regelmäfsig und gleich und werden, durch jeden der 4 Nonien, von 5 zu 5″ abgelesen.

Ich habe zuerst den Werth von $\alpha\alpha + \beta\beta$, dann α abgesondert, zu bestimmen gesucht. Das erstere erlangt man ohne Schwierigkeit durch häufig wiederholte Beobachtungen eines einfachen Winkels zwischen zwei deutlichen irdischen Punkten, indem dem 1sten Art. zufolge, der mittlere Fehler den Beobachtungen dieser Art verrathen $= \sqrt{\{2\alpha\alpha + 2\beta\beta\}}$ ist. Um ihn zu bestimmen hat Herr Lieutenant *Kulenkamp*, der dasselbe Instrument seit einigen Jahren anwendet, 55 Beobachtungen, an drei verschiedenen Winkeln, immer auf anderen Punkten der Theilung, theils auf dem Dreieckspunkte *Algeberg*, theils hier auf der Sternwarte gemacht. Die Summe der Quadrate der Unterschiede von den mittleren Werthen der drei Winkel, findet sich aus diesen Beobachtungen $= 397{,}60$, also das Quadrat des mittleren Fehlers $= 7{,}6461$ und

$$\alpha\alpha + \beta\beta = 3{,}8231.$$

Die von β getrennte Bestimmung von α habe ich auf das Prinzip gegründet, dafs man ein stärkeres Fernrohr schärfer auf das Fadennetz eines schwächeren richten kann, als das schwächere auf das Fadennetz des stärkeren. Der Theo-

Digitized by Google

dolit wurde im Meridian des Meridiankreises aufgestellt und sein Fernrohr auf die Kreuzfäden in diesem Instrumente gerichtet; dann wurde die Lage des Meridianfernrohrs, durch mehrmals wiederholte Anwendung der Schraube eines der Mikroskope, welche, Behufs der Zonenbeobachtungen, an den Pfeilern befestigt sind, bestimmt; endlich wurde das Fernrohr des Meridiankreises auf das Fadennetz des Theodoliten gerichtet und der Unterschied seiner nunmehrigen Lage von der früheren, genau so wie vorher gemessen. Dieser Unterschied entsteht aus der Zusammenwirkung dreier Ursachen, nämlich der Unvollkommenheiten der Einstellungen, sowohl des schwächeren als des stärkeren Fernrohrs, und der Unvollkommenheit der Messung des Unterschiedes durch das Mikroskop. Die letzte Ursache kann man aber absondern, indem man die Unsicherheit jeder Einstellung des Mikroskops durch häufig wiederholte Einstellungen untersucht; die beiden ersteren kann man gleichfalls voneinander trennen, indem man die Sicherheit der Einstellung jeder der beiden Fernröhre seiner Vergrößerung proportional annimmt.

Der Unterschied der Einstellungen des kleineren Fernrohrs auf das größere und des größeren auf das kleinere ist 23 Mal gemessen worden:

+ 0″,34	+ 0″,58	+ 0″,21
− 0,10	− 0,10	+ 0,58
+ 0,21	− 0,14	− 0,82
− 1,40	+ 1,17	− 1,68
+ 0,07	+ 0,17	+ 0,03
− 0,10	+ 0,65	+ 0,10
+ 0,34	− 0,17	− 0,51
− 0,10	+ 0,82	

Die Summe der Quadrate dieser Unterschiede ist 9,3041; das Quadrat des mittleren Werthes derselben = 0,4045. Auf Rechnung der Messungen mit dem Mikroskope kömmt hiervon 0,0842, und für die Einstellungen beider Fernröhre bleibt 0,3203 übrig. Das größere Fernrohr vergrößert 280, das kleinere 27 Mal. Das Quadrat des mittleren Einstellungsfehlers des Fernrohrs des Theodoliten ist daher

$$\alpha\alpha = \frac{(280)^2}{(280)^2+(27)^2} \cdot 0{,}3203 = 0{,}3173.$$

Zieht man diesen Werth von $\alpha\alpha$ von der früher erhaltenen Gleichung ab, so bleibt

$$\beta\beta = 3{,}5058$$

übrig. Die mittleren Fehler der Einstellungen und Ablesungen des *Pistor*schen Theodoliten sind daher

$$\alpha = 0'',563; \quad \beta = 1'',872.$$

Es ist wirklich auffallend, dafs ein so kleines Fernrohr, wie das des Theodoliten ist, eine so grofse Sicherheit der Einstellung gewährt; die angeführten Beobachtungen lassen aber über die nahe Richtigkeit dieser Bestimmung keinen Zweifel. Indessen sind diese Beobachtungen an den sich völlig scharf und ruhig zeigenden Fäden des Meridiankreises gemacht, während die Anwendungen des Instrumentes zu geodätischen Zwecken oft unter weniger günstigen Umständen gemacht werden müssen, welchen ein gröfserer Werth von α zukömmt. Wie grofs dieser anzunehmen sei, damit er einem mittleren Zustande der äufseren Umstände entspreche, ist, wie man leicht bemerkt, eine Frage, zu deren Beantwortung die Data fehlen. Allein wenn die Regel befolgt wird, unter auffallend unvortheilhaften Umständen nicht zu beobachten, so wird, der im 6ten Art. gemachten Bemerkung gemäfs, der Werth von α, meiner Meinung nach, wenigstens nicht stark vergröfsert werden dürfen; um meine Ansicht hiervon bestimmter anzugeben, füge ich hinzu, dafs ich glaube, dafs einer wirklich gemachten Beobachtungsreihe nicht leicht ein mehr als um die Hälfte vergröfserter Werth von α zukommen wird. Die willkührliche Wahl eines bestimmten Werthes, welche der Berechnung der Beobachtungen vorangehen mufs, werde ich, aus diesem Grunde, so treffen, dafs ich für $\frac{b}{a} = \frac{\alpha\alpha}{\beta\beta}$, welches, den angeführten Bestimmungen zufolge = 0,0905 ist, die runde Zahl 0,2 annehme, wodurch der mittlere Einstellungsfehler auf 0″,837 gebracht wird.

Dieser Annahme zufolge wird

$$k = 1 + \frac{h}{5}$$

und es hat nun kein Hindernifs mehr, die mit dem untersuchten Instrumente gemachten Beobachtungen, den im 5ten Art. gegebenen Formeln gemäfs zu berechnen. Um dieses anschaulich zu machen, will ich den Fall einer 20fachen Vervielfältigung eines Winkels in Zahlen entwickeln; ich werde dabei zuerst annehmen, dafs zwischen jeder einzelnen Beobachtung abgelesen ist; dann von 2 zu 2, 4 zu 4, 5 zu 5, 10 zu 10 und endlich nur am Anfange und am Ende; ich werde also nach und nach

$$h = 1, 2, 4, 5, 10, 20 \text{ und } n = 20, 10, 5, 4, 2, 1$$

setzen.

I. $h = 1$; $n = 20$; $k = 1{,}2$.

$$Nx = 504{,}53\, d_{20} + 270{,}76\, d_{18} + 145{,}31\, d_{16} + 77{,}97\, d_{14} + 41{,}83\, d_{12} + 22{,}42\, d_{10} + 11{,}97\, d_8 + 6{,}32\, d_6 + 3{,}18\, d_4 + 1{,}33\, d_2$$

$N = 19256{,}04$

Gewicht = 12,61; mittl. Fehler = 0,282.

II. $h = 2$; $n = 10$; $k = 1{,}4$.

$$2Nx = 76{,}317\, d_{10} + 32{,}044\, d_8 + 13{,}404\, d_6 + 5{,}486\, d_4 + 1{,}960\, d_2$$

$N = 1125{,}81$

Gewicht = 12,20; mittl. Fehler = 0″,286.

Digitized by Google

III. $h = 4$; $n = 5$; $k = 1{,}8$.
$4Nx = 19{,}6825\, d_5 + 5{,}8187\, d_3 + 1{,}2650\, d_1$
$N = 117{,}1336$
Gewicht $= 11{,}79$; mittl. Fehler $= 0''{,}291$.

IV. $h = 5$; $n = 4$; $k = 2{,}0$.
$5Nx = 13{,}8562\, d_4 + 3{,}4641\, d_2$
$N = 62{,}3529$
Gewicht $= 11{,}67$; mittl. Fehler $= 0''{,}293$.

V. $h = 10$; $n = 2$; $k = 3{,}0$.
$20\, x = d_2$
Gewicht $= 11{,}41$; mittl. Fehler $= 0''{,}296$.

Der VI Fall $h = 20$; $n = 1$; $k = 5{,}0$ ist von dem V, weder im Ausdrucke von x noch im Gewichte verschieden. Man kann hierbei noch bemerken, dafs für einen rationalen Werth von k, sowohl die Formeln für x, als auch die Ausdrücke des Gewichtes, in rationalen Zahlen angegeben werden können, z. B. für den IV Fall:

$90\, x = 4\, d_4 + d_2$ Gewicht $= \frac{450}{11} b$.

8.

Nach den Formeln des 5ten Art. können, sobald β oder b bekannt geworden ist und man für den Werth von α eine bestimmte Wahl getroffen hat, das Gewicht und der mittlere Fehler des Resultats einer Reihe von Vervielfältigungsbeobachtungen berechnet werden. Man kann aber durch eine Annäherung an diese Formeln eine leichtere Uebersicht erhalten. Das Gewicht ist nämlich:

$$\frac{ah}{2}\left\{\frac{n\left[\frac{n+2}{2}\right] - (n+2)\left[\frac{n}{2}\right]}{\left[\frac{n+2}{2}\right] - \left[\frac{n}{2}\right]}\right\}$$

oder auch

$$\frac{ah}{2}\left\{n+1 - \frac{\left[\frac{n+2}{2}\right] + \left[\frac{n}{2}\right]}{\left[\frac{n+2}{2}\right] - \left[\frac{n}{2}\right]}\right\}$$

und wenn man für $\left[\frac{n+2}{2}\right]$ und $\left[\frac{n}{2}\right]$ ihre Ausdrücke setzt,

$$\frac{ah}{2}\left\{n+1 - \frac{R+1}{R-1}\left(\frac{R^{n+1}-1}{R^{n+1}+1}\right)\right\}$$

Da R^{n+1} für eine einigermafsen zahlreiche Reihe von Beobachtungen eine grofse Zahl wird, so kann man den davon abhängigen Factor des letzten Gliedes, ohne beträchtlichen Fehler $= 1$ setzen, also den Ausdruck des Gewichtes

$$= \frac{ah}{2}\left\{n+1 - \frac{R+1}{R-1}\right\},$$

oder auch, da

$$\frac{R+1}{R-1} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$$

ist,

$$= \frac{ah}{2}\left\{n+1 - \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}\right\}$$

annehmen. Dieser Ausdruck wird für jede Anzahl der Vervielfältigungen ($= hn$) desto gröfser, je kleiner h ist, am gröfsten für $h = 1$; es ergiebt also das gröfste Gewicht, welches eine Reihe von Vervielfältigungsbeobachtungen dadurch erlangt, dafs man zwischen den einzelnen ablieset, näherungsweise

$$= \frac{a}{2}\left\{n+1 - \sqrt{\left(\frac{2a}{b}+1\right)}\right\}$$

und den ihm entsprechenden mittleren Fehler von x

$$= \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{\left\{n+1-\sqrt{\frac{2\beta\beta}{\alpha\alpha}+1}\right\}}}$$

Das kleinste Gewicht, welches eine Ablesung am Anfange und eine am Ende ergiebt, ist nach der Formel im 5ten Art.

$$= \frac{abnn}{2(nb+a)}$$

und der mittlere Fehler von x

$$= \sqrt{\left(\frac{2\alpha\alpha + \frac{2}{n}\beta\beta}{n}\right)}$$

Aus der Vergleichung dieser Ausdrücke der mittleren Fehler, mit dem durch eine eben so grofse Anzahl nichtvervielfältigender Beobachtungen übrig gelassenen, welcher aus der Formel des 1ten Art. $= \sqrt{\left(\frac{2\alpha\alpha+2\beta\beta}{n}\right)}$ gefunden wird, geht hervor, in welchem Maafse die Vervielfältigungsbeobachtungen in jedem besonderen Falle im Vortheile sind. Für das oben angeführte Beispiel von 20 Beobachtungen mit dem 12zolligen *Pistor*schen Theodoliten, ist der kleinste mittlere Fehler des durch Vervielfältigung zu erlangenden Resultats $= 0''{,}282$, der gröfste $= 0''{,}296$ gefunden worden; beide sind beträchtlich kleiner als der mittlere Fehler des Mittels aus 20 voneinander unabhängigen Beobachtungen des einfachen Winkels, welchen die zuletzt gegebene Formel $= 0''{,}648$ bestimmt. Die Vervielfältigungsmethode ist also hier, bei ihrer ungünstigsten Anwendung um $0''{,}352$ und bei ihrer günstigsten um $0''{,}366$ im Vortheile. Für den ersten Fall hat dieser Vortheil einen einfachen Ausdruck, den ich, weil er eine Uebersicht gewährt, hierhersetzen will. Er ist nämlich

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{n}\right)}\left\{\sqrt{\left\{\alpha\alpha+\beta\beta\right\}} - \sqrt{\left\{\alpha\alpha+\frac{\beta\beta}{n}\right\}}\right\}$$

oder auch

$$= \frac{\beta\beta.\frac{n-1}{n}\sqrt{\frac{2}{n}}}{\sqrt{\left\{\alpha\alpha+\beta\beta\right\}} + \sqrt{\left\{\alpha\alpha+\frac{\beta\beta}{n}\right\}}}.$$

Man übersieht hierdurch sogleich, in welchem Maafse die Vervielfältigung der Beobachtung vor der wiederholten An-

Digitized by Google

stellung einzelner einen Vortheil voraus hat. Dieser Vortheil ist desto beträchtlicher, je weniger genau man auf dem Instrumente abliest; mit wachsender Genauigkeit der Theilungen und Ablesungen verkleinert er sich aber so sehr, dafs dann der Vorzug der Vervielfältigungsmethode wenig beträchtlich wird. Hätte man statt des im 7ten Art. untersuchten Instrumentes, ein anderes angewandt, welches, bei demselben Werthe von α einen nur halb so grofsen von β besäfse, so würde der Vortheil auf der Seite der Vervielfältigungen, bei 20 Beobachtungen, im mittleren Fehler nur $0'',111$ betragen.

9.

Ich habe bis hieher angenommen, dafs das Resultat einer Winkelbeobachtung aus keinem anderen Grunde, als aus den beiden in Rechnung gebrachten, von der Wahrheit abweichen könne. Unter dieser Annahme liegt der Vorzug der Vervielfältigungen vor der Wiederholung einzelner Beobachtungen am Tage, allein wenn ein unbedingtes Urtheil über den Vorzug der einen oder der anderen Methode in einem gegebenen Falle, gefällt werden soll, mufs die Rechtmäfsigkeit der Annahme vorher untersucht werden.

In Beziehung auf die einfache Beobachtung eines horizontalen Winkels, kenne ich keine Fehlerursachen aufser den Unvollkommenheiten der Einstellungen und Ablesungen, diese letzteren einschliefslich der Theilungsfehler des Instrumentes genommen. In der That ist die ganze Operation völlig symmetrisch für beide Punkte, zwischen welchen der Winkel gemessen werden soll: man klemmt zuerst den Kreis fest, und bewegt die gelösete Alhidade, stets in einer Richtung, nach und nach auf beide Punkte, so dafs das Verfahren für den einen genau dasselbe wird wie für den anderen, und dadurch jeder Grund wegfällt, welcher befürchten lassen könnte, dafs der Winkel fortwährend etwas zu grofs oder etwas zu klein gemessen werde; will man sich auch gegen den Einflufs einer langsamen Drehung des Standpunktes des Instrumentes sichern, so mufs man, nachdem in der Ordnung $A\ B$ auf beide Punkte eingestellt und abgelesen ist, zum zweitenmale in der umgekehrten $B\ A$ einstellen und ablesen.

Anders verhält es sich aber mit den Vervielfältigungsbeobachtungen: hier erlangt man die gröfsere, im Vorhergehenden näher bestimmte Freiheit des Resultats von dem Ablesungsfehler, nur durch die Annahme, dafs während der beiden Bewegungen des Instruments, das was ich im 1sten Art. durch u und α bezeichnet habe, wirklich unverändert bleibe. Die Vervielfältigungsinstrumente sollen so gebauet werden, dafs Grund vorhanden ist, auf diese Unveränderlichkeit zu rechnen; die mechanischen Künstler scheinen auch vorzüglich hierauf ihre Aufmerksamkeit gerichtet zu haben. Indessen läfst sich einerseits die Möglichkeit einer kleinen Veränderung nicht läugnen, und andrerseits mufs man zugeben, dafs ein directes Prüfungsmittel der Unveränderlichkeit nicht vorhanden ist. Denn durch eine Wiederholung der Ablesung nach der Drehung des mit der Alhidade zusammengeklemmten Kreises kann man die unveränderte relative Lage beider, innerhalb einer Grenze, welche die Kraft der Ablesungen überschreitet und welche man nur durch die Methode der Vervielfältigungen zu überschreiten hofft, nicht erkennen; für die Unveränderlichkeit der Lage des Kreises während der alleinigen Drehung der Alhidade, ist noch weniger ein Prüfungsmittel vorhanden, ohne dafs man behaupten kann, dafs es hier so unnöthig wäre, als bei der ganz symmetrisch gemachten Beobachtung eines einfachen Winkels. Ich habe keinen Grund, zu glauben, dafs dergleichen Veränderungen bei den besseren Vervielfältigungsinstrumenten, z. B. den nach *Reichenbachs* Muster gebaueten Azimuthal-Theodoliten, wirklich vorhanden sind; glaube aber, dafs, wenn völlig sichere und selbst über die geringsten Kleinigkeiten entscheidende Prüfungsmittel vorhanden wären, man nicht unterlassen würde, dadurch direct zu entscheiden, ob die Federung des Metalls, oder der Spielraum der Drehungsaxe in ihrer Hülse, durchaus ohne nachtheilige Wirkung sind. In Ermangelung eines solchen Mittels, würde man sich durch den Erfolg davon überzeugen, wenn man eine Anzahl einfach gemessener Winkel auch durch Vervielfältigungen mifst und die Resultate beider Methoden nicht auf eine Art verschieden findet, die zur Annahme einer neuen, immer in einem Sinne wirkenden Fehlerursache nöthigt; auch die Summe der drei Winkel eines Dreiecks wird das Nichtvorhandensein einer solchen Ursache zeigen können. Immer aber mufs eine sehr grofse Anzahl von Beobachtungen gemacht werden, wenn sie auch über Brüche von Secunden, die hier allein zweifelhaft sein können, entscheiden soll.

Ehe diese Prüfung mit einem Instrumente vorgenommen ist, wird man, wenn man anders geneigt ist, einem Zweifel über die Unveränderlichkeit desselben während der Drehungen, einiges Gewicht beizulegen, von zwei Resultaten, welche gleiche mittlere Fehler besitzen, deren einer aber auf einfachen, der andere auf vervielfältigten Beobachtungen beruhet, dem ersteren das meiste Vertrauen schenken müssen. Allein dieser Fall kömmt in der geodätischen Praxis nicht leicht vor, vielmehr wird man, in der Zeit, die man auf die Beobachtung eines Winkels wenden kann, durch die Vervielfältigungsmethode einen kleineren mittl. Fehler

Digitized by Google

erlangen, als durch einfache Messungen. Wenn also zwischen beiden Methoden gewählt werden soll, so ist zu entscheiden, ob der Gewinn, den man durch die Anwendung der Vervielfältigungen, in der Verkleinerung der zufälligen Fehler immer hat, grofs genug ist, um die Furcht vor beständigen, aus dem Instrumente selbst hervorgehenden Fehlern zum Schweigen zu bringen. Man sieht aus dem Vorhergehenden, in welchem Maafse ein gröfseres, schärfere Ablesungen gewährendes Instrument, den Vortheil auf der Seite der Vervielfältigungen verkleinert; für ein solches Instrument kann, selbst bei einer mäfsigen Anzahl der Beobachtungen, dieser Vortheil so klein werden (z. B. Art. 8 am Ende) dafs man nicht leicht geneigt sein wird, für ihn irgend etwas von der Ueberzeugung der völligen Freiheit von beständigen Fehlern aufzuopfern. Es kömmt auch noch die Frage in Betracht, ob einzelne und vervielfältigte Beobachtungen mit gleicher Aufmerksamkeit gemacht werden; allein ihre Beantwortung ist individuell für jeden Beobachter; für mich würde sie dem Vervielfältigen vielleicht nicht günstig sein.

Indessen entziehen sich Zweifel über die Rechtmäfsigkeit der Voraussetzung der Unveränderlichkeit des Instruments während der Drehungen derselben, so wie auch die eben berührte individuelle Berücksichtigung des Beobachters, derjenigen Rechnung gänzlich, welche den Einfluss der zufälligen Beobachtungsfehler auf das Resultat, an den Tag zu legen beabsichtigt. Man kann von der Sicherheit des Resultats in der letzteren Beziehung, der Natur der Sache nach, nicht auf die in der ersteren stattfindende, als auch nicht auf die Sicherheit des Resultats, ohne Beziehung, schliefsen. Man mufs beide ganz verschiedene Seiten der Vervielfältigungsmethode der Beobachtungen im Auge behalten, wenn man, immer nur in dem besonderen Falle eines bestimmten Instruments und vielleicht auch eines bestimmten Beobachters, zwischen ihr und der Methode der einfachen Messungen eine Wahl treffen will. Das was ich in diesem Aufsatze entwickelt habe, führt die Frage dadurch auf ihre einfachste Gestalt zurück, dafs es den Gewinn, den das Princip des Vervielfältigens als solches ergiebt, an den Tag legt.

Bessel.

Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen anderen dahin gehörigen Bemerkungen.

Von den Herren *Beer* und *Mädler*.

Die von *Mayer* gegebene Regel, dafs der Erdschatten um $\frac{1}{60}$ vergröfsert werden müsse, ist seitdem durch keine direkten Untersuchungen aufs Neue geprüft, sondern nur immer bei Vorausberechnung dieser Erscheinung angewandt worden. Auch kennen wir nicht das Detail der *Mayer*schen Untersuchungen, zu denen eine genauere Kenntnifs der Mondoberfläche erforderlich zu seyn scheint, als zu seiner Zeit erlangt werden konnte.

Auch bietet sich die Gelegenheit zu diesen Untersuchungen selten, da nicht allein Anfang und Ende der Finsternifs in angemessener Höhe über dem Horizont erfolgen, sondern auch partiale, so wie überhaupt solche, die nicht nahe central sind, ausgeschlossen werden müssen, da im letztern Falle die Mondflecken Sehnen des Schattendurchschnitts beschreiben, die vom Centro sehr entfernt, und bei denen der Fehler ihrer selenographischen Lage von zu nachtheiligem Einflufs sind. Auch können selbst vorübergehende und an sich unbedeutende Witterungs-Störungen die Untersuchung vereiteln.

Bei der am 26sten Decbr. 1833 eingetretenen Mondfinsternifs vereinigten sich für Berlin alle günstigen Umstände im höchsten Grade. Die einzigen heitern Stunden des ganzen Decembers fielen in diesen Abend von 5 Uhr bis nach Mitternacht, bei leichtem Frost und mäfsigem Nordwinde. Die Grenze des wahren Schattens war, wenigstens in den der Mondmitte nähern Gegenden, um höchstens 5″ im Bogen ungewifs.

Wir stellen hier nur diejenigen Mondflecke zusammen, deren Ein- und Austritt beobachtet werden konnte, und das angegebene Moment bezieht sich, wo nichts Anderes bemerkt ist, auf die Mitte des Flecks.

Sternzeit = *Tiede's* Regulator + 7″,8.

	Beobachtete Eintritte.	Austritte.
	h ′ ″	h ′ ″
Grimaldi 1 Rd.....	3 1 15	5 39 16
2 Rd.....	2 43	
Cartesius.....	8 47	41 15
Aristarch	5 34	46 59
Kepler.....	9 55	50 20
Sinus Iridum Ostcap	12 16	53 3
Sinus Iridum Westcap	16 1	56 22
Copernicus 1 Rd....	16 27,5	57 53
2 Rd....	18 21	59 44
Plato 1 Rd.....	21 51,5	6 1 50
2 Rd.....	23 10	
Pico.	22 22	2 27

Digitized by Google

	Beobachtete Eintritte.			Austritte.		
	h	′	″	h	′	″
Archimedes 1 Rd....	3	23	54	6	4	52
2 Rd....		24	58		6	35
Eudoxus 1 Rd.....		30	32		10	37
2 Rd.....		32	0			
Manilius 1 Rd.....		31	11		13	21
2 Rd.....		31	46			
Sulpicius Gallus.....		30	53		12	29
Tycho 1 Rd.....		31	26		1	4
2 Rd.....		33	5			
Menelaus.....		34	28		16	19
Dionysius.....		36	58		17	58
Posidonius 2 Rd.....		39	3		20	5
Endymion 1 Rd.....		39	16		17	2
2 Rd.....		40	28		17	58
Plinius 2 Rd.....		38	21		20	6
Proclus.....		47	23		28	17
Picard.....		49	25		30	50
Firmicus.....		52	54		33	36

Beide Beobachter differirten bei Plato 1 Rd. Eintritt um 13″, bei Copernicus um 5″, bei allen übrigen weniger. Ueberall ist das Mittel angesetzt.

Wir beobachteten ferner

	h	′	″	
Erster Halbschatten	2	51	30	
Anfang gewifs.....	2	58	4	
Total.....	3	56	36	
Total gewifs.....	3	56	59	
Erster Lichtblick...	5	32	38	wenigetens 2′ zu früh.
Ende.....	6	35	45	

welche Momente aber bei weitem ungenauer als die obigen und deshalb nicht zur Rechnung zugezogen sind.

Sei nun

π die Aequatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes;
p die Sonnenparallaxe;
s der Sonnenhalbmesser;
m der Mondhalbmesser;
d der kleinste Abstand des Schattencentrums von der Mondmitte;
$l \mp \Delta l$ die Libration in Länge zu Anfang und Ende der Verfinsterung eines Mondflecks;
F der Abstand des Flecks von der scheinbaren Mondmitte im Bogen eines gröfsten Kreises der Mondkugel;
β die geocentrische Breite des Mondflecks zur Zeit der Mitte seiner Verfinsterung;
ρ der (berechnete) Halbmesser des Erdschattens für den Mondfleck;
S die vom Mondfleck durchlaufene halbe Sehne des Erdschattens;

so hat man

$$\rho = \pi\,(1 + \cos F \sin m) + p - s$$

$$S = \rho\,\sqrt{\left(1 - \frac{\beta^2}{\rho^2}\right)}.$$

Für die Mitte der Finsternifs fand sich ferner

$l = -4^\circ 24'$
$\Delta l = +\ 3'$ } selenocentrisch
$d = 5'\,38''2$ geocentrisch,

und der Winkel der vom Schattencentro auf der Mondfläche beschriebenen Linie mit dem Mondaequator $= 7^\circ 10''$.

Unter Voraussetzung dieser Data wurden nun F und β durch Construction auf unserer (in Bezug auf selenographische Lage der Hauptflecke vollendeten) Mondkarte gemessen und hieraus weiter nach den im Berliner Jahrbuch gegebenen Elementen die halbe Dauer der Verfinsterung für jeden einzelnen Fleck berechnet. Bei Tycho ist der Ein- oder Austritt wahrscheinlich um 1′ verschrieben, eben so sind Grimald und Cartesius für das Endresultat ausgeschlossen, da das Auge beim Eintritt noch keinen hinreichend sichern Mafsstab für den Unterschied des vollen und Halbschattens gewonnen hatte.

(Der Beschlufs folgt.)

Inhalt.

Betrachtungen über die Methode der Vervielfältigung der Beobachtungen. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. pag. 269.

Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen andern dahin gehörigen Bemerkungen. Von den Herren *Beer* und *Mädler*. p. 289.

Altona 1834. Januar 31.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 257.

Schreiben des Herrn *Henderson* an den Herausgeber.

Edinburgh 1833. December 24.

I returned to this Country some months ago, having left the Cape of Good Hope in the end of May. Circumstances unnecessary to be stated here made me quit that station. Mr. *Maclear* has been appointed my successor at the Cape Observatory, and from his zeal, energy, and talents, we may feel confident that the important establishment committed to his charge will be conducted with skill and activity. He sailed from England about two months ago. Sir John *Herschel* has also set of for the same quarter.

In a short period I hope to be able to report the principal results of the observations which were made at the Cape Observatory during my twelve months residence there. At present I have to communicate some particulars, which may prove interesting to Astronomers.

I. *Comet of Encke.*

The following are the apparent geocentric positions of the Comet of *Encke* deduced upon a revision of the calculations from the observations made at the Cape Observatory.

Date 1832.	Mean time.	Right Ascension.	Declination.
	h m s	h m s	° ′ ″
June 2	17 18 31		—12 46 57
	17 22 6	3 43 35,0	
3	17 4 55	3 39 31,0	14 38 46
4	* 17 32 14	3 35 3,9	16 39 19
5	17 23 52	3 30 27,0	18 44 24
8	16 47 30		25 16 40
	16 53 32	3 14 45,8	
23	** 17 34 8	0 20 38,7	59 12 10
26	17 33 36	23 15 44,5	62 16 3
27	16 29 21	22 54 14,1	
	17 5 24	22 53 49,1	
	17 16 11		62 55 34
28	16 3 57	22 32 42,5	

* Stated 17h 23m 41s } by mistake in Philosophical Transactions.
** Stated 17 45 4 }

The observations were made with a Circular Micrometer applied to an achromatic Telescope 45 inches in focal length, and 3½ inches aperture, magnifying 32 times excepting the first observation of June 27, and the one of June 28, which are deduced from the observed egress of the Comet from the dark field of view of the Transit Telescope, 10 feet in focal length, 5 inches aperture, and magnifying 88 times. The first observation of June 27 was made by Lieutenant *William Meadows* R. N. the Assistant Astronomer, the others by myself.

During the whole appearance the Comet was very faint; but during the period subsequent to June 22d, it was barely visible in the Telescopes, although every precaution was taken for keeping the Observers eyes in complete darkness. At the observed passages of the Comet through the field of view of the Transit Telescope, it was advanced a considerable way before it was detected. Any discordances which may appear in the observations during the latter period are to be accounted for by the difficult nature of the observations under these circumstances. On June 29th occasional glimpses of the Comet were suspected, but no observation could be made. After that day it was no longer seen.

Subjoined are the apparent places of the Stars, with which the Comet was compared, and the corresponding dates, determined from observations subsequently made at the Cape Observatory by Lieutenant *Meadows* and myself. These have been used in computing the positions of the Comet; and they may be of service in reducing observations of the Comet made in other quarters. The Star *l* is the one with which *M. Mossotti* compared the Comet on June 5th.

Stars.	Magnitude.	Right Ascension.	Declination.	Corresponding Date.
		h m s	° ′ ″	1832
a.....	7	3 43 58,83	—12 28 48,9	June 2
πEridani b	5	3 38 11,29	12 38 6,0	—
c.....	8	3 42 39,08	12 30 43,2	—
d.....	8	3 46 5,71	12 57 9,4	—
e.....	7	3 47 21,59	12 35 49,5	—
f.....	7. 8	3 39 7,87	15 0 21,1	3
g.....	8	3 34 29,27	16 30 20,0	4
h.....	8. 9	3 37 29,79	16 56 39,4	—
i.....	9	3 35 9,36	16 37 0,7	—
k.....	8	3 29 31,71	18 26 5,6	5

Digitized by Google

Stars.	Magnitude.	Right Ascension.	Declination.	Corresponding Date.
		h m s	° ′ ″	1832
l.....	8	3 28 36,67	−19 6 32,7	June 5
m.....	7	3 12 14,52	24 44 9,4	8
n.....	7. 8	3 16 57,55	24 54 1,6	—
o.....	7	3 25 11,42	25 11 25,5	—
p.....	7	0 26 14,06	59 7 26,5	23
q.....	7. 8	0 28 42,96	59 7 47,5	—
r.....	6. 7	0 31 29,41	58 53 7,0	—
s.....	7	23 12 29,03	62 12 34,8	26
t.....	7	23 12 48,91	62 20 20,7	—
u.....	7	23 13 14,14	62 32 48,0	—
w.....	7. 8	22 46 14,96	62 33 44,9	27
x.....	7. 8	22 47 1,50	62 44 55,5	—
y.....	7. 8	22 48 55,15	62 52 36,8	—

II. *Comet of Biela.*

From the observations of Sir *John Herschel* at Slough, I have calculated the following apparent geocentric positions of the Comet.

Date.	Mean time.	Right Ascension.	Declination.
1832	h m s	h m s	° ′ ″
September 23	16 20 17	5 40 23,1	+ 36 16 48
24	14 15 21	5 45 54,7	36 11 7
November 3	14 59 55	10 15 32,1	7 36 20
4	17 10 45	10 21 39,1	6 28 43

The Longitude of Slough is $2^m\,24^s$ of time West of the Meridian of Greenwich.

The apparent places of the Stars on which the positions of the Comet depend are as follows.

Star.	Magnit.	Right Ascension.	Declination.	Corresp. Date.	Authority.
		h m s	° ′ ″	1832	
θ Aurigæ	4	5 48 17,93	+37 11 22,3	Sept. 23	*Pond's* Catalogue of 1112 Stars.
a	9	5 41 7,18	36 14 37,7	—	*Bessel* Zone 404.
* x	10	10 15 43,66	7 35 56,6	Nov. 3	Cape Observat.
* w	9	10 21 37,99	6 34 56,4	4	— — — —

From my own observations made at the Cape of Good Hope with the same Telescope and Circular Micrometer that were used for the Comet of *Encke*, I have obtained the following apparent geocentric positions of the Comet.

Date.	Mean time.	Right Ascension.	Declination.
1832	h m s	h m s	° ′ ″
November 18	15 29 0	11 30 52,8	— 6 22 41
22	14 46 26	11 48 22,0	
—	15 18 28		9 27 40
23	15 16 38	11 52 42,4	
—	15 21 36		10 11 31
27	15 1 26	12 19 16,0	12 53 15
1832			
December 26	13 46 41	13 51 42,8	
—	13 47 4		−25 49 32
1833 31	14 19 11	14 6 38,6	27 11 4
January 1	13 7 14	14 9 37,6	27 26 22
2	14 56 40	14 12 27,9	27 40 1
3	15 32 11	14 15 20,0	27 54 50

Subjoined are the apparent places of the Stars, with which I compared the Comet and the corresponding dates, as subsequently determined from observations made at the Cape Observatory by Lieutenant *Meadows* and myself.

Star.	Magnit.	Right Ascension.	Declination.	Corresponding date.
		h m s	° ′ ″	1832
a.....	8	11 30 17,93	— 6 40 18,2	November 18
b.....	7	11 50 35,36	9 32 36,7	22
c.....	7	11 52 8,69	9 29 25,3	—
d.....	9	11 56 8,87	10 11 26,7	23
e.....	8	11 54 24,68	9 49 4,1	—
f.....	8	12 7 12,47	12 53 2,9	27
g.....	8	12 10 22,09	12 36 34,2	—
(54) Corvi h..	6	12 12 17,01	12 38 5,6	—
i.....	8	12 6 52,83	13 8 19,7	—
k.....	7	13 51 9,28	25 26 31,4	December 26
l.....	7	13 53 9,09	26 2 1,5	—
π Hydræ m...	4. 5	13 56 51,24	25 52 11,6	—
n.....	8	14 5 6,45	26 58 21,6	31
o.....	7. 8	14 10 28,87	27 16 18,5	—
7 Hydræ Con. p	6	14 13 28,05	26 58 45,4	1833 —
q.....	7	14 12 21,37	27 32 9,6	January 2
r.....	7	14 11 58,19	27 58 39,4	—

During the appearance of the Comet of *Biela* at the Cape it seemed to have nearly the same degree of brightness as the Comet of *Encke* had preceding June 9th.

III. *Suns Parallax from observations of the Declination of Mars at last Opposition.*

From a computation of seven days observations made at Cambridge and the Cape, the Sun's mean equatoreal horizontal parallax appears to be 8″,588.

From a computation of seven days observations made at Greenwich with *Troughton's* Mural Circle, and at the Cape, the Suns mean equatoreal horizontal parallax appears to be 9″,076.

From a computation of six days observations made at Greenwich with *Jones* Mural Circle, and at the Cape, the Sun's mean equatorial horizontal parallax appears to be 9″,343.

Digitized by Google

Arrangements have been made for similar observations at next opposition of Mars; and the List of Stars to be observed will appear in the Nautical Almanac of 1835.

I hope to be soon able to communicate the Moon's parallax as deduced from observations of declination made at Greenwich and at the Cape.

IV. *Edinburgh Observatory.*

I am happy at being able to state that the Government have made liberal provision (subject to certain conditions likely to be immediately complied with) for this Observatory; and there is every reason to believe that it will soon take a place among the active Observatories of Europe.

T. Henderson.

Beobachtungen des Mondes und der Mondsterne, angestellt auf der k. Sternwarte bey München im Jahre 1833; nebst Vergleichung der beobachteten Mondörter mit den Tafeln von *Damoiseau.*

A. *Beobachtete gerade Aufsteigung des Mondes und der Mondsterne.*

Tag. 1833	Namen.	Beob. AR. ° ′ ″	Zeit. ″	Δα ″	
Febr. 12.	α Scorpii	16 19 9,99			
	Mond II R.	16 53 53,39	+0,2	−0,59	
	η Ophiuchi	17 0 47,42			
26.	Mond I R.	3 42 27,86	+0,3	−0,08	
28.	106 1 Tauri	4 57 55,50			
	Mond I R.	5 38 25,05	+0,2	+0,41	3 F. die Sek. waren verzählt.
	18 γ Gemin.	6 19 2,95			
März 4.	83 q Cancri	9 9 39,58			
	8 Cancri	9 27 49,69			
	Mond I R.	9 56 15,79	+0,4	+0,36	
	47 ρ Leonis	10 24 1,62			
5.	47 ρ Leonis	10 24 1,50			Beobb. sehr un-
	Mond I R.	10 57 54,90	+0,6	+0,50	zuverlässig.
	77 σ Leonis	11 12 32,18			Zeitbestimmung
	ξ 1 Virginis	11 36 41,32			unsicher.
29.	Mond I R.	7 22 5,67	+0,3	+0,14	
	85 l Gemin.	7 45 54,69			
	42 Cancri	8 10 36,08			
April 26.	Mond I R.	8 5 53,94	+0,6	+0,32	
Mai 1.	15 η Virg.	12 11 22,67			
	29 γ 1 Virg.	12 33 13,02			
	Mond I R.	12 55 43,17	+0,9	+0,15	
	80 13 Virg.	13 26 51,62			
2.	80 13 Virg.	13 26 51,68			
	Mond I R.	13 49 58,60	+0,9	+0,05	
	98 κ Virg.	14 4 1,08			
3.	98 κ Virg.	14 4 1,22			
	2 Librae	14 14 28,52			
	Mond I R.	14 44 26,76	+0,1	+0,09	
	Mond II R.	14 46 41,26	+0,1	−0,07	
	38 γ Librae	15 26 18,10			
12.	Mond II R.	22 47 47,30	+1,0	−0,06	
24.	Mond I R.	8 49 29,75	+1,1	+0,37	
27.	Mond I R.	11 43 28,38	+0,2	+0,80	3 F. bedeckt. Beob. sehr
28.	Mond I R.	12 37 14,61	+0,2	+0,40	unsicher.
	K 1 Virg.	12 51 4,67			unzuverlässig.
	K 4 Virg.	12 55 29,43			

Tag. 1832	Namen.	Beob. AR. ° ′ ″	Zeit. ″	Δα ″	
Juni 1.	44 η Librae	15 34 43,13			
	Mond I R.	16 11 43,02	−0,5	−0,10	nebelig; Rand
	24 m Scorp.	16 31 57,15			unbegrenzt.
	(214) Scorp.	16 43 35,93			
10.	Mond II R.	0 2 9,20	−0,3	+0,22	
	α Ceti	2 53 32,67			
29.	7 χ Ophiuchi	16 17 23,10			
	Mond I R.	16 47 10,69	−0,4	−0,02	
	40 ρ Oph.	17 11 2,01			
	58 D Oph.	17 33 27,54			
30.	40 ρ Oph.	17 11 1,86			
	58 D Oph.	17 33 27,51			
	Mond I R.	17 43 39,06	−0,4	+0,06	Rand wallend.
	13 μ 1 Sagitt.	18 3 48,47			
Juli 25.	Mond I R.	15 36 14,72	−0,4	+0,57	
26.	7 χ Oph.	16 27 22,86			
	Mond I R.	16 30 6,45	−0,4	+0,37	Zeitbestimm.
	28 Scorpii	16 56 13,88			unsicher.
	40 ρ Oph.	17 11 2,00			
28.	Mond I R.	18 19 55,82	−0,4	+0,41	unter Wolken;
	32 ν 1 Sagitt.	18 44 7,50			Zeitbestimm. uns.
29.	Mond I R.	19 14 49,61	−0,4	+0,29	
	56 f Sagitt.	19 37 39,34			
Aug. 7.	Mond II R.	2 33 0,75	−0,2	+0,01	nebelig; Rand unbegrenzt.
8.	Mond II Rd.	3 23 35,28	−0,2	−0,05	bedeckt; Rand
	α Tauri	4 26 21,12			uneben.
23.	Mond I R.	17 7 36,25	+0,4	+0,58	Zeitbest. uns.
24.	Mond I R.	18 2 46,48	+0,4	+0,42	unt. Wolken.
	28 Sagittar.	18 36 18,26			
25.	ν 1 Sagitt.	18 35 7,04			
	Mond I R.	18 57 40,80	+0,4	+0,71	Wolken.
27.	7 σ Capric.	20 9 47,17			
	(146) f Capr.	20 19 45,07			
	Mond I R.	20 44 9,13	+0,4	+0,76	Nebel.
	32 ι Capric.	21 12 58,66			
28.	32 ι Capric.	21 12 58,65			
	Mond I R.	21 34 46,74	+0,4	+0,62	Nebel.
	51 μ Capr.	21 44 13,41			3 F.

Digitized by Google

Tag.	Namen.	Beob. AR.	Zeit.	Δα.	
1833		° ′ ″			
Aug. 29.	49 δ Capr.	21 37 51,24			
	51 μ Capr.	21 44 13,40	″	″	
	Mond I R.	22 23 30,18	+0,4	+0,75	bedeckt.
	65 l Aquar.	22 34 16,25			
Sept. 23.	Mond I R.	20 27 16,08	0,0	+0,54	bedeckt; Rand
24.	19 Capr.	20 45 23,34			kaum sichtbar.
	22 η Capr.	20 54 55,81			
	Mond I R.	21 18 27,72	0,0	+0,54	
	40 γ Capr.	21 30 52,06			
25.	40 γ Capr.	21 30 52,15			
	Mond I R.	22 7 40,98	0,0	+0,75	
	57 σ Aquar.	22 21 50,52			
	71 τ^2 Aquar.	22 40 47,01			
26.	57 σ Aquar.	22 21 50,62			
	71 τ^2 Aquar.	22 40 47,02			
	Mond I R.	22 55 11,96	+0,1	+0,67	
	95 χ 3 Aquar.	23 10 18,69			
Oct. 21.	20 Capr.	20 50 8,08			
	Mond I R.	21 0 24,51	−0,1	+0,51	
	40 γ Capr.	21 30 51,82			
	49 δ Capr.	21 37 51,04			
22.	40 γ Capr.	21 30 51,68			
	49 δ Capr.	21 37 50,99			
	Mond I R.	21 50 28,97	−0,1	+0,80	
23.	56 f Aquar.	22 51 22,33			
	Mond I R.	22 38 32,71	−0,1	+0,52	
	83 h 1 Aquar.	22 56 29,52			
	95 χ 3 Aquar.	23 10 18,68			
24.	83 h 1 Aquar.	22 56 29,40			
	95 χ 3 Aquar.	23 10 18,74			
	Mond I R.	23 25 6,92	−0,1	+0,55	
	30 r Pisc.	23 53 26,13			
25.	30 r Pisc.	23 53 26,18			
	Mond I R.	0 10 52,72	0,0	+0,70	Rand wallend.
	(120) Pisc.	0 27 1,19			
	20 m Ceti	0 44 31,38			
26.	(120) Pisc.	0 27 1,24			
	20 m Ceti	0 44 31,34			
	Mond I R.	0 56 36,74	0,0	+0,84	Nebel.
Nov. 2.	Mond II R.	7 13 43,58	+0,2	−0,38	unt. Wolken; Sturmwind.
23.	Mond I R.	1 24 13,71	−0,6	+0,40	bedeckt; Zeitbest. unsicher.
24.	Mond I R.	2 11 35,57	−0,6	−0,05	
25.	Mond I R.	3 1 16,57	−0,6	+0,08	
Dec. 4.	β Leonis	11 40 33,65			
	Mond II R.	11 56 34,85	+0,2	−0,03	
6.	α Virginis	13 16 25,40			
	Mond II R.	13 38 15,39	+0,1	−0,16	
26.	η Geminor.	6 4 51,44			
	μ Geminor.	6 12 55,15			
	Mond II R.	6 27 22,39	−0,3	−0,14	

B. *Beobachtete Deklinationen des Mondes.*

Tag.	Beob. Decl.	Zeit.	Δα.		
1833	° ′ ″	″	″		
Febr. 26.	+14 35 4,3	+ 0,3	− 0,3	UR.	
28.	+20 13 26,7	+ 0,2	+ 1,5	UR.	
März 4.	+15 10 5,7	+ 0,4	− 0,8	OR.	
5.	+10 19 56,1	+ 0,6	+ 6,8	OR.	unzuverlässig.
29.	+21 46 17,4	+ 0,3	+ 2,9	OR.	
April 26.	+21 6 25,7	+ 0,6	+ 5,0	OR.	
May 2.	− 6 39 31,4	+ 0,9	+ 7,8	OR.	
24.	+19 39 54,4	+ 1,1	+ 7,1	OR.	
27.	+ 6 30 43,5	+ 0,2	+ 7,5	OR.	
28.	+ 0 59 45,8	+ 0,2	+ 6,6	OR.	
Jun. 1.	−18 19 14,7	+31,9?	− 2,3	OR.	unbegrenzt.
10.	− 5 49 22,5	−29,4	− 2,6	OR.	
29.	−20 13 13,6	+31,8	+ 2,0	OR.	
30.	−22 18 28,3	+32,2	+ 1,5	OR.	wallend.
Jul. 25.	−15 53 37,8	+31,6	+ 4,7	OR.	sehr unzuver-
26.	−19 21 5,5	+32,1	+ 2,4	OR.	lässig.
27.	−21 46 10,2	+32,6	+ 2,1	OR.	
28.	−23 32 48,8	+32,9	+ 3,0	OR.	unter Wolken.
29.	−23 38 15,5	+33,1	+ 0,4	OR.	sehr unzuverl.
Aug. 7.	+ 9 37 47,5	−29,4	− 2,3	OR.	unbegrenzt.
8.	+13 58 30,4	−30,0	− 1,6	OR.	sehr unzuverl.
24.	−22 52 33,8	+ 0,4	− 1,5	OR.	Wolken.
25.	−23 48 58,3	+ 0,4	− 1,8	UR.	———
27.	−21 18 48,3	+ 0,4	− 0,7	UR.	Nebel.
28.	−18 36 0,3	+ 0,4	− 1,2	UR.	—— sehr un-
29.	−15 7 16,5	+ 0,4	− 1,4	UR.	zuverlässig.
Sept. 23.	−22 10 1,1	0,0	− 4,2	UR.	kaum sichtbar
24.	−19 42 24,0	0,0	+ 0,8	UR.	
25.	−16 25 30,1	0,0	0,0	UR.	
26.	−12 29 15,3	+ 0,1	− 1,6	UR.	
Oct. 21.	−20 56 7,5	− 0,1	− 3,3	UR.	
22.	−17 53 23,5	− 0,1	− 0,7	UR.	
23.	−14 7 52,7	− 0,1	− 1,8	UR.	
24.	− 9 49 26,8	− 0,1	− 1,4	UR.	
25.	− 5 7 38,6	0,0	0,0	UR.	wallend.
26.	− 0 12 7,5	0,0	− 1,0	UR.	
Nov. 2.	+22 33 8,1	−16,5	+13,5	UR.	uneben; unter Wolken.
23.	+ 2 39 46,4	− 0,6	− 0,3	UR.	bedeckt.
24.	+ 7 37 12,0	− 0,6	+ 1,4	UR.	
25.	+12 19 5,6	− 0,6	+ 1,4	UR.	
Dec. 4.	+ 4 49 6,0	−30,5	+12,7	UR.	
6.	− 5 49 52,9	−15,7	+ 9,5	UR.	kaum sichtbar.

Anmerk. Man erhält die Sternzeit der Beobachtung des Mondes, wenn man die in der Kolumne Zeit angegebene Zahl der AR. des Mondes hinzufügt. Die AR. ist vom 1 Juny bis 29 July, dann am 2 Nov., 4 und 6 Dec. mit dem Mittagsrohre an 7 Fäden, sonst aber mit dem Meridienkreise an 5 Fäden beobachtet worden. Wo nicht alle Fädendurchgänge beobachtet wurden, habe ich ihre Anzahl angemerkt. In den Kolumnen Δα und Δδ sind diejenigen Zahlen angegeben, welche den beobachteten Oertern hinzugefügt werden müssen, um sie den Angaben der Ephemeride gleich zu machen.

Lamont.

Digitized by Google

Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen anderen dahin gehörigen Bemerkungen.

Von den Herren *Beer* und *Mädler*.

(Beschlufs.)

Resultate.

	F	β	ρ	S	Δl geoc.	Halbe Dauer berechnet M. Z.	Halbe Dauer beobachtet M. Z.	Diff.	Corr. Diff.
	° ′	′ ″	″	″	″	h ′ ″	h ′ ″	″	″
Grimaldi	63 40	7 46	2558,0	2515,2	— 0,2	1 17 31,0	1 18 25,6	+ 54,6	+ 53,8
Cartesius	63 20	12 54	2558,6	2438,7	0,2	1 15 9,2	1 16 1,5	52,3	50,0
Aristarch	46 40	0 22	2562,0	2561,9	0,3	1 18 57,0	1 20 29,3	92,3	92,3
Kepler	34 0	3 41	2564,1	2554,6	0,3	1 18 43,7	1 19 59,3	75,6	75,4
Sin. Iridum 1	49 10	5 6	2561,5	2543,2	0,2	1 18 22,7	1 20 10,3	107,6	106,8
Sin. Iridum 2	47 15	6 12	2561,8	2534,6	0,2	1 18 6,6	1 19 26,5	79,9	79,4
Copernicus	18 10	2 35	2566,3	2561,6	0,4	1 18 56,8	1 20 29,0	92,9	92,7
Plato	51 0	7 37	2561,0	2519,9	0,3	1 17 39,4	1 19 26,5	107,1	105,3
Pico	45 40	6 37	2562,2	2531,2	0,3	1 18 0,2	1 19 49,4	109,2	107,8
Archimedes	29 15	3 5	2565,0	2558,4	0,4	1 18 50,4	1 20 25,6	95,2	94,9
Eudoxus	47 35	7 0	2561,8	2527,1	0,2	1 17 53,0	1 19 27,4	94,4	93,3
Manilius	19 25	0 12	2565,9	2565,9	0,4	1 19 4,4	1 20 43,0	98,6	98,6
Sulp. Gallus	24 45	1 12	2565,6	2564,7	0,4	1 19 2,1	1 20 34,8	92,7	92,7
Tycho	43 0	15 40	2562,7	2383,9	0,3	1 13 28,9	1 14 12,1	43,2	40,2
Menelaus	25 40	0 31	2565,5	2565,3	0,4	1 19 3,2	1 20 42,2	99,0	99,0
Dionysius	21 55	3 6	2565,9	2559,2	0,4	1 18 51,9	1 20 16,8	84,9	84,7
Posidonius 2	44 35	4 41	2562,4	2546,9	0,3	1 18 29,2	1 20 17,8	88,6	88,1
Endymion	72 10	9 18	2555,8	2494,2	0,1	1 16 50,4	1 18 43,5	112,9	110,2
Plinius 2	28 40	0 31	2565,1	2564,9	0,4	1 19 2,5	1 20 38,8	96,3	96,3
Proclus	52 45	1 23	2560,7	2559,4	0,3	1 18 52,5	1 20 43,9	111,4	111,4
Picard	59 25	1 4	2559,1	2558,4	0,2	1 18 50,7	1 20 29,8	99,2	99,2
Firmicus	67 0	0 29	2557,2	2557,2	0,1	1 18 48,7	1 20 7,9	79,2	79,2

Die in der vorletzten Columne angesetzte Differenz ist in der letzten durch Multiplikation mit $\gamma\left(1-\frac{\beta^2}{\rho^2}\right)$ auf den Halbmesser des Schattendurchschnitts reducirt. Werden die oben bezeichneten 8 Flecke ausgeschlossen, so erhält man

Vergröfserung der halben Dauer $= 95''{,}1$ in Zeit
$= \frac{1}{49{,}8}$ des Schattenhalbmessers.

Mittlerer Fehler des Mittels $= \pm 2''{,}5$ Zeit
$= \pm 1{,}3$ Einh. des Nenners.

Abgesehen von der bei einer einzelnen Mondfinsternifs noch übrig bleibenden Unsicherheit würde indefs der obige Bruch $\frac{1}{49{,}8}$ doch nur zunächst für die Parallaxe 58′ 39″,8 gelten, oder man müfste annehmen, dafs die zur Zeit noch nicht mit Sicherheit ermittelte Ursache der Vergröfserung die Länge der Schattenaxe unverändert liefse. Im entgegengesetzten Falle wird der Nenner des Bruchs für das Apogäum kleiner gefunden werden. Sind vollends atmosphärische Veränderungen in den von den Sonnenstrahlen tangirten Erdgegenden von bedeutendem Einflusse auf die Quotienten der Vergröfserung, so dürfen wir nie hoffen, ihn genau zu ermitteln; jedenfalls aber scheint der Gegenstand einer weitern Untersuchung bedürftig.

Während der Verfinsterung waren alle Mondflecke, die der Vollmond zeigt, sichtbar, doch verrieth keiner ein eigenes Licht. Nur um das Centrum des Erdschattens herum lagerte sich Nacht, die kaum die gröfsten Maria unterscheiden liefs, das übrige war roth und das äufserste des vollen Schattens blau, wenn blos das Roth damit verglichen ward, grau aber, wenn man zugleich das volle Licht sah. Mit dem Verschwinden des letztern schien das Roth plötzlich intensiver zu werden, und sich schnell über den ganzen Mond zu verbreiten.

Vielleicht lassen sich alle diese Phänomene ohne die Annahme eines eigenen Lichtes der Mondkugel folgendermafsen erklären.

Zieht man auf der Erdkugel einen gröfsten Kreis K, dessen Pol der Punkt ist, welcher die Sonne im Zenith hat, so ist die wahre Erleuchtungsgrenze ein Parallel

Digitized by Google

dieses Kreises, der von ihm um $r + s - p$ (r die Refraction) absteht. Einem Mondfleck aber wird vom Umfange der Erdkugel $180° - 2\pi$ zugekehrt sein, und steht dieser Fleck in Opposition mit der Sonne und zugleich in der Ekliptik, so ist der scheinbare Erdrand von K überall um π entfernt und ein Parallel dieses gröfsten Kreises. Da π (54′,3 bis 60′,6) stets gröfser als $r + s - p$ (46′ bis 50′), so wird dieser Mondfleck weder die Sonne noch etwas von der erleuchteten Erde sehen, mithin völlige Nacht haben, die nur durch die (rothe) Dämmerung auf der Erde einen schwachen Wiederschein erhält. Daher ist das Innere des Schattens dunkelroth und fast schwarz, und es wird überhaupt von der Lebhaftigkeit der Dämmerung auf der Erde abhängen, wie intensiv das Roth im verfinsterten Monde gesehen wird *).

Der Fleck rücke nun aber nach West, so wird ein Theil der Erdzone, welche durch Hülfe der Refraction noch Sonnenlicht hat, für ihn sichtbar werden, bevor er noch die Sonne selbst sieht. Diese Zone bewirkt den grauen Nimbus, der den rothen Schattenkern umgiebt, und sich unbestimmt mit ihm vermischt, daher auch seine Farbe der Farbe des Erdlichts im Monde zur Zeit der Phasen ganz analog ist.

Hat sich endlich der Mondfleck um $\pi + p - s$ vom Centro des Erdschattens entfernt; so fängt er wieder an die Sonne zu erblicken. Aber statt eines schmalen Bogens von nahe 180°, wie er auf der Erde gleich nach dem Aufhören einer totalen Sonnenfinsternifs gesehen wird, erblickt der Mondfleck anfangs nur ein sehr kurzes Stück der Sonne (da ein fast 4mal gröfserer Kreis sie so eben tangirt hat) und dies kann noch keinen Tag bewirken, sondern der sehr geringe Flächentheil der Sonne wird anfangs noch weniger leuchten, als der von ihr beschienene Erdrand, das aschgraue Licht (was wir für vollen Schatten rechnen müssen) noch so lange die Oberhand behalten, bis ein hinreichend breiter Theil der Sonne wieder frei geworden ist. In diesem Moment aber wird die Entfernung des Mondflecks vom Schattencentro etwas mehr betragen müssen als $\pi + p - s$.

Diese Erklärung scheint dem Phänomen, wie wir es beobachtet haben, und wie es mit gröfsern oder geringern Modificationen fast immer bemerkt wird, am besten zu entsprechen, und es dürfte überhaupt unstatthaft sein, ein eigenes Licht des Mondes anzunehmen, so lange Erklärungsweisen, die keine Hypothese erfordern, auszureichen scheinen.

Wilhelm Beer. J. H. Mädler.

*) Allerdings scheint der Wiederschein der Erd-Dämmerung allein nicht hinreichend ein so lebhaftes Roth zu bewirken, und die Erdatmosphäre, von welcher noch reflectirte Sonnenstrahlen auf den Mond fallen können, von zu geringer Höhe zu sein, indem diese, bis zu 9 Meilen brechungsfähig angenommen, vom Monde aus im Mittel nur 36″ grofs gesehen wird. Allein da man auf der Erde bei totalen Sonnenfinsternissen um den Mond einen sehr breiten hellen Ring oder Nimbus gesehen hat, da doch unser Trabant höchstens nur eine ganz unbedeutende Atmosphäre haben kann; sollte nicht anzunehmen sein, dafs eine erweiterte Lichthülle die Sonne physisch umgiebt und dafs deren Durchmesser grofs genug ist, um von der Erde nicht ganz verdeckt werden zu können? Alsdann würde der Mond von dem vereinten Lichte dieses Nimbus, der Erdatmosphäre und der Erd-Dämmerung getroffen, und so könnte jenes intensive Roth entstehen.

W. B. J. H. M.

Mondsbeobachtungen.

Herr Staatsrath *von Struve* hat mich gebeten, alle Astronomen, die Mondsbeobachtungen an folgenden Tagen des Jahres 1832 gemacht haben, aufzufordern, ihm gefälligst diese Beobachtungen direct nach Dorpat zu senden. Die Tage sind:

April 14. 15. Mai 12. 13. Jun. 8. 9. 10. Jul. 11. 13. Aug. 9. 10. Octbr. 1. 2. 3. 4. 6. 7. 30. Nov. 1. 8.

S.

Verzeichnifs der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn, jetzt in München, für nachstehende Preise verfertigt werden.

(Beschlufs).

18. Fernrohr von 3 Fufs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre ohne Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 30 Zoll Brennweite und 27 Linien Oeffnung; eine Auszugsröhre mit einem irdischen Ocular von 40, und zwei astronomische von 60 und 90maliger Vergröfserung, ein Sonnenglas und Kasten. 94 fl.

Digitized by Google

19. Seefernrohr von 4 Fuſs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 29,5 Linien Oeffnung, mit einer irdischen Ocularröhre von 55maliger Vergröſserung, nebst Kasten. 97 fl.
20. Seefernrohr von 3 Fuſs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 30 Zoll Brennweite und 25,5 Linien Oeffnung, einer irdischen Ocularröhre von 40maliger Vergröſserung und Kasten. 68 fl.
21. Seefernrohr von 2 Fuſs 7 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 24 Zoll Brennweite und 21 Linien Oeffnung, einer irdischen Ocularröhre von 38maliger Vergröſserung und Futteral. 54 fl.
22. Seefernrohr von 2 Fuſs 3 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 20 Zoll Brennweite, 19 Linien Oeffnung, einer irdischen Ocularröhre von 32maliger Vergröſserung und Futteral. 38 fl.
23. Seefernrohr von 1 Fuſs 10 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 16 Zoll Brennweite, 15,5 Linien Oeffnung, einer irdischen Ocularröhre von 26maliger Vergröſserung und Futteral. 31 fl.
24. Marinefernrohr von 2 Fuſs 6 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 16 Zoll Brennweite und 15,5 Linien Oeffnung, und einer irdischen Ocularröhre. 54 fl.
25. Marinefernrohr, wie das vorhergehende Nr. 24, mit verstellbarem Oculare, um die Vergröſserung zu verändern. 57 fl.
26. Zugfernrohr von 4 Fuſs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und fünf Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 42 Zoll Brennweite, 34 Linien Oeffnung, verstellbarem Oculare von 55—80maliger Vergröſserung, nebst Futteral von Marroquin. 196 fl.
27. Zugfernrohr von 3 Fuſs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und fünf Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 30 Zoll Brennweite, 29 Linien Oeffnung, 48maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 134 fl.
28. Zugfernrohr von 2 Fuſs 8 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und vier Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 24 Zoll Brennweite, 24 Linien Oeffnung, 39maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 80 fl.
29. Zugfernrohr von 2 Fuſs 2 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und drei Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 20 Zoll Brennweite, 19 Linien Oeffnung, 28maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 45 fl.
30. Zugfernrohr von 1 Fuſs 10 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und drei Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 16 Zoll Brennweite, 15,5 Linien Oeffnung, 26maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 34 fl.
31. Zugfernrohr von 1 Fuſs 6 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und drei Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 12 Zoll Brennweite, 13 Linien Oeffnung, 18maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 26 fl.
32. Grofses zusammengesetztes Microscop mit vollständigem Apparat, um die Durchmesser der Gegenstände in irgend einem bestimmten Maſse auf 0,00001 Zolle genau messen zu können; mit Apparat zur Beleuchtung, sechs achromatischen Objectiven, einem doppelten und einem einfachen Ocular zu verschiedenem Gesichtsfeld und Vergröſserung. Die schwächste Linear-Vergröſserung ist 19, oder die der Flächen 361; die stärkste Linear-Vergröſserung aber 380, oder die der Flächen 144400mal. Das ganze Microscop ist in einem polirten Kasten. 572 fl.
33. Zusammengesetztes prismatisches Microscop mit vollständigem Apparat, fünf achromatischen Objectiven, drei verschiedenen Ocularen zum gewöhnlichen Gebrauch, und einem Oculare mit dem *Sömmering*schen Spiegel zum Zeichnen. Der Tubus kann mit und ohne Prisma, also in verticaler und horizontaler Richtung des Rohres angewendet werden. Die Stellung des Rohres geschieht vermittelst einer gröbern Bewegung, die feinere Stellung aber durch eine Micrometerschraube am Objectentisch. Mit dem schwächsten Ocular und Objectiv erhält man eine 12malige Linear- oder 144malige Flächen-Vergröſserung, mit dem stärksten Ocular und combinirtan Objectiven aber eine 1000malige Linear- oder 1000000malige Flächen-Vergröſserung. Das ganze Microscop ist in einem polirten Kasten. 330 fl.
34. Zusammengesetztes Microscop mit vollständigem Apparat, vier achromatischen Objectiven und zwei Ocularen, nebst Kästchen. Die schwächste Linear-Vergröſserung ist 20 oder die der Flächen 400; die stärkste Linear-Vergröſserung aber 225, oder die der Flächen 50625mal. 136 fl.
35. Zusammengesatztes Microscop mit vollständigem Apparat, drei achromatischen Objectiven und einem Ocular, nebst einem Kästchen. Die schwächste Linear-Vergröſserung ist 20 oder die der Flächen 400; die stärkste Linear-Vergröſserung aber 115, oder die der Flächen 13225mal. 66 fl.

Bei obigen vier Microscopen sind die Linsen alle aplanatisch; daher können durch die verschiedenen Combinationen der Objective alle jene Vergröſserungen harvorgebracht werden, welche zwischen der angegebenen schwächsten und stärksten Vergröſserung inne liegen. Auch können die Vergröſserungen bei den Microscopen Nr. 32, 34 und 35 durch Zugabe eines schärfern Oculares, welches 11 fl. kostet, noch vermehrt werden.

36. Reise-Microscop mit zwei achromatischen Objectiven, Spiegel, Stielloupe, Schieber, Zängelchen etc. Alles in einer messingenen Hülse. 52 fl.
37. Zusammengesatzte Loupen in messingene Röhre gefafst, von

Linear-Vergr. 5	Flächen-Vergr. 25		
——— 12	——— 144	}	jede 5 fl.
——— 17	——— 289		

Digitized by Google

38. Einfache Loupe in messingenen Ring gefafst. 2 fl. 30 kr
39. Einfache Loupe in messingenes Röhrchen gefafst. 1 fl. 28 kr.
40. Einfache Loupe, wie die vorhergehende Nr. 39 nur etwas kleiner. 1 fl. 48 kr.
41. Camera Lucida, mit Fassung zum Anschrauben am Tisch, mit vier Augengläsern für Kurz- und Weitsichtige. 40 fl.
42. Camera Lucida, wie die vorhergehende Nr. 41 mit zwei Augengläsern. 33 fl.
43. Heliostat mit Uhrwerk, Stunden- und Declinations-Bogen etc. 450 fl.
44. Apparat zur Beobachtung der neuen physisch-optischen Experimente in Bezug auf die neuen Entdacknungen *Fraunhofer's* über Brechung, Farbenzerstreuung, Beugung des Lichtes, Hervorbringung der Farbenspectra etc. 350 fl.
45. Heliotrop zum Behuf geodätischer Messungen. 450 fl.
46. Licht-Polarisirungs-Apparat. 77 fl.
47. Rapatirende Filar-Micrometer mit und ohne Lampen und Positionskreisen.
    Der Preis wird nach Verhältnifs der Gröfse bestimmt.
48. Kreis-Micrometer mit doppeltem Stahlringe. 37 fl.
49. Kreis-Micrometer mit einfachem Stahlringe. 23 fl.
50. Prismen von Crown- und Flintglas, einfache und zusammengesetzte, von verschiedener Gröfse zu 6, 10 und 20 fl.
51. Plan- und Parallel-Spiegel in runder Form.
52. Oculare, irdische und astronomische, auch blofse Ocular-Linsen.
53. Libellen.
    Diese drei unter Nr. 51, 52 und 53 bemerkten Gegenstände werden nur auf Bestellungen verfertigt und deren Preis nach Mefsgabe ihrer Dimensionen bestimmt.
54. Achromatische Objective.
    Zur Bequemlichkeit für Künstler, welche sich mit Verfertigung astronomischer Instrumente beschäftigen, hat sich das optische Institut entschlossen, einzelne Objective, blos in einem Ring gefafst, zu verkaufen.

Die Oeffnungen sind in Linien des zwölftheiligen Pariser Mafses angegeben, und die Breite des Fassungsringes nicht mitgerechnet; der ganze Durchmesser der Objective wird also um einige Linien gröfser als der hier bezeichnete seyn.

Oeffnung	12	Linien.	14 fl.
„	14	„	18 „
„	16	„	22 „
„	18	„	26 „
„	21	„	33 „
„	24	„	50 „
„	27	„	74 „
„	30	„	100 „
„	33	„	132 „
„	36	„	172 „
„	39	„	212 „
„	42	„	278 „
„	45	„	336 „
„	48	„	400 „

Aufser obigen rein optischen Gegenständen liefert das optische Institut auch noch

Astronomische Pendeluhren nach einer neuen Construction im Echappement mit Compensationspendel und gestochenem Zifferblatt
einen Monat lang gehend. 350 fl.
acht Tage lang gehend. 328 fl

Pendel-Uhren mit gewöhnlichem Anker-Echappement, hölzerner Pendelstange und gestochenem Zifferblatt
einen Monat lang gehend. 132 fl.
acht Tage lang gehend. 110 fl.

Reise-Pendeluhren mit Compensationspendel, Gewichten, gestochenem Zifferblatt und Kasten
einen Monat lang gehend. 297 fl.
acht Tage lang gehend, 275 fl.

Secunden-Zähler mit hölzernem halben Secunden-Pendel, drei Stunden lang gehend. 88 fl.

Auf Verlangen werden theils lithographirte, theils in Kupfer gestochene perspectivische Zeichnungen in klein Folio-Format von Nr. 1, 2, 5, 6, 7, 32, 33 und 41 gegen 40 kr. pr. Stück abgegeben.

München, den 1. Januer 1832.

J. v. Utzschneider.

Inhalt.

Schreiben des Herrn *Henderson* an den Herausgeber. pag. 293.

Beobachtungen des Mondes und der Mondsterne, angestellt auf der k. Sternwarte bey München im Jahre 1833; nebst Vergleichung der beobachteten Mondörter mit den Tafeln von *Damoiseau*. p. 297.

Mondsbeobachtungen. pag. 303.

Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen andern dahin gehörigen Bemerkungen. Von den Herren *Beer* und *Mädler*. (Beschlufs.) p. 301.

Verzeichnifs der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn jetzt in München für beigesetzte Preise verfertigt werden. (Beschlufs.) p. 303.

Altona 1834. Februar 12.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 258. 259. 260.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus,

auctore *P. A. Hansen*,

speculae Seebergensis directore, ordinis Dannebrogici equite.

Quamquam methodum perturbationum determinandarum in commentatione prima, quam de hoc argumento scripsi, ita exposui ut quisque rerum mathematicarum haud ignarus ejus rationem plane intelligere possit, mihi tamen persuasum habeo, demonstrationem aliam formulis fundamentalibus Mechanicae innixam ad Methodum hanc certissime stabiliendam maxime collaturam esse. Quam rem quum aliquamdiu animo volvissem, demonstrationem excogitavi, cui prima hujus commentationis paragraphus dicata est. Momenta praecipua hujus demonstrationis haec sunt. Theorematibus nonnullis, quae extensio methodi variationis constantium arbitrariarum spectari possunt, demonstratis, adjumento hujus methodi formulas, quae perturbationes longitudinis verae, radii vectoris et quantitatum duarum, a quibus situs orbitae in spatio pendet, praebent ex aequationibus fundamentalibus Mechanicae deduco, quibus inventis, transformationem coordinatarum generaliorem expono, quae immediate ad expressiones eas, quas alibi dedi, perducit, cujus vero transformationis casus specialis in eo consistit, quod perturbationes ad longitudinem mediam addantur, ita ut in prima commentatione exposui.

Paragraphus secunda continet applicationem illarum expressionum ad computandas perturbationes, quas corpus coeleste in fluido resistenti se movens patitur. Cui quidem rei accurate constituendae jam antea viri doctissimi operam suam navaverunt. Illi *Euler*, *Lagrange* et *Laplace* imprimis, problemate hoc summa cum sagacitate tractato, invenerunt axem majorem et excentricitatem corporum coelestium in fluido resistenti se moventium semper decrescere debere, itaque et eorum orbitas ellipticas magis magisque ad circulos appropinquaturas, et corpora ipsa demum in solem prolapsura esse.

Quum vero observationum veterum cum observationibus novissimis comparatio nos certiores fecisset, tales motuum anomalias nondum exstitisse, dubium erat, utrum spatium sit vacuum, an fluido tam subtili impletum, ut ejus effectus in planetas inde a tempore observationum antiquissimarum usque ad praesens tempus a sensibus nostris percipi non potuerit. Jam lumen quidem, sive per emissam materiam, sive per undulationes fluidi alicujus oritur, opinionem hanc alteram ex aliqua parte confirmaverat, quum ill. *Encke* in cometae cognominis motu anomaliam detexit, quam mox effectum fluidi resistentis in toto universo diffusi optime explicavit. Hinc factum est, ut problema illud perturbationes a fluido resistenti ortas determinandi, quod geometrae illi, nulla alia cogente necessitate, generaliter tantum solverant, summa cum cura in extenso resolvi oporteret, ut ad casus speciales applicari possit. Duas praesertim solutiones tempus recens genuit. Ill. *Encke* ipse perturbationes has eodem modo in calculum vocavit, quo perturbationes planetariae in motu cometarum computari solent, cl. *Sohnke* Regiomontanus vero easdem perturbationes per transcendentes ellipticas quae dicuntur exprimere suscepit. Illa methodus in commentationibus academiae Regiae Berolinensis anni 1829 publici juris facta est, haec in Diarii ab ill. *Crelle* editi Tomo X reperitur. Quae commentatio auctoris solertiam comprobans applicationem pulcherrimam praeclarae transcendentium ellipticarum ab ill. *Jacobi*, *Legendre* et *Abel* expolitae theoriae sine dubio ponit, sed formulae ad computandas perturbationes hoc modo inventae non nihil desiderandum relinquunt. Densitatem fluidi in universo diffusi accepit auctor esse in quoque spatii puncto in ratione inversa quadrati distantiae a sole et hanc solam hypothesin in formulis suis evolvendis respexit; sed quum adhuc lateat, utrum haec fluidi densitatis lex vera sit necne, imo u m praevideri possit, hanc legem densitatis veram esse non posse, si fluidum attractionis universalis legi subjectum sit, usu evenire potest, ut methodus haec nos plane deficiat. Porro quum auctor repererit, quinque tantum elementa per expressiones finitas functionum ellipticarum exprimi posse, sextum vero elementum per series infinitas illarum functionum exprimere coactus fuerit, itaque a posteriori monstraverit, perturbationes has in summa per functiones finitas transcendentium ellipticarum exhiberi non posse: maxime interest perscrutari, possintne perturbationes hae ope serierum simpliciorum, e. g. serierum secundum sinus aut cosinus

Digitized by Google

arcus alicujus progredientium commodius exprimi? Applicatis formulis generalibus nostris ad casum eum de quo agitur, reperi, perturbationes has, manente lege densitatis fluidi resistentis quacunque, per series secundum sinus et cosinus anomaliae excentricae progredientes maxima cum simplicitate exhiberi posse, praeterea has series pro omnibus excentricitatis inter cifram et unitatem exsistentibus valoribus admodum convergere, etiamsi lex densitatis fluidi in ejusmodi seriem evoluta minime convergat. Quam theoriam nec non eius applicationem ad cometam Enckianum in paragrapho secunda explicabo.

Paragraphus tertia exponet novam tabularum motum planetarum heliocentricum exhibentium formam, cujus hoc praecipue proprium est, ut eorum ascensionem rectam et declinationem heliocentricam ad aequatorem mobilem relatas immediate suppeditet. Quibus vero coordinatis datis, ascensionem rectam et declinationem geocentricam, quae verae in theoria planetarum quantitates quaesitae sunt, formulis trigonometricis omnium simplicissimis computare licet.

§. 1. *Theoria generalis perturbationum corporum coelestium.*

1.

Denotantibus x, y, z, aut planetae aut satellitis aut cometae alicujus coordinatas orthogonias, quarum origo in centro Solis sita sit, r radium vectorem, m massam partibus massae Solis expressam, k mensuram communem vis attractionis, ita ut habeatur

$$a^3n^2 = k\mu$$

ubi a semiaxis major orbitae, n motus medius sidereus unitate temporis t absolutus et $\mu = 1 + m$ est, per principia Mechanicae inventae sunt formulae fundamentales hae

$$(1)\ldots\ldots\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + k\mu\frac{x}{r^3} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx}\right) \\ \frac{d^2y}{dt^2} + k\mu\frac{y}{r^3} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dy}\right) \\ \frac{d^2z}{dt^2} + k\mu\frac{z}{r^3} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz}\right) \end{cases}$$

quarum integratione motus relativus corporis m respectu Solis investigandus est. In his vero formulis habetur

$$\Omega = \frac{m'}{\mu}\left\{\frac{1}{\sqrt{((x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2)}} - \frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}\right\}$$
$$+ \frac{m''}{\mu}\left\{\frac{1}{\sqrt{((x-x'')^2+(y-y'')^2+(z-z'')^2)}} - \frac{xx''+yy''+zz''}{r''^3}\right\}$$
$$+ \text{etc.}$$

ubi quantitates quibus lineae superne ad dextram affixae sunt ad corpora coelestia alia, quae corpus m secundum legem Newtonianam attrahunt et vice versa ab hoc corpore attrahuntur, spectant. Ad aequationes (1) integrandas inservit methodus variationis constantium arbitrariarum, quare praecipua hujus methodi elementa afferam.

2.

Duobus praesertim modis geometrae formulas analyticas, ad quas methodus haec perducit, exposuerunt; tum expressiones explicuerunt, quae differentialia illarum constantium ope quotientium differentialium partialium ipsius Ω immediate exhibent, tum vice versa quotientes istos per differentialia constantium arbitrariarum expresserunt. Illae formulae originem suam ab ill. *Poisson* trahunt, hae ill. *Lagrange* debentur. Quamvis in plurimis casibus illae formulae his praeferendae sint, tamen hae ad finem quem hic persequor magis accommodatae videntur. Ergo his utar. Ceterum utraeque formulae, debita eliminatione facta, easdem expressiones pro differentialibus constantium arbitrariarum suppeditant.

Suppono aequationes (1) posito $\Omega = 0$ integratas esse, et hanc integrationem constantes arbitrarias sive elementa α, β, γ, δ, ε, ζ introduxisse. Sunt igitur coordinatae x, y, z nec non differentialia earum respectu temporis functiones illarum α, β, γ, δ, ε, ζ et t spectanda, ita ut

$$x = X,\quad y = Y,\quad z = Z\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

designantibus X, Y, Z functiones illarum septem quantitatum. Si expressiones (2) differentiantur, dum tempus solum variabile spectetur, aequationibus (1) posito $\Omega = 0$ satisfacient; ut vero iisdem aequationibus, manente Ω quacunque, satisfaciant, accipitur α, β, γ, δ, ε, ζ variabilia et quidem functiones temporis esse. Si, hac conditione valente, aequationes (2) differentiantur et in aequationibus (1) substituuntur, tres aequationes evadunt, quibus differentialia ipsarum α, β etc. determinanda sunt. Quae vero aequationes, quum earum numerus modo tres, contra ea numerus incognitarum sex sit, ad problema solvendum non sufficiunt, quare tres novas aequationes eligere nobis opus est, quas, quum problema omni alia conditione careat, et revera tres coordinatae ope sex elementorum infinite variis modis determinari possint, ad lubitum accipere licet. Hunc in finem geometrae semper statuerunt, differentialia aequationum (2) ita sumta ut non nisi elementa α, β, γ, δ, ε, ζ variabilia tractentur, cifrae aequalia fieri, quo facto problema determinatum est, et elementa proditura quasi osculatoria evadunt. Conditio vero, quam modo exposui, versatur in aequationibus his

Digitized by Google

$$(3)\ldots\ldots\begin{cases}\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)d\alpha+\left(\frac{dx}{d\beta}\right)d\beta+\left(\frac{dx}{d\gamma}\right)d\gamma+\left(\frac{dx}{d\delta}\right)d\delta+\left(\frac{dx}{d\varepsilon}\right)d\varepsilon+\left(\frac{dx}{d\zeta}\right)d\zeta=0\\ \left(\frac{dy}{d\alpha}\right)d\alpha+\left(\frac{dy}{d\beta}\right)d\beta+\left(\frac{dy}{d\gamma}\right)d\gamma+\left(\frac{dy}{d\delta}\right)d\delta+\left(\frac{dy}{d\varepsilon}\right)d\varepsilon+\left(\frac{dy}{d\zeta}\right)d\zeta=0\\ \left(\frac{dz}{d\alpha}\right)d\alpha+\left(\frac{dz}{d\beta}\right)d\beta+\left(\frac{dz}{d\gamma}\right)d\gamma+\left(\frac{dz}{d\delta}\right)d\delta+\left(\frac{dz}{d\varepsilon}\right)d\varepsilon+\left(\frac{dz}{d\zeta}\right)d\zeta=0\end{cases}$$

Adjumento harum aequationum aequationes (2) secundum t differentiatae praebent

$$\frac{dx}{dt}=\left(\frac{dX}{dt}\right),\quad \frac{dy}{dt}=\left(\frac{dY}{dt}\right),\quad \frac{dz}{dt}=\left(\frac{dZ}{dt}\right)$$

et iterum differentiando nanciscimur

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\left(\frac{d^2X}{dt^2}\right)+\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2}=\left(\frac{d^2Y}{dt^2}\right)+\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}$$
$$\frac{d^2z}{dt^2}=\left(\frac{d^2Z}{dt^2}\right)+\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}$$

ubi brevitatis causa

$$\left(\frac{dX}{dt}\right)=\frac{dx}{dt}=x_1,\quad \left(\frac{dY}{dt}\right)=\frac{dy}{dt}=y_1,\quad \left(\frac{dZ}{dt}\right)=\frac{dz}{dt}=z_1$$

posui. Quum vero functiones X, Y, Z aequationibus (1) satisfaciant quoties $\Omega=0$, necesse est habeatur identice

$$\left(\frac{d^2X}{dt^2}\right)+k\mu\frac{x}{r^3}=0;\quad \left(\frac{d^2Y}{dt^2}\right)+k\mu\frac{y}{r^3}=0;\quad \left(\frac{d^2Z}{dt^2}\right)+k\mu\frac{z}{r^3}=0.$$

Si igitur valores ipsarum $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$ ex praecedentibus aequationibus sumti in (1) substituuntur, emergunt

$$(4)\ldots\ldots\begin{cases}\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}=k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)\\ \left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}=k\mu\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)\\ \left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}=k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)\end{cases}$$

quae cum aequationibus (3) junctae problema solvunt. Ut elementum quodque per aequationes istas determinetur, inter sex aequationes (3) et (4) deinceps quinque elementa eliminari deberent, sed tali modo aequationes valde implicitae evaderent. Formulas vero simpliciores geometrae invenerunt introducendo differentialia partialia ipsius Ω respectu elementorum loco differentialium partialium istius quantitatis respectu coordinatarum. Quod fit per ratiocinationes sequentes.

3.

Quum Ω quantitates x_1, y_1, z_1 non contineat, habetur

$$\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$
$$\vdots\qquad\qquad\vdots$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)\left(\frac{dx}{d\zeta}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)\left(\frac{dy}{d\zeta}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)\left(\frac{dz}{d\zeta}\right)$$

Itaque si aequationes (4) addentur postquam resp. per $\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)$, $\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)$, $\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$, multiplicatae sunt, obtinetur ope aequationum praecedentium

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\alpha}\right)d\varepsilon=\left\{\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\right\}d\alpha$$
$$+\left\{\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\right\}d\beta$$
$$+\text{ etc.}$$
$$+\left\{\left(\frac{dx_1}{d\zeta}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy_1}{d\zeta}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz_1}{d\zeta}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\right\}d\zeta$$

Digitized by Google

Sed multiplicando primam aequationem (3) per $\left(\frac{dx_,}{d\alpha}\right)$, secundam per $\left(\frac{dy_,}{d\alpha}\right)$, tertiam per $\left(\frac{dz_,}{d\alpha}\right)$ nanciscimur addendo

$$0 = \left\{\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx_,}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy_,}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz_,}{d\alpha}\right)\right\} d\alpha + \left\{\left(\frac{dx}{d\beta}\right)\left(\frac{dx_,}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy}{d\beta}\right)\left(\frac{dy_,}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz}{d\beta}\right)\left(\frac{dz_,}{d\alpha}\right)\right\} d\beta$$
$$+ \text{etc.} + \left\{\left(\frac{dx}{d\zeta}\right)\left(\frac{dx_,}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy}{d\zeta}\right)\left(\frac{dy_,}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz}{d\zeta}\right)\left(\frac{dz_,}{d\alpha}\right)\right\} d\zeta$$

Subtracta hac aequatione a praecedente, elicitur

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\alpha}\right) dt = (\alpha,\beta)\,d\beta + (\alpha,\gamma)\,d\gamma + (\alpha,\delta)\,d\delta + (\alpha,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\alpha,\zeta)\,d\zeta$$

ubi brevitatis caussa

$$(5)\quad \begin{cases} (\alpha,\beta) = \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx_,}{d\beta}\right)+\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy_,}{d\beta}\right)+\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz_,}{d\beta}\right) \\ \qquad -\left(\frac{dx_,}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)-\left(\frac{dy_,}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)-\left(\frac{dz_,}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right) \\ (\alpha,\gamma) = \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx_,}{d\gamma}\right)+\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy_,}{d\gamma}\right)+\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz_,}{d\gamma}\right) \\ \qquad -\left(\frac{dx_,}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx}{d\gamma}\right)-\left(\frac{dy_,}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy}{d\gamma}\right)-\left(\frac{dz_,}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz}{d\gamma}\right) \\ \text{etc.} = \text{etc.} \end{cases}$$

scripsi. Eodem modo, scilicet multiplicando aequationes (4) resp. per $\left(\frac{dx}{d\beta}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$ et aequationes (3) per $\left(\frac{dx_,}{d\beta}\right)\left(\frac{dy_,}{d\beta}\right)\left(\frac{dz_,}{d\beta}\right)$ emergit

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right) dt = (\beta,\alpha)\,d\alpha + (\beta,\gamma)\,d\gamma + \text{etc.} + (\beta,\zeta)\,d\zeta$$

ubi

$$(\beta,\alpha) = -(\alpha,\beta)$$
$$(\beta,\gamma) = \left(\frac{dx}{d\beta}\right)\left(\frac{dx_,}{d\gamma}\right)+\left(\frac{dy}{d\beta}\right)\left(\frac{dy_,}{d\gamma}\right)+\left(\frac{dz}{d\beta}\right)\left(\frac{dz_,}{d\gamma}\right) - \left(\frac{dx_,}{d\beta}\right)\left(\frac{dx}{d\gamma}\right)-\left(\frac{dy_,}{d\beta}\right)\left(\frac{dy}{d\gamma}\right)-\left(\frac{dz_,}{d\beta}\right)\left(\frac{dz}{d\gamma}\right)$$
$$\text{etc.} = \text{etc.}$$

Quodsi calculi hi perducuntur, perveniemus ad aequationes has

$$(6)\quad \begin{cases} k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\alpha}\right) dt = (\alpha,\beta)\,d\beta + (\alpha,\gamma)\,d\gamma + (\alpha,\delta)\,d\delta + (\alpha,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\alpha,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right) dt = -(\alpha,\beta)\,d\alpha + (\beta,\gamma)\,d\gamma + (\beta,\delta)\,d\delta + (\beta,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\beta,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\gamma}\right) dt = -(\alpha,\gamma)\,d\alpha - (\beta,\gamma)\,d\beta + (\gamma,\delta)\,d\delta + (\gamma,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\gamma,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\delta}\right) dt = -(\alpha,\delta)\,d\alpha - (\beta,\delta)\,d\beta - (\gamma,\delta)\,d\gamma + (\delta,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\delta,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\varepsilon}\right) dt = -(\alpha,\varepsilon)\,d\alpha - (\beta,\varepsilon)\,d\beta - (\gamma,\varepsilon)\,d\gamma - (\delta,\varepsilon)\,d\delta + (\varepsilon,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right) dt = -(\alpha,\zeta)\,d\alpha - (\beta,\zeta)\,d\beta - (\gamma,\zeta)\,d\gamma - (\delta,\zeta)\,d\delta - (\varepsilon,\zeta)\,d\varepsilon \end{cases}$$

ubi coefficientes ipsarum $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$, etc. omnes ex aequationibus (5) mutatis mutandis petendi sunt.

4.

Qui coefficientes ipsarum $d\alpha$, $d\beta$, etc. proprietate insigni hac gaudent, quod tempus explicite non continent, quod theorema sequenti modo demonstrari potest.

Quotientes differentiales $\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)$, $\left(\frac{dx_,}{d\alpha}\right)$, $\left(\frac{dx}{d\beta}\right)$ etc. etc. e quibus aequationes (5) compositae sunt, pro functionibus elementorum et temporis habendi sunt. Differentiando igitur primam aequationem (5) dum tempus, quatenus explicite in ea continetur, variabile spectatur, emergit

$$\frac{d(\alpha,\beta)}{dt} = \left(\frac{d^2x}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dx_,}{d\beta}\right)+\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2x_,}{d\beta\,dt}\right)+\left(\frac{d^2y}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dy_,}{d\beta}\right)+\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2y_,}{d\beta\,dt}\right)+\left(\frac{d^2z}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dz_,}{d\beta}\right)+\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2z_,}{d\beta\,dt}\right)$$
$$-\left(\frac{d^2x_,}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)-\left(\frac{dx_,}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2x}{d\beta\,dt}\right)-\left(\frac{d^2y_,}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)-\left(\frac{dy_,}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2y}{d\beta\,dt}\right)-\left(\frac{d^2z_,}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)-\left(\frac{dz_,}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2z}{d\beta\,dt}\right)$$

Sed quum sit $\frac{dx}{dt} = x_,$, $\frac{dy}{dt} = y_,$, $\frac{dz}{dt} = z_,$, habetur

Digitized by Google

$$\left(\frac{dx}{d\beta}\right)=\left(\frac{d^2x}{d\beta\,dt}\right),\quad \left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)=\left(\frac{d^2x}{d\alpha\,dt}\right),\quad \left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)=\left(\frac{d^2y}{d\beta\,dt}\right)$$
$$\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)=\left(\frac{d^2y}{d\alpha\,dt}\right),\quad \left(\frac{dz}{d\beta}\right)=\left(\frac{d^2z}{d\beta\,dt}\right),\quad \left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)=\left(\frac{d^2z}{d\alpha\,dt}\right)$$

Quodsi valores hi in aequationibus praecedentibus substituuntur, terminus primus et octavus, tertius et decimus, quintus et duodecimus mutuo se tollunt, quare erit

$$\frac{d(\alpha,\beta)}{dt}=\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2x_1}{d\beta\,dt}\right)+\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2y_1}{d\beta\,dt}\right)+\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2z_1}{d\beta\,dt}\right)$$
$$-\left(\frac{d^2x_1}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)-\left(\frac{d^2y}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)-\left(\frac{d^2z_1}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$

Porro, posito

$$V=\frac{1}{r}\quad\text{et}\quad W=k\mu\,(V+\Omega)$$

aequationes (1) abeunt in

$$\frac{dx_1}{dt}=\left(\frac{dW}{dx}\right),\quad \frac{dy_1}{dt}=\left(\frac{dW}{dy}\right),\quad \frac{dz_1}{dt}=\left(\frac{dW}{dz}\right)$$

ubi animadvertendum est, functionem W quantitates x_1, y_1, z_1 non continere. Differentiatis igitur aequationibus praecedentibus tum secundum α tum secundum β, evadunt

$$\left(\frac{d^2x_1}{d\alpha\,dt}\right)=\left(\frac{d^2W}{dx^2}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d^2W}{dx\,dy}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d^2W}{dx\,dz}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$$
$$\left(\frac{d^2y_1}{d\alpha\,dt}\right)=\left(\frac{d^2W}{dx\,dy}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d^2W}{dy^2}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d^2W}{dy\,dz}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$$
$$\left(\frac{d^2z_1}{d\alpha\,dt}\right)=\left(\frac{d^2W}{dx\,dz}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d^2W}{dy\,dz}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d^2W}{dz^2}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$$
$$\left(\frac{d^2x_1}{d\beta\,dt}\right)=\left(\frac{d^2W}{dx^2}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)+\left(\frac{d^2W}{dx\,dy}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)+\left(\frac{d^2W}{dx\,dz}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$
$$\left(\frac{d^2y_1}{d\beta\,dt}\right)=\left(\frac{d^2W}{dx\,dy}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)+\left(\frac{d^2W}{dy^2}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)+\left(\frac{d^2W}{dy\,dz}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$
$$\left(\frac{d^2z_1}{d\beta\,dt}\right)=\left(\frac{d^2W}{dx\,dz}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)+\left(\frac{d^2W}{dy\,dz}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)+\left(\frac{d^2W}{dz^2}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$

Si aequationes hae in valore praecedenti ipsius $\frac{d(\alpha,\beta)}{dt}$ substituuntur, termini omnes evanescunt, itaque fit

$$\frac{d(\alpha,\beta)}{dt}=0$$

et simili modo demonstratur esse

$$\frac{d(\alpha,\gamma)}{dt}=0\qquad\frac{d(\beta,\gamma)}{dt}=0\quad\text{etc. etc.}$$

Q. E. D. Ceterum theorema hoc casus tantum specialis theorematis cujusdam generalioris est, quod ex conservatione virium vivarum provenit, et in libri ill. *Lagrange*: Mécanique analytique inscripti Tomo primo inspici potest.

5.

Jam satis notum est, loco elementorum ellipticorum in astronomia generaliter adhibitorum innumera aliorum elementorum systemata introduci posse et nominatim geometras in calculis analyticis eos coordinatarum et differentialium earum respectu temporis valores, qui aut tempori $t=0$ aut tempori cuidam determinato respondent, tanquam elementa adhibuisse. Sint elementa haec per x, y, z, x_1, y_1, z_1, designata, ita ut x denotet valorem coordinatae x, qui tempori cuidam determinato respondet, x_1 quotientem differentialem ipsius x respectu t, pro eodem tempore et sic porro. Quibus positis, aequationes (6) abeunt in has

$$(7)\quad\begin{cases} k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)dt = (x,y)\,dy+(x,z)\,dz+(x,x_1)\,dx_1+(x,y_1)\,dy_1+(x,z_1)\,dz_1 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz_1}\right)dt = -(x,z_1)\,dx-(y,z_1)\,dy-(z,z_1)\,dz-(x_1,z_1)\,dx_1-(y_1,z_1)\,dy_1 \end{cases}$$

et aequationes (5) in has

Digitized by Google

$$(8)\quad \left\{\begin{array}{l} (x,\mathrm{x}) = \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx_1}{d\mathrm{x}}\right) + \left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy_1}{d\mathrm{x}}\right) + \left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz_1}{d\mathrm{x}}\right) \\ \qquad -\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx}{d\mathrm{x}}\right) - \left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy}{d\mathrm{x}}\right) - \left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz}{d\mathrm{x}}\right) \\ \quad\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ (x,x_1) = \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx_1}{dx_1}\right) + \left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy_1}{dx_1}\right) + \left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz_1}{dx_1}\right) \\ \qquad -\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx}{dx_1}\right) - \left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy}{dx_1}\right) - \left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz}{dx_1}\right) \\ \quad\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ (x_1,\mathrm{x}_1) = \left(\frac{dx}{dx_1}\right)\left(\frac{dx_1}{d\mathrm{x}_1}\right) + \left(\frac{dy}{dx_1}\right)\left(\frac{dy_1}{d\mathrm{x}_1}\right) + \left(\frac{dz}{dx_1}\right)\left(\frac{dz_1}{d\mathrm{x}_1}\right) \\ \qquad -\left(\frac{dx_1}{dx_1}\right)\left(\frac{dx}{d\mathrm{x}_1}\right) - \left(\frac{dy_1}{dx_1}\right)\left(\frac{dy}{d\mathrm{x}_1}\right) - \left(\frac{dz_1}{dx_1}\right)\left(\frac{dz}{d\mathrm{x}_1}\right) \\ \quad\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \end{array}\right.$$

Sed quum quantitates (x,x) etc. tempus explicite non contineant, in x, y, z, x_1, y_1, z_1 antequam differentiationes respectu elementorum x, x, etc. perficiuntur, valor quilibet pro t substitui potest. Licet nobis igitur eundem valorem ipsius t substituere per quem x, y, etc. in x, x, etc. transeunt, unde obtinetur

$$(x,\mathrm{x}) = \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx_1}{d\mathrm{x}}\right) + \text{etc.} - \left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx}{d\mathrm{x}}\right) - \text{etc.}$$

etc. etc.

Sed manifestae sunt aequationes

$$\left(\frac{dx}{dx}\right)=1,\ \left(\frac{dx}{dy}\right)=0 \text{ etc. etc. } \left(\frac{dy}{dy}\right)=1,\ \left(\frac{dy}{dz}\right)=0 \text{ etc. etc.}$$
$$\left(\frac{dz}{dz}\right)=1,\ \left(\frac{dz}{dx_1}\right)=0 \text{ etc. etc. } \left(\frac{dx_1}{dx_1}\right)=1,\ \left(\frac{dx_1}{dy_1}\right)=0 \text{ etc. etc.}$$
$$\left(\frac{dy_1}{dy_1}\right)=1,\ \left(\frac{dy_1}{dz_1}\right)=0 \text{ etc. etc. } \left(\frac{dz_1}{dz_1}\right)=1$$

quare quantitates (x,x) etc. abeunt in

$(x,\mathrm{x})=0$, etc. $(x,x_1)=1$, $(x_1,\mathrm{x}_1)=0$ etc. $(\mathrm{x},\mathrm{x}_1)=1$, $(\mathrm{x},z_1)=0$ etc. $(z,z_1)=1$, $(x_1,\mathrm{x}_1)=0$ etc.

et aequationes (7) fiunt

$$dx = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx_1}\right)dt, \quad d\mathrm{x} = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\mathrm{x}_1}\right)dt, \quad dz = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz_1}\right)dt$$
$$dx_1 = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)dt, \quad d\mathrm{x}_1 = k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\mathrm{x}}\right)dt, \quad dz_1 = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)dt$$

6.

Aequationes praecedentes jam ab ill. *Lagrange* datae sunt, sed licet mihi hoc generalius proferre

Theorema.

Denotantibus $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ coordinatas eas et differentialia earum respectu temporis, quae tempori cuidam indefinito, quod τ nominabo, respondent, habitisque $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ pro elementis, id quod semper fieri potest, nanciscimur illis similes aequationes has

$$(9)\quad \left\{\begin{array}{l} d\xi = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\xi_1}\right)dt, \quad d\eta = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\eta_1}\right)dt, \quad d\zeta = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\zeta_1}\right)dt \\ d\xi_1 = k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\xi}\right)dt, \quad d\eta_1 = k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\eta}\right)dt, \quad d\zeta_1 = k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right)dt \end{array}\right.$$

Cujus theorematis perfacilis est

Demonstratio.

Quum $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ designent coordinatas eas et earum differentialia respectu temporis quae pro tempore indefinito τ locum habent, quantitates hae ex elementis ellipticis more communi receptis et ex quantitate indeterminata τ non aliter compositae sunt, quam coordinatae x, y, z, et earum differentialia respectu temporis x_1, y_1, z_1, iisdem elementis et tempore t constant; quum porro quantitates (x,x) etc. a tempore independentes sint, in x, y, z, x_1, y_1, z_1 ante differentiationes respectu elementorum $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ peractas τ loco t ponere nobis licebit, quo facto x, y, z, x_1, y_1, z_1 resp. in $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ abeunt. Quae quum

Digitized by Google

ita sint, omnes etiam aequationes in fine articuli praecedentis allatae hoc in casu valent. Q. E. D.

7.

Habitis $\xi, \eta, \zeta, \xi_,, \eta_,, \zeta_,$ pro elementis ellipticis, ad computandas perturbationes coordinatarum x, y, z, hae coordinatae tamquam functiones ipsorum $\xi, \eta, \zeta, \xi_,, \eta_,, \zeta_,$ exhiberi et ope theorematis Tayloriani in series secundum incrementa $\delta\xi, \delta\eta$ etc. ipsorum ξ, η, etc. progredientes evolvi debent. Quibus factis, integralia aequationum (9) absque constantibus arbitrariis iis addendis loco $\delta\xi, \delta\eta$ etc. in his seriebus substitui debent. Sed computatio haec insignem in modum abbreviatur per hoc

Theorema.

Designantibus $\int\delta\xi$, $\int\delta\eta$, $\int\delta\zeta$ integralia trium primarum aequationum (9), habentur statim valores perturbati coordinatarum x, y, z, per has aequationes

$$x = \int d\xi, \quad y = \int d\eta, \quad z = \int d\zeta$$

si in dextera earum parte post integrationem peractam τ in t mutatur, ita ut ultimae tres aequationes (9) ad efficiendas integrationes trium primarum aequationum tantum inserviant.

Demonstratio.

Habetur per theorema Taylorianum

$$(10)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} \delta x = \left(\frac{dx}{d\xi}\right)\delta\xi + \left(\frac{dx}{d\eta}\right)\delta\eta + \left(\frac{dx}{d\zeta}\right)\delta\zeta + \left(\frac{dx}{d\xi_,}\right)\delta\xi_, + \left(\frac{dx}{d\eta_,}\right)\delta\eta_, + \left(\frac{dx}{d\zeta_,}\right)\delta\zeta_, \\ + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2x}{d\xi^2}\right)\delta\xi^2 + \left(\frac{d^2x}{d\xi\,d\eta}\right)\delta\xi.\delta\eta + \left(\frac{d^2x}{d\xi\,d\zeta}\right)\delta\xi.\delta\zeta \text{ etc.} + \text{etc.} \\ + \frac{1}{6}\left(\frac{d^3x}{d\xi^3}\right)\delta\xi^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{d^3x}{d\xi^2 d\eta}\right)\delta\xi^2.\delta\eta + \text{etc.} + \text{etc.} \\ + \text{etc.} \end{cases}$$

et similes aequationes pro δy et δz. Quum τ sit quantitas penitus arbitraria, loco τ in aequationibus (9) quaelibet quantitas substitui potest, si t excipis, post integrationes vero peractas quemlibet valorem loco τ, incluso t, substituere nobis licebit. Sed manifestum est, eundem valorem ipsius τ quem in integratis aequationibus (9) substitueris, te etiam in aequatione (10) et in similibus pro $\delta\eta$ et $\delta\xi$ substituere debere, unde theorema facile emergit. Fit enim, substituto t loco τ in aequatione (10) et in similibus pro δy et δz,

$$\xi = x, \quad \eta = y, \quad \zeta = z, \quad \xi_, = x_,, \quad \eta_, = y_,, \quad \zeta_, = z_,$$

sed quum t non minus quam τ sint quantitates quae in differentiationibus, quae ad aequationem (10) et similes pro δy et δz formandas requiruntur, constantes spectari debeant, nihil interest utrum ante differentiationes has peractas an post calculum hunc τ in t mutemus, mutato vero τ in t, antequam x, y, z, secundum ξ, η, etc. differentiantur loco $d\xi$, $d\eta$, etc. resp. dx, dy, etc. ponere licitum est. Hinc sua sponte evadit

$$\left(\frac{dx}{d\xi}\right) = \left(\frac{dx}{dx}\right) = 1, \quad \left(\frac{dx}{d\eta}\right) = \left(\frac{dx}{dy}\right) = 0 \text{ etc. etc.} \quad \left(\frac{dy}{d\xi}\right) = 0$$

$$\left(\frac{dy}{d\eta}\right) = 1, \quad \left(\frac{dy}{d\zeta}\right) = 0 \text{ etc. etc.} \quad \left(\frac{dz}{d\zeta}\right) = 1, \quad \left(\frac{dz}{d\xi_,}\right) = 0 \text{ etc.}$$

Quoties vero quotientes differentiales primi ordinis quantitatis cujuspiam aut constantes aut cifrae aequales sunt, certo quotientes differentiales omnes ordinum altiorum respectu earundem quantitatum cifrae aequales sunt. Itaque sequitur esse

$$\delta x = \delta\xi, \quad \delta y = \delta\eta, \quad \delta z = \delta\zeta,$$

si in dexteris harum aequationum partibus τ in t mutatur. Quum vero valor verus perturbatus ipsius x obtineatur, si ad δx valor pure ellipticus ipsius x additur, et praeterea ut integrale integrum primae aequationis (9) obtineatur, ad $\delta\xi$ valor ipsius ξ pure ellipticus, qui mutato τ in t in valorem ejusmodi ipsius x abibit, addendus sit: habetur valor verus perturbatus ipsius x per integrale $-k\mu\int\left(\frac{d\Omega}{d\xi_,}\right)dt$ sive quod idem est per integrale $\int d\xi$ si in eo τ in t mutatur, nec non eodem modo valores ejusmodi ipsarum y et z. Q. E. D.

8.

Quasi corollaria ad theorema art. praec. spectari possunt quae hoc art. exponam. Quum eodem modo ut in art. praec. demonstrari possit esse

$$x_, = \int d\xi_,, \quad y_, = \int d\eta_,, \quad z_, = \int d\zeta_,,$$

si $d\xi_,$, $d\eta_,$, et $d\zeta_,$ pro ultimis tribus aequationibus (9) habentur et si in dextris membris post integrationes τ in t mutatur: valores veros perturbatos ipsarum x, y, z praebent hae quoque aequationes

$$x = \int dt \int d\xi_,, \quad y = \int dt \int d\eta_,, \quad z = \int dt \int d\zeta_,,$$

sive id quod idem est

$$x = k\mu\int dt \int\left(\frac{d\Omega}{d\xi}\right)dt, \quad y = k\mu\int dt\int\left(\frac{d\Omega}{d\zeta_,}\right)dt,$$

$$z = k\mu\int dt\int\left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right)dt$$

si post primas integrationes peractas τ in t mutatur. Porro

Digitized by Google

quum ξ_t, η_t, ζ_t, sint valores ipsarum x_t, y_t, z_t si in iis t in τ mutatur, erit

$$\xi_t = \frac{d\xi}{d\tau}, \quad \eta_t = \frac{d\eta}{d\tau}, \quad \zeta_t = \frac{d\zeta}{d\tau}$$

atque tum, differentiando priores tres aequationes (9) secundum τ,

$$\frac{d.\left(\frac{d\Omega}{d\xi_t}\right)}{d\tau} = -\left(\frac{d\Omega}{d\xi}\right), \quad \frac{d.\left(\frac{d\Omega}{d\eta_t}\right)}{d\tau} = -\left(\frac{d\Omega}{d\eta}\right),$$

$$\frac{d.\left(\frac{d\Omega}{d\zeta_t}\right)}{d\tau} = -\left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right)$$

quae sunt aequationes memoratu dignae.

9.

Quoties loco elementorum ξ, η, ζ, ξ_t, η_t, ζ_t, elementa alia introducuntur, aequationes (9) locum non habent, sed semper elementum quodque per aequationem hujus formae datur

$$(11)\ldots. d\alpha = P\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right) dt + Q\left(\frac{d\Omega}{d\gamma}\right) dt + \text{etc.}$$

designantibus α, β, γ, etc. elementa electa atque P, Q, etc. functiones elementorum, quae tempus explicite non cohibent. Quoties vero inter sex elementa electa aut tria aut duo aut unum ex elementis more vulgari receptis et ex quantitate indeterminata τ tali modo composita sunt, quali aut tres aut duae aut una coordinatae ex iisdem elementis et ex tempore t componuntur, conclusiones art. 7 semper valent, neque res aliter se habet, quoties functiones quaecunque ex elementis illis et ex quantitate indeterminata τ compositae pro elementis habentur unde afferre licet hoc, quod in nostra theoria perturbationum fundamentale dici potest,

Theorema.

Quoties loco aliquot elementorum ab astronomis more vulgari receptorum eliguntur elementa Λ, Γ, etc. quae ex illis elementis et ex quantitate indeterminata τ tali modo composita sunt, quali quantitates quaelibet L, G, etc. ex iisdem elementis et ex tempore t constant: valores veri perturbati quantitatum L, G, etc. obtinentur, si in integratis aequationibus differentialibus pro illis electis elementis Λ, Γ, etc. τ in t mutatur.

Demonstratio.

Sint a, b, c, etc. elementa more vulgari recepta, L functio quaedam temporis et istorum elementorum, et Λ functio illa ipsius τ in qua L transibit, si in ea t in τ mutatur. Sit

$$L = \psi(t, a, b, c, \text{etc.})$$

unde erit

$$\Lambda = \psi(\tau, a, b, c, \text{etc.})$$

denotante ψ signum functionis. Quum x, y, z nec non x_t, y_t, z_t sint functiones ipsarum a, b, c, etc. et t, inter has functiones et Λ unum elementorum e. g. elementum a eliminare licet, ut emergat

$$x = \chi(t, \tau, \Lambda, b, c, \text{etc.})$$

ubi χ signum functionis est, et similes functiones obtinentur pro y, z, x_t, y_t, z_t. Quam ob rem pervenitur ope aequationum (5) et (6) ad aequationes sicut (11) pro dL, db, dc, etc. quarum integratio elementa ipsa Λ, b, c, etc. praebet. Quibus in aequationibus (11) quotientes differentiales ipsius Ω generaliter loquendo functiones ipsarum τ et t erunt, coefficientes vero P, Q, etc. quidem τ, sed nullo modo t continere possunt. Imo eliminatione inter functiones illas ipsas, quam modo commemoravi, non opus erit, nam finem eundem assequeris, si eliminationem inter differentialia harum functionum institueris. Inventis tali modo valoribus perturbatis ipsarum Λ, b, c, etc. valorem verum perturbatum ipsius L nanciscemur, exhibendo L tanquam functionem ipsarum Λ, b, c, etc. id quod fit per eliminationem ipsius a inter functiones duas supra ψ denotatas, et substituendo pro Λ, b, c, etc. valores eorum veros perturbatos eos quos modo explicavi. Idem vero valor ipsius L obtinetur ope theorematis Tayloriani. Denotando enim per $\delta\Lambda$, δb, δc etc. integralia aequationum (11) absque constantibus arbitrariis, habetur

$$\left.\begin{aligned} \delta L = {} & \left(\frac{dL}{d\Lambda}\right)\delta\Lambda + \left(\frac{dL}{db}\right)\delta b + \left(\frac{dL}{dc}\right)\delta c + \text{etc.} \\ & + \tfrac{1}{2}\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right)\delta\Lambda^2 + \left(\frac{d^2L}{d\Lambda\, db}\right)\delta\Lambda.\delta b + \text{etc.} \\ & + \text{etc.} \end{aligned}\right\} \ldots (12)$$

et hinc valor verus perturbatus ipsius L, si $\delta\Lambda$ ad valorem pure ellipticum ejusdem quantitatis additur. Inquiramus in inveniendos quotientes differentiales $\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right)$, $\left(\frac{dL}{db}\right)$ etc. $\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right)$ etc. etc. Differentiata hunc in finem functione supra ψ denotata, invenitur

$$dL = p\,da + r\,db + s\,dc + \text{etc.}$$
$$d\Lambda = \pi\,da + \rho\,db + \sigma\,dc + \text{etc.}$$

ubi coefficientes π, ρ, σ etc. ex τ et ex elementis a, b, c, etc. eodem modo constant, quo resp. p, r, s, etc. ex t et ex iisdem elementis compositi sunt. Eliminato da inter praecedentes aequationes fit

$$dL = \frac{p}{\pi}\,d\Lambda + \frac{\pi r - p\rho}{\pi}\,db + \frac{\pi s - p\sigma}{\pi}\,dc + \text{etc.}$$

Digitized by Google

itaque

$$\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = \frac{p}{\pi}, \quad \left(\frac{dL}{db}\right) = \frac{\pi r - p\rho}{\pi}, \quad \left(\frac{dL}{dc}\right) = \frac{\pi s - p\sigma}{\pi}, \text{ etc.}$$

Differentiatis his aequationibus, emergunt

$$d\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = \frac{\pi\, dp - p\, d\pi}{\pi^2}$$
$$d\left(\frac{dL}{db}\right) = \frac{\pi^2 dr - \pi p\, d\rho - \pi\rho\, dp + p\rho\, d\pi}{\pi^3}$$
$$\text{etc.} = \text{etc.}$$

Sed quum p, r, etc. π, ρ, etc. sint functiones ipsarum a, b, c, etc. poni potest

$$dp = p'\,da + r'\,db + s'\,dc + \text{etc.}$$
$$d\pi = \pi'\,da + \rho'\,db + \sigma'\,dc + \text{etc.}$$
$$dr = p''\,da + r''\,db + s''\,dc + \text{etc.}$$
$$d\rho = \pi''\,da + \rho''\,db + \sigma''\,dc + \text{etc.}$$
$$\text{etc.} = \text{etc.}$$

ubi p', r', etc. π', ρ', etc. tales sunt, ut transeat π' in p', ρ' in r', etc. π'' in p'', ρ'' in r'', etc. quoties in iis τ in t mutatur. Praeterea animadvertendum est, esse $p'' = r'$, $\pi'' = \rho'$.

Substitutis his valoribus ipsorum dp, etc. in aequationibus praecedentibus, nanciscimur has

$$d\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = \frac{p'\pi - \pi' p}{\pi^2}\,da + \frac{r'\pi - \rho' p}{\pi^2}\,db + \text{etc.}$$
$$d\left(\frac{dL}{db}\right) = \frac{\pi(\pi r' - p\rho') + \rho(p\pi' - \pi p')}{\pi^3}\,da + \frac{\pi(\pi r'' - p\rho'') + \rho(p\rho' - \pi r')}{\pi^3}\,db + \frac{\pi(\pi s'' - p\sigma'') + \rho(p\sigma' - \pi s')}{\pi^3}\,dc + \text{etc.}$$

quae, eliminato da ope aequationis hujus

$$d\Lambda = \pi\,da + \rho\,db + \sigma\,dc + \text{etc.}$$

suppeditant

$$d\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = A\,d\Lambda + B\,db + \text{etc.}$$
$$d\left(\frac{dL}{db}\right) = B\,d\Lambda + A'\,db + B'\,dc + \text{etc.}$$

ubi brevitatis gratia posui

$$A = \frac{p'\pi - \pi' p}{\pi^3}$$
$$B = \frac{\pi(r'\pi - \rho' p) + \rho(\pi' p - p'\pi)}{\pi^3}$$
$$A' = \frac{\pi^2(\pi r'' - p\rho'') + 2\pi\rho(p\rho' - \pi r') + \rho^2(\pi p' - p\pi')}{\pi^4}$$
$$B' = \frac{\pi^2(\pi s'' - p\sigma'') + \pi\sigma(p\rho' - \pi r') + \pi\rho(p\sigma' - \pi s') + \rho\sigma(\pi p' - p\pi')}{\pi^4}$$

Itaque

$$\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right) = A, \quad \left(\frac{d^2L}{d\Lambda\,db}\right) = B, \quad \text{etc.}$$
$$\left(\frac{d^2L}{db^2}\right) = A', \quad \left(\frac{d^2L}{db\,dc}\right) = B', \quad \text{etc.}$$

Quum vero in integratis aequationibus quae ipsi (11) similes perturbationes ipsorum Λ, b, c, etc. sive $\delta\Lambda$, δb, δc, etc. praebent, τ sit quantitas penitus arbitraria, t loco τ ponere licitum est, quo facto in quotientibus differentialibus quas aequatio (12) continet etiam t loco τ poni debet, sed posita $\tau = t$ in expressionibus pro quotientibus his modo inventis, emergunt statim

$$\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = 1, \quad \left(\frac{dL}{db}\right) = 0, \quad \left(\frac{dL}{dc}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$
$$\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right) = 0, \quad \left(\frac{d^2L}{d\Lambda\,db}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$
$$\left(\frac{d^2L}{db^2}\right) = 0, \quad \left(\frac{d^2L}{db\,dc}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$

et computatio ipsa, quae hos valores praebuit, jam indicat, fore ut quotientes differentiales ordinum altiorum omnes cifrae aequales invenirentur. Sed hanc rem per argumentationem subsequentem extra omnem dubitationem ponere licet.

Quum quotientes differentiales primi ordinis ipsius L modo inventi, mutato τ in t, partim constantes partim cifrae aequales sint, atque quum et τ et t sint quantitates, quae in omnibus his differentiationibus constantes spectari debeant: certo concludi potest, quotientes differentiales altiorum ordinum omnes, mutato τ in t, cifrae aequales fieri debere, quapropter theorema allatum demonstratum est, quoties loco unius elementi functio quaelibet veluti Λ quasi elementum introducitur.

Si insuper functio alia elementorum a, b, c, etc. et temporis t datur, quam G nominabo, ita ut sit

$$G = f(t, a, b, c, \text{etc.})$$

ubi f signum functionis est, cujus valor in motu perturbato quaeritur, accipiatur

$$\Gamma = f(\tau, a, b, c, \text{etc.})$$

inter numerum elementorum et eliminentur elementa duo e. g. elementa a et b in expressionibus coordinatarum x, y, z et differentialium $x_,$, $y_,$, $z_,$, sive id quod ad eundem finem adducit, eliminentur differentialia da et db inter differentialia harum aequationum, unde per formulas supra traditas, pro quoque elementorum differentiali $d\Gamma$, $d\Lambda$, dc, etc. aequationem veluti (11) nancisceris, quarum aequationum integratione valores perturbati horum elementorum emergunt. Itaque theorema Taylorianum praebet

Digitized by Google

$$\delta L = \left(\frac{dL}{d\Lambda}\right)\delta\Lambda + \left(\frac{dL}{d\Gamma}\right)\delta\Gamma + \left(\frac{dL}{dc}\right)\delta c + \text{etc.}$$
$$+\tfrac{1}{2}\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right)\delta\Lambda^2 + \left(\frac{d^2L}{d\Lambda\,d\Gamma}\right)\delta\Lambda.\delta\Gamma + \text{etc.} + \text{etc.}$$
$$\delta G = \left(\frac{dG}{d\Lambda}\right)\delta\Lambda + \left(\frac{dG}{d\Gamma}\right)\delta\Gamma + \left(\frac{dG}{dc}\right)\delta c + \text{etc.}$$
$$+\tfrac{1}{2}\left(\frac{d^2G}{d\Lambda^2}\right)\delta\Lambda^2 + \left(\frac{d^2G}{d\Lambda\,d\Gamma}\right)\delta\Lambda.\delta\Gamma + \text{etc.} + \text{etc.}$$

Jam habebamus

$$dL = p\,da + r\,db + s\,dc + \text{etc.}$$
$$d\Lambda = \pi\,da + \rho\,db + \sigma\,dc + \text{etc.}$$

et simili modo praebet functio G

$$dG = l\,da + m\,db + n\,dc + \text{etc.}$$
$$d\Gamma = \lambda\,da + \mu\,db + \nu\,dc + \text{etc.}$$

ubi coefficientium indoles talis est, ut λ in l, μ in m, ν in n, etc. transeat quoties τ in t mutetur. Eliminatis db et da inter aequationes praecedentes pro $d\Lambda$ et $d\Gamma$, inveniuntur haec

$$da = -\frac{\mu}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Lambda + \frac{\rho}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Gamma + \frac{\mu\sigma-\rho\nu}{\lambda\rho-\pi\mu}\,dc + \text{etc.}$$
$$db = \frac{\lambda}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Lambda - \frac{\pi}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Gamma + \frac{\pi\nu-\lambda\sigma}{\lambda\rho-\pi\mu}\,dc + \text{etc.}$$

His vero valoribus ipsarum da et db in aequationibus pro dL et dG substitutis, evadunt

$$dL = \frac{r\lambda-p\mu}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Lambda + \frac{p\rho-r\pi}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Gamma + \frac{\mu(p\sigma-\pi s)+\nu(r\pi-\rho p)+\lambda(s\rho-\sigma r)}{\lambda\rho-\pi\mu}\,dc + \text{etc.}$$
$$dG = \frac{m\lambda-\mu l}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Lambda + \frac{l\rho-\pi m}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Gamma + \frac{\sigma(l\mu-\lambda m)+\rho(n\lambda-\nu l)+\pi(m\nu-\mu n)}{\lambda\rho-\pi\mu}\,dc + \text{etc.}$$

Si igitur in $\delta\Lambda$, $\delta\Gamma$ nec non in praecedentibus aequationibus τ in t mutatur elicitur

$$\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = 1, \quad \left(\frac{dL}{d\Gamma}\right) = 0, \quad \left(\frac{dL}{dc}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$
$$\left(\frac{dG}{d\Lambda}\right) = 0, \quad \left(\frac{dG}{d\Gamma}\right) = 1, \quad \left(\frac{dG}{dc}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$

et hinc eodem modo ut ante concluditur, obtineri valores perturbatos ipsarum L et G, quoties in integralibus $\int d\Lambda$ et $\int d\Gamma$ τ in t mutatur, unde theorema demonstratum est quoties duae functiones adsunt, et simili modo demonstratur idem quoties functiones plures dantur.

10.

Theorema art. praec., quamvis generaliter valeat, quomodocunque quantitates L, G, etc. compositae sunt, sensu tamen stricto ad earum **compositionem** modo referendum est, quantum vero ad earum **significationem** in ellipsi pura et in ellipsi perturbata discrimen essentiale interesse potest. Quae hujus theorematis conditio sequentibus illustratur.

Integralia aequationum (1) per methodum variationis constantium arbitrariarum in praecedentibus ita determinavimus, ut eandem formam habeant, sive Ω sit cifrae aequalis, sive non. Itaque coordinatae x, y, z et proinde functio quaelibet ipsarum x, y, z proprietate hac gaudent, quod eandem formam habent sive perturbationes adsunt, sive non. Item, aequationes (3) probant, quotientes differentiales primi ordinis respectu temporis ipsarum x, y, z in utroque casu ejusdem formae quoque esse. Aequationes vero (4) demonstrant, quotientes secundi ordinis $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$ et proinde quotientes differentiales ordinum altiorum omnes in utroque casu ejusdem formae non esse. Ergo, quoties L, G, etc. sunt aut eo ipso functiones ipsarum x, y, z, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, aut ad functiones harum quantitatum reduci possunt, non modo earum compositio, sed etiam earum significatio in ellipsi pura et in ellipsi perturbata eadem est, et igitur integralia $\int d\Lambda$, $\int d\Gamma$, etc. post τ in t mutatum, non modo respectu eorum compositionis sed etiam respectu eorum significationis valores veros perturbatos ipsarum L, G, etc. praebebunt. Quoties vero functiones L, G etc. aut praeter illas quantitatas insuper $\frac{d^2x}{dt^2}$, etc. $\frac{d^3x}{dt^3}$ etc. etc. continent, aut solae functiones horum quotientium sunt, integralia illa modo quantum ad earum compositionem valores perturbatos ipsarum L, G, etc. subministrabunt, quod attinet ad earum significationem, haec in ellipsi perturbata ab earum significatione in ellipsi pura necessario differt.

Designante igitur L aut longitudinem veram, aut radium vectorem, aut functionem quandam longitudinis veae, radii vectoris et quotientium differentialium primi ordinis harum quantitatum respectu temporis, integrali $\int d\Lambda$, post τ in t mutatam, eadem significatio in motu perturbato attribui debet, quam L in motu imperturbato habet, quia longitudo vera, radius vector et quotientes eorum differentiales primi ordinis respectu temporis solae functiones ipsarum x, y, z, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ sunt. Denotante vero e. g. L quantitatem $\frac{a^3n^2}{r^2}e\sin f$, ubi a semiaxis major, n motus medius, e excentricitas, f anomalia vera et r radius vector

Digitized by Google

est, integrale $\int d\Lambda$ valorem quidem perturbatum quantitatis $\frac{a^2n^2}{r^2} e \sin f$ praebebit, sed integrali huic significatio alia attribuenda est. Designat enim, si vires perturbantes desunt, $\frac{a^2n^2}{\rho^2} e \sin f$ quantitatem $-\frac{1}{2}\frac{d^2f}{dt^2}$, quae secundum praecedentia, quoties vires perturbantes adsunt, aliter formanda est. Quo in casu, ut significatio integralis $\int d\Lambda$ investigetur, quantitas $\frac{a^2n^2}{r^2} e \sin f$ aut immediate per x, y, z, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, aut per functiones harum quantitatum exprimi debet, et quum facile reperiatur, esse $\frac{a^2n^2}{\rho^2} e \sin f = \frac{d\log r}{dt} \times \frac{dv}{dt}$, ubi v longitudo vera, integrali $\int d\Lambda$ significatio $\frac{d\log r}{dt} \times \frac{dv}{dt}$ in motu perturbato attribuenda est.

Attamen accepta quantitate huc

$$-\tfrac{1}{2}\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = \frac{a^2n^2}{\rho^2} e \sin\phi$$

inter elementorum numerum, formataque ad quantitatem $-2\frac{d\log r}{dt} \times \frac{dv}{dt}$, qualis in motu perturbato locum habet, determinandam, aequatione hac veluti (11)

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = P\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt + Q\left(\frac{d\Omega}{d\eta}\right)dt + \text{etc.}$$

adjumento ejusdem aequationis, ad ipsum $\frac{d^2f}{dt^2}$, qualis in motu perturbato existit, determinandum, pervenire poteris. Nam, integrata aequatione praecedente respectu ipsius τ, si constans arbitraria huic integrali addenda, quae generaliter functio ipsius t erit, rita determinata adjectaque fuerit, aequationem nancisceris, quae quantitatem $\frac{d^2\varphi}{d\tau^2}$ per vires perturbantes et per differentiale temporis exhibet. Qua aequatione respectu ipsius t integrata, si τ in t mutatum fuerit, valorem perturbatum ipsius $\frac{df}{dt}$ habebis, qui secundum t differentiatus, valorem quaesitum ipsius $\frac{d^2f}{dt^2}$ praebet.

11.

Si L denotat functionem ipsarum x, y, z, absque quantitatibus $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, ea quae in art. praec. exposui, ad methodos duas differentialis $\frac{dL}{dt}$ determinandi viam muniunt. Aut quotiens differentialis $\frac{d\Lambda}{d\tau}$ pro uno elementorum habitus per praecepta in praecedentibus exposita directe determinari potest, aut eadem quantitas ex valore ipsius $\int d\Lambda$ antequam τ in t mutatum erit per differentiationem respectu ipsius τ eruitur. Etenim aequatione hac veluti (11) formata

$$d\Lambda = P\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt + Q\left(\frac{d\Omega}{d\eta}\right)dt + \text{etc.}$$

quam brevitatis caussa ita exhibebo

$$d\Lambda = \frac{d\Lambda}{dt}dt$$

necessario habebitur

$$\frac{d^2\Lambda}{d\tau} = \frac{d^2\Lambda}{d\tau\,dt}dt$$

quum vero τ et t penitus a se invicem idependentes sint, differentiatio respectu ipsius τ post integrationem respectu ipsius t peractam instituere licet, ita ut fiat

$$\frac{d\Lambda}{d\tau} = \frac{d\int\frac{d\Lambda}{dt}dt}{d\tau}$$

ubi in membro ad sinistram quantitas $\frac{d\Lambda}{d\tau}$ ita considerari potest, ac si directo modo inventa esset, postquam valor ejus pure ellipticus inter elementorum numerum acceptus fuerit. Quum vero significatio ipsius $\frac{dL}{dt}$ in utroque motus genere eadem sit, aequatio praecedens statim subministrat inter valores perturbatos aequationem hanc

$$\frac{dL}{dt} = \left(\frac{d\int\frac{d\Lambda}{dt}dt}{d\tau}\right)$$

sive

$$\frac{dL}{dt} = \left(\frac{d\Lambda}{d\tau}\right)$$

designante linea superposita τ in t mutari debere.

12.

Jam venio ad eorum quae in praecedentibus exposui applicationem. Sint l longitudo vera ad planum ipsarum xy reducta, b latitudo supra idem planum et r radius vector planetae, tum erit

$$\begin{aligned}
x &= r\cos b\cos l\\
y &= r\cos b\sin l\\
z &= r\sin b\\
x_1 &= r,\cos b\cos l - b,r\sin b\cos l - l,r\cos b\sin l\\
y_1 &= r,\cos b\sin l - b,r\sin b\sin l + l,r\cos b\cos l\\
z_1 &= r,\sin b + b,r\cos b
\end{aligned}$$

designantibus r_1, b_1, l_1 differentialia ipsarum r, b, l respectu temporis per dt divisa. Elementa accipio esse λ, ρ, β, λ_1, ρ_1, β_1, quae ex elementis more vulgari receptis et quantitate indeterminata τ tali modo composita sint, quali resp. l, r, b, l_1, r_1, b_1 iisdem elementis et tempore t constant. Jam duae methodi aequationum pro $d\lambda$, $d\rho$, etc. computandarum se nobis offerunt; coordinatis enim ξ, η, etc. in sensu eodem, qui iis in art. 6 attributus est, acceptis, haberemus $\xi = \rho\cos\beta\cos\lambda$, $\eta = \rho\cos\beta\sin\lambda$, etc. unde aequationes (9) per algorithmum notum differentialium partialium in aequationes quaesitas pro $d\lambda$, $d\rho$, etc. transformare liceret, eaedem vero aequationes calculo directo ope aequa-

Digitized by Google

tionum (5) et (6) obtineri possunt. Methodo posteriori quae illa simplicior videbatur utar.

13.

Aequationes art. praecedentis differentiatae praebent

$$
\begin{aligned}
dx &= dr\cos b\cos l - db\,r\sin b\cos l - dl\,r\cos b\sin l\\
dy &= dr\cos b\sin l - db\,r\sin b\sin l + dl\,r\cos b\cos l\\
dz &= dr\sin b + db\,r\cos b\\
dx_{,} &= dr_{,}\cos b\cos l - db_{,}r\sin b\cos l - dl_{,}r\cos b\sin l\\
&\quad - dl(r_{,}\cos b\sin l - b_{,}r\sin b\sin l + l_{,}r\cos b\cos l)\\
&\quad - dr(b_{,}\sin b\cos l + l_{,}\cos b\sin l)\\
&\quad - db(r_{,}\sin b\cos l + b_{,}r\cos b\cos l - l_{,}r\sin b\sin l)\\
(13)\ldots\quad dy_{,} &= dr_{,}\cos b\sin l - db_{,}r\sin b\sin l + dl_{,}r\cos b\cos l\\
&\quad + dl(r_{,}\cos b\cos l - b_{,}r\sin b\cos l - l_{,}r\cos b\sin l)\\
&\quad + dr(l_{,}\cos b\cos l - b_{,}\sin b\sin l)\\
&\quad - db(l_{,}r\sin b\cos l + r_{,}\sin b\sin l + b_{,}r\cos b\sin l)\\
dz_{,} &= dr_{,}\sin b + db_{,}r\cos b\\
&\quad + dr\,b_{,}\cos b\\
&\quad + db(r_{,}\cos b - b_{,}r\sin b)
\end{aligned}
$$

Ut quotientes differentiales nanciscamur, quibus ad computandas quantitates (λ,ρ), (λ,β) etc. secundum aequationes (5) opus est, oporteret dl, dr, db, $dl_{,}$, etc. nec non $d\lambda$, $d\rho$, $d\beta$, $d\lambda_{,}$, etc. per differentialia elementorum vulgarium exhibita essent et proinde eliminando quodque differentialium dl, dr, etc. per differentialia $d\lambda$, $d\rho$, etc. exprimeretur. Quum vero in quantitatibus (λ,ρ), (λ,β) etc. tempus evanescere debeat, licitum erit τ loco t in aequationibus praecedentibus nec non in aequationibus illis differentialia dl, dr, etc. per differentialia elementorum vulgarium exhibentibus ponere, unde haec cum differentialibus $d\lambda$, $d\rho$, identica evadunt. Fiunt igitur

$$\left(\frac{dl}{d\lambda}\right)=1,\ \left(\frac{dr}{d\rho}\right)=1\text{ etc.}\quad \left(\frac{dl}{d\rho}\right)=0,\ \left(\frac{dr}{d}\right)=0,\text{ etc.}$$

et quotientes differentiales ad computandas quantitates (λ,ρ), (λ,β), etc. requisiti obtinentur ponendo $t=\tau$ in dextris membris aequationum (13). Ergo

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{dx}{d\lambda}\right) = -\rho\cos\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dy}{d\lambda}\right) = \rho\cos\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dz}{d\lambda}\right) = 0\\
&\left(\frac{dx}{d\rho}\right) = \cos\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dy}{d\rho}\right) = \cos\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dz}{d\rho}\right) = \sin\beta\\
&\left(\frac{dx}{d\beta}\right) = -\rho\sin\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dy}{d\beta}\right) = -\rho\sin\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dz}{d\beta}\right) = \rho\cos\beta\\
&\left(\frac{dx}{d\lambda_{,}}\right) = 0\qquad \left(\frac{dy}{d\lambda_{,}}\right) = 0\qquad \left(\frac{dz}{d\lambda_{,}}\right) = 0\\
&\left(\frac{dx}{d\rho_{,}}\right) = 0\qquad \left(\frac{dy}{d\rho_{,}}\right) = 0\qquad \left(\frac{dz}{d\rho_{,}}\right) = 0\\
&\left(\frac{dx}{d\beta_{,}}\right) = 0\qquad \left(\frac{dy}{d\beta_{,}}\right) = 0\qquad \left(\frac{dz}{d\beta_{,}}\right) = 0\\
&\left(\frac{dx_{,}}{d\lambda}\right) = -\rho_{,}\cos\beta\sin\lambda + \beta_{,}\rho\sin\beta\sin\lambda - \lambda_{,}\rho\cos\beta\cos\lambda\\
&\left(\frac{dx_{,}}{d\rho}\right) = -\beta_{,}\sin\beta\cos\lambda - \lambda_{,}\cos\beta\sin\lambda\\
&\left(\frac{dx_{,}}{d\beta}\right) = \lambda_{,}\rho\sin\beta\sin\lambda - \rho_{,}\sin\beta\cos\lambda - \beta_{,}\rho\cos\beta\cos\lambda\\
&\left(\frac{dx_{,}}{d\lambda_{,}}\right) = -\rho\cos\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dx_{,}}{d\rho_{,}}\right) = \cos\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dx_{,}}{d\beta_{,}}\right) = -\rho\sin\beta\cos\lambda\\
&\left(\frac{dy_{,}}{d\lambda}\right) = -\lambda_{,}\rho\cos\beta\sin\lambda + \rho_{,}\cos\beta\cos\lambda - \beta_{,}\rho\sin\beta\cos\lambda\\
&\left(\frac{dy_{,}}{d\rho}\right) = \lambda_{,}\cos\beta\cos\lambda - \beta_{,}\sin\beta\sin\lambda\\
&\left(\frac{dy_{,}}{d\beta}\right) = -\lambda_{,}\rho\sin\beta\cos\lambda - \rho_{,}\sin\beta\sin\lambda - \beta_{,}\rho\cos\beta\sin\lambda\\
&\left(\frac{dy_{,}}{d\lambda_{,}}\right) = \rho\cos\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dy_{,}}{d\rho_{,}}\right) = \cos\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dy_{,}}{d\beta_{,}}\right) = -\rho\sin\beta\sin\lambda\\
&\left(\frac{dz_{,}}{d\lambda}\right) = 0;\quad \left(\frac{dz_{,}}{d\rho}\right) = \beta_{,}\cos\beta;\quad \left(\frac{dz_{,}}{d\beta}\right) = \rho_{,}\cos\beta - \beta_{,}\rho\sin\beta\\
&\left(\frac{dz_{,}}{d\lambda_{,}}\right) = 0;\quad \left(\frac{dz_{,}}{d\rho_{,}}\right) = \sin\beta;\quad \left(\frac{dz_{,}}{d\beta_{,}}\right) = \rho\cos\beta
\end{aligned}
$$

Digitized by Google

14.

Jam omnia praesto adsunt quae ad computandas (λ,ρ), (λ,β) etc. requiruntur, et aequationes (5) facile opera praebent

$$(\lambda,\rho) = 2\lambda,\rho\cos^2\beta;\quad (\lambda,\beta) = -2\lambda,\rho^2\sin\beta\cos\beta;\quad (\rho,\beta) = -2\beta,\rho;$$

$$(\lambda,\lambda) = \rho^2\cos^2\beta;\quad (\rho,\lambda) = 0;\quad (\beta,\lambda) = 0;$$

$$(\lambda,\rho,) = 0;\quad (\rho,\rho,) = 1;\quad (\beta,\rho,) = 0;\quad (\lambda,,\rho,) = 0;$$

$$(\lambda,\beta,) = 0;\quad (\rho,\beta,) = 0;\quad (\beta,\beta,) = \rho^2;\quad (\lambda,,\beta,) = 0;\quad (\rho,,\beta,) = 0$$

quibus valoribus aequationes (6) abeunt in

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)dt = 2\lambda,\rho\cos^2\beta\,d\rho - 2\lambda,\rho^2\sin\beta\cos\beta\,d\beta + \rho^2\cos^2\beta\,d\lambda,$$

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)dt = -2\lambda,\rho\cos^2\beta\,d\lambda - 2\beta,\rho\,d\beta + d\rho,$$

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt = 2\lambda,\rho^2\sin\beta\cos\beta\,d\lambda + 2\beta,\rho\,d\rho + \rho^2\,d\beta,$$

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\lambda,}\right)dt = -\rho^2\cos^2\beta\,d\lambda$$

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\rho,}\right)dt = -d\rho$$

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\beta,}\right)dt = -\rho^2\,d\beta$$

quae facili eliminatione facta, subministrant

$$d\lambda = -\frac{k\mu}{\rho^2\cos^2\beta}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda,}\right)dt$$

$$d\rho = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\rho,}\right)dt$$

$$d\beta = -\frac{k\mu}{\rho^2}\left(\frac{d\Omega}{d\beta,}\right)dt$$

$$d\lambda, = \frac{k\mu}{\rho^2\cos^2\beta}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)dt + 2\lambda,\frac{k\mu}{\rho}\left(\frac{d\Omega}{d\rho,}\right)dt - 2\lambda,tg\,\beta\,\frac{k\mu}{\rho^2}\left(\frac{d\Omega}{d\beta,}\right)dt$$

$$d\rho, = k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)dt - 2\lambda,\frac{k\mu}{\rho}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda,}\right)dt - 2\beta,\frac{k\mu}{\rho}\left(\frac{d\Omega}{d\beta,}\right)dt$$

$$d\beta, = \frac{k\mu}{\rho^2}\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt + 2\lambda,tg\,\beta\,\frac{k\mu}{\rho^2}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda,}\right)dt + 2\beta,\frac{k\mu}{\rho}\left(\frac{d\Omega}{d\rho,}\right)dt$$

15.

Ut aequationes hae in usum vocentur, necesse est functiones ipsius r quas involvunt explicite adstent, id quod fit introducendo quotientes differentiales ipsius Ω respectu ipsarum l, r et b loco quotientium differentialium respectu ipsarum λ, ρ, β, $\lambda,$, $\rho,$, $\beta,$. Quem in finem habetur

$$(14)\ldots\ldots\begin{cases} d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{dl}\right)dl + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)dr + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)db \\ d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)d\lambda + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)d\rho + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)d\beta + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda,}\right)d\lambda, + \left(\frac{d\Omega}{d\rho,}\right)d\rho, + \left(\frac{d\Omega}{d\beta,}\right)d\beta, \end{cases}$$

si Ω tum pro functione ipsarum l, r et b, tum pro functione ipsarum λ, ρ, β, etc. habetur. Denotantibus vero a, c, e, f, g, h elementa more vulgari recepta, emergunt

Digitized by Google

$$d\lambda = \left(\frac{d\lambda}{da}\right)da + \left(\frac{d\lambda}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\lambda}{de}\right)de + \left(\frac{d\lambda}{df}\right)df + \left(\frac{d\lambda}{dg}\right)dg + \left(\frac{d\lambda}{dh}\right)dh$$

$$d\rho = \left(\frac{d\rho}{da}\right)da + \left(\frac{d\rho}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\rho}{de}\right)de$$

$$d\beta = \left(\frac{d\beta}{da}\right)da + \left(\frac{d\beta}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\beta}{de}\right)de + \left(\frac{d\beta}{df}\right)df + \left(\frac{d\beta}{dg}\right)dg + \left(\frac{d\beta}{dh}\right)dh$$

$$d\lambda_{,} = \left(\frac{d\lambda_{,}}{da}\right)da + \left(\frac{d\lambda_{,}}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\lambda_{,}}{de}\right)de + \left(\frac{d\lambda_{,}}{df}\right)df + \left(\frac{d\lambda_{,}}{dg}\right)dg + \left(\frac{d\lambda_{,}}{dh}\right)dh$$

$$d\rho_{,} = \left(\frac{d\rho_{,}}{da}\right)da + \left(\frac{d\rho_{,}}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\rho_{,}}{de}\right)de$$

$$d\beta_{,} = \left(\frac{d\beta_{,}}{da}\right)da + \left(\frac{d\beta_{,}}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\beta_{,}}{de}\right)de + \left(\frac{d\beta_{,}}{df}\right)df + \left(\frac{d\beta_{,}}{dg}\right)dg + \left(\frac{d\beta_{,}}{dh}\right)dh$$

$$dl = \left(\frac{dl}{da}\right)da + \left(\frac{dl}{dc}\right)dc + \left(\frac{dl}{de}\right)de + \left(\frac{dl}{df}\right)df + \left(\frac{dl}{dg}\right)dg + \left(\frac{dl}{dh}\right)dh$$

$$dr = \left(\frac{dr}{da}\right)da + \left(\frac{dr}{dc}\right)dc + \left(\frac{dr}{de}\right)de$$

$$db = \left(\frac{db}{da}\right)da + \left(\frac{db}{dc}\right)dc + \left(\frac{db}{de}\right)de + \left(\frac{db}{df}\right)df + \left(\frac{db}{dg}\right)dg + \left(\frac{db}{dh}\right)dh$$

Quibus aequationibus in (14) substitutis, terminisque per eadem differentialia multiplicatis comparatis, nanciscimur

$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{dr}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{da}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\left(\frac{d\rho}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left(\frac{d\lambda_{,}}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho_{,}}\right)\left(\frac{d\rho_{,}}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{da}\right)$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{dr}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{dc}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\left(\frac{d\rho}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left(\frac{d\lambda_{,}}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho_{,}}\right)\left(\frac{d\rho_{,}}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{dc}\right)$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{dr}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{de}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\left(\frac{d\rho}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left(\frac{d\lambda_{,}}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho_{,}}\right)\left(\frac{d\rho_{,}}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{de}\right)$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{df}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{df}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{df}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{df}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left(\frac{d\lambda_{,}}{df}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{df}\right)$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{dg}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{dg}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{dg}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{dg}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left(\frac{d\lambda_{,}}{dg}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{dg}\right)$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{dh}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{dh}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{dh}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{dh}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left(\frac{d\lambda_{,}}{dh}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{dh}\right).$$

Quibus aequationibus, eliminatione instituta, $\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$, $\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)$, etc. per $\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)$, etc. exprimentur. Quem in finem quotientes $\left(\frac{dl}{da}\right)$, etc. nec non $\left(\frac{d\lambda}{da}\right)$, etc. ante omnia per elementa a, c, e etc. et per l, λ etc. exhibendi sunt, id quod semper fieri potest. Sed quum inde expressiones pro ipsis $\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$, etc. valde implicitae evadere videantur, si nihil negligere propositum est, me calculum hunc silentio praetermittere posse puto.

Nihilominus tamen calculus talis, qualem in praecedentibus exposui, ad aequationes simplicissimas perducit, si loco elementorum λ, ρ, β, $\lambda_{,}$, $\rho_{,}$, $\beta_{,}$ elementa quaedam alia eligantur, quibus subsequentia sint dicata.

16.

Sint planetae cujuslibet elementa

a ..... semiaxis major;

ae ..... excentricitas;

c ..... anomalia media certae determinatasque temporis epochae respondens;

Digitized by Google

ω .....arcus inter locum perihelii et intersectionem plani orbitae cum plano ipsarum xy interceptus;

θ.....longitudo hujus intersectionis, sive longitudo nodi ascendentis orbitae in plano fixo ipsarum xy;

i.....inclinatio ad idem planum;

sint porro uti in artt. praec.

$$\begin{aligned} x &= r \cos b \cos l \\ y &= r \cos b \sin l \\ z &= r \sin b \end{aligned}$$

qui valores coordinatarum x, y, z, pro integralibus aequationum (1) haberi possunt, si r, l et b motui in sectionibus conicis existenti subjiciuntur. Introducendo longitudinem veram in orbita quam v denotabo, trigonometria sphaerica praebet

$$\begin{aligned} \cos b \cos(l-\theta) &= \cos(v-\theta) \\ \cos b \sin(l-\theta) &= \sin(v-\theta)\cos i \\ \sin b &= \sin(v-\theta)\sin i \end{aligned}$$

sive

$$\begin{aligned} \cos b \cos l &= \cos(v-\theta)\cos\theta - \sin(v-\theta)\sin\theta\cos i \\ \cos b \sin l &= \cos(v-\theta)\sin\theta + \sin(v-\theta)\cos\theta\cos i \end{aligned}$$

unde

$$\begin{aligned} x &= r\cos(v-\theta)\cos\theta - r\sin(v-\theta)\sin\theta\cos i \\ y &= r\cos(v-\theta)\sin\theta + r\sin(v-\theta)\cos\theta\cos i \\ z &= r\sin(v-\theta)\sin i \end{aligned}$$

introducta vero anomalia vera f, unde

$$v-\theta = f+\omega$$

praecedentes expressiones ipsarum x, y, z tali modo exhiberi possunt,

$$\begin{aligned} x &= \alpha\xi + \beta\eta \\ y &= \alpha_1\xi + \beta_1\eta \\ z &= \alpha_{11}\xi + \beta_{11}\eta \end{aligned}$$

ubi

$$(15)\quad \begin{cases} \alpha = \cos\omega\cos\theta - \sin\omega\sin\theta\cos i \\ \beta = -\sin\omega\cos\theta - \cos\omega\sin\theta\cos i \\ \alpha_1 = \cos\omega\sin\theta + \sin\omega\cos\theta\cos i \\ \beta_1 = -\sin\omega\sin\theta + \cos\omega\cos\theta\cos i \\ \alpha_{11} = \sin\omega\sin i \\ \beta_{11} = \cos\omega\sin i \end{cases}$$

$$\xi = r\cos f, \quad \eta = r\sin f$$

Radius vector vero et anomalia vera elementis ω, e, c, taliter constant

$$\begin{aligned} r\cos f &= a\cos u - ae \\ r\sin f &= a\sqrt{(1-e^2)}\sin u \end{aligned}$$

ubi

$$u - e\sin u = nt + c$$

$$a^3n^2 = k\mu.$$

17.

Loco elementorum a, e, c, introducam elementa φ, $l\rho$, φ_1, quae ex elementis a, e, c et quantitate indeterminata τ tali modo composita sint, quali f, lr et $\frac{df}{dt}$ ex iisdem elementis et tempore t constant. Per litteram l ipsi r praefixam denotabo logarithmum hyperbolicum hujus quantitatis. Erunt igitur

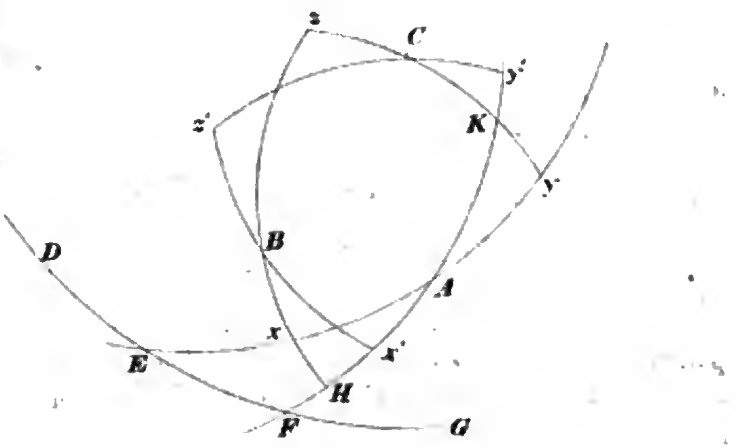
$$\begin{aligned} \rho\cos\varphi &= a\cos v - ae \\ \rho\sin\varphi &= a\sqrt{(1-e^2)}\sin v \\ \varphi_1 &= \frac{a^2n}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)} \end{aligned}$$

ubi

$$v - e\sin v = n\tau + c$$

Loco elementorum ω, i, θ introducam motus rotatorios circum axes tres sub angulis rectis se secantes. Animo enim concipi potest, planum orbitae dum a situ in spatio qui tempori t respondet ad situm qui tempori $t+dt$ respondet transgrediatur, motum rotationis circum axem quendam absolvisse, qui motus in motus tres circum axes coordinatarum dissolvi potest. Jam elegantissimo calculo analytico geometrae gallici motus hos rotatorios tractaverunt et deduxerunt, quare hoc loco eosdem graphice demonstrare mihi proposui, id quod nemo, quantum equidem teneo, hucusque fecit. Quae etiam demonstratio in lucem proferat, quid motus hi rotatorii circum axes coordinatarum designent.

18.



Digitized by Google

Sit in figura planum, cui circulus maximus $Ex\,Ay$ respondet planum orbitae tempore t, circulus maximus $FHx'Ay'$ planum orbitae tempore $t+T$. Ad utrumque orbitae planum erigantur plana duo perpendicularia, quae in figura per circulos maximos zx, zy, $z'x'$ et $z'y'$ repraesententur, sintque intersectiones horum planorum axes coordinatorum, ita ut intersectio inter plana xz et yz sit axis ipsarum z, intersectio inter plana $x'y'$ et $z'y'$ sit axis ipsarum y' et sic porro. Denique sit x locus perihelii tempore t et x' idem tempore $t+T$. Jam si orbitae planum per motum rotationis circum axem quendam a situ qui per circulum xy repraesentatur ad situm qui per $x'y'$ designatur transgressum est, dico motum rotatorium circum axem ipsarum z esse differentiam inter arcus Ax et Ax' ab intersectione utriusque orbitae sive ipsarum xy plani ad utrumque perihelii sive axium ipsarum x locum extensos, nec non motum rotatorium circum axem ipsarum y esse differentiam inter arcus Bz et Bz', denique motum rotatorium circum axem ipsarum x esse differentiam inter arcus Cy et Cy'. Ponam igitur

$$\begin{aligned} Ax - Ax' &= \chi \\ Bz - Bz' &= \psi \\ Cy - Cy' &= \sigma \end{aligned}$$

Sit $DEFG$ planum fixum ad quod orbita refertur, et D punctum initiale longitudinum, eruntque, tempore t, $DE=\theta$, $AEF=i$, $xE=\omega$, et tempore $t+T$, $DF=\theta'$, $AFG=i'$, $x'F=\omega'$. Sed quum generaliter planum orbitae circum axem fixum non gyretur, res ita considerari debet, ac si orbita in quoque temporis infinite parvo momento dt circum axem fixum se gyravisset, et in figura circulus maximus $x'y'$ orbitae situm pro tempore $t+dt$ repraesentare debet. Ideo abeunt χ, ψ, σ in differentialia sua, nempe in $d\chi$, $d\psi$, $d\sigma$, nec non i' in $i+di$, θ' in $\theta+d\theta$ et ω' in $\omega+d\omega$. Jam triangulus sphaericus AEF praebet

$$\begin{aligned} \cos(\omega'+Ax') = {} & \cos(\omega+Ax)\cos(\theta'-\theta) \\ & + \sin(\omega+Ax)\sin(\theta'-\theta)\cos i \end{aligned}$$

vel neglectis quantitatibus infinite parvis secundi ordinis

$$\begin{aligned} 2\sin(\omega+Ax)\sin\tfrac{1}{2}(Ax-Ax'+\omega-\omega') \\ = \sin(\omega+Ax)\cos i\,d\theta \end{aligned}$$

sive

$$d\chi = d\omega + \cos i\,d\theta$$

porro, denotato angulo inter z' et z, qui inclinatio planorum xy et $x'y'$, sive angulus in A est, per (zz') idem triangulus praebet

$$\begin{aligned} \sin(zz')\sin(\omega+Ax) &= \sin i'\sin(\theta'-\theta) \\ \sin(zz')\cos(\omega+Ax) &= -\cos i'\sin i + \sin i'\cos i\cos(\theta'-\theta) \end{aligned}$$

hinc neglectis quantitatibus secundi ordinis, emergit

$$\begin{aligned} (zz')\sin\omega\cos Ax + (zz')\cos\omega\sin Ax &= \sin i\,d\theta \\ (zz')\cos\omega\cos Ax - (zz')\sin\omega\sin Ax &= di \end{aligned}$$

atque hinc, eliminando

$$\begin{aligned} (zz')\cos Ax &= \sin\omega\sin i\,d\theta + \cos\omega\,di \\ (zz')\sin Ax &= \cos\omega\sin i\,d\theta - \sin\omega\,di \end{aligned}$$

Quum vero arcus χ, ψ, σ infinite parvi accipiantur, differentia $Bz-Bz'$ usque ad quantitates secundi ordinis arcui xH et differentia $Cy-Cy'$ arcui yK aequalis est, quare

$$d\psi = xH, \qquad d\sigma = yK$$

sed

$$\begin{aligned} xH &= (zz')\sin Ax \\ yK &= (zz')\cos Ax \end{aligned}$$

aequationes igitur praecedentes praebent

$$\left.\begin{aligned} d\chi &= d\omega + \cos i\,d\theta \\ d\psi &= \cos\omega\sin i\,d\theta - \sin\omega\,di \\ d\sigma &= \sin\omega\sin i\,d\theta + \cos\omega\,di \end{aligned}\right\} \ldots\ldots(16)$$

quae formulae cum iis, quas theoria nota rotationis corporis cujuscunque suppeditat, congruunt.

19.

Elementa igitur a, c, e, ω, i, θ functiones sunt elementorum φ, $l\rho$, $\varphi_{,}$, χ, ψ, σ, et reciproce elementa haec functiones illorum. Coordinatae x, y, z nec non Ω, quae revera functiones illorum elementorum sunt, functiones horum elementorum quoque considerari possunt. Quum vero quantitates α, β, $\alpha_{,}$, etc. e quibus coordinatae compositae sunt, modo ω, i, θ, contineant, illae quantitates functiones modo ipsarum χ, ψ, σ erunt, et ξ atque η, e quibus praeterea x, y, z pendent, quum a, c et e tantum contineant, functiones modo ipsarum φ, $l\rho$ et $\varphi_{,}$ erunt, quibus considerationibus calculus ipsarum $(\varphi, l\rho)$, $(\varphi, \varphi_{,})$ etc. secundum formulas (5) notabiliter contrahetur. Quum porro in expressionibus

$$\begin{aligned} x &= \alpha\xi + \beta\eta \\ y &= \alpha_{,}\xi + \beta_{,}\eta \\ z &= \alpha_{,,}\xi + \beta_{,,}\eta \end{aligned}$$

α, β, $\alpha_{,}$, etc. tempus non contineant, habetur statim

$$\begin{aligned} x_{,} &= \alpha\xi_{,} + \beta\eta_{,} \\ y_{,} &= \alpha_{,}\xi_{,} + \beta_{,}\eta_{,} \\ z_{,} &= \alpha_{,,}\xi_{,} + \beta_{,,}\eta_{,} \end{aligned}$$

ubi

$$\xi_{,} = \frac{d\xi}{dt}, \qquad \eta_{,} = \frac{d\eta}{dt},$$

Praeterea habetur

$$\left(\frac{dx}{d\varphi}\right) = \alpha\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right) + \beta\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right), \quad \left(\frac{dx_{,}}{d\varphi}\right) = \alpha\left(\frac{d\xi_{,}}{d\varphi}\right) + \beta\left(\frac{d\eta_{,}}{d\varphi}\right)$$

$$\left(\frac{dy}{d\varphi}\right) = \alpha_{,}\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right) + \beta_{,}\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right), \quad \left(\frac{dy_{,}}{d\varphi}\right) = \alpha_{,}\left(\frac{d\xi_{,}}{d\varphi}\right) + \beta_{,}\left(\frac{d\eta_{,}}{d\varphi}\right)$$

$$\left(\frac{dz}{d\varphi}\right) = \alpha_{,,}\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right) + \beta_{,,}\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right), \quad \left(\frac{dz_{,}}{d\varphi}\right) = \alpha_{,,}\left(\frac{d\xi_{,}}{d\varphi}\right) + \beta_{,,}\left(\frac{d\eta_{,}}{d\varphi}\right)$$

Digitized by Google

quibus similes sunt quotientes differentiales respectu ipsarum, $l\rho$ et φ_1. Substituendo has expressiones in aequationibus (5) obtinetur

$$(\varphi, l\rho) = (\alpha^2+\alpha_1^2+\alpha_{11}^2)\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi_1}{dl\rho}\right) + (\alpha\beta+\alpha\beta_1+\alpha_{11}\beta_{11})\left[\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta_1}{dl\rho}\right)+\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi_1}{dl\rho}\right)\right]$$
$$-(\alpha^2+\alpha_1^2+\alpha_{11}^2)\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right) - (\alpha\beta+\alpha\beta_1+\alpha_{11}\beta_{11})\left[\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right)+\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right)\right]$$
$$+(\beta^2+\beta_1^2+\beta_{11}^2)\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta_1}{dl\rho}\right) - (\beta^2+\beta_1^2+\beta_{11}^2)\left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)$$

Sed facile reperitur, inter quantitates α, β, α_1, etc. quales per aequationes (15) dantur, existere aequationes conditionales has

$$\alpha^2+\alpha_1^2+\alpha_{11}^2 = 1$$
$$\beta^2+\beta_1^2+\beta_{11}^2 = 1$$
$$\alpha\beta+\alpha_1\beta_1+\alpha_{11}\beta_{11} = 0$$

quibus adjuvantibus, expressio praecedens pro $(\varphi, l\rho)$ abit in

$$(\varphi, l\rho) = \left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi_1}{dl\rho}\right)+\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta_1}{dl\rho}\right)-\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right)-\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right)$$

mutatis mutandis ex hac aequatione inveniuntur

$$(\varphi, \varphi_1) = \left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi_1}\right)+\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi_1}\right)-\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi}{d\varphi_1}\right)-\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta}{d\varphi_1}\right)$$
$$(l\rho, \varphi_1) = \left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi_1}\right)+\left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi_1}\right)-\left(\frac{d\xi_1}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\xi}{d\varphi_1}\right)-\left(\frac{d\eta_1}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\eta}{d\varphi_1}\right)$$

Porro habetur

$$\left(\frac{dx}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)\xi+\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)\eta, \quad \left(\frac{dx_1}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)\xi_1+\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)\eta_1$$
$$\left(\frac{dy}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)\xi+\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)\eta, \quad \left(\frac{dy_1}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)\xi_1+\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)\eta_1$$
$$\left(\frac{dz}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\xi+\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\eta, \quad \left(\frac{dz_1}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\xi_1+\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\eta_1$$

itaque aequationes (5) praebent

$$(\varphi, \chi) = \left[\alpha\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\right]\xi_1\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)+\left[\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\eta_1\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)$$
$$+\left[\beta\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\beta_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\beta_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\eta_1\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)+\left[\beta\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)+\beta_1\left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)+\beta_{11}\left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\right]\xi_1\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)$$
$$-\left[\alpha\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\right]\xi\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)-\left[\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\eta\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)$$
$$-\left[\beta\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\beta_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\beta_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\eta\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)-\left[\beta\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)+\beta_1\left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)+\beta_{11}\left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\right]\xi\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)$$

sed aequationes conditionales supra allatae subministrant

$$\alpha\,d\alpha+\alpha_1\,d\alpha_1+\alpha_{11}\,d\alpha_{11} = 0, \quad \beta\,d\beta+\beta_1\,d\beta_1+\beta_{11}\,d\beta_{11} = 0$$
$$\alpha\,d\beta+\alpha_1\,d\beta_1+\alpha_{11}\,d\beta_{11} = -\beta\,d\alpha-\beta_1 d\alpha_1-\beta_{11}\,d\alpha_{11}$$

quare

$$(\varphi, \chi) = \left[\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\left\{\eta_1\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)-\xi_1\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)-\eta\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)+\xi\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)\right\}$$

sive

$$(\varphi, \chi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right\}\frac{d\cdot(\xi\eta_1-\xi_1\eta)}{d\varphi}$$

Digitized by Google

hinc mutatis mutandis inveniuntur

$$(\varphi,\psi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi}$$

$$(\varphi,\sigma) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi}$$

$$(l\rho,\chi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{dl\rho}$$

$$(l\rho,\psi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{dl\rho}$$

$$(l\rho,\sigma) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{dl\rho}$$

$$(\varphi_{,},\chi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi_{,}}$$

$$(\varphi_{,},\psi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi_{,}}$$

$$(\varphi_{,},\sigma) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi_{,}}$$

Denique aequationes (5) et (17) immediate praebent

$$(\chi,\psi) = (\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)\left\{\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)-\left(\frac{d\alpha}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right)\right\}$$

$$(\chi,\sigma) = (\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)\left\{\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)-\left(\frac{d\alpha}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right)\right\}$$

$$(\psi,\sigma) = (\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)\left\{\left(\frac{d\alpha}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)-\left(\frac{d\alpha}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)\right\}$$

Quae quindecim quantitates omnes sunt quibus opus est, quoties numerus elementorum sex est.

20.

Ad quotientes differentiales quos formulae art. praec. requirunt determinandos, inserviunt formulae in artt. 16 et 17 exhibitae. Primo praebent

$$\xi = r\cos f, \qquad \eta = r\sin f$$

has

$$(18)\ldots\ldots\begin{cases} d\xi = \left(\frac{d\xi}{df}\right)df + \left(\frac{d\xi}{dlr}\right)dlr \\ d\eta = \left(\frac{d\eta}{df}\right)df + \left(\frac{d\eta}{dlr}\right)dlr \end{cases}$$

ubi

$$\left(\frac{d\xi}{df}\right) = -r\sin f, \qquad \left(\frac{d\xi}{dlr}\right) = r\cos f$$
$$\left(\frac{d\eta}{df}\right) = r\cos f, \qquad \left(\frac{d\eta}{dlr}\right) = r\sin f$$

Sed quum in evolutis quantitatibus $(\varphi, l\rho)$, $(\varphi, \varphi_{,})$, etc. tempus evanescere debeat, ad libitum pro t valorem quemlibet accipere nobis licet, quare, ut earum computatio tantum, quantum fieri possit, contrahatur, ponam $t = \tau$, unde emergunt

$$(19)\ldots\begin{cases} \left(\frac{d\xi}{df}\right) = -\rho\sin\Phi, & \left(\frac{d\xi}{dlr}\right) = \rho\cos\Phi \\ \left(\frac{d\eta}{df}\right) = \rho\cos\Phi, & \left(\frac{d\eta}{dlr}\right) = \rho\sin\Phi \end{cases}$$

Jam considerando f, lr atque quotientem differentialem ipsius f respectu temporis, quem $f_{,}$ nominabo, tanquam functiones ipsarum Φ, $l\rho$, et $\Phi_{,}$, habemus

$$df = \left(\frac{df}{d\Phi}\right)d\Phi + \left(\frac{df}{dl\rho}\right)dl\rho + \left(\frac{df}{d\Phi_{,}}\right)d\Phi_{,}$$
$$dlr = \left(\frac{dlr}{d\Phi}\right)d\Phi + \left(\frac{dlr}{dl\rho}\right)dl\rho + \left(\frac{dlr}{d\Phi_{,}}\right)d\Phi_{,}$$
$$df_{,} = \left(\frac{df_{,}}{d\Phi}\right)d\Phi + \left(\frac{df_{,}}{dl\rho}\right)dl\rho + \left(\frac{df_{,}}{d\Phi_{,}}\right)d\Phi_{,}$$

quae substitutae in (18) praebent

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{d\xi}{d\Phi}\right) &= \left(\frac{d\xi}{df}\right)\left(\frac{df}{d\Phi}\right) + \left(\frac{d\xi}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{d\Phi}\right) \\ \left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right) &= \left(\frac{d\xi}{df}\right)\left(\frac{df}{dl\rho}\right) + \left(\frac{d\xi}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{dl\rho}\right) \\ \left(\frac{d\xi}{d\Phi_{,}}\right) &= \left(\frac{d\xi}{df}\right)\left(\frac{df}{d\Phi_{,}}\right) + \left(\frac{d\xi}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{d\Phi_{,}}\right) \\ \left(\frac{d\eta}{d\Phi}\right) &= \left(\frac{d\eta}{df}\right)\left(\frac{df}{d\Phi}\right) + \left(\frac{d\eta}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{d\Phi}\right) \\ \left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right) &= \left(\frac{d\eta}{df}\right)\left(\frac{df}{dl\rho}\right) + \left(\frac{d\eta}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{dl\rho}\right) \\ \left(\frac{d\eta}{d\Phi_{,}}\right) &= \left(\frac{d\eta}{df}\right)\left(\frac{df}{d\Phi_{,}}\right) + \left(\frac{d\eta}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{d\Phi_{,}}\right) \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(20)$$

Sed aequationes

$$\left.\begin{aligned} r\cos f &= a\cos u - ae \\ r\sin f &= a\sqrt{(1-e^2)}.\sin u \\ f_{,} &= \frac{a^2 n}{r^2}\sqrt{(1-e^2)} \\ nt + c &= u - e\sin u \\ a^3 n^2 &= k\mu \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(21)$$

exhibent r, f et $f_{,}$ tanquam functiones ipsarum a, c et e, et praebent differentiando

$$\left.\begin{aligned} df &= \left(\frac{df}{da}\right)da + \left(\frac{df}{dc}\right)dc + \left(\frac{df}{de}\right)de \\ dlr &= \left(\frac{dlr}{da}\right)da + \left(\frac{dlr}{dc}\right)dc + \left(\frac{dlr}{dc}\right)de \\ df_{,} &= \left(\frac{df_{,}}{da}\right)da + \left(\frac{df_{,}}{dc}\right)dc + \left(\frac{df_{,}}{de}\right)de \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(22)$$

ex aequationibus vero

Digitized by Google

$$(23)\ldots\ldots\begin{cases}\rho\cos\Phi &= a\cos v - de\\ \rho\sin\Phi &= a\sqrt{(1-e^2)}.\sin v\\ \Phi_1 &= \frac{a^2n}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)}\\ n\tau+c &= v - e\sin v\\ a^3n^2 &= k\mu\end{cases}$$

prodibunt a, c et e tanquam functiones ipsarum Φ, ρ et Φ_1, unde differentiando et eliminando evadent

$$da = \left(\frac{da}{d\Phi}\right)d\Phi + \left(\frac{da}{dl\rho}\right)dl\rho + \left(\frac{da}{d\Phi_1}\right)d\Phi_1$$
$$dc = \left(\frac{dc}{d\Phi}\right)d\Phi + \left(\frac{dc}{dl\rho}\right)dl\rho + \left(\frac{dc}{d\Phi_1}\right)d\Phi_1$$
$$de = \left(\frac{de}{d\Phi}\right)d\Phi + \left(\frac{de}{dl\rho}\right)dl\rho + \left(\frac{de}{d\Phi_1}\right)d\Phi_1$$

quibus in (22) substitutis, elicitur

$$(24)\ldots\ldots\begin{cases}df = \left\{\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{d\Phi}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{d\Phi}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{d\Phi}\right)\right\}d\Phi+\left\{\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{dl\rho}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{dl\rho}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{dl\rho}\right)\right\}dl\rho\\ \qquad+\left\{\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{d\Phi_1}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{d\Phi_1}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{d\Phi_1}\right)\right\}d\Phi_1\end{cases}$$

et similes aequationes pro dlr et df_1.

Quum vero, posito $t = \tau$, aequationes (21), e quibus quotientes $\left(\frac{df}{da}\right)$, $\left(\frac{df}{dc}\right)$ etc. derivandi sunt, cum aequationibus (23) quae quotientes $\left(\frac{da}{d\Phi}\right)$, $\left(\frac{dc}{d\Phi}\right)$ etc. praebebunt, plane congruant, necesse est haberemus aequationes identicas, si ad laevam in (24) resp. $d\Phi$, $dl\rho$ et $d\Phi_1$ loco df, dlr et df_1 posuerimus, quare

$$\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{d\Phi}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{d\Phi}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{d\Phi}\right) = 1$$
$$\left(\frac{dl\rho}{da}\right)\left(\frac{da}{dl\rho}\right)+\left(\frac{dl\rho}{dc}\right)\left(\frac{dc}{dl\rho}\right)+\left(\frac{dl\rho}{de}\right)\left(\frac{de}{dl\rho}\right) = 1$$
$$\left(\frac{df_1}{da}\right)\left(\frac{da}{d\Phi_1}\right)+\left(\frac{df_1}{dc}\right)\left(\frac{dc}{d\Phi_1}\right)+\left(\frac{df_1}{de}\right)\left(\frac{de}{d\Phi_1}\right) = 1$$
$$\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{dl\rho}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{dl\rho}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{dl\rho}\right) = 0, \text{ etc.}$$

unde sequitur esse, facto $t = \tau$,

$$(25)\ldots\ldots\begin{cases}\left(\frac{df}{d\Phi}\right)=1;\ \left(\frac{df}{dl\rho}\right)=0;\ \left(\frac{df}{d\Phi_1}\right)=0\\ \left(\frac{dlr}{d\Phi}\right)=0;\ \left(\frac{dlr}{dl\rho}\right)=1;\ \left(\frac{dlr}{d\Phi_1}\right)=0\\ \left(\frac{df_1}{d\Phi}\right)=0;\ \left(\frac{df_1}{dl\rho}\right)=0;\ \left(\frac{df_1}{d\Phi_1}\right)=1\end{cases}$$

Itaque his valoribus nec non aequationibus (19) in (20) substitutis, emergunt

$$(26)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\left(\frac{d\xi}{d\Phi}\right) = -\rho\sin\Phi;\quad \left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right) = \rho\cos\Phi;\quad \left(\frac{d\xi}{d\Phi_1}\right) = 0\\ \left(\frac{d\eta}{d\Phi}\right) = \rho\cos\Phi;\quad \left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right) = \rho\sin\Phi;\quad \left(\frac{d\eta}{d\Phi_1}\right) = 0\end{cases}$$

21.

Differentiatis aequationibus

$$\xi = r\cos f,\quad \eta = r\sin f$$

secundum tempus, obtinetur

$$\xi_1 = \left(\frac{dr}{dt}\right)\cos f - \left(\frac{df}{dt}\right)r\sin f$$
$$\eta_1 = \left(\frac{dr}{dt}\right)\sin f + \left(\frac{df}{dt}\right)r\cos f$$

quae, quum sint

$$\left(\frac{dr}{dt}\right) = ane\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}};\quad \left(\frac{df}{dt}\right) = \frac{a^2n}{r^2}\sqrt{(1-e^2)}$$

abeunt in

$$\xi_1 = -\frac{an\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}}$$
$$\eta_1 = \frac{ane}{\sqrt{(1-e^2)}} + \frac{an\cos f}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

aequatio vero

$$f_1 = \frac{a^2n}{r^2}\sqrt{(1-e^2)}$$

praebet

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2)}} = \frac{a^2n}{r^2f_1}$$

unde

$$\xi_1 = -\frac{a^2n^2\sin f}{r^2f_1} = -\frac{k\mu\sin f}{r^2f_1}$$

Quantitas igitur ξ_1 est functio ipsarum f, r et f_1 absque elementis a, c et e, quare statim reperitur

$$d\xi_1 = -\frac{k\mu\cos f}{r^2f_1}df + 2\frac{k\mu\sin f}{r^3f_1}dlr + \frac{k\mu\sin f}{r^2f_1^2}df_1$$

hinc, eliminatis $k\mu$ et f_1, scriptaque τ loco t, evadit

$$(27)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots d\xi_1 = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos\Phi\,df + 2\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\sin\Phi\,dlr + \frac{\rho^2\sin\Phi}{a(1-e^2)}df_1$$

Digitized by Google

quae aequatio, ratione habita aequationum (25), differentialia partialia ipsius ξ_i respectu φ, $l\rho$ et φ_i, immediate praebet. Quum in valore ipsius η_i supra allato elementa a et e haud aeque facile eliminare liceat, ad ejus differentialia partialia respectu φ, $l\rho$ et φ_i obtinenda aliam viam ingrediamur necesse est. Si ex valoribus supra datis ipsarum ξ, ξ_i, η et η_i computatur quantitas $\xi\eta_i - \xi_i\eta$, qua praeterea opus est, facile invenitur

$$\xi\eta_i - \xi_i\eta = a^2 n\sqrt{(1-e^2)} = r^2 f_i$$

quae quantitas igitur functionem quoque ipsarum r et f_i absque elementis a, e et ε se praestat. Ideo differentiata praebet

$$d\eta_i = \frac{2r^2 f_i}{\xi}\,dlr + \frac{r^2}{\xi}\,df_i - \frac{\eta_i}{\xi}\,d\xi + \frac{\eta}{\xi}\,d\xi_i + \frac{\xi_i}{\xi}\,d\eta$$

quae, substitutis pro ξ, η, ξ_i, η_i, $d\xi$, $d\eta$ et $d\xi_i$ valoribus earum supra datis, mutatoque t in τ, facili opera *) abit in hanc

$$(28)\ldots\ldots d\eta_i = \frac{an\sin\varphi(e-\cos\varphi)}{\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}\,df + \frac{an(3+e\cos\varphi-2\cos^2\varphi)}{\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}\,dlr + \frac{\rho^2(2+e\cos\varphi-\cos^2\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)}\,df_i$$

Ope aequationum igitur (25) adipiscimur ex (27) et (28)

$$(29)\ldots\ldots\begin{cases}\left(\frac{d\xi_i}{d\varphi}\right) = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos\varphi, & \left(\frac{d\eta_i}{d\varphi}\right) = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{\sin\varphi(e-\cos\varphi)}{\cos\varphi}\\ \left(\frac{d\xi_i}{dl\rho}\right) = 2\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\sin\varphi, & \left(\frac{d\eta_i}{dl\rho}\right) = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{3+e\cos\varphi-2\cos^2\varphi}{\cos\varphi}\\ \left(\frac{d\xi_i}{d\varphi_i}\right) = \frac{\rho^2\sin\varphi}{a(1-e^2)} & \left(\frac{d\eta_i}{d\varphi_i}\right) = \frac{\rho^2(2+e\cos\varphi-\cos^2\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)}\end{cases}$$

Jam omnia praesto sunt, quae ad computationem ipsarum $(\varphi, l\rho)$, (φ, φ_i) et $(l\rho, \varphi_i)$ requiruntur, atque substitutis expressionibus (26) et (29) in formulis art. 19, post facilem reductionem, inveniuntur

$$(\varphi, l\rho) = 2a^2 n\sqrt{(1-e^2)} - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{e\rho}{\cos\varphi}$$
$$(\varphi, \varphi_i) = \rho^2$$
$$(l\rho, \varphi_i) = \frac{\rho^2\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)}$$

22.

Ad quantitates (φ, χ), etc. obtinendas differentientur expressiones (15) unde

$$\begin{aligned}d\alpha &= \beta\,d\omega - \alpha_i d\theta + \alpha_{ii}\sin\theta\,di\\ d\beta &= -\alpha\,d\omega - \beta_i d\theta + \beta_{ii}\sin\theta\,di\\ d\alpha_i &= \beta_i\,d\omega + \alpha\,d\theta - \alpha_{ii}\cos\theta\,di\\ d\beta_i &= -\alpha_i d\omega + \beta\,d\theta - \beta_{ii}\cos\theta\,di\\ d\alpha_{ii} &= \beta_{ii}\,d\omega + \sin\omega\cos i\,di\\ d\beta_{ii} &= -\alpha_{ii}\,d\omega + \cos\omega\cos i\,di\end{aligned}$$

Sed aequationes (16) subministrant

$$\begin{aligned}d\omega &= d\chi - \cos i\frac{\cos\omega}{\sin i}\,d\psi - \cos i\frac{\sin\omega}{\sin i}\,d\sigma\\ d\theta &= \frac{\cos\omega}{\sin i}\,d\psi + \frac{\sin\omega}{\sin i}\,d\sigma\\ di &= -\sin\omega\,d\psi + \cos\omega\,d\sigma\end{aligned}$$

unde

$$\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right) = \beta,\ \left(\frac{d\alpha}{d\psi}\right) = -\sin\theta\sin i,\ \left(\frac{d\alpha}{d\sigma}\right) = 0$$
$$\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right) = -\alpha,\ \left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) = 0,\ \left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) = \sin\theta\sin i$$
$$\left(\frac{d\alpha_i}{d\chi}\right) = \beta_i,\ \left(\frac{d\alpha_i}{d\psi}\right) = \cos\theta\sin i,\ \left(\frac{d\alpha_i}{d\sigma}\right) = 0$$
$$\left(\frac{d\beta_i}{d\chi}\right) = -\alpha_i,\ \left(\frac{d\beta_i}{d\psi}\right) = 0,\ \left(\frac{d\beta_i}{d\sigma}\right) = -\cos\theta\sin i$$
$$\left(\frac{d\alpha_{ii}}{d\chi}\right) = \beta_{ii},\ \left(\frac{d\alpha_{ii}}{d\psi}\right) = -\cos i,\ \left(\frac{d\alpha_{ii}}{d\sigma}\right) = 0$$
$$\left(\frac{d\beta_{ii}}{d\chi}\right) = -\alpha_{ii},\ \left(\frac{d\beta_{ii}}{d\psi}\right) = 0,\ \left(\frac{d\beta_{ii}}{d\sigma}\right) = \cos i$$

quare

$$\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right) + \alpha_i\left(\frac{d\beta_i}{d\chi}\right) + \alpha_{ii}\left(\frac{d\beta_{ii}}{d\chi}\right) = -1$$
$$\alpha\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) + \alpha_i\left(\frac{d\beta_i}{d\psi}\right) + \alpha_{ii}\left(\frac{d\beta_{ii}}{d\psi}\right) = 0$$
$$\alpha\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) + \alpha_i\left(\frac{d\beta_i}{d\sigma}\right) + \alpha_{ii}\left(\frac{d\beta_{ii}}{d\sigma}\right) = 0$$

*) Semel animadverto, reductiones algebraicas omnes quibus in hac commentatione opus est, ope formularum harum

$$1 = \frac{\rho}{a}\cdot\frac{1}{1-e^2} + \frac{\rho}{a}\cdot\frac{e\cos\varphi}{1-e^2}$$
$$1 = \frac{r}{a}\cdot\frac{1}{1-e^2} + \frac{r}{a}\cdot\frac{e\cos f}{1-e^2}$$

quae ex notis expressionibus ipsarum ρ et r facile derivantur, percommode absolvi posse.

Digitized by Google

In art. praeced. invenimus

$$\xi\eta_{,} - \xi_{,}\eta = r^2 f,$$

unde

$$\frac{d.(\xi\eta_{,} - \xi_{,}\eta)}{d\varphi} = 0$$

$$\frac{d.(\xi\eta_{,} - \xi_{,}\eta)}{d\,l\rho} = 2\rho^2\varphi_{,} = 2a^2n\sqrt{(1-e^2)}$$

$$\frac{d.(\xi\eta_{,} - \xi_{,}\eta)}{d\varphi_{,}} = \rho^2$$

Aequationes igitur praecedentes una cum formulis art. 19 praebent

$$(\varphi,\chi) = 0,\ (\varphi,\psi) = 0,\ (\varphi,\sigma) = 0,\ (l\rho,\chi) = -2a^2n\sqrt{(1-e^2)}$$
$$(l\rho,\psi) = 0,\ (l\rho,\sigma) = 0,\ (\varphi_{,},\chi) = -\rho^2$$
$$(\varphi_{,},\psi) = 0,\ (\varphi_{,},\sigma) = 0$$

denique formulae art. 19, si quotientes differentiales in hoc articulo evoluti substituti fuerint, subministrabunt

$$(\chi,\psi) = 0,\ (\chi,\sigma) = 0,\ (\psi,\sigma) = -a^2n\sqrt{(1-e^2)}.$$

23.

Ope valorum ipsarum $(\varphi, l\rho)$, $(\varphi, \varphi_{,})$ etc. etc. in artt. praec. inventorum, aequationes (6) praebent, si insuper pro $k\mu$ ponitur valor ejus a^3n^2,

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)dt = \left(2a^2n\sqrt{(1-e^2)} - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{e\rho}{\cos\varphi}\right)d\,l\rho + \rho^2 d\varphi_{,}$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\,l\rho}\right)dt = -\left(2a^2n\sqrt{(1-e^2)} - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{e\rho}{\cos\varphi}\right)d\varphi + \frac{\rho^3\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)}d\varphi_{,} - 2a^2n\sqrt{(1-e^2)}\,d\chi$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)dt = -\rho^2 d\varphi - \frac{\rho^3\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)}d\,l\rho - \rho^2 d\chi$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)dt = 2a^2n\sqrt{(1-e^2)}\,d\,l\rho + \rho^2 d\varphi_{,}$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)dt = -a^2n\sqrt{(1-e^2)}\,d\sigma$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right)dt = a^2n\sqrt{(1-e^2)}\,d\psi$$

Hinc eliminatione perfacili, et ponendo $\rho\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)$ loco $\left(\frac{d\Omega}{d\,l\rho}\right)$ obtinentur

$$d\varphi = \frac{a^2n\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}{e}\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)dt - \frac{an\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{e\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)dt - 2\frac{a^4n^2(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)dt$$

$$d\,l\rho = \frac{a^2n\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}{e\rho}\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right\}dt$$

$$d\varphi_{,} = 2\frac{a^4n^2(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)dt + \left\{\frac{a^3n^2}{\rho^2} - 2\frac{a^4n^2(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3}\right\}\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)dt$$

$$d\chi = \frac{an\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{e\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)dt - \frac{a^2n\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}{e}\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)dt + \left\{2\frac{a^4n^2(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3} - \frac{a^3n^2}{\rho^2}\right\}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)dt$$

$$d\psi = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right)dt$$

$$d\sigma = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)dt$$

Quibus aequationibus integratis, secundum theorema art. 9 valor verus perturbatus anomaliae verae obtinetur, si in valore ipsius φ, et valor verus perturbatus logarithmi hyperbolici radii vectoris, si in valore ipsius $l\rho$ mutatur τ in t. Valores ipsarum χ, ψ et σ ex posterioribus tribus harum aequationum prodituri situm orbitae in spatio determinant, aequatio vero pro φ, ad efficiendas integrationes ceterarum aequationum tantum inservit.

24.

Ad locum planetae in orbita determinandum apta est quantitas λ, quae ita cum quantitatibus φ et χ juncta sit, ut habeatur

$$\lambda = \varphi + \chi \quad \text{unde } \varphi_{,} = \lambda_{,}$$

si per $\lambda_{,}$ designatur differentiale ipsius λ respectu τ per $d\tau$ divisum. Considerando vero Ω tum tanquam functionem ipsarum φ, $\varphi_{,}$, et χ, tum tanquam functionem ipsarum λ, $\lambda_{,}$ et χ, habetur

$$d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)d\varphi + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)d\varphi_{,} + \left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)d\chi$$
$$= \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)d\lambda + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)d\lambda_{,} + \left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)d\chi$$

e qua ope aequationum

$$d\lambda = d\varphi + d\chi,\quad d\varphi_{,} = d\lambda_{,}$$

emergunt

Digitized by Google

$$\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_,}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\chi_,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$$

quarum sinistrae partes pro functionibus ipsarum φ, $\varphi_,$ et χ, dextrae vero pro functionibus ipsarum λ, $\lambda_,$ et χ habentur. Loco aequationum art. praec. pro $d\varphi$, dl_φ et $d\varphi_,$ igitur nanciscimur has

$$(30)\quad \begin{cases} d\lambda &= -\dfrac{an\sin\varphi\,(2+e\cos\varphi)}{e\sqrt{(1-e^2)}}\left(\dfrac{d\Omega}{d\chi}\right)dt - \dfrac{a^3n^2}{\rho^2}\left(\dfrac{d\Omega}{d\lambda_,}\right)dt \\ d\lambda_, &= \left\{\dfrac{a^3n^2}{\rho^2} - 2\dfrac{a^4n^2(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3}\right\}\left(\dfrac{d\Omega}{d\chi}\right)dt + \dfrac{a^3n^2}{\rho^2}\left(\dfrac{d\Omega}{d\lambda}\right)dt \\ dl_\varphi &= \dfrac{a^2n\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}{e\rho}\left(\dfrac{d\Omega}{d\chi}\right)dt \end{cases}$$

Denotantibus ν longitudinem veram in orbita, s sinum latitudinis supra planum fixum ipsarum xy et l longitudinem veram ad idem planum reductam, ex art. 16 habemus

$$s = \sin i \sin(\nu-\theta)$$
$$tg(l-\theta) = tg(\nu-\theta)\cos i$$

Sed posito

$$\nu_, = \int d\lambda$$

quoties in dextro hujus aequationis membro post integrationem τ in t mutatur, erit

$$\nu_, = f + \chi$$

Quum vero sit

$$\nu = f + \omega + \theta$$

aequationes hae praebent

$$\nu = \nu_, + \omega + \theta - \chi$$

et aequationes supra allatae transeunt in has

$$s = \sin i \sin(\nu_, - (\chi-\omega))$$
$$tg(l-\theta) = tg(\nu_, - (\chi-\omega))\cos i$$

quae, introductis quantitatibus p et q per has aequationes determinandis

$$\left.\begin{aligned} p &= \sin i \sin(\chi-\omega) \\ q &= \sin i \cos(\chi-\omega) \end{aligned}\right\} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots(31)$$

facile mutantur in has

$$s = q\cos\nu_, - p\sin\nu_,$$
$$l = \nu_, + \omega - \chi + \theta + arc.\,tg\left\{\frac{2pq\cos 2\nu_, + (p^2-q^2)\sin 2\nu_,}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2 + 2pq\sin 2\nu_, - (p^2-q^2)\cos 2\nu_,}\right\}$$

25.

Quantitates p et q ope ψ et σ sequenti modo exprimuntur. Differentiatae aequationes (31) praebent

$$dp = \cos i \sin(\chi-\omega)\,di + \sin i \cos(\chi-\omega)\,(d\chi - d\omega)$$
$$dq = \cos i \cos(\chi-\omega)\,di - \sin i \sin(\chi-\omega)\,(d\chi - d\omega)$$

Sed ex aequationibus (16) emergunt

$$(32)\quad \begin{cases} d\chi - d\omega &= \cos i\,\dfrac{\cos\omega}{\sin i}\,d\psi + \cos i\,\dfrac{\sin\omega}{\sin i}\,d\sigma \\ di &= -\sin\omega\,d\psi + \cos\omega\,d\sigma \end{cases}$$

quibus praecedentes aequationes abeunt in

$$\left.\begin{aligned} dp &= \cos i\cos\chi\,d\psi + \cos i\sin\chi\,d\sigma \\ dq &= -\cos i\sin\chi\,d\psi + \cos i\cos\chi\,d\sigma \end{aligned}\right\} \quad\ldots\ldots(33)$$

Quantitates dp et dq commode quoque per vim perturbantem ipsam exprimuntur. Quem in finem substituantur loco $d\psi$ et $d\sigma$ valores earum ex art. 23, unde prodit

$$\left.\begin{aligned} dp &= \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\cos i\cos\chi\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right) - \cos i\sin\chi\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)\right\}dt \\ dq &= -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\cos i\sin\chi\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right) + \cos i\cos\chi\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)\right\}dt \end{aligned}\right\} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots(34)$$

Sed habita Ω tum pro functione ipsarum p et q, tum pro functione ipsarum ψ et σ, erit

$$d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)dp + \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)dq = \left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)d\psi + \left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right)d\sigma$$

quae aequatio, habita ratione aequationum (33), praebet

$$\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right) = \cos i\cos\chi\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) - \cos i\sin\chi\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right) = \cos i\sin\chi\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) + \cos i\cos\chi\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$$

substitutis his valoribus in aequationibus (34), emergunt

$$dp = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos^2 i\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)dt$$
$$dq = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos^2 i\left(\frac{d\Omega}{dp}\right)dt$$

Quantitas $\omega - \chi + \theta$ in ultima formula art. praec. occurrens per p et q exprimi potest. Prima aequatio (32) una cum

$$d\theta = \frac{\cos\omega}{\sin i}\,d\psi + \frac{\sin\omega}{\sin i}\,d\sigma$$

Digitized by Google

praebet

$$d(\omega-\chi+\theta) = (1-\cos i)\left\{\frac{\cos\omega}{\sin i}\,d\psi + \frac{\sin\omega}{\sin i}\,d\sigma\right\}$$

sed aequationes (33) subministrant

$$d\psi = \frac{\cos\chi}{\cos i}\,dp - \frac{\sin\chi}{\cos i}\,dq$$

$$d\sigma = \frac{\sin\chi}{\cos i}\,dp + \frac{\cos\chi}{\cos i}\,dq$$

quibus praecedens abit in hanc

$$d(\omega-\chi+\theta) = \frac{\sin i\cos(\chi-\omega)\,dp - \sin i\sin(\chi-\omega)\,dq}{(1+\cos i)\cos i}$$

unde fit, ope aequationum (31)

$$d(\omega-\chi+\theta) = \frac{q\,dp - p\,dq}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]\sqrt{(1-p^2-p^2)}}$$

Quae aequationes omnes cum iis quas in commentatione: Disquisitiones continuatae etc. inscripta inveneram plane congruunt.

26.

Licet per aequationes hic evolutas, quae λ et $l\varrho$ praebent, situs planetae in orbita sua semper accuratissime determinari possit, transformatio tamen harum coordinatarum ad aequationes perducit, quibus non modo computatio perturbationum commodius absolvitur, sed quae insuper ad novam aptioremque tabularum motum planetarum heliocentricum exhibentium formam viam muniunt.

Qualescunque sunt coordinatae novae, quas s atque w denotabo, certo pro functionibus ipsarum ν, atque r, sive, id quod idem est, s atque w pro functionibus ipsarum ν, atque lr habendae sunt. Ideo vice versa ν, atque lr functiones ipsarum s atque w erunt. Quare accipiam esse

$$\nu = \Pi(s, w)$$
$$lr = \Gamma(s, w)$$

denotantibus Π et Γ functiones quasdam. Considerando vero loco ipsarum s atque w functiones ζ atque β, quae illis plane anologae eo tantum discrepent, quod in valoribus earum pure ellipticis τ loco t inest, secundum praecedentia manifestum est, easdem expressiones, quibus s atque w cum ipsis ν, atque lr junguntur, praebituras esse ζ atque β per λ atque $l\varrho$ et vice versa, nec non his ipsis expressionibus, quoties λ, $l\varrho$ et cetera elementa variabilia spectantur et post integrationes peractas τ in t mutatum fuerit, valores veros perturbatos ipsarum s et w compertum iri tales, quales ex valoribus perturbatis ipsarum ν, et lr immediate essent proditurі. Sunt igitur

$$\lambda = \Pi(\zeta, \beta)$$
$$l\varrho = \Gamma(\zeta, \beta)$$

Differentiatis his aequationibus tum respectu τ tum respectu t, elicitur

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right) = \Pi'(\zeta,\beta)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) + \Pi_{,}(\zeta,\beta)\left(\frac{d\beta}{dt}\right)$$
$$\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) = \Pi'(\zeta,\beta)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) + \Pi_{,}(\zeta,\beta)\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$$
$$\left(\frac{d\,l\varrho}{dt}\right) = \Gamma'(\zeta,\beta)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) + \Gamma_{,}(\zeta,\beta)\left(\frac{d\beta}{dt}\right)$$
$$\left(\frac{d\,l\varrho}{d\tau}\right) = \Gamma'(\zeta,\beta)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) + \Gamma_{,}(\zeta,\beta)\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$$

ubi Π' et $\Pi_{,}$ quotientes differentiales ipsius Π, et Γ' atque $\Gamma_{,}$ quotientes differentiales ipsius Γ, resp. respectu ζ atque β denotant. Eliminatis Π' et Γ' inter has aequationes, emergunt

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) = \Pi_{,}(\zeta,\beta)\left\{\left(\frac{d\beta}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)\right\}$$
$$\left(\frac{d\,l\varrho}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\,l\varrho}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) = \Gamma_{,}(\zeta,\beta)\left\{\left(\frac{d\beta}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)\right\}$$

quae igitur formulae, in transformatione coordinatarum casus omnes qui accidere possunt amplectenti, generaliter valent. Ut vero formulas adipiscamur, quae a functionibus arbitrariis liberae sunt, casus quem adhuc consideravimus restringatur, oportet. Sint itaque $\Pi_{,}(\zeta,\beta) = 0$ atque $\Gamma_{,}(\zeta,\beta) = 1$, unde praecedentes aequationes abeunt in has

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) = 0$$
$$\left(\frac{d\,l\varrho}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\,l\varrho}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) = \left(\frac{d\beta}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)$$

quae facili opera transformantur in has

$$(35)\quad \begin{cases} \dfrac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} = \dfrac{\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)} \\ \left(\frac{d\beta}{dt}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\dfrac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} = \dfrac{\left(\frac{d\,l\varrho}{dt}\right)\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\,l\varrho}{d\tau}\right)\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)} \end{cases}$$

Digitized by Google

quarum dextrae partes functiones ipsarum λ et $l\rho$ sunt, quae quantitates datae spectantur, sinistrae vero partes incognitas ζ et β tantum continent. Aequationes vero $\Pi,(\zeta,\beta) = 0$ atque $\Gamma,(\zeta,\beta) = 1$, probant haberi

$$\lambda = \Pi(\zeta)$$
$$l\rho = \Gamma(\zeta) + \beta$$

quae vice versa praebent

$$\zeta = P(\lambda)$$
$$\beta = G(\lambda) + l\rho$$

denotantibus P et G functiones inversas ipsarum Π et Γ. Quoties igitur transformatio coordinatarum ita perficitur, ut formulis praecedentibus, ubi $P(\lambda)$ et $G(\lambda)$ sunt functiones quaecunque ipsius λ, satisfaciat, aequationes (35) semper locum habent. Si loco primae harum aequationum ejus differentiale respectu τ in calculum vocatur, et ponantur

$$T = \frac{\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau\,dt}\right)\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) - \left(\frac{d^2\lambda}{d\tau}\right)\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^2}$$

$$R = \frac{\left(\frac{d\,l\rho}{dt}\right)\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\,l\rho}{d\tau}\right)\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)}$$

sunt T atque R functiones ipsarum λ atque $l\rho$, quarum altera alteri fere similis est, quas ante omnia evolvi oportet.

27.

Quantitates $\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau^2}\right)$ et $\left(\frac{d\,l\rho}{d\tau}\right)$ quas expressiones ipsarum T et R continent, duplici modo in calculum vocari possunt. Aut aequationes illis art. 23 plane similes pro differentialibus earum respectu temporis evolvi possunt, quae per integrationem quantitates ipsas praebebunt, aut quantitates eae nec non $\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)$ tamquam functiones ipsarum φ, ρ, φ_1, etc. spectari possunt, quarum valores perturbatos nancisceris, si in earum expressionibus pure ellipticis loco φ, ρ, φ_1 etc. valores perturbatos harum quantitatum substitueris. Methodus posterior in finem eum quem hic persequor illa aptior est, et optimo jure applicari potest, licet expressio ipsius T quantitatem $\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau^2}\right)$ contineat, cujus significatio in motu perturbato secundum art. 10 a significatione in motu imperturbato differt; sed quoniam expressio ipsius T antequam ζ ex ea deducitur, respectu ipsius τ integranda est, ea quae in fine art. 10 de $\frac{d^2\varphi}{d\tau^2}$ exposui huc referri possunt, et significationes ejus in utroque motus genere diversae hoc loco nullam vim habent. Quibus positis, juxta formulas notas ad motum ellipticum pertinentes in expressionibus pro T et R ponenda sunt

$$\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) = \frac{a^2 n}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)}$$
$$\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau^2}\right) = -2\frac{a^3 n^2}{\rho^3}\,e\,\sin\varphi$$
$$\left(\frac{d\,l\rho}{d\tau}\right) = \frac{an}{\rho}\frac{e\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

Jam quum formulae (30) quantitates $\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)$, $\left(\frac{d\,l\rho}{dt}\right)$ et $\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau\,dt}\right)$ sive $\left(\frac{d\lambda_1}{dt}\right)$ immediate praebeant, omnia quae ad computationem ipsarum T et R requiruntur praesto sunt et facili opera inveniuntur

$$T = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\right\} - 2\frac{n\rho(2e+\cos\varphi+e^2\cos\varphi)}{e(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) - 2\frac{a^2n^2e\,\sin\varphi}{\rho(1-e^2)}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)$$

$$R = \frac{n\rho(2e+\cos\varphi+e^2\cos\varphi)}{e(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) + \frac{a^2n^2e\,\sin\varphi}{\rho(1-e^2)}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)$$

Quae expressiones jam insignem monstrant relationem inter T et R quam alibi dedi. Nam posita aequatione hac

$$(36)\ldots\ldots\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\right\} = d\,lh$$

aequationes praecedentes praebent hanc

$$(37)\ldots\ldots\ldots\ldots 2R + T = d\,lh$$

quae aequatio, quum sit

$$T = \frac{d.\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}}{d\tau}$$

$$R = \left(\frac{d\beta}{dt}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}$$

abit in

$$2\left(\frac{d\beta}{dt}\right) - 2\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} + \frac{d.\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}}{d\tau} = d\,lh$$

cujus integrale est

$$2\beta + l\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - lh = \psi(\zeta)\ldots\ldots\ldots(38)$$

Digitized by Google

designante $\psi(\zeta)$ functionem arbitrariam ipsius ζ, sicut in theoria Jovis atque Saturni jam demonstravi. Quod igitur integrale non modo in casu eo valet, ubi ζ longitudo media perturbata repraesentat, sed generaliter valet, manentibus Π et Γ functiones quascunque ipsius ζ. Functio vero ψ e functionibus Π et Γ pendet et vice versa assumto ad lubitum valore ipsius ψ, functiones Π et Γ penitus arbitrariae spectari nequeunt.

Expressiones pro T et R supra datae adjumento aequationum art. 23 semper integrari possunt, ut vero ex T et R quantitates ζ et β eliciantur, $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ et $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ requiruntur, quae computari nequeunt, nisi functiones Π et Γ sint datae.

28.

Jam sit nobis negotium primum expressiones pro T et R in art. praec. inventas ita exhibere, ut functiones ipsius τ quas cohibent explicite adstent, id quod fit introducendo quotientes differentiales ipsius Ω respectu ν, et r loco quotientium respectu χ, λ et $\lambda_{,}$. Habita Ω tum pro functione ipsarum $\nu_{,}$, r, θ et i, tum pro functione ipsarum λ, ρ, $\lambda_{,}$, χ, p et q erit

$$(39)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{d\nu_{,}}\right)d\nu_{,} + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)dr + \left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)d\theta + \left(\frac{d\Omega}{di}\right)di \\ d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)d\lambda + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)d\rho + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)d\lambda_{,} + \left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)d\chi + \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)dp + \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)dq \end{cases}$$

sed aequationes (23) differentiatae praebent

$$\begin{aligned} d\varphi &= \left(\frac{d\varphi}{da}\right)da + \frac{a^2}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)}\,dc + \left(\frac{1}{1-e^2}+\frac{a}{\rho}\right)\sin\varphi\,de \\ d\lambda &= \left(\frac{d\lambda}{da}\right)da + \frac{a^2}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)}\,dc + \left(\frac{1}{1-e^2}+\frac{a}{\rho}\right)\sin\varphi\,de + d\omega + \cos i\,d\theta \\ d\rho &= \left(\frac{d\rho}{da}\right)da + ae\frac{\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}}dc - a\cos\varphi\,de \\ d\lambda_{,} &= \left(\frac{d\lambda_{,}}{da}\right)da - 2\frac{a^3n}{\rho^2}e\sin\varphi\,dc + \left\{2\frac{a^3n}{\rho^2}\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)} - \frac{a^2ne}{\rho^2\sqrt{(1-e^2)}}\right\}de \end{aligned}$$

ex quibus mutato τ in t evadunt

$$\begin{aligned} d\nu_{,} &= \left(\frac{d\nu_{,}}{da}\right)da + \frac{a^2}{r^2}\sqrt{(1-e^2)}\,dc + \left(\frac{1}{1-e^2}+\frac{a}{r}\right)\sin f\,de + d\omega + \cos i\,d\theta \\ dr &= \left(\frac{dr}{da}\right)da + ae\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}}dc - a\cos f\,de \end{aligned}$$

porro ex aequationibus (16) et ex initio art. 25 habetur

$$\begin{aligned} d\chi &= d\omega + \cos i\,d\theta \\ dp &= \cos i\sin(\chi-\omega)\,di + \sin i\cos i\cos(\chi-\omega)\,d\theta \\ dq &= \cos i\cos(\chi-\omega)\,di - \sin i\cos i\sin(\chi-\omega)\,d\theta \end{aligned}$$

quibus differentialium valoribus in (39) substitutis, invenientur, si termini per eadem differentialia multiplicati aequati erunt, aequationes hae

$$(40)..\begin{cases} \left(\frac{d\Omega}{d\nu_{,}}\right)\left(\frac{d\nu_{,}}{da}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{dr}{da}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{da}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\left(\frac{d\rho}{da}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left(\frac{d\lambda_{,}}{da}\right) \\ \left(\frac{d\Omega}{d\nu_{,}}\right)\frac{a^2}{r^2}\sqrt{(1-e^2)}+\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)ae\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}} = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\frac{a^2}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)}+\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\frac{ae\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}}-\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)2\frac{a^3n}{\rho^3}e\sin\varphi \\ \left(\frac{d\Omega}{d\nu_{,}}\right)\left(\frac{1}{1-e^2}+\frac{a}{r}\right)\sin f-\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)a\cos f = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{1}{1-e^2}+\frac{a}{\rho}\right)\sin\varphi-\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)a\cos\varphi+\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left\{2\frac{a^3n}{\rho^3}\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}-\frac{a^2ne}{\rho^2\sqrt{(1-e^2)}}\right\} \\ \left(\frac{d\Omega}{d\nu_{,}}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) \\ \left(\frac{d\Omega}{d\nu_{,}}\right)\cos i+\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\cos i+\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)\cos i+\left(\frac{d\Omega}{dp}\right)\sin i\cos i\cos(\chi-\omega)-\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)\sin i\cos i\sin(\chi-\omega) \\ \left(\frac{d\Omega}{di}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)\cos i\sin(\chi-\omega)+\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)\cos i\cos(\chi-\omega) \end{cases}$$

Digitized by Google

Multiplicata secunda harum aequationum per $\cos\varphi$, tertia per $\frac{e\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}}$, additisque productis, facili opera invenitur

$$\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)\left\{\frac{\cos\varphi}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}+\frac{e\cos(f-\varphi)}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}+\frac{ae\cos(f-\varphi)}{r\sqrt{(1-e^2)}}\right\}+r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\frac{ae\sin(f-\varphi)}{r\sqrt{(1-e^2)}}=\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\frac{2e+\cos\varphi+e^2\cos\varphi}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}-\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\frac{a^2ne^2\sin\varphi}{\rho^2(1-e^2)}$$

sed quarta aequatio praebet

$$\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)-\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)$$

Quo valore ipsius $\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$ in aequatione praecedenti substituto, dextrum ejus membrum abit in

$$-R\frac{e}{\rho n}+\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)\frac{2e+\cos\varphi+e^2\cos\varphi}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}$$

itaque, quum $1+e\cos\varphi=\frac{a(1-e^2)}{\rho}$ et $f-\varphi=v_{,}-\lambda$, fit

$$(41)\ldots\ldots R=-\left\{\frac{\rho}{r}\cos(v_{,}-\lambda)-1+\frac{\rho}{a(1-e^2)}[\cos(v_{,}-\lambda)-1]\right\}\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)-\frac{\rho}{r}\sin(v_{,}-\lambda)\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$$

hinc, et quum sit $\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)$ aequationes (36) et (37) subministrant statim

$$(42)\ldots T=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)+2\left\{\frac{\rho}{r}\cos(v_{,}-\lambda)-1+\frac{\rho}{a(1-e^2)}[\cos(v_{,}-\lambda)-1]\right\}\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)+2\frac{\rho}{r}\sin(v_{,}-\lambda)\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$$

quae aequationes cum illis congruunt, quas alibi ad determinandas perturbationes longitudinis mediae et logarithmi radii vectoris dedi, sed hoc loco demonstratum est, easdem semper locum habere, quomodocunque functiones $\Pi(\zeta)$ et $\Gamma(\zeta)$ compositae sunt.

Ad solutionem problematis ζ et β in genere determinandi complendam restat, ut constans, quae integrali $\int T d\tau$ adjicienda est, definiatur. Mutato τ in t, secunda vel tertia et quarta aequationum (40) solo intuitu probant fieri

$$\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)=0,\quad\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)=0$$

Itaque prima aequationum (30) monstrat, fieri $\frac{d\lambda}{dt}=0$ quoties τ in t mutatur, sed

$$\int T d\tau=\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}=\frac{\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)}$$

ergo necesse est habeamus

$$\int T d\tau=0$$

quoties in hoc integrale τ in t mutatur, quae conditio constantem huic integrationi adjiciendam, quae functio ipsius t esse potest, plane determinat.

29.

Perscrutemur quid quantitas in art. 27 h denotata et per aequationem hanc

$$dih=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)\right\}dt=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)dt$$

determinanda, designet. Multiplicata secunda aequationum (30) per ρ^2, tertia per $2a^2n\sqrt{(1-e^2)}$, additisque productis, invenitur, propter $a^2n\sqrt{(1-e^2)}=\rho^2\lambda_{,}$

$$a^2n^2\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\right\}dt=\rho^2d\lambda_{,}+2\rho^2\lambda_{,}d\lg\rho=d.\lambda_{,}\rho^2$$
$$=d.a^2n\sqrt{(1-e^2)}$$

sive

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)dt=d.l.a^2n\sqrt{(1-e^2)}$$

itaque

$$const.\times h=a^2n\sqrt{(1-e^2)}$$

et si constans haec aequalis $\sqrt{(k\mu)}$ ponatur, h radicem quadraticam ex semiparametro denotat.

Quantitate ζ inventa, aequatio (38) ad computationem quantitatis w absque cognitione ipsius h inservire potest. Nam quum h sit quantitas ab ipsa τ libera, aequatio (38) respectu ipsius τ differentiata praebet

$$\frac{d\beta}{d\tau}=\tfrac{1}{2}\frac{d.\psi(\zeta)}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{d\tau}-\tfrac{3}{2}\frac{\frac{d^2\zeta}{d\tau^2}}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}$$

sed quum secundum art. 11 habeatur

$$\overline{\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)}=\frac{dw}{dt}\text{ et }\overline{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}=\frac{dz}{dt}$$

ubi linea superscripta denotat τ in t mutandum esse, aequatio praecedens fit

$$\frac{dw}{dt}=\tfrac{1}{2}\frac{d.\psi(z)}{dz}\cdot\frac{dz}{dt}-\tfrac{3}{2}\frac{\overline{\left(\frac{d^2\zeta}{d\tau^2}\right)}}{\frac{dz}{dt}}$$

a qua integrata emergit

$$w=const.+\tfrac{1}{2}\psi(z)-\tfrac{3}{2}\int\frac{\overline{\left(\frac{d^2\zeta}{d\tau^2}\right)}}{\frac{dz}{dt}}dt$$

ubi constans adjecta vera constans est.

Digitized by Google

30.

In commentatione pluries memorata expressiones illas (41) et (42) pro T et R ex consideratione perturbationum longitudinis mediae derivaveram, hoc vero loco hic casus specialis et sine dubio simplicissimus ex generaliori casu, quem adhuc consideravimus, deducendus est. Quum habeamus

$$(43)\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\lambda &= \Pi(\zeta)\\ l\rho &= \Gamma(\zeta)+\beta\end{cases}$$

ubi functiones Π et Γ penitus arbitrariae sunt, ad lubitum aequationes inter ζ atque $\Pi(\zeta)$ et $\Gamma(\zeta)$ statuere nobis licet. Ideo accipio esse

$$(44)\ldots\ldots\begin{cases}(n)\zeta^2 + (c) &= \bar v - (e)\sin\bar v\\ \bar\varrho\cos\bar\varphi &= (a)\cos\bar v - (a)(e)\\ \bar\varrho\sin\bar\varphi &= (a)\sqrt{(1-(e)^2)}\cdot\sin\bar v\end{cases}$$

ubi (a), (n), (c) et (e) constantes atque $\bar v$ angulus auxiliaris est. Sunt igitur $\bar\varrho$ atque $\bar\varphi$ functiones solius variabilis ζ, et aequationes praecedentes non minus quam innumerae aliae aequationes conditioni requisitae respondent. Praeterea nihil refert, quosnam valores constantibus (a), (n), (c) et (e) tribuamus, adeo ad lubitum sive $\Pi(\zeta)=\bar\varphi$ et $\Gamma(\zeta)=\bar\varrho$, sive $\Pi(\zeta)=\bar\varrho$ et $\Gamma(\zeta)=\bar\varphi$ statuere licet, modo quantitates $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ et $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ ita computentur, ut his hypothesibus respondeant. Ut vero solutio simplicissima investigetur, ponam

$$(45)\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\Pi(\zeta) &= \bar\varphi + (\chi)\\ \Gamma(\zeta) &= \bar\varrho + \delta\end{cases}$$

denotantibus (χ) et δ constantes quasdam. Jam aequationes (43) una cum praecedentibus praebent

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{\frac{d\lambda}{d\tau}}{\frac{d.\Pi(\zeta)}{d\zeta}} = \frac{\frac{d\lambda}{d\tau}}{\frac{d\bar\varphi}{d\zeta}}$$

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{dl\rho}{d\tau} - \frac{d.\Gamma(\zeta)}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{dl\rho}{d\tau} - \frac{dl\bar\varrho}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{d\tau}$$

Sunt vero notae aequationes hae

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = \frac{a^2n}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)},\qquad \frac{dl\rho}{d\tau} = \frac{an}{\rho}\cdot\frac{e\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

et simili modo aequationes (44) suppeditabunt

$$\frac{d\bar\varphi}{d\zeta} = \frac{(a)^2(n)}{\bar\varrho^2}\sqrt{(1-(e)^2)},\qquad \frac{dl\bar\varrho}{d\zeta} = \frac{(a)(n)}{\bar\varrho}\cdot\frac{(e)\sin\bar\varphi}{\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

unde

$$(46)\ldots\ldots\begin{cases}\frac{d\zeta}{d\tau} &= \frac{\bar\varrho^2 a^2 n\sqrt{(1-e^2)}}{\rho^2(a)^2(n)\sqrt{(1-(e)^2)}}\\ \frac{d\beta}{d\tau} &= \frac{an\,e\sin\varphi}{\rho\sqrt{(1-e^2)}} - \frac{\bar\varrho\, a^2 n(e)\sin\bar\varphi\sqrt{(1-e^2)}}{\rho^2(a)\sqrt{(1-(e)^2)}}\end{cases}$$

31.

Constantes (a), (n), (c), (e) nec non constantes quae alio modo ipsi ζ inesse possent in art. praec. quaecunque fuerunt. Nunc vero accipio esse (a), (n), (c), (e) resp. valores ipsarum a, n, c, e, si vires perturbantes evanescunt, hoc est si massae m', m'', etc. cifrae aequales statuuntur, aequationes igitur (46) praebent sub hac conditione

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{\bar\varrho^2}{(\rho)^2}$$

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{(a)(n)(e)\sin(\varphi)}{(\rho)\sqrt{(1-(e)^2)}} - \frac{\bar\varrho(a)(n)(e)\sin\bar\varphi}{(\rho)^2\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

denotantibus (ρ) et (φ) valores ipsarum ρ et φ si vires perturbantes evanescunt. In his aequationibus constantes quae ipsi ζ inesse possent si vires perturbantes evanescunt adhuc indeterminatae quidem sunt, sed non penitus arbitrariae. Quae enim constantes ita determinari debent, ut aequationi praecedenti pro $\frac{d\zeta}{d\tau}$ satisfaciant. Statuta vero, si vires perturbantes desunt, aequatione hac $\zeta=\tau$, habemus $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)=1$, et quum tum fiat

$$\bar\varrho = (\rho)$$

aequatio praecedens quoque praebet

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = 1$$

aequatio igitur

$$\zeta = \tau$$

si vires perturbantes evanescunt, optimo jure statui potest. Quum praeterea hoc in casu sit $\bar\varphi=(\varphi)$, aequatio praecedens pro $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ praebet

$$\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right) = 0.$$

Ergo, his omnibus hypothesibus valentibus in approximatione prima ad integralia expressionum (41) et (42) poni debet

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = 1,\quad \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right) = 0$$

unde

$$T = \frac{d^2\zeta}{d\tau\,dt},\qquad R = \frac{d\beta}{dt}$$

Ad approximationes secundam et ulteriores perficiendas quantitatibus $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ et $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ valores ii attribuendi sunt, qui ex aequationibus (46) emergunt, sed his ipsis aequationibus opus non est. Nam quum approximatio prima ipsas ζ et β per t et τ immediate expressas praebitura sit, hae expressiones postquam respectu ipsius τ differentiatae fuerint,

Digitized by Google

valores ipsarum $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ et $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ quales in approximatione secunda adhibendi erunt, statim suppeditabunt. Eodem modo approximatio secunda valores eos harum quantitatum, quibus ad approximationem tertiam absolvendam opus erit, praebebunt, et sic porro.

Restat ut constantes (χ) et δ determinentur. Quum aequationes (43), (44) et (45) valores inperturbatos ipsarum λ et $l\varrho$ suppeditare debeant, si vires perturbantes evanescunt, quumque in hoc casu sit $\zeta = \tau$, facile concluditur esse (χ) valori inperturbato ipsius χ, et δ cifrae aequalem, siquidem constans arbitraria integrali $\int d\beta$ addenda cifrae aequalis ponatur. Quoties planetae orbita ad planum quoddam fixum refertur, est

$$(\chi) = (\omega) + (\theta)$$

nec non constantes perturbationibus ipsarum p, q et $\omega - \chi + \theta$, art. 24 addendae resp. sunt

$$\begin{aligned} (p) &= \sin(i)\sin(\theta) \\ (q) &= \sin(i)\cos(\theta) \\ (\omega) - (\chi) + (\theta) &= 0 \end{aligned}$$

denotantibus (ω), (i) et (θ) valores ipsarum ω, i et θ qui existunt, si vires perturbantes evanescunt. Quomodo constantes hae se habeant, quoties orbita ad planum quoddam mobile referatur, in huius libri Nr. 244 seqq. copiose explicavi.

Mutato τ in t in aequationibus (43), (44) et (45), emergunt ad valores perturbatos ipsarum ν, et lr computandos aequationes hae

$$\begin{aligned} (a)^3(n)^2 &= k\mu \\ (n)z + (c) &= \bar{u} - (e)\sin\bar{u} \\ \bar{r}\cos\bar{f} &= (a)\cos\bar{u} - (a)(e) \\ \bar{r}\sin\bar{f} &= (a)\sqrt{(1-(e)^2)}.\sin\bar{u} \\ \nu &= \bar{f} + (\chi) \\ lr &= l\bar{r} + w \end{aligned}$$

unde factum est, ut $\Pi(z)$ atque $\Gamma(z)$ ex z eodem modo pendeant, quo valores inperturbati ipsarum ν, et lr ex t. Itaque z tempus perturbatum sive $(n)z$ longitudo media perturbata appellari potest; praeterea loco istarum aequationum series notas, si placet, substituere licet.

32.

Perfacile demonstratur fieri hoc in casu $\psi(\zeta) = 0$. Etenim prior aequatio (46) et alterae aequationes (43) et (45) praebent

$$\delta\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = l.a^2n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^2(n)\sqrt{(1-(e)^2)} + 2l\bar{\varrho} - 2l\rho$$
$$\beta = l\rho - l\bar{\varrho}$$

quae in (38) substitutae suppeditant

$$l.a^2n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^2(n)\sqrt{(1-(e)^2)} - lh = \psi(\zeta)$$

Quum vero secundum art. 29 lh perturbationes ipsius $l.a^2n\sqrt{(1-e^2)}$ denotet, et primi duo termini aequationis praecedentis easdem designent, habetur

$$l.a^2n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^2(n)\sqrt{(1-(e)^2)} - lh = 0.$$

itaque

$$\psi(\zeta) = 0.$$

Q. E. D.

33.

In hoc articulo considerabimus casum ubi in aequationibus (44) loco constantium (a), (n) et (e) constantes aliae adsunt. Statuamus igitur esse

$$\left.\begin{aligned} (n_1)\zeta + (c_1) &= \bar{v} - \sin\bar{v} \\ \bar{\varrho}\cos\bar{\Phi} &= (a_1)\cos\bar{v} - (a_1)(e) \\ \bar{\varrho}\sin\bar{\Phi} &= (a_1)\sqrt{(1-(e)^2)}\sin\bar{v} \\ (a_1)^3(n_1)^2 &= \mu k \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(47)$$

denotantibus semper (a), (n), (c) et (e) resp. valores ipsarum a, n, c et e, si vires perturbantes evanescunt. Hinc factum est, ut loco aequationum (46) habeamus has

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{\bar{\varrho}^2 a^2 n\sqrt{(1-e^2)}}{\rho^2(a_1)^2(n_1)\sqrt{(1-e^2)}}$$

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{ane\sin\varphi}{\rho\sqrt{(1-e^2)}} - \frac{\bar{\varrho}\,a^2n(e)\sin\bar{\Phi}\sqrt{(1-e^2)}}{\rho^2(a_1)(1-(e)^2)}$$

at, si supponimus, per substitutionem ipsarum (a_1), (n_1) et (c_1) loco (a), (n) et (c) nos valoribus veris perturbatis ipsarum ζ et β appropinquavisse, in approximatione prima ad integralia $\int d\zeta$ et $\int d\beta$ ubique (a_1), (n_1) et (c_1) loco (a), (n) et (c) substituere licebit. Quo facto habetur

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{\bar{\varrho}^2}{(\rho)^2}$$

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{(a_1)(n_1)(e)\sin\varphi}{(\rho)\sqrt{(1-(e)^2)}} - \frac{\bar{\varrho}(a_1)(n_1)(e)\sin\bar{\Phi}}{(\rho)^2\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

quae, posita aequatione $\zeta = \tau$ si vires perturbantes evanescunt, veluti in art. 31, pro approximatione prima praebent

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = 1, \qquad \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right) = 0$$

$$T = \frac{d^2\zeta}{d\tau\,dt}, \qquad R = \frac{d\beta}{dt}$$

Itaque integratio aequationum (41) et (42) hoc in casu eodem modo peragenda est, uti in casu quem in art. 31 statueramus. Conditio vero, ut aequationes (47), (43) et (45) valores imperturbatos ipsarum λ et $l\rho$ praebeant si vires

Digitized by Google

perturbantes evanescant, ad aequationes paullulum diversas perducit. Primum, quum tum fieri debeat

$$(n_1)\zeta + (a_1) = (n)\tau + (c)$$

habetur, quoniam $\zeta = \tau$,

$$(c_1) = (c) + [(n) - (n_1)]\tau$$

sive ponendo

$$(n) = (n_1)(1-b)$$
$$(c_1) = (c) - (n_1)b\tau$$

unde generaliter evadit

$$(n_1)\zeta + (c_1) = (n_1)(1-b)\tau + (c) + \text{perturb.}$$

Secundum, per hunc valorem ipsius $(n_1)\zeta + (c_1)$ aequationes (47), subductis perturbationibus, valorem quidem ipsius $\bar{\varphi}$ praebebunt, qui ope constantis (χ) quemadmodum in art. 31 definita est, et ope aequationum (43) et (45) valorem imperturbatum ipsius λ suppeditabit, sed loco valoris ejusmodi ipsius ξ subministrabunt $\bar{\xi}$ talem, ut sit

$$\frac{\bar{\xi}}{(a_1)} = \frac{(\xi)}{(a)}$$

Aequatio igitur altera (45) haec

$$\Gamma(\zeta) = l\bar{\varphi} + \delta$$

quae, viribus perturbantibus evanescentibus, fieri debet

$$l(\xi) = l\bar{\xi} + \delta$$

per substitutionem valoris ipsius $\bar{\xi}$ modo dati, abit in

$$l(\xi) = l(\xi) + l(a_1) - l(a) + \delta$$

unde

$$\delta = l(a) - l(a_1)$$

quae aequatio ope aequationum

$$(a_1)^3 (n_1)^2 = k\mu$$
$$(a)^3 (n)^2 = k\mu$$
$$(n) = (n_1)(1-b)$$

facile transmutatur in

$$\delta = -\tfrac{2}{3}(1-b)$$

Itaque mutato τ in t nanciscimur ad ν, et lr determinandos aequationes has

$$(n_1)t + (c_1) = \bar{u} - (e)\sin\bar{u}$$
$$\bar{r}\cos\bar{f} = (a_1)\cos\bar{u} - (a_1)(e)$$
$$\bar{r}\sin\bar{f} = (a_1)\sqrt{(1-(e)^2)}\cdot\sin\bar{u}$$
$$\nu_1 = \bar{f} + (\chi)$$
$$lr = l\bar{r} - \tfrac{2}{3}l(1-b) + \omega$$

ubi

$$(n_1)t + (c_1) = (n_1)(1-b)t + (c) + \text{perturb.}$$

In theoria Jovis atque Saturni quantitatem b, ibi c denotatam, ita determinaveram, ut evaderet

$$(n_1)t + (c_1) = (n_1)t + (c) + \text{perturb. periodicis.}$$

34.

Adhibitis aequationibus (47) loco aequationum (44) $\psi(\zeta)$ constanti aequalis est. Habetur enim secundum art. praec.

$$l\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = l.a^2 n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a_1)^2(n_1)\sqrt{(1-(e)^2)} + 2l\bar{\xi} - 2l\rho$$
$$\beta = K^0 - l\bar{\xi} + \tfrac{2}{3}l(-b)$$
$$l(a_1)^2(n_1) = l.(a)^2(n) + \tfrac{1}{3}l(1-b)$$

unde aequatio (38) abit in

$$l.a^2 n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^2(n)\sqrt{(1-(e)^2)} + l(1-b) - lh = \psi(\zeta)$$

quae, quum sit

$$l.a^2 n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^2(n)\sqrt{(1-(e)^2)} - lh = 0$$

praebet

$$\psi(\zeta) = l(1-b)$$

sive $\psi(\zeta)$ constantem. Q. E. D.

35.

His ita absolutis, de quantitatibus $\left(\frac{d\Omega}{dp}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$ pauca dicenda sunt. Quarta, quinta et sexta aequationum (40) praebent

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)\sin i\cos i\cos(\chi-\omega) - \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)\sin i\cos i\sin(\chi-\omega)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{di}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)\cos i\sin(\chi-\omega) + \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)\cos i\cos(\chi-\omega)$$

quibus per eliminationem emergunt

$$\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)\frac{\cos(\chi-\omega)}{\sin i\cos i} + \left(\frac{d\Omega}{di}\right)\frac{\sin(\chi-\omega)}{\cos i}$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dq}\right) = -\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)\frac{\sin(\chi-\omega)}{\sin i\cos i} + \left(\frac{d\Omega}{di}\right)\frac{\cos(\chi-\omega)}{\cos i}$$

Sed in commentatione in huius libri Nr. 244 seqq. inserta demonstravi esse

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = -U\sin i\cos(\nu-\theta)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{di}\right) = U\sin(\nu-\theta)$$

designante U functionem quandam ipsarum ν, r, i, θ,

Digitized by Google

ν', r', etc. His igitur valoribus ipsarum $\left(\frac{d\Omega}{d\delta}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$ in aequationibus praecedentibus substitutis, elicitur

$$\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) = -\frac{U}{\cos i}\cos(\nu - \omega + \chi - \theta)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dq}\right) = \frac{U}{\cos i}\sin(\nu - \omega + \chi - \theta)$$

In art. 24 vero inventa est aequatio haec

$$\nu = \nu_0 + \omega - \chi + \theta$$

quae aequationes praecedentes abeunt in has

$$\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) = -\frac{U}{\cos i}\cos\nu,$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dq}\right) = \frac{U}{\cos i}\sin\nu,$$

quae cum valoribus harum quantitatum, quos in commentatione modo citata, invenerum, plane congruunt.

(Sequetur paragraphus secunda.)

Schreiben des Herrn *M. Koller* an den Herausgeber.

Kremsmünster 1834. Jänner 19.

Ihrer gütigen Aufforderung durch Circular vom 8. Febr. v. J. mit Vergnügen entsprechend übersende ich Ihnen hiemit die Beobachtungen der Mondesculminationen, welche im verflossenen Jahre am Meridiankreise der hiesigen Sternwarte angestellt wurden. Sie sind sämmtlich nach *Bessel's* Anleitung, in tab. regiom. LII seqq. und mit Benutzung seiner Hülfs- und Refractionstafeln nach folgenden Formeln reduzirt:

$$\alpha = \mu \pm \frac{h}{(1-\lambda)\cos\delta} + f\delta h + \left\{\frac{1-\rho\sin\pi\cos\Phi'\sec\delta}{1-\lambda}\right\}(am + bn + c\sec\delta)$$

$$\delta = \delta_0 + p \mp h \mp \left(\frac{p+h}{2}\right)\sin p\,\sin h - \left(\frac{15}{2}\right)^2 \sin 1''\sin 2\delta\,(1-\lambda)^2(\mu'-\mu)^2 + (\mu'-\mu)\lambda'.$$

Die Columnen $d\alpha$ und $d\delta$ enthalten die Ergebnisse der Vergleichung mit Ihrer Ephemeride, und geben, an die Beobachtungen algebraisch angebracht, die aus der Ephemeride abgeleiteten Positionen. Die geographische Breite der hiesigen Sternwarte setzte ich bei diesen und allen übrigen Berechnungen 48° 3′ 24″, indem ich nach neueren, mit besseren Hülfsmitteln angestellten Bestimmungen guten Grund habe, diese Angabe für die der Wahrheit nächste zu halten. Jedoch kann ich diese Untersuchung noch nicht als geendigt betrachten, und werde bei einer andern Gelegenheit mehreres darüber mittheilen. Für $\varphi = 48°\,3'\,24''$ und die Abplattung der Erde $\frac{1}{297{,}648}$, nach Dr. *Eduard Schmidt* in Astr. Nachr. Nr. 209, folgt aber die geocentr. Polhöhe der Sternwarte $\varphi' = 47°\,51'\,53''$ und $\log\rho = 9{,}9991951$. Die Meridiandifferenz zwischen Ihrer Sternwarte und der hiesigen wurde, wie sie sich aus den Mondsternen ergab, 16′ 52″ angenommen. Ich füge auch die im vorigen Jahre gemachten Planetenbeobachtungen bei. Sie sind mit dem Berliner Jahrbuche verglichen, und $d\alpha$ und $d\delta$ in demselben Sinne, wie oben genommen. Juno ertrug keine Beleuchtung, daher mufsten die Beobachtungen derselben am Meridiankreise aufgegeben werden. Die Beobachtungen des Jupiter und der Mondsterne werde ich später übersenden.

M. Koller.

Beobachtungen des Mondes auf der Sternwarte zu Kremsmünster. 1833.

Tag.	AR. des Monds-Centr. im Merid.	Decl. des Monds-Centr. im Merid.	$d\alpha$	$d\delta$
Jan. 4	5h36′ 39″16	— — —	+0″17	——
5	6 43 38,03	— — —	−0,27	——
6	7 51 45,60	— — —	−0,72	——
März 29	7 22 51,51	+21°56′ 33″3	0,00	+1″6
Mai 2	13 50 42,22	−6 5 23,9	+0,22	+4,4
3	14 45 11,03	−11 10 48,7	−0,28	−5,2
4	15 40 18,29	— — —	−0,25	—
28	12 37 58,60	+1 29 9,5	+0,14	−8,7
Jun. 2	17 8 15,34	— — —	−0,15	—
28	15 53 20,38	−17 25 3,5	−0,06	+2,8
29	16 47 55,07	−19 35 27,0	−0,37	+8,4
Aug. 24	18 3 30,67	−22 15 4,9	+0,47	+0,5
27	20 44 52,27	−20 14 31,8	+0,57	+5,0
28	21 35 29,46	— — —	+0,66	—
Aug 29	22h24′ 13″64	−14° 6′ 13″3	−0″40	+1″2
Sept. 24	21 19 11,30	−18 38 55,3	+0,07	+1,0
25	22 8 24,65	−15 23 43,1	−0,33	−0,2
26	22 55 54,61	−11 29 29,6	+0,18	+3,5
27	23 42 19,99	−7 6 10,8	+0,25	+1,3
28	0 27 50,58	— — —	+0,13	—
29	1 13 35,37	+2 26 47,5	+0,51	−5,2
Oct. 25	0 11 34,62	−5 12 25,9	+0,75	−1,8
26	0 57 18,68	+0 41 22,8	+0,40	−2,6
28	2 31 54,12	+10 23 31,4	−0,14	−1,2
29	3 22 18,14	— — —	−0,10	—
Nov. 27	4 51 0,31	+20 31 16,8	−0,08	−3,6
Dec. 22	2 39 8,37	+10 57 40,6	+0,17	−1,5
26	6 25 42,89	— — —	−0,40	—

Digitized by Google

Planetenbeobachtungen.

Mars.

Tag			Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Nördl. Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
			h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
1832	Nov.	18	11 54 10,14	8 46 4,51	20 47 16,2	— 2,15	+12,1
		20	43 6,78	42 52,45	48 4,0	— 2,16	+ 9,6
		21	37 36,26	41 17,59	40 50,7	— 0,42	+ 9,7
		22	32 6,60	39 43,58	33 33,0	— 0,84	+11,2
		23	26 37,68	38 10,32	36 15,6	— 1,11	+ 9,2
		26	10 20,44	33 40,08	29 10,9	— 2,03	+ 6,9
	Dec.	15	9 36 3,26	14 2,09	19 55 41,5	— 1,47	+14,5
		21	10 18,84	11 52,68	54 26,8	— 1,46	+15,1
1833	Jan.	4	8 17 51,89	14 28,96	20 14 4,3	— 1,51	+ 8,3
		5	14 29,18	15 2,26	16 40,4	— 1,20	+ 4,6
		6	11 9,53	15 38,62	19 21,3	— 1,32	+ 3,9
		7	7 55,25	16 17,35	22 9,5	— 1,32	+ 3,0
		8	4 37,53	16 58,66	24 59,8	— 1,23	+ 7,7
		10	7 58 15,78	18 28,98	31 11,9	— 1,20	+ 6,7
		11	55 8,69	19 17,92	— —	— 1,27	—
		12	52 4,09	20 9,38	37 54,0	— 1,45	+ 2,7
		17	37 14,10	24 59,73	— —	— 1,09	—
		18	34 22,52	26 4,24	21 0 5,9	— 0,86	+ 4,4
		21	26 0,89	29 30,91	12 20,7	— 0,99	+ 4,6
		23	20 36,79	31 59,08	20 52,2	— 1,00	+ 4,0
		24	17 57,23	33 15,59	— —	— 1,15	—
		25	15 19,86	34 34,35	29 35,3	— 1,01	+ 5,2
		26	12 44,09	35 54,73	34 2,6	— 1,05	+ 4,6

Saturn.

1833	März	24	11 33 9,95	11 41 47,29	4 40 14,3	+ 0,49	—18,1
		29	12 6,65	40 23,26	49 14,7	+ 0,72	—21,2
	April	6	10 38 32,69	38 16,17	5 2 27,4	+ 0,69	—17,4
	Mai	2	8 51 9,18	33 5,03	32 30,8	+ 0,41	—18,4
		3	47 5,10	32 57,22	33 12,3	+ 0,31	—19,8
		4	43 1,56	32 49,34	33 49,5	+ 0,62	—19,2
		5	38 58,55	32 42,27	34 24,5	+ 0,48	—19,0
		9	22 49,77	32 16,86	36 20,1	+ 0,50	—17,5
		13	6 46,32	31 57,07	37 42,1	+ 0,64	—21,4
		28	7 7 26,78	31 86,41	36 35,6	+ 0,69	—14,7

Vesta.

					Südliche Decl.		
1833	Jun.	20	13 20 44,54	19 16 86,25	21 21 31,3	+ 2,05	+18,6
		26	12 51 50,62	11 16,87	21 56 36,5	+ 2,10	+16,6
		28	12 42 5,20	9 22,72	22 8 33,0	+ 2,11	+17,4
		29	12 37 10,93	8 24,39	22 14 34,7	+ 2,28	+18,5
	Jul.	7	11 57 44,57	0 24,11	23 2 14,9	+ 2,13	+21,7

Uranus.

1833	Aug.	8	12 24 45,63	21 33 41,99	15 17 44,6	+ 2,45	+ 3,0
		9	20 40,38	33 30,25	18 32,0	+ 2,42	+ 4,2
		22	11 27 32,86	31 26,76	28 19,2	+ 2,65	+ 2,6
		24	19 22,69	31 10,45	29 50,8	+ 2,41	+ 3,5
		27	7 7,67	30 43,08	31 58,5	+ 2,53	+ 1,5
		29	10 56 58,07	30 25,34	33 26,6	+ 2,39	+ 3,3

Digitized by Google

Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber.

London 1834. Febr. 20.

With reference to Professor *Encke's* communications in Nr. 251 Astr. Nachr., I beg leave to observe that the places of the Comet, which were furnished by me, had been previously corrected for Parallax, and are therefore stated to be the „apparent geocentric positions," of the Comet. Consequently no further correction for Parallax is required.

The same remark applies to the positions of both Comets, which have been printed in Nr. 257. I am at present in London at a distance from my Papers, otherwise I would have mentioned the several corrections applied for Parallax.

T. Henderson.

Schreiben des Herrn Professors *Vieth* an den Herausgeber.

Dessau 1834. April 10.

Vielleicht ist es für die Leser Ihrer Astronom. Nachrichten nicht uninteressant, wenn ich eine Notiz mittheile, worin schon vor anderthalb hundert Jahren eine Erscheinung erörtert wird, die seit sechs Jahren als neue Entdeckung besprochen ist.

In den *Actis eruditorum vom Jahr* 1684 findet sich nämlich Seite 423 ein Aufsatz unter der Ueberschrift

Systema phaenomenorum Saturni, autore Gallello, Praeposito Avenionensi u. s. w. Excerptum ex Ephemeridibus Eruditorum Gallicis mensis Junii 1684 Nr. XVII.

wo Seite 144 folgende Bemerkung sehr beachtenswerth ist:

Nonnunquam corpus Saturni *non exacte annuli medium obtinere visum fuit;* id quod semper accidit, quoties Planeta quadrato adspectui cum Sole proximus est, quoniam tunc parallaxis orbis sensu percipi potest. Hinc evenit, ut quum Planeta orientalis est, centrum ejus extremitati orientali annuli propius videatur, et major pars ab occidentali latere sit cum ampliori obscuritate.

Dafs letzteres Wort den dunkeln Zwischenraum der Anse bedeute, bedarf kaum der Erwähnung. Weiterhin Seite 425

Certum est, quod cum occidentalis quadratoque proximus erit, occidentali extremitati annuli proprior videbitur u. s. w.

Das Uebrige, was ich hier übergehe, verlangt Figuren wenn es deutlich werden soll.

Die obige Stelle ist meinem Freunde *Schwabe*, dem Herrn Prof. *Harding* und den übrigen würdigen Männern, welche sich mit diesem Gegenstande beschäftigt haben, unbekannt geblieben, was durchaus nicht befremden kann. Wer könnte Alles lesen und behalten? Auch mir kam sie erst vor einiger Zeit zufällig in die Hände, als ich ganz etwas anders in den Actis eruditorum nachschlug (die mir beiläufig gesagt lieber sind, als so manche Recension unserer Tage).

Ein Paar kleine Berichtigungen erlauben Sie mir bei dieser Gelegenheit hieher zu setzen.

Im 4ten Bande der Astron. Nachrichten Seite 386 und im 10ten Bande Seite 284 sind ein Paar Angaben von mir aufgeführt, die aus des sel. H. *v. Zach* Monatl. Correspondenz vom Jahr 1804 und 1805 genommen sind.

Die Polhöhe von Dessau ist dort 51° 50′ 6″ angegeben. Ich bemerke dabei, dafs spätere Beobachtungen sie mir immer etwas kleiner gaben nämlich 51° 49′ 40—45″. Vermuthlich wegen besserer Bestimmung des Collimationsfehlers meines Sextanten.

Die Länge von Dessau wurde aus den Pulversignalen auf dem Brocken 39 Min. 47 Sec. östlich von Paris gefunden. Herr Prof. *Wurm* berechnete sie aus einer von mir im Jahr 1804 den 20. Oct. beobachteten Sternbedeckung zu 38 Min. 44 Sec. Wir sind beide unschuldig an dieser Abweichung. Die Sache beruht auf einem Druckfehler in Bestimmung des Eintritts. Ich bemerkte damals den Fehler wohl, weifs ihn aber jetzt nicht mehr anzugeben. Hr. Prof. *Wurm* wird wohl ganz richtig vermuthen, dafs der Eintritt 1 Min. zu früh gesetzt sey. Seit jener Zeit, wo ich noch meinen schönen *Caryschen* Sextanten u. s. w. täglich benutzen konnte, sind dreifsig Jahre verflossen und längst habe ich jetzt, wegen Verdunkelung der Augen, allen eigenen Beobachtungen entsagen müssen.

G. U. A. Vieth.

Verbesserungen in Nr. 261 der Astr. Nachr.

pag. 374 unter *Gambarts* Brief lies Marseille le 16 Mars 1834. u. pag. 380 Zeile 11 lies grateful statt gratiful.

Inhalt.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus, auctore *P. A. Hansen*, speculae Seebergensis directore, ordinis Dannebrogici equite. p. 309. — Schreiben des Herrn *M. Koller* an den Herausgeber und Beobb. auf der Sternwarte zu Kremsmünster. p. 367. — Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber. p. 371. — Schreiben des Herrn Professors *Vieth* an den Herausgeber. p. 371. — Verbesserungen in Nr. 261 der Astron. Nachr. p. 371.

Altona 1834. Juni 24.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 261.

Comet, entdeckt von Herrn *Gambart*.

Le 8 au matin, au moment où je cessais mes recherches, j'aperçus dans le Sagittaire, assez près de l'horizon, une nébuleuse dont la présence me surprit un peu. Il n'y avait point, aux environs, d'étoiles visibles à l'œil nu, et il était trop tard pour recourir à la machine parallactique. En me rattachant aux étoiles de l'arc, qui ne laissaient pas que d'être un peu éloignées, il me parut que j'étais à peu près dans la région de la nébuleuse Nr. 75 *).

Le 10, l'horizon était un peu embrumé; néanmoins je retrouvais ma nébuleuse de l'avant-veille; elle paraissait s'être éloignée sensiblement de l'arc du Sagittaire; ensuite elle était au dessous et à peu de distance d'une étoile de 5ème grandeur dont je n'avais aucune souvenance: c'était la 4ème du Capricorne. A $16^h\ 32^m\ 45^s$ de tems sidéral, la Comète était par $20^h\ 9^m,7$ d'ascension droite et $-22°\ 33'$ de déclinaison; mais cette position ne peut-être considérée que comme un à peu près, attendu que les différences d'ascension droite et de déclinaison avec la 4ème du Capricorne, ont été données par les cercles de mon ancienne machine parallactique dont je suis forcé de continuer à me servir. Les progrès du jour ne m'ont pas laissé le tems d'entreprendre une comparaison exacte.

Les 11 et 12 le ciel était couvert, du moins dans la partie du SE. Le 13 toutes mes recherches ont été inutiles. Le 10, la Comète n'était visible qu'à la faveur de l'abaissement du terrain entre deux montagnes qui bornent notre horizon entre le Sud et l'Est; tout me porte à croire que le 13, elle était cachée derrière celle de ces montagnes qui est le plus au nord.

Le diamètre de cette Comète n'était guère que de 4 ou 5 minutes; elle était bien ronde et d'une lumière pale.

Gambart.

*) Nr. 75 *Messier* ist *Bodes* 343 Sagittarii und 2064 von Sir *John Herschels* Nebelflecken.

Olbers.

Anzeige des Herrn Doctors und Ritters *Olbers*, der Observations of Nebulæ and Clusters of Stars, made at Slough with a twenty feet Reflector between the years 1825 and 1833 by Sir *J. F. W. Herschel*, Kn. Guelp etc. From the Philos. Transactions London 1833.

Dies ist die längst angekündigte und mit Verlangen erwartete Abhandlung des würdigen Sohns seines grofsen Vaters über die Nebelflecke und Sternhaufen; gewifs eine der wichtigsten Schriften, über diese so interessanten, und zum Theil noch so rätheelhaften Gegenstände des gestirnten Himmels. Sir *John* sagt, seine ursprüngliche Absicht sey gewesen, die Bekanntmachung seiner Beobachtungen so lange aufzuschieben, bis er der Königl. Societät ein vollständigeres Verzeichnifs aller unter der dortigen Breite sichtbaren Nebelflecke hätte darbieten können, das alle Nebelflecke seines Vaters, ihren Ort wenigstens durch zwey Beobachtungen bestimmt, enthalten hätte. Um diss zu erreichen, würden aber noch mehrere Jahre Arbeit erforderlich gewesen seyn: und da der Mangel einer ausgedehnten Liste der Nebelflecke, nach der Rectascension geordnet, bey der neuern Vervollkommnung der Achromate, und der zugenommenen Betriebsamkeit der Astronomen in Aufsuchung und Beobachtung von Cometen, immer fühlbarer und drückender geworden sey, so habe er es vorgezogen, schon jetzt seine bisherigen Beobachtungen, nach Rectascension geordnet, und auf 1830 reducirt, zu geben.

Wenn wir aber so nicht alles erhalten, was uns der Verfasser ursprünglich zugedacht hatte, so ist doch die

Digitized by Google

Gabe, wie sie jetzt vorliegt, sehr reich. Das Verzeichnifs enthält 2307 Nebelflecke und Sternhaufen. Davon sind etwa 1800 mit denen seines Vaters identisch: 500 sind neu von ihm entdeckt: 700 die Sir *William* anführt, hat Sir *John* bisher nicht angetroffen. Unter den 500 neuern ist nur ein sehr augenfälliger und grofser Nebel: nur sehr wenige sind zur ersten Classe, der glänzenden oder hellen Nebelflecke, zu zählen: der gröfste Theil ist von der äussersten Lichtschwäche, nur mit grofser Aufmerksamkeit bey dem günstigsten Zustande der Atmosphäre und der Instrumente zu sehen. Dies, fügt der Verfasser hinzu, ist in so fern befriedigend, als es zeigt, dafs jetzt unsere Kenntnifs der neblichten Gegenstände in der nördlichen Halbkugel mehr vollständig ist: und dafs, um noch weitere Fortschritte zu machen, ein Instrument von der Kraft des 40füfsigen Telescops nöthig seyn wird.

Von allen diesen 2300 Sternhaufen und Nebelflecken giebt nun das Verzeichnifs die AR. und Declin. mit völlig hinreichender Schärfe an. Ueber die Art, wie diese Orts-Bestimmungen in erforderlicher Genauigkeit und Sicherheit erhalten worden sind, belehrt uns Herr *Herschel* sehr umständlich im Anhange.

Auf die sinnreiche, von Sir *William H.* eingeführte Art wird jeder Nebelfleck durch wenig Buchstaben vollständig beschrieben. Diese Beschreibungen noch deutlicher zu machen, sind die Ausdrücke durch 24 Figuren sinnlich erläutert. Aufserdem aber sind noch 67 einzelne merkwürdig gebildete Gegenstände, Nebelflecke, Nebelsterne, planetarische Nebel sehr sauber dargestellt. Die Schwierigkeit, solche Gegenstände befriedigend darzustellen, ist freylich grofs, auch äufsert der Verfasser mit den 24 Muster-Darstellungen einige Unzufriedenheit: aber die übrigen Abbildungen sind so trefflich, wie man sie nur immer erwarten kann *). Die abgebildeten Nebelflecke werden zugleich im Anfange umständlicher beschrieben.

*) Sowohl Sir *John* als Sir *William H.* beziehen sich sehr oft auf *Messiers* Verzeichnifs der von diesem und *Mechain* aufgefundenen 103 Nebelflecke und Sternhaufen in der Conn. d. Tems 1784, so dafs dies Verzeichnifs beynahe unentbehrlich beym Lesen der *Herschel*schen Schriften über Nebelsterne ist. Nicht alle Astronomen werden den angeführten Jahrgang der C. d. T. zur Hand haben. Es ist deswegen vielleicht nicht unnütz, zu erwähnen, dafs Herr Prof. *Pfaff* dies Verzeichnifs bey seiner Uebersetzung der Schriften von Sir *William H.* „Ueber den Bau des Himmels (Leipzig 1826)“ wieder hat abdrucken lassen.

Dies ist der Hauptinhalt dieser vortrefflichen Schrift. Nun noch zu einigen einzelnen Bemerkungen.

Zuerst fällt die höchst ungleiche Vertheilung dieser Nebelflecke und Sternhaufen am Himmel auf. Schon Sir *W.* gab an, dafs die Nebel hauptsächlich in einer Schichte liegen, die die Milchstrafse fast senkrecht durchschneidet, und ungefähr der Richtung der Colure der Nachtgleichen folgt. Jetzt, da alles nach gerader Aufsteigung geordnet ist, läfst sich dies nun besser übersehen. Von den 2307 Nebelflecken und Sternhaufen sind in den Stunden 11. 12. 13, 926, in den Stunden 23. 24. 0, 301, in den Stunden 3. 4. 5 nur 92 und in den Stunden 16. 17. 18 gar nur 82. Die reichste Stunde ist die von 12 bis 13, die 441 zählt: die ärmste 17 bis 18, die nur 20 enthält. Begierig wird man erwarten, wie Sir *Johns* Durchmusterung des südlichen Himmels dies merkwürdige Verhältnifs bestätigen oder modificiren mag. Dann wird es auch Zeit seyn, auf zwey Planisphären blos diese Nebelflecke und Sternhaufen einzutragen, um so die Lage, Richtung und verschiedene Dichtigkeit dieser Nebelschichte mit einem Blicke übersehen zu können.

Höchst anziehend ist die Betrachtung der so verschiedenen, oft so sonderbaren Formen dieser himmlischen Gegenstände, von denen, wie schon erwähnt, Sir *John* uns 67 Abbildungen giebt, die man mit den etwa 70, die schon Sir *William* geliefert hat, vergleichen kann, so wie auch mit denen, die Herr *Dunlop* in den Philosoph. Transact. 1828 P. 1. seinem schätzbaren Verzeichnifs von mehr als 600 südlichen Nebelflecken beigefügt hat. Nur wenige sind beiden gemeinschaftlich; und auch bey einigen von diesen hat der Sohn noch manche merkwürdige Eigenheiten bemerkt, die dem Vater entgangen waren. Je mehr man darüber nachdenkt, je räthselhafter werden zum Theil diese Nebel-Gestalten. Dafs der gröfste Theil der durch die bisherigen Telescope nicht in Sternhaufen aufgelösten Nebelflecke, doch entferntere Sternhaufen sind, ist wohl gewifs. Aber vieles deutet doch auch auf blofse, zum Theil ganz ungeheure Licht-Nebel, die an sich nichts Sternartiges enthalten, wohl aber mit Sternen in Verbindung und Beziehung zu stehen scheinen. Woher die abgeplattete Scheiben-Figur so vieler Nebelflecke? Woher die Tendenz so vieler zur ringförmigen Gestalt? Und was sollen wir denn wohl von den sogenannten planetarischen Nebelflecken

Auch kann man sich allenfalls aus den Berliner Jahrbüchern von 1784 und 1786 helfen, wenn man die dort vorkommenden Verzeichnisse nummerirt.

Digitized by Google

eigentlich halten? Von diesen planetarischen Nebelflecken bemerkt Herr *Herschel* noch, und es ist auch in den Figuren zu sehen, dafs manche kleine Sterne nahe bey sich haben, die auf die Idee von sie begleitenden Trabanten führen. „Dies mögen sie," sagt der Verfasser, „denn auch wohl seyn. Die ganz ungeheure Gröfse und Masse dieser Körper mag ihnen, so wenig dicht sie auch angenommen werden, anziehende Kraft genug geben, kleine sternartige Körper in Bahnen von drei oder viermal ihres eigenen Durchmessers und in langen Perioden zu erhalten." Er empfiehlt, dies auszumitteln, sorgfältige Beobachtung ihrer Positionswinkel, und bedauert, nicht schon selbst bey seinen Beobachtungen aufmerksamer auf diesen Gegenstand gewesen zu seyn. — Aber auch noch in anderer Rücksicht verdienen diese kleinen Comites der planetarischen Nebelflecke Beachtung. Sind nämlich diese planetarischen Nebel wirklich Körper von so ungeheurer Masse und Schwerkraft, und nimmt man das Licht mit *Newton* für etwas Körperliches an, so mufs, wie *Laplace* zuerst erinnerte, und bewies, bey so grofsen Körpern ihre übermächtige Anziehung die Geschwindigkeit des von ihnen ausströmenden Lichts sehr vermindern, und sie müssen also eine viel gröfsere Aberration zeigen, als die sie umgebenden kleinen Sterne, worüber wenige Beobachtungen leicht entscheiden können.

Sehr merkwürdig sind die vielen doppelten Nebel. Alle die Verschiedenheiten in Abstand, Stellung und Helligkeit, die sich bey Doppelsternen finden, finden sich auch bey Nebelsternen: die also, wie jene, höchst wahrscheinlich in irgend einer Verbindung und Beziehung mit und aufeinander stehen.

H. erwähnt noch eines zuweilen ihm vorgekommenen sonderbaren Phänomens, da bey anscheinend heiterm Himmel, und ganz unabhängig von gewöhnlichem Dunst und Nebel unserer Atmosphäre, alle Sterne, bis zu denen 7ter Gröfse herab, plötzlich und während einer nur kurzen Zeit, mit einer Photosphäre, 2, 3 und mehr Minuten im Durchmesser umgeben schienen. Dies rührte auch nicht vom Beschlagen der Gläser, oder sonst einem Fehler des Instruments her.

Ehe Sir *John* seinen Anhang schliefst, erkennt er noch mit gebührendem Dank den grofsen Beystand an, den ihm seine so verehrungswürdige Tante, Mifs *Caroline Herschel*, bey diesen Beobachtungen geleistet hat. Diese, schon sonst so hoch um die Sternkunde verdiente Dame hat nämlich auch noch mit grofser Sorgfalt und Geduld alle von Sir *William* beobachtete Nebelflecke, deren Lage dieser nur gegen benachbarte Sterne angegeben hatte, gehörig reducirt, und in einen nach Zonen geordneten Catalog gebracht, wonach Sir *John* seine sogenannten „working lists" einrichten konnte. In diese w. l. wurden alle Nebelflecke, Doppelsterne etc. im voraus eingetragen, die *H.* in jedem seiner „Sweeps" anzutreffen erwarten konnte. In Folge dieser w. l. mehrte sich nach und nach ein grofses Verzeichnifs vermifster Nebelsterne. Viele der schwächern werden blofs übersehen seyn: viele blofs deswegen zu fehlen scheinen, weil sie nach fehlerhaften Beobachtungen, oder sonst irrig in die Listen eingetragen waren: viele auf dem unrechten Platz, wegen nicht gehörig gerichteten Telescops, gesucht seyn. Herr *H.* hat deswegen dies Verzeichnifs nicht mitgetheilt, da er keine Zeit hatte, alles näher zu untersuchen. Er zweifelt sogar, „ob dies je der Mühe werth seyn wird: eigentliche Nebelflecke könnten wohl nicht verschwinden: und wenn auch einige kleine telescopische Cometen in seines Vaters Zonen als Nebelflecke angemerkt wären, so konnte doch eine so isolirte Beobachtung eines Cometen schwerlich je von einigem Nutzen seyn." Hier scheint Sir *John* nicht an die kleinen Cometen von kurzer Umlaufszeit gedacht zu haben, von denen wir wahrscheinlich bald noch mehrere kennen lernen werden. Für diese kann die Auffindung einer solchen einzelnen Cometen-Beobachtung oft vom gröfsten Nutzen, zur Bestätigung und Berichtigung ihrer Periode, seyn. Ein Verzeichnifs der nicht gefundenen Nebelsterne würde also, auch noch unberichtiget, den Astronomen sehr willkommen seyn: und da auch unter den 500 neuen, von Sir *John* aufgefundenen Nebelflecken einige Cometen gewesen seyn können, so wäre zu wünschen, dafs derselbe auch das Datum dieser Auffindungen, oder, noch besser, das Datum aller seiner 427 „Sweeps" bekannt machen möchte.

Bekanntlich hat sich Sir *John* jetzt mit seinen 20füfsigen Telescopen nach dem Vorgebirge der guten Hoffnung begeben, um auch am südlichen Himmel mit diesen mächtigen Werkzeugen die Doppelsterne, Nebelflecke u. s. w. aufzusuchen, an denen dieser, nach *Dunlops* vorläufigen Untersuchungen, so reich scheint. Möge diese so rühmliche, aus reinem aufopfernden Eifer unternommene Expedition ganz mit dem beabsichtigten Erfolge gekrönt werden, und dieser hochverdiente Astronom, gesund und glücklich zurückkehrend, dadurch ein Werk vervollkommnen und vollenden, das dem *Herschel*schen Namen schon jetzt auf ewig die dankbarste Verehrung ihrer Mit- und Nachwelt zugesichert hat.

Olbers.

Digitized by Google

Beobachtungen des Herrn *Th. J. Hussey* in Kent.

The following observations of Uranus are corrected for refraction and parallax, and the close agreement between the results obtained from α Aquarii and 61′ Cygni seems to indicate the degree of confidence which may be reposed in the places thus determined. The instrument employed was a Transit Circle by Simms with a Telescope of four feet and a circle (of which the readings are with microscopes) of two feet. I avail myself also of this opportunity to transmit some observations of Jupiters Satellites made with a Telescope of *Fraunhofer* of 6,5 english inches aperture and between 8 and 9 feet in focal length.

The Longitude of this place is East of Greenwich 3ˢ,58 in time, 58″,7 in arc. The Latitude 51° 22′ 37″,8 N. Approximate Height above the Level of the Sea 232 feet.

The Longitude was determined by a comparison of the Transit Clock here with that at Greenwich by the transport of Chronometers; for the use of two of which I was indebted to Messrs *M'Cabe* and *Strachan* three were the property of Messrs *Arnold* and *Dent*, to whose extreme liberality on all occasions where Science is concerned I am glad on this occasion to bear additional and gratiful testimony.

1833.	Stars on which the R. A. of Uranus depend.	AR. Uranus.	Stars on which the Decl. of Uranus depend.	Decl. of Uranus
		h m s		° ′ ″
October 6	γ α β Aquilae α Aquarii	21 26 1,74	α Aquarii	−15 53 34,49
11	γ α β Aquilæ	25 42,65	α Aquarii	54 45,28
12	γ α β Aquilæ α Aquarii	25 39,10	α Aquarii 61′ Cygni (6″,23)	55 6,62
19	γ β Aquilæ α Aquarii	25 22,16	α Aquarii	56 21,43
20	γ α β Aquilæ α Aquarii	25 20,53	α Aquarii 61′ Cygni (27″,24)	56 28,97
25	γ α Aquilæ α Aquarii	25 14,65	α Aquarii	56 40,30
28	γ α Aquilæ 2α Capr. α Aquarii	25 13,62	α Aquarii	56 36,31
30	γ α Aquilæ 2α Capr. α Aquarii	25 13,80	α Aquarii	56 29,91
Novbr. 4	γ α β Aquilæ 2α Capr. α Aquarii	25 17,89	α Aquarii	55 54,78
8	γ α β Aquilæ	25 24,86	α Aquarii 61′ Cygni (7″,26)	55 9,41
12	2α Capric. α Aquarii α Arietis	25 34,86	α Aquarii	54 16,37
13	2α Capricorni α Aquarii	25 37,59	α Aquarii 61′ Cygni (56″,37)	53 56,32
14	α Cygni α Aquarii	25 41,32	α Aquarii	53 52,06
19	2 α Capricorni	26 0,76	2 α Capricorni	52 6,17
29	α Aquarii α Arietis	26 53,17	α Aquarii	47 41,40
Decbr. 6	β α Aquarii	27 40,86	α Aquarii	43 34,06
7	β α Aquarii	27 48,48	α Aquarii	42 58,16

1833.	Sidereal Time.	Mean Time.	Power.			
	h m s	h m s				
September 27	21 37 18,6	9 11 39,98	Immersion	Sat. 1. Eclipsed	62	Good.
October 4	23 59 29,23	11 5 55,96	Immersion	Sat. 1. Eclipsed	177	Good.
29	22 26 52,41	7 55 16,6	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	177	Uncertain from dense haze.
November 3	1 36 43,42	10 44 56,98	Emersion	Sat. 3. Eclipsed	177	Good.
14	21 48 28,09	6 14 4,04	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	177	Very Good.
December 7	23 34 31,63	6 30 28,33	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Uncertain from cloud.
21	4 22 37,2	10 21 39,9	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Seen through a dense mist.
1834.						
January 15	0 46 2,20	5 7 22,44	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Very good.
22	3 10 15,8	7 3 41,04	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Uncertain from dense haze.
29	5 34 10,31	8 59 40,59	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Good.
February 6	3 7 43,51	6 2 10,52	Ingress	Shadow of Sat. 1.	174	Uncertain from mist.
	3 34 17,51	6 19 40,16	Ingress	Transit of Sat. 2	177	Good.

Digitized by Google

1834.		Sidereal Time. h m s	Mean Time. h m s			Power.	
February	6	3 43 38,80	6 37 59,92	Ingress	Shadow of Sat. 2.	177	Uncertain.
		4 5 5,26	6 59 22,87	Ingress	Transit. of Sat. 1.	177	Good.
	12	6 56 41,51	9 26 55,55	Immers.	Occult. of Sat. 1.	177	Uncertain too near the horizon.
	13	4 23 0,60	6 49 43,91	Ingress	Transit of Sat. 2.	300	Very good.
		4 23 17,50	6 50 0,76	Ingress	Transit of Sat. 1.	300	Very good.
	21	4 2 48,23	5 58 7,58	Immers.	Occult. of Sat. 1.	177	Good.

Rectory, Hayes, Kent February 1834.

Thomas John Hussey.

Beobachtungen der Pallas und Ceres auf der Mannheimer Sternwarte zur Zeit ihrer Opposition 1834.

1. Pallas.

1834.	M.Z. in Mannh. h ′ ″	AR. app. in temp. h ′ ″	Decl. app. ° ′ ″
Jan. 31	12 3 28,9	8 46 16,42	— 22 35 22,0
Febr. 1	11 58 47,4	8 45 30,69	— 22 18 13,1
—— 3	11 49 25,3	8 44 0,16	— 21 42 23,5
—— 12	11 7 41,9	8 37 38,91	— 18 35 7,7
—— 17	10 45 3,9	8 34 39,92	— 16 36 3,0
—— 19	10 36 9,9	8 33 37,61	— 15 46 8,1

2. Ceres.

Jan. 31	13 51 31,5	10 34 36,69	+ 25 9 31,9
Febr. 1	13 46 56,2	10 33 57,22	+ 25 17 59,9
Febr. 3	13 37 41,6	10 32 34,26	+ 25 34 48,0
—— 16	12 36 0,6	10 21 58,31	+ 27 14 24,8
—— 19	12 21 32,4	10 19 17,44	+ 27 33 42,4
—— 22	12 7 3,0	10 16 35,30	+ 27 51 17,0
—— 23	12 2 13,4	10 15 41,43	+ 27 56 42,5

Die Rectascensionen sind am sechsfüfsigen *Ramsden*'schen Mittagsfernrohre, die Declinationen am achtfüfsigen *Bird*'schen Mauerquadranten beobachtet worden.

Mannheim 1834. Febr. 25.

B. Nicolai.

Schreiben des Herrn Professors *Weisse* Directors der Sternwarte in Cracau an den Herausgeber.

Cracau 1834. Febr. 19.

Ich nehme mir die Freiheit, Ihnen hiemit die an der hiesigen Sternwarte im Jahre 1833 beobachteten Mondsterne, so wie einige Planeten-Beobachtungen, und die einzige in diesem Jahre beobachtete Sternbedeckung zur gefälligen Aufnahme in die Astr. Nachrichten mitzutheilen. Noch in keinem Jahre denke ich ein den Beobachtungen so ungünstiges Wetter, was man daraus abnehmen kann, dafs wir in diesem Jahre 237 ganz trübe, und nur 38 heitere Tage hatten; an 161 Tagen hatten wir Regen. Besonders zeichnete sich der December durch ein merkwürdig schlechtes Wetter aus; heitere Tage gab es in diesem Monathe gar nicht, sondern 30 ganz trübe, und nur einen Tag, an welchem wir „heiter mit Wolken" verzeichneten; an 21 Tagen hatten wir Regen, an 8 Tagen Schnee. Bedeutende und schnelle Aenderungen in dem Stande des Barometers hatten wir vom 18. bis 19. December, und vom 26. auf den 27. Vom 18. Abends, zu welcher Zeit es den niedrigen Stand von 26″ 8‴,39 hatte, stieg es bis den 19. früh um 7 Uhr auf 27″ 3‴,56, also um volle 7 Linien; dabei hatten wir heftigen Sturm von SW. Vom 26. auf den 27. stieg das Barometer um etwas mehr als 5 Linien, wobei wir aus NW. Sturm und Schneegestöber hatten. Ueberhaupt war dieser Monath reich an Stürmen; wir zählten deren an 11 Tagen, nemlich am 4. 8. 9. 10. 11. 12. 16. 17. 18. 23. 26. Der mittlere Barometerstand in diesem Jahre, auf 0° reducirt, war 27″ 5‴,09, die mittlere Wärme + 7°,97 R.

Ich hoffe und wünsche, dafs uns dieses böse Wetter nicht auch in diesem Jahre so verfolgen wird. Zur Zeit der in diesem Monathe gewesenen Oppositionen der Pallas und Ceres hatten wir wenigstens einige heitere Abende; auch erhielt ich den 13. d. eine im Jahrbuche nicht angezeigte Sternbedeckung.

Digitized by Google

An neuen Acquisitionen erhielt unsere Sternwarte im verflossenen Jahre ein Fernrohr von *Utzschneider* von 37 Linien Oeffnung. In diesem Jahre will ich trachten, eine gute Uhr zu erhalten.

Mit letzter Post erhielt ich vom Staatsrath *Struve* die Nachricht, dafs sich auf seine Verwendung die Academie in St. Petersburg entschlossen hat, das von mir reducirte Sternverzeichnifs aus *Bessels* Zonen auf ihre Kosten zu drucken. Ich werde nächster Tage den ersten Theil des Manuscriptes, d. i. die ersten sechs Stunden, der Academie einsenden.

Dr. *Max Weisse.*

Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1833 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinbare AR. h ′ ″	Anzahl der Fäden.
1833 Jänner 2	(4) Ceti	3 2 12,34	5
	5 f Tauri	3 21 39,76	5
	Mond I	3 31 27,84	5
	(249) Tauri	3 58 26,36	5
4	104 m Tauri	4 57 35,46	5
	(37) Tauri	5 9 22,22	5
	Mond I	5 34 21,92	5
	62 χ Orionis	5 54 0,58	4
Febr. 27	α Tauri	4 26 20,36	4
	Mond I	4 37 14,57	5
	106 l 1 Tauri	4 57 55,55	5
	123 ζ Tauri	5 27 39,93	5
28	106 l 1 Tauri	4 57 55,44	5
	123 ζ Tauri	5 27 39,95	5
	Mond I	5 37 0,19	5
	18 ν Geminorum	6 19 2,90	5
März 29	56 q Geminorum	7 12 5,11	5
	Mond I	7 20 37,47	5
	85 l Geminorum	7 45 54,75	5
31	83 q Cancri	9 9 39,48	5
	Mond I	9 26 30,69	5
	37 Leonis	10 7 48,07	5
	42 Leonis	10 12 51,72	5
April 29	47 ρ Leonis	10 24 4,04	5
	53 l Leonis	10 40 28,62	5
	Mond I	11 3 48,35	1
	3 ν Virginis	11 37 17,28	5
30	3 ν Virginis	11 37 17,38	5
	Mond I	11 59 44,07	3
	Virginis	12 10 7,69	3
	15 η Virginis	12 14 22,82	5
	29 γ 1 Virginis	12 33 13,20	5
Mai 1	15 η Virginis	12 14 22,64	5
	29 γ 1 Virginis	12 33 13,04	5
	Mond I	12 54 27,25	1
2	80 13 Virginis	13 26 51,49	5
	Mond I	13 48 42,98	5

Datum.	Gestirne.	Scheinbare AR. h ′ ″	Anzahl der Fäden.
1833 Mai 2	98 x Virginis	14 4 1,02	4
	2 Librae	14 14 28,24	5
3	98 x Virginis	14 4 1,20	5
	2 Librae	14 14 28,52	2
	Mond I	14 43 10,53	5
	Mond II	14 45 25,03	5
	38 γ Librae	15 26 13,16	5
4	2 α Librae	14 41 40,66	5
	21 ν 1 Librae	14 57 21,08	3
	38 γ Librae	15 26 13,42	5
	Mond II	15 40 32,48	5
12	49 δ Capricorni	21 37 48,91	4
	Mond II	22 46 41,58	5
Juni 29	7 χ Ophiuchi	16 17 23,94	5
	Mond I	16 45 54,18	5
	40 ρ Ophiuchi	17 11 2,09	5
	58 D Ophiuchi	17 33 27,59	5
Juli 23	13 μ 1 Sagittarii	18 8 48,59	5
	Mond I	18 37 5,70	5
	Mond II	18 39 21,44	5
	39 σ Sagittarii	18 54 42,21	5
	41 π Sagittarii	18 59 51,56	5
24	Mond I	14 40 48,04	2
	β Librae	15 6 54,56	5
Aug. 24	Mond I	18 1 29,79	5
	38 Sagittarii	18 36 18,68	1
	32 ν 1 Sagittarii	18 44 7,73	1
	37 ξ 2 Sagittarii	18 47 48,36	5
27	7 σ Capricorni	20 9 46,82	2
	(146) f Capricorni	20 19 44,72	5
	Mond I	20 42 56,98	3
	32 i Capricorni	21 12 58,55	5
28	32 i Capricorni	21 12 58,79	5
	Mond I	21 33 37,92	5
	49 δ Capricorni	21 37 51,60	5
	51 μ Capricorni	21 44 18,62	5

Digitized by Google

Datum.	Gestirne.	Scheinbare AR.	Anzahl der Fäden.
		h ′ ″	
1833 Aug. 29	49 δ Capricorni	21 37 51,51	5
	51 μ Capricorni	21 44 13,67	5
	Mond I	22 22 24,48	5
	65 I Aquarii	22 34 11,58	5
Sept. 8	27 s Geminorum	6 33 24,42	5
	Mond II	6 51 45,31	5
27	95 χ3 Aquarii	23 10 18,83	5
	Mond I	23 40 25,11	5
	29 q Piscium	23 53 18,71	5
	4 Ceti	23 59 13,88	4
	Ceti seq.	23 59 41,69	4
28	29 q Piscium	23 53 18,74	5
	4 Ceti	23 59 13,64	5
	Mond I	0 26 5,25	5
	Mond II	0 28 7,91	5
	20 m Ceti	0 44 30,69	5
Oct. 4	ζ Tauri	5 27 22,28	5
	Mond II	5 29 24,86	5
	χ^1 Orionis	5 44 11,80	5
	Q^2 Tauri	5 51 18,58	5
	χ^5 Orionis	5 53 42,39	2
	η Geminorum	6 4 30,00	5
22	49 δ Capricorni	21 37 50,91	5
	Mond I	21 49 21,92	5
	χ Aquarii	21 53 19,67	5
	56 f Aquarii	22 21 21,96	5
23	Mond I	22 37 26,98	5
	83 h 1 Aquarii	22 56 29,35	4
	Aquarii seq.	22 56 39,28	3
	95 χ^3 Aquarii	23 10 18,53	5
1833 Oct. 24	83 h 1 Aquarii	22 56 29,39	5
	Aquarii seq.	22 56 39,32	2
	95 χ^3 Aquarii	23 10 18,60	5
	Mond I	23 24 2,73	5
	30 r Piscium	23 53 26,31	3
26	Mond I	0 9 49,45	5
	(120) Piscium	0 27 1,36	3
	20 m Ceti	0 44 31,44	5
26	(120) Piscium	0 27 1,00	5
	20 m Ceti	0 44 31,31	5
	Mond I	0 55 33,11	5
	106 ν Piscium	1 32 47,77	5
Nov. 4	Mond II	9 14 43,34	5
	30 η Leonis	9 58 16,46	5
	41 γ Leonis	10 10 48,64	5
17	Mond I	20 38 0,21	5
	22 η Capricorni	20 54 54,89	5
	28 φ Capricorni	21 6 8,47	4
	33 Capricorni	21 14 42,14	5

NB. Bei den Mondsternen ist zu bemerken, dafs den 24. Juli, den 8. September, den 4. October und den 4. November nicht die scheinbaren Rectascensionen der Gestirne, sondern die Durchgangszeiten durch den Meridian angegeben sind, weil an den genannten Tagen keine vollkommene Zeitbestimmung erhalten werden konnte.

Von den angezeigten Sternbedeckungen wurde blofs folgende beobachtet:

1833 März 31. Eintritt von 8 Leonis in den dunkeln Mondsrand $9^h\,4'\,13'',20$ Sternzeit. Sehr gut.

Planeten-Beobachtungen zur Zeit ihrer Culminationen im Cracauer Meridian.

Mercur.

Datum.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
	h ′ ″	° ′ ″
1833 Sept. 27	12 2 20,54	+ 1 33 39,13
— 28	12 8 53,24	+ 0 46 56,11
— 29	12 15 23,72	+ 0 0 7,17
Oct. 29	15 11 50,68	—19 25 12,37
— 31	15 23 46,04	—20 22 16,52

Venus.

Mai 10	3 48 36,73	östlicher Rand.
Sept. 27	9 59 14,68	+12°51′18″84
Oct. 28	12 20 25,56	— 0 28 6,30
— 30	12 29 39,96	— 1 24 48,83
Nov. 5	12 57 0,04	— 4 14 32,02
Nov. 11	13 24 37,46	— 7 4 18,88
— 25	14 30 51,44	—13 15 7,75
— 28	— — —	—14 27 44,52

Jupiter.

Oct. 22	1 56 32,93	+10 18 5,66
— 23	1 56 1,85	+10 15 18,53
— 24	1 55 30,76	+10 12 31,88
— 25	1 55 0,01	+10 9 49,77
— 26	1 54 29,02	+10 7 4,94
— 31	1 51 55,82	+ 9 53 28,25
Nov. 17	1 44 6,01	+ 9 12 41,14
Dec. 27	1 37 11,58	+ 8 45 36,32

Digitized by Google

Datum.	Scheinb AR.	Scheinb. Decl.
	Saturn.	
1833 April 25	11 34 9,72	+ 5 26 39,32
—— 30	11 33 21,94	——
Mai 1	11 33 13,32	+ 5 31 41,04
—— 4	11 32 49,67	+ 5 32 41,22
	Uranus.	
Aug. 11	21 33 11,69	—15 20 2,93
—— 17	32 15,79	24 29,08
—— 27	30 43,11	32 7,14
—— 29	30 25,51	33 31,42
Sept. 27	26 46,80	50 18,77
—— 28	26 41,09	50 52,42
—— 30	26 30,16	51 38,46
Oct. 2	26 20,31	52 25,31
—— 4	26 10,69	53 5,96
—— 7	25 57,92	54 11,06
—— 8	25 53,69	54 17,72
—— 9	25 50,09	54 34,79

Datum.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
1833 Oct. 11	21 25 42,91	—15 55 5,12
—— 14	25 33,70	55 47,95
—— 15	25 30,86	55 51,41
—— 23	25 16,14	56 50,68
—— 24	25 15,16	56 48,11
—— 25	25 14,69	56 52,46
—— 26	25 13,66	56 49,47
—— 28	25 13,11	56 44,75
—— 29	25 13,05	56 46,82
—— 31	25 13,84	56 38,63
Nov. 4	25 17,62	56 13,16
—— 7	25 22,38	55 45,04
—— 12	25 34,42	54 35,63
—— 15	25 44,01	53 41,63
—— 17	21 25 51,59	—15 53 3,44

NB. Die Angaben bei allen vorhergehenden Beobachtungen gelten für's Centrum des Planeten, ausgenommen bei der Venus den 10. Mai, wo der östliche Rand beobachtet wurde.

Anzeige die Königsberger Astronomischen Beobachtungen betreffend.

Um die Verbreitung dieses Werkes zu befördern, hat die Königl. Universitäts-Sternwarte das Eigenthumsrecht an demselben an sich gebracht und setzt nun den Preis bedeutend herunter. Die funfzehn ersten Abtheilungen werden Denen, welche alle zusammen nehmen, für 20 Thaler überlassen werden; Die, welche nur einen Theil derselben ankaufen wollen, erhalten jede Abtheilung für 2 Thaler.

Gegen die baare Zahlung dieses Preises an die Königl. Universitäts-Casse in Königsberg, wird dieselbe eine Quitung ausstellen, gegen welche die bezahlten Exemplare auf der Sternwarte in Empfang genommen werden können. Zu noch gröfserer Erleichterung wird die *Rein*sche Buchhandlung in Leipzig, so weit der dortige kleine Vorrath reicht, die Zahlung in Empfang nehmen und das dagegen zu Empfangende abliefern.

Die jetzt erschienene 16te Abtheilung ist für 2 Thaler auf dieselbe Art zu erhalten.

Die Universitäts-Casse und der Director der Sternwarte verbitten sich alle Correspondenz über dieses Geschäft, können sich auch mit Versendungen nicht befassen.

Es sind einige Exemplare auf der Altonaer Sternwarte niedergelegt, wo Liebhaber sie, gegen Einsendung des Betrags und Bemerkung, an welchen Altonaer oder Hamburger Buchhändler sie abzuliefern sind, erhalten können.

Sternbedeckung beobachtet auf der Hamburger Sternwarte.

Am 16ten März hatte ich eine sehr vollkommene Beobachtung der Bedeckung von *s* Tauri.

Eintritt	9 h 43 ′ 56,4 ″	Sternzeit.
Austritt	10 36 58,7	——

Rümker.

Inhalt.

Comet, entdeckt von Herrn *Gambart*. p. 378. — Anzeige des Herrn Dr. u. Ritters *Olbers*, der Observations of Nebulae and Clusters of Stars etc. p. 373. — Beobb. des Herrn *Th. J. Hussey* in Kent. p. 379. — Beobb. der Pallas und Ceres auf der Mannh. Sternwarte zur Zeit ihrer Opposition 1834. p. 381. — Schreiben des Herrn *Prof. Weisse* Dir. der Sternw. in Cracau an den Herausgeber. p. 381. — Anzeige, die Königsberger Astronomischen Beobachtungen betreffend. p. 387. — Sternbedeckung beobachtet auf der Hamburger Sternwarte. p. 387.

(Nr. 258, 259, 260 werden nachgeliefert.) Altona, 1834. May 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 262.

Remarques sur une note de Mr. *de Pontécoulant*, qu'on trouve dans la Connaissance des tems de l'année 1836 pag. 21 et 22.

Par Mr. le Professeur *Hansen*, Directeur de l'Observatoire de Seeberg.

Dans un mémoire de Mr. *Poisson* „Sur le développement des coordonnées d'une planète etc." inseré dans la connaissance des tems de l'année 1836, on trouve une Note de Mr. *de Pontécoulant* dans lequelle ce géomètre a comperé la grande inégalité de Jupiter déterminée dans la Mécanique céleste, au résultet que j'ei obtenu pour la même inégalité dans mon mémoire couronné par l'Academie Royele de Berlin. En posant pour abréger

$$5n't + 5\varepsilon' - 2nt - 2\varepsilon = z.$$

Mr. *de Pontécoulant* trouve en secondes centésimales

$$3468'',741 \sin z + 203'',186 \cos z \quad (Hansen)$$
$$3888,670 \sin z + 354,716 \cos z \quad (Laplace)$$

et il ejoute: „la différence entre ces résultats est trop grande, pour qu'on puisse l'attribuer, en aucune manière, aux quantités que *Laplace* a negligées, puisque les quantités du cinquième ordre, dont il a tenu compte, sont déjà beaucoup moindres que cette différence."

En effet, on ne saurait point expliquer cette différence par les quantités negligées par *Laplace*, si elle avait effectivement lieu, mais en jettant un coup d'œil sur le résultat cité ci-dessus et sur celui de la Mécanique céleste, je voyais déjà que Mr. *de Pontécoulant* en faisant cette comparaison dût nécessairement s'être trompé, car, l'inégalité citée ci-dessus étant $3888'',670 \sin z + 354'',716 \cos z$ et l'inégelité de la Mécanique céleste étant $3893'',732 \sin z + 297'',735 \cos z$, les quantités du second ordre à soustraire ici sont beaucoup plus grandes que la différence entre ces deux résultats. Aussi le calcul, que je vais exposer ici, prouva bientôt que la faute était du coté de Mr. *de Pontécoulant*.

Le résultat obtenu par moi dans le mémoire cité pour Jupiter, qui se repporte à l'an 1800, est

$$+989'',498 \sin(5g' - 2g) + 424'',937 \cos(5g' - 2g)$$

g' et g désignant les anomalies moyennes de Saturne et de Jupiter. En y convertant les secondes sexagésimales en secondes centésimales et en y introduisant, et la même masse de Saturne dont *Laplace* a fait usage dans la Mécanique céleste, et les longitudes moyennes au lieu des anomalies moyennes, j'ai trouvé, ainsi que Mr. *de Pontécoulant*

$$+3468'',741 \sin(5\nu' - 2\nu) + 203'',186 \cos(5\nu' - 2\nu)$$

ν' et ν désignant les longitudes moyennes de Saturne et de Jupiter. On doit se reppeller ici que ces coëfficients ne contiennent que les quantités du premier ordre par rapport à la masse perturbatrice, et que les longitudes moyennes y sont comptées de l'équinoxe fixe de 1800. Les diverses parties de cette inégelité, qu'on trouve dans le chapitre XII du livre VI de la seconde partie de la Mécanique céleste contiennent déjà une partie des termes du second ordre, et les longitudes y sont rapportées à l'an 1750. Ainsi pour pouvoir faire la comparaison il feut premièrement en soustraire ces parties. Pour cet effet on doit remarquer, qu'une partie de ces termes coutient le carré du diviseur $5n' - 2n$, et que l'autre partie en contient seulement la première puissance. Soit

$$(a + a't + a''t^2) \sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+ (b + b't + b''t^2) \cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

la partie de l'inégalité en question, qui contient le carré de $5n' - 2n$, et dans laquella je suppose qu'on ait déjà réduit les coëfficients à l'an 1800. On aura sa seconde différentielle par rapport au temps égale à

$$-dt^2 (f^2 a + 2f b' - 2a'') \sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$-dt^2 (f^2 b - 2f a' - 2b'') \cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

en omettant dans cette différentielle les termes où se trouve le temps hors du signe de sinus et de cosinus, et en appellant f la quantité $5n' - 2n$ évaluée en parties du rayon. Cette expression ne contient que les termes du premier ordre, et en la réintégrent on trouve

$$\left.\begin{aligned}&\left(a + 2\frac{b'}{f} - 2\frac{a''}{f^2}\right) \sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)\\ &+\left(b - 2\frac{a'}{f} - 2\frac{b''}{f^2}\right) \cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (a)$$

qui est l'inégalité exempte des termes du second ordre.

Digitized by Google

La partie de l'inégalité de la Mécanique céleste qui contient la première puissance de $5n' - 2n$ doit être traitée de la même manière, seulement on ne doit différentier et réintégrer qu'une seule fois. Cependant, comme il paraît que *Laplace* ait négligé dans cette partie les termes du second ordre, qui ne sont pas multipliés par le temps même, on peut se contenter à y réduire les coëfficients à 1800. Outre cela, il faut remarquer, que les longitudes $n't + \varepsilon'$ et $nt + \varepsilon$ sont comptées de l'équinoxe de 1750, tandis que les longitudes désignées par ν' et ν se rapportent à l'équinoxe de 1800, ainsi pour faire la comparaison, il faut réduire les expressions à ne contenir que des longitudes de la même espèce.

Après avoir exposé les principes sur lesquels doit s'appuyer cette comparaison, je prends l'inégalité de la Mécanique céleste. En se rappellant que les signes des quantités du cinquième ordre par rapport aux excentricités et aux inclinaisons y doivent être renversés, on a

$$(3900'',616 - t.0'',02598 - t^2.0'',0000594)\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+ (368''910 - t.1''46199 + t^2.0''0002425)\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

$log\ 2$	$=$	0,3010300		0,30103		0,30103	
$log\ b'$	$=$	0,1531011n	$log\ a''$	$=$ 5,77379n	$log\ a'$	$=$ 8,42325n	$log\ b''$	$=$ 6,38471
$log\ f$	$=$	7,8531891	$2log\ f$	$=$ 5,70638		7,85319		5,70638
		2,6009420n		0,36844n		0,87109n		0,97936

Nombres $= -398'',972 \ldots\ldots\ldots\ldots -2'',336 \ldots\ldots\ldots\ldots -7'',432 \ldots\ldots\ldots\ldots +9'',536$

ainsi le résultat de ce calcul est

$$(b) \ldots\ldots \begin{cases} +3464'',110\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \\ +\ 320''131\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \end{cases}$$

Les autres parties de la grande inégalité de Jupiter, excepté celles qui ne contiennent que des termes du second ordre sont, d'après la Mécanique céleste,

$$\begin{cases} -53'',176 + t.0'',006050 \\ +\ 2,532 - t.0,001831 \end{cases} sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+ \begin{cases} 16,543 + t.0,016818 \\ -5,673 - t.0,000046 \end{cases} cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

en prenant leur somme et en la réduisant à 1800, on trouve

$$-50'',433\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+\ 11''709\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

Si l'on ajoute cette quantité à la quantité (b), il vient

$$(c) \ldots\ldots \begin{cases} +3413'',677\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \\ +331''840\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \end{cases}$$

pour les termes du premier ordre, que *Laplace* a considérés dans la grande inégalité de Jupiter. Or, en désignant la précession générale annuelle par ψ, on a

$$nt + \varepsilon = \nu - 50\psi \quad \text{et} \quad n't + \varepsilon' = \nu' - 50\psi$$

et

$$-(38'',693 - t.0'',00542)\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+ (25''065 + t.0''01508)\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

dont la somme est

$$(3861'',923 - t.0'',02056 - t^2.0'',0000594)\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+ (393''975 - t.1''44691 + t^2.0''0002425)\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

pour la partie qui contient le carré du diviseur $5n' - 2n$. En y réduisant les coëfficients à 1800, on trouve facilement

$$(3860'',746 - t.0'',02650 - t^2.0'',0000594)\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+ (322''235 - t.1''42266 + t^2.0''0002425)\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

Or, d'après la Mécanique céleste, on a $n' = 135792'',34$, $n = 337210'',78$, ainsi

$$5n' = 678961'',70$$
$$2n = 674421,56$$
$$5n' - 2n = +4540'',14 \ldots\ldots log = 3,6570692$$
$$\text{log. de l'arc égal au rayon} \ldots = 5,8038801$$
$$log\ f = 7,8531891$$

partant le calcul d'après la formule (a) ci-dessus donne

$log\ 2$	$=$	0,3010300		0,30103		0,30103	
$log\ b'$	$=$	0,1531011n	$log\ a''$	$=$ 5,77379n	$log\ a'$	$=$ 8,42325n	$log\ b''$	$=$ 6,38471
$log\ f$	$=$	7,8531891	$2log\ f$	$=$ 5,70638		7,85319		5,70638
		2,6009420n		0,36844n		0,87109n		0,97936

Nombres $= -398'',972 \ldots\ldots\ldots\ldots -2'',336 \ldots\ldots\ldots\ldots -7'',432 \ldots\ldots\ldots\ldots +9'',536$

partant

$$5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon = 5\nu' - 2\nu - 150\psi$$

et l'expression précédente devient

$$3413'',677\ sin(5\nu' - 2\nu - 150\psi + 331'',840\ cos(5\nu' - 2\nu - 150\psi)$$

ou

$$\left\{3413'',677\ cos(150\psi) + 331'',840\ sin(150\psi)\right\} sin(5\nu' - 2\nu)$$
$$+ \left\{331,840\ cos(150\psi) - 3413,677\ sin(150\psi)\right\} cos(5\nu' - 2\nu)$$

En prenant $\psi = 50'',2238$, ce qui donne $150\psi = 2°\,5'\,33'',6$, on trouve

$log\ cos(150\psi)$	$=$	9,9997103	$log\ sin(150\psi)$	$=$	8,5624809
$log\ 3413,677$	$=$	3,5332224	$log\ 331,840$	$=$	2,5209287
$log\ sin(150\psi)$	$=$	8,5624809	$log\ cos(150\psi)$	$=$	9,9997103
Sommes		3,5329327 $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ 1,0834096			
		2,0957033 $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ 2,5206390			
Nombres		$+3411'',401$			$+124'',653$
		$+\ 12,117$			$+331,619$

partant l'expression (c) est convertie en

$$3423'',518\ sin(5\nu' - 2\nu) + 206'',966\ cos(5\nu' - 2\nu)$$

Digitized by Google

qui étant comparée à mon résultat cité plus haut donne pour différence entre *Laplace* et moi

$$+ 45'',223 \sin(5v' - 2v) - 3'',778 \cos(5v' - 2v) \text{ (centésimales)}$$

différence qui est beaucoup plus petite que celle que Mr. *de Pontécoulant* avait trouvée. Elle vient en partie de quelques termes que *Laplace* a negligés, et en partie de ce que nous avons fondé le calcul numérique des perturbations sur des élémens elliptiques de Jupiter et de Saturne, qui diffèrent sensiblement les uns des autres.

Tous les calculs numériques de mon mémoire sur les perturbations de Jupiter et de Saturne ont été tellement institués, qu'ils portent en eux-mêmes, et indépendemment de tout calcul étranger, les preuves de leur justesse, et par conséquent, il n'est pas nécessaire pour prouver l'exactitude de mes coëfficients, que je les calcule de nouveau par une méthode différente. Cependant pour satisfaire le mieux possible à mes lecteurs, je vais exposer ici le calcul de cette partie de la grande inégalité de Jupiter qui, suivant la théorie de la variation des constantes arbitraires, affecte le moyen mouvement de cette planète, et je me servirai dans ce calcul de la méthode de développement de la fonction perturbatrice, que *Laplace* a donnée dans la Mécanique céleste.

Les expressions analytiques des termes du troisième ordre par rapport aux excentricités et à l'inclinaison (réciproque de cette inégalité se trouvent dans le tome III de la Méc. cél. à la page 23, et la plupart des termes du cinquième ordre est donnée avec des signes contraires à la page 27 et 28. Je néglige les termes du septième ordre et des ordres supérieurs, mais j'ajoute aux termes mentionés les suivans, qui sont aussi du cinquième ordre,

$$\text{à } N^{(10)} \cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + \omega' - 4\Pi)$$

$$\text{à } N^{(11)} \cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + \omega - 4\Pi)$$

où l'on a

$$\text{à } N^{(10)} = -\frac{e'\gamma^4}{256}\left[3\alpha^2 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha} - 27\alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}\right]$$

$$\text{à } N^{(11)} = +\frac{e\gamma^4}{256} \cdot 3\alpha^3 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha}$$

et au lieu des valeurs de à $N^{(7)}$ et de à $N^{(8)}$ de la Méc. cél., je fais usage des suivantes

$$\text{à } N^{(7)} = -\frac{e^3\gamma^2}{128}\left[\alpha^4 \frac{d^3 b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^3} + 18\alpha^3 \frac{d^2 b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^2} - 23\alpha^2 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha} - 810\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(3)}\right]$$

$$-\frac{e^2e'\gamma^2}{64}\left[\alpha^4 \frac{d^3 b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^3} + 16\alpha^3 \frac{d^2 b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^2} + 30\alpha^2 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha} - 140\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(3)}\right]$$

$$+\frac{e'\gamma^4}{128}\left[3\left\{\alpha^3 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha} + \alpha^3 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{d\alpha}\right\} + 33\left\{\alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(4)} + \alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(2)}\right\}\right]$$

$$\text{à } N^{(8)} = +\frac{e^3\gamma^2}{128}\left[\alpha^4 \frac{d^3 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^3} + 11\alpha^3 \frac{d^2 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^2} - 2\alpha^2 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha} - 150\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(4)}\right]$$

$$+\frac{ee'^2\gamma^2}{64}\left[\alpha^4 \frac{d^3 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^3} + 13\alpha^3 \frac{d^2 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^2} + 66\alpha^2 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha} - 686\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(4)}\right]$$

$$-\frac{e\gamma^4}{128}\left[3\left\{\alpha^3 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{d\alpha} + \alpha^3 \frac{db_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha}\right\} + 24\left\{\alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(4)} + \alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(3)}\right\}\right]$$

que j'ai obtenues par un développement exécuté par moi-même. La signification des lettres est ici la même que dans la Méc. cél., seulement on doit entendre sous γ le double du sinus de la demie inclinaison des orbites de Jupiter et de Saturne, et on doit étendre cette signification aux formules de la Méc. cél.

J'ai fondé les calculs numériques sur les mêmes élémens elliptiques de Jupiter et de Saturne, dont je me suis servi dans mon mémoire sur les perturbations de ces planètes, et c'est ainsi que j'ai trouvé les valeurs numériques suivantes, à qui j'ai donné par-tout les signes contraires,

Digitized by Google

à $M^{(0)} e'^3 \cos 3\pi'$	=	− 0,0000421911	à $M^{(0)} e'^3 \sin 3\pi'$	=	− 0,0009279281
à $M^{(1)} e'^2 e \cos(2\pi' + \pi)$	=	+ 0,0014404616	à $M^{(1)} e'^2 e \sin(2\pi' + \pi)$	=	+ 0,0002382517
à $M^{(2)} e' e^2 \cos(\pi' + 2\pi)$	=	− 0,0002760790	4 $M^{(2)} e' e^2 \sin(\pi' + 2\pi)$	=	+ 0,0007049532
à $M^{(3)} e^3 \cos 3\pi$	=	− 0,0001085386	à $M^{(3)} e^3 \sin 3\pi$	=	− 0,0000715182
à $M^{(4)} e' \gamma^2 \cos(\pi' + 2\Pi)$	=	+ 0,0000162719	à $M^{(4)} e' \gamma^2 \sin(\pi' + 2\Pi)$	=	− 0,0000054951
à $M^{(5)} e \gamma^2 \cos(\pi + 2\Pi)$	=	+ 0,0000008896	à $M^{(5)} e \gamma^2 \sin(\pi + 2\Pi)$	=	+ 0,0000076133
Sommes....		+ 0,0010308144			− 0,0000541232

à $N^{(0)} \cos(4\pi' + \pi)$	=	− 0,00000131757	à $N^{(0)} \sin(4\pi' - \pi)$	=	+ 0,00000034316 *)
à $N^{(1)} \cos 3\pi'$	=	+ 0,00000035654	à $N^{(1)} \sin 3\pi'$	=	+ 0,00000784134
à $N^{(2)} \cos(2\pi' + \pi)$	=	− 0,00001953659	à $N^{(2)} \sin(2\pi' + \pi)$	=	− 0,00000323134
à $N^{(3)} \cos(\pi' + 2\pi)$	=	+ 0,00000639011	à $N^{(3)} \sin(\pi' + 2\pi)$	=	− 0,00001631677
à $N^{(4)} \cos 3\pi$	=	+ 0,00000562727	à $N^{(4)} \sin 3\pi$	=	+ 0,00000370792
à $N^{(5)} \cos(-\pi' + 4\pi)$	=	− 0,00000066408	à $N^{(5)} \sin(-\pi' + 4\pi)$	=	+ 0,00000065540
à $N^{(6)} \cos(2\pi' - \pi + 2\Pi)$	=	− 0,00000018247	à $N^{(6)} \sin(2\pi' - \pi + 2\Pi)$	=	− 0,00000030786
à $N^{(7)} \cos(\pi' + 2\Pi)$	=	+ 0,00000003994	à $N^{(7)} \sin(\pi' + 2\Pi)$	=	− 0,00000001349
à $N^{(8)} \cos(\pi + 2\pi)$	=	− 0,00000002318	à $N^{(8)} \sin(\pi + 2\Pi)$	=	− 0,00000019828
à $N^{(9)} \cos(-\pi' + 2\pi + 2\Pi)$	=	+ 0,00000007250	à $N^{(9)} \sin(-\pi' + 2\pi + 2\Pi)$	=	+ 0,00000000676
à $N^{(10)} \cos(-\pi' + 4\Pi)$	=	− 0,00000000028	à $N^{(10)} \sin(-\pi' + 4\Pi)$	=	− 0,00000000040
à $N^{(11)} \cos(-\pi + 4\Pi)$	=	+ 0,00000000117	à $N^{(11)} \sin(-\pi + 4\Pi)$	=	− 0,00000000124
Sommes.....		− 0,00000923664			− 0,00000751480

*) J'ai déjà ajouté aux nombres de cette ligne le terme, qui provient de l'attraction de Saturne sur le Soleil.

Ainsi, après avoir ajouté ces sommes respectives, on trouve

$$-\text{à } R = +m' \cdot 0{,}0010215778 \cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) - m' \cdot 0{,}0000616380 \sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

En y introduisant les anomalies moyennes au lieu des longitudes moyennes, et en se rappellant, que la fonction perturbatrice, que j'ai appellée Ω d'après *Lagrange*, est égale à $-R$, on trouve facilement

$$\Omega = +m' \cdot 0{,}0004021973 \cos(5g' - 2g) - m' \cdot 0{,}0009410936 \sin(5g' - 2g)$$

g' et g étant les anomalies moyennes de Saturne et de Jupiter. En appellant f le facteur par lequel on doit multiplier le premier terme de cette expression pour en déduire le coëfficient de l'inégalité correspondante du mouvement moyen, le facteur du second terme sera $-f$, et l'on trouve au moyen des données de mon mémoire.

$$\log f = 6{,}0272731$$

et par conséquent l'inégalité cherchée égale à

$$+428'',265 \sin(5g' - 2g) + 1002'',088 \cos(5g' - 2g)$$

Or, la table V de mon mémoire mentionné donne

$$\Omega = +m' (6{,}6044167) \cos(5g' - 2g) - m' (6{,}9736110) \sin(5g' - 2g)$$

où les nombres en parenthèses sont les logarithmes des coëfficients, que j'ai obtenus, comme on sait, par une méthode tout à fait différente de celle-ci, par laquelle j'ai calculé les coëfficients ci-dessus. En multipliant les coëfficients de la dernière expression de Ω par f et par $-f$, on aura l'inégalité cherchée égale à

$$+428'',243 \sin(5g' - 2g) + 1002'',038 \cos(5g' - 2g)$$

La différence entre ces deux résultats est

$$-0'',022 \sin(5g' - 2g) - 0'',050 \cos(5g' - 2g)$$

Voici donc un accord aussi bon, qu'on peut le desirer.

Obs. de Seeberg le 2 Juin 1834.

Hansen.

Digitized by Google

Mondskulminationen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte des Generalstaabes in St. Petersburg.

1829 neuen Styls.		AR. Unterschiede.	
Den 13 März.	E^2 Orionis	+ 26′ 47″,75	(7)
Mond I R. (5)	G Geminor.	— 8 24,23	(7)
	λ ——	— 36 40,96	(7)
Den 14 März.	λ ——	+ 15 42,35	(7)
Mond I R. (7)	f ——	— 5 37,86	(4)
	β ——	— 10 52,73	(6)
	r Cancri	— 27 47,25	(7)
Den 15 März.	r ——	+ 22 58,72	(7)
Mond I R. (7)	e ——	— 2 32,42	(4)
	29 ——	— 4 20,79	(3)
	a^2 ——	— 34 24,06	(7)
Den 16 März.	a^2 Cancri	+ 14 50,34	(7)
Mond I R. (7)	k ——	+ 5 29,36	(7)
	35 Leonis	— 4 36,27	(7)
	0 ——	— 28 3,08	(7)
Den 18 März.	α Leonis	+ 39 49,76	(7)
Mond I R. (7)	z ——	+ 25 1,91	(7)
	35 Sextantis	+ 4 36,99	(7)
	d Leonis	— 12 38,52	(7)
	τ ——	— 40 3,56	(7)
Den 19 März.	q Leonis	+ 17 19,40	(7)
Mond I R. (5)	β Virginis	— 15 58,61	(1)
Den 11 April.	e Cancri	— 20 57,98	(3)
Mond I R. (3)	A^2 ——	— 41 15,14	(5)
Den 14 April.	16 Sextantis	+ 22 2,87	(7)
Mond I R. (7)	48 Leonis	— 3 32,82	(6)
	35 Sextantis	— 12 8,31	(7)
	d Leonis	— 29 23,97	(7)
Den 15 April.	d Leonis	+ 17 22,93	(7)
Mond I R. (7)	τ ——	— 10 2,16	(7)
Den 16 April.	β Virginis	+ 14 6,53	(7)
Mond I R. (7)	213 ——	+ 3 37,11	(7)
	n ——	— 14 0,72	(7)
	γ′ ——	— 37 6,41	(7)
Den 20 April.	α^2 Librae	+ 35 16,15	(6)
Mond II R. (7)	o^2 ——	+ 3 11,94	(5)
	γ ——	— 8 16,18	(7)
	δ ——	— 27 23,86	(7)

Sternbedeckung den 15 April 1829.
Eintritt r Leonis = 10^h 33′ 9″,5 Sternzeit.

1831 neuen Styls.			
Den 20 März.	E^2 Orionis	— 24′ 0″,07	(7)
Mond I R. (7)	21 Geminor.	— 41 32,70	(7)

1831 neuen Styls.		AR. Unterschiede.	
Den 22 März.	λ Geminor.	+ 33′ 30″,85	(6)
Mond I R. (7)	f ——	+ 12 10,66	(6)
	g ——	+ 5 33,26	(7)
Den 24 März.	ν Leonis	— 13 58,10	(7)
Mond I R. (7)	237 ——	— 19 55,91	(7)
Den 25 März.	π Leonis	+ 36 44,44	(7)
Mond I R. (7)	A ——	+ 29 5,40	(7)
	b′ ——	+ 11 40,76	(7)
Den 26 März.	56 Leonis	+ 31 52,30	(7)
Mond I R. (7)	c ——	+ 27 8,07	(7)
	σ ——	+ 6 41,83	(4)
Den 27 März.	50 Leonis	+ 53 47,40	(7)
Mond I R. (7)	77 ——	+ 49 10,11	(7)
	o ——	+ 40 8,18	(7)
Den 28 März.	143 Virginis	+ 29 44,42	(7)
Mond II R. (7)	38 ——	+ 14 14,32	(7)
	k ——	+ 8 49,01	(7)
Den 20 April.	ψ Leonis	— 15 34,64	(4)
Mond I R. (5)	ν ——	— 30 10,80	(7)
	237 ——	— 36 8,34	(6)
Den 24 April.	η Virginis	+ 29 12,67	(7)
Mond I R. (7)	91 ——	+ 21 16,81	(7)
	γ′ ——	+ 7 22,34	(7)
Den 25 April.	4 Virginis	+ 26 41,18	(7)
Mond I R. (5)	l^2 ——	+ 4 42,67	(7)
Den 26 April.	287 Virginis	+ 19 57,66	(7)
Mond I R. (7)	y ——	+ 15 21,90	(6)
	x ——	+ 11 29,25	(7)
Mond II R. (1)	287 ——	+ 22 1,51	(7)
	y ——	+ 17 25,75	(6)
	x ——	+ 13 33,10	(7)

Sternbedeckung den 24 März 1831.
Eintritt anon. 9^h 42′ 25″,3 Sternzeit.

1832 neuen Styls.			
Den 10 Febr.	48 Tauri	+ 17 14,73	(6)
Mond I R. (5)	l ——	— 24 11,28	(7)
	m ——	— 34 2,49	(7)
Den 12 Febr.	χ^3 Orionis	+ 35 28,65	(7)
Mond I R. (5)	ζ Geminor.	— 24 43,44	(7)
	q ——	— 42 36,76	(7)
Den 15 Febr.	π^2 Cancri	+ 36 18,58	(7)
Mond I R. (7)	74 Leonis	+ 26 1,85	(7)
	α ——	— 17 9,74	(7)

Digitized by Google

1832 neuen Styls.		AR. Unterschiede.	
Den 9 März.	119 Tauri	— 17′ 19″,73	(6)
Mond I R. (5)	N ——	— 32 36,32	(7)
Den 10 März.	ξ Geminor.	— 47 1,94	(7)
Mond I R. (5)			
Den 13 März.	ν Leonis	— 34 15,11	(5)
Mond I R. (7)	α ——	— 44 29,46	(7)
Den 14 März.	ν Leonis	+ 24 59,98	(3)
Mond I R. (5)	α ——	+ 14 45,45	(7)
	l ——	— 26 14,84	(7)
Den 15 März.	l Leonis	+ 30 26,55	(7)
Mond I R. (7)	ν Virginis	— 26 21,52	(7)
	b ——	— 40 28,69	(7)
Den 16 März.	ν Virginis	+ 30 11,17	(7)
Mond II R. (7)	b ——	+ 16 4,02	(7)
	r ——	+ 6 19,63	(6)
Den 10 April.	7 Leonis	+ 26 53,83	(7)
Mond I R. (7)	α ——	— 5 49,90	(7)
	ρ ——	— 30 22,22	(7)
	l ——	— 46 50,22	(7)
Den 11 April.	ρ Leonis	+ 25 44,62	(7)
Mond I R. (7)	l ——	+ 9 16,84	(7)
	ν Virginis	— 47 31,44	(7)
Den 12 April.	ν Virginis	+ 6 21,14	(7)
Mond I R. (7)	r ——	— 17 30,42	(7)
	142 ——	— 46 13,98	(5)
Den 13 April.	142 Virginis	+ 5 56,73	(7)
Mond I R. (5)	k^2 ——	— 19 30,16	(7)
Den 15 April.	88 Virginis	+ 40 59,80	(7)
Mond II R. (7)	94 ——	+ 23 6,48	(7)
	x ——	+ 16 34,39	(7)
Den 8 May.	χ Leonis	— 23 7,23	(6)
Mond I R. (7)			
Den 10 May.	b-Leonis	+ 27 20,58	(4)
Mond I R. (7)	γ Virginis	— 14 27,84	(6)

Sternbedeckungen 1832 n. St.

Den 10 Febr.	Eintritt α Tauri	4 40 29,1	St.Z.
	Austritt ——	5 49 44,1	
Den 15 Febr.	Eintritt ψ Leonis	4 55 3,4	St.Z.
Den 8 März.	Eintritt anon.	8 45 0,2	St.Z.
	Eintritt anon.	9 52 32,7	
	Eintritt anon.	10 5 30,2	
	Eintritt anon.	10 45 23,2	

1833 neuen Styls.		AR. Unterschiede.	
Den 29 Jan.	103 Tauri	— 24′ 53″,61	(7)
Mond I R. (5)	b Plejad.	— 29 52,55	(6)
Den 30 Jan.	λ Tauri	+ 8′ 46″,66	(7)
Mond I R. (7)	s ——	— 18 39,74	(7)
	α Tauri	— 26 8,22	(7)
	97 i ——	— 40 24,24	(7)
Den 26 Febr.	α Arietis	+1h 41 53,24	(6)
Mond I R. (5)	λ Tauri	—0 11 46,96	(6)
	γ ——	—0 30 38,89	(7)
	δ ——	—0 33 39,84	(6)
	ε ——	—0 39 13,35	(7)
Den 28 Febr.	β Tauri	+0 29 29,66	(7)
Mond I R. (7)	δ Orionis	+ 11 45,83	(7)
	ζ Tauri	+ 7 33,98	(7)
	α Orionis	— 10 54,20	(7)
	ν ——	— 22 48,50	(7)
	η Geminor.	— 29 34,12	(7)
	μ ——	— 37 38,72	(7)
	18 ν ——	— 43 49,08	(6)
	γ ——	— 52 50,25	(7)
	ξ ——	— 59 20,79	(6)
Den 5 März.	γ Leonis	+ 44 0,67	(7)
Mond I R. (7)	ρ ——	+ 30 44,96	(7)
	θ ——	— 10 42,53	(7)
	σ ——	— 17 45,81	(7)
	τ ——	— 24 35,23	(6)
	ξ Virginis	— 41 54,71	(7)
	β Leonis	— 45 46,61	(7)
Den 6 März.	σ Leonis	+ 43 51,46	(7)
Mond II R. (7)	ξ Virginis	+ 19 32,43	(7)
	β Leonis	+ 15 40,60	(7)
	η Virginis	— 15 9,02	(7)
	s ——	— 57 39,04	(7)
Den 7 März.	γ′ Virginis	+ 19 50,13	(6)
Mond II R. (7)	δ ——	+ 5 50,65	(7)
	θ ——	— 8 16,38	(7)
	α ——	— 23 22,00	(7)
	ζ ——	— 33 8,89	(7)
Den 9 März.	α Virginis	+1 26 8,70	(7)
Mond II R. (7)	τ ——	+ 49 23,98	(5)
	μ ——	+ 8 17,43	(7)
	z ——	+ 4 44,51	(7)
	Γ Librae	— 42 30,26	(6)
	α Serpentis	— 53 29,37	(5)
	μ ——	— 58 21,17	(5)
	θ Librae	—1 1 46,12	(3)
Den 27 März.	α Tauri	+ 49 13,73	(7)
Mond I R. (7)	α Orionis	— 30 34,00	(7)

Digitized by Google

1833 neuen Styls.		AR. Unterschiede.		
Den 30 März.	α Geminor.	+	58 11,50	(7)
Mond I R. (7)	α Canis min.	+	51 33,89	(7)
	β Geminor.	+	47 1,80	(7)
	85 l ——	+	36 12,44	(7)
	(42) Cancri	+	11 30,91	(7)
	83 q ——	−	47 32,44	(7)
	α Hydrae	−	57 16,24	(7)
Den 3 April.	β Leonis	+	41 7,95	(7)
Mond I R. (7)	7 b Virginis	+	30 16,47	(7)
	o ——	+	24 58,03	(7)
	η ——	+	10 18,16	(7)
	29 γ 1 ——	−	11 32,17	(7)
	δ ——	−	25 31,56	(7)
	ε ——	−	32 11,85	(6)
	θ ——	−	39 38,58	(7)
	α ——	−	54 44,21	(7)
Den 4 April.	29 γ 1 Virginis	+	46 32,36	(7)
Mond II R. (7)	38 ——	+	35 6,11	(7)
	δ ——	+	32 32,94	(5)
	ε ——	+	25 52,64	(7)
	θ ——	+	18 25,80	(7)
	α ——	+	3 20,15	(5)
	ζ ——	−	6 26,70	(7)
	τ ——	−	33 34,60	(7)
	κ ——	−	44 15,43	(7)
Den 6 April.	α Virginis	+1h	53 34,49	(7)
Mond II R. (7)	α² Librae	+	28 19,59	(7)
	δ ——	+	17 55,29	(7)
	β ——	+	1 57,06	(3)
	o² ——	−	3 24,73	(5)
	f' ——	−	15 4,75	(5)
	η ——	−	24 42,44	(7)
	μ Serpentis	−	30 55,75	(7)
	θ Librae	−	34 20,57	(7)
	π Scorpii	−	39 46,86	(7)
Den 7 April.	η Librae	+	30 34,32	(7)
Mond II R. (5)	μ Serpentis	+	24 20,96	(6)
	θ Librae	+	20 55,94	(6)
	π Scorpii	+	16 29,79	(5)
	β ——	+	9 31,39	(7)
	ε Ophiuchi	−	4 13,78	(5)
	α Scorpii	−	14 55,05	(7)
	ζ Ophiuchi	−	22 42,28	(6)

1833 neuen Styls.		AR. Unterschiede.		
Den 29 April.	i Leonis	−	13 3,44	(7)
Mond I R. (7)	τ ——	−	17 10,99	(5)
	υ ——	−	26 14,13	(6)
	3 ν Virginis	−	35 6,68	(4)
	β Leonis	−	38 22,57	(7)
Den 1 May.	γ' Virginis	+	19 40,25	(6)
Mond I R. (7)	δ ——	+	5 40,77	(7)
	α ——	−	23 32,03	(7)
	ζ ——	−	33 18,98	(7)
	τ ——	−1h	0 16,94	(7)
Den 2. May.	θ Virginis	+	45 49,46	(5)
Mond I R. (7)	α ——	+	30 43,69	(7)
	ζ ——	+	20 56,72	(5)
	τ ——	−	6 1,19	(7)
	κ ——	−	16 51,93	(7)
	λ ——	−	22 57,12	(3)
	2 Librae	−	27 19,27	(3)
	φ Virginis	−	32 28,34	(7)
	μ ——	−	47 8,19	(7)
	z ——	−	50 40,87	(7)
Den 3 May.	α Virginis	+1	25 10,34	(7)
Mond I R. (7)	κ ——	+	37 34,81	(7)
	2 Librae	+	27 7,87	(7)
	φ Virginis	+	21 58,14	(7)
	μ ——	+	7 18,43	(7)
	z ——	+	3 45,67	(4)
	β Librae	−	26 27,44	(7)
	f' ——	−	43 29,25	(7)
Den 3 May.	α Virginis	+1	27 25,85	(7)
Mond II R. (5)	κ ——	+	39 50,32	(7)
	2 Librae	+	29 22,87	(7)
	φ Virginis	+	24 13,64	(7)
	μ ——	+	9 33,93	(7)
	z ——	+	6 1,17	(4)
	β Librae	−	24 11,93	(7)
	f ——	−	41 13,76	(7)

Sternbedeckung den 27 März 1833.

Eintritt (125) Tauri = 8h 9' 53,0 Sternzeit.

Digitized by Google

Opposition der Pallas 1834.

Von Herrn Hofrath *Gauss* in Göttingen habe ich folgende von ihm am Meridiankreise gemachte Beobachtungen der Pallas erhalten. Wir haben hier keine erhalten.

			h ′ ″	° ′ ″
1834	Febr. 6		8 41 47,02	— 20 44 23,7
	——	9	8 39 39,10	— 19 41 52,9
	——	10	8 38 57,80	— 19 20 0,3

S.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Francis Baily* an den Herausgeber.

London, 37 Tavistock Place June 16. 1834.

I beg leave to state that I have recently discovered, amongst *Flamsteed's* MSS at the Royal Observatory at Greenwich, the original computation book, in which are detailed the steps of the process by which the positions of the major part of the stars in the British Catalogue have been deduced: and that I have thereby been enabled to detect a great number of errors in that catalogue; and to ascertain that several of the stars, which cannot now be discovered, never existed, but have been inserted in the catalogue by mistake. I have also compared the whole of the British Catalogue with the values given by *Bradley*, *Piazzi* and others, reduced to the epoch of 1690: and by means of the above computation book have detected a great many other errors. Having thus corrected and also enlarged the original catalogue, I drew up a statement of the case, which was presented to Government; who have directed the catalogue, thus amended, to be printed at the public expence, together with such extracts from the other MSS, discovered at the Royal Observatory, as may tend to illustrate the early history of the observatory, and of the times in which *Flamsteed* lived: and I am now proceeding with the work. There is much curious and interesting matter contained in those MSS; as you already partly know from the brief account of them read before the Astronomical Society in November last.

Francis Baily.

Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber.

London, June 13, 1834.

I have compared the observations of Transits of the Moon and Moon Culminating Stars made at the Observatory Cape of Good Hope in 1832 and 1833 with the corresponding observations made at the Observatories of Greenwich and Cambridge, and combining the result with that obtained from former observations made by the late Mr. *Fallows* in 1829 and 1830, I now find the Longitude of the Cape Observatory to be $1^h\,13^m\,55^s{,}0$ East of Greenwich, being one second less than the quantity I have hitherto adopted.

From the observed Declinations of Mars and Stars made at Altona on four different days, about the period of opposition in 1832, published in Astronomische Nachrichten No. 240, compared with the corresponding Declinations observed at the Cape, the Sun's mean Equatoreal horizontal parallax appears to be $9''{,}105$. The mean of the four values of this Element obtained from comparing the observations made at the Cape with those made at Greenwich, Cambridge and Altona is $9''{,}028$.

T. Henderson.

Inhalt.

Remarques sur une note de Mr. *de Pontécoulant*, qu'on trouve dans la Connaissance des tems de l'année 1836 pag. 21 et 22, par Mr. le Professeur *Hansen*. pag. 389.
Mondculminationen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte des Generalstaabes in St. Petersburg. pag. 397.
Opposition der Pallas 1834. pag. 403.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Fr. Baily* an den Herausgeber. pag. 403.
Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber. pag. 403.

Altona 1834. Juli 9.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 263.

Beiträge zu Längenbestimmungen aus Schweden

von *A. Häggbladh* und *G. Svanberg*.

Im Herbste 1830 wurden provisorische Sternwarten in Umeå und Haaparanta im nördlichen Schweden errichtet, um die Länge dieser beiden Oerter aus Sternbedeckungen und Mondsternen zu bestimmen. In Umeå gebrauchte *Häggbladh* ein Reflexionstelescop, ein portables Passageninstrument von *Jones*, eine Pendeluhr von *Berthoud* und ein Chronometer von *Arnold*. Die Pendeluhr ging im Anfange gut, aber bei zunehmender Kälte immer schlechter, und blieb zuletzt ganz stehen; doch gelang es gröfstentheils gleich vor und nach den Occultationen eine oder mehrere Fundamentalsterne am Passageninstrument zu beobachten. In Haaparanta hatte Premierlieutenant *Osterman* ein ähnliches Passageninstrument, wie in Umeå, ein kleines *Dollond*'sches Fernrohr, eine Pendeluhr mit Holzpendel, nebst zwei Chronometern. Er mufste früher mit den Beobachtungen aufhören, weil die starke Kälte einen sehr nachtheiligen Einfluſs auf die Uhren äufserte und endlich, bei einigen dreifsig Graden unter dem Gefrierpunkte, ihren Gang ganz hemmte. Zu derselben Zeit suchten Professor Ritter *Cronstrand* in Stockholm und *G. Svanberg* in Upsala so viel wie möglich correspondirende Beobachtungen zu bekommen, was jedoch durch das verschiedene Wetter an so entfernten Oertern nicht sehr begünstigt wurde. Schon vor zwei Jahren hatten wir die Berechnung von den auf diese Art erhaltenen Sternbedeckungen und den, uns bekannten, damit correspondirenden vorgenommen. Da uns aber seitdem Umstände verhindert haben einige noch übrige, wie auch die Mondsterne zu berechnen, so glauben wir die schon berechneten vorläufigen Resultate nicht länger zurückhalten zu dürfen, und hoffen in einer Fortsetzung dieselben näher berichtigen zu können.

Von den folgenden Columnen enthält die zweite die Beobachtungsmomente; die dritte und vierte die Conjunctionszeiten, nebst der Breitenverbesserung.

1830. Sept. 5 ν Piscium.

		h ′ ″	h ′ ″	$d\beta$	
Haaparanta	A.	11 20 41,47	10 53 55,38	+0,988	gut.
Umeå	E.	10 10 49,50	10 38 34,83	—1,072	nicht gut.
Umeå	A.	11 0 20,93	10 38 26,87	+0,973	augenbl.
Schwarzkosteletz	A.	10 7 58,62	10 16 44,06	+1,679	
Oberkastell	A.	9 38 43,68	9 53 49,62	+1,742	sehr gut.

1830 Sept. 6. μ Ceti.

Åbo	E.	13 18 19,66	13 38 31,81	—1,738	sehr genau.
	A.	14 0 43,01	13 37 45,18	+1,990	ebenso.
Umeå	A.	13 58 42,00	13 29 53,69	+1,434	gut.
Schwarzkosteletz	E.	12 39 14,85	13 9 30,21	—4,537	2—3″ unsicher.

1830. Sept. 8. 89 Tauri.

Haaparanta	E.	12 14 20,55	13 4 26,44	+0,993	nicht sicher.
	A.	13 6 30,80	13 5 13,62	—0,756	nicht gut.
Åbo	E.	11 56 23,50	12 57 6,14	+0,799	nicht sehr gut.
	A.	12 50 0,40	12 56 54,31	—0,538	plötzl. obgl. höher erwartet.
Umeå	E.	11 54 54,73	12 48 58,59	+0,988	nicht gut.
	A.	12 46 8,42	12 49 1,23	—0,742	gut.
Schwarzkosteletz	A.	12 2 53,34	12 27 31,51	—0,180	

1830. Sept. 8. σ' Tauri.

Haaparanta	A.	13 25 40,60	13 25 56,37	+1,295	gut.
Åbo	E.	12 21 37,56	13 18 30,29	—1,303	gut.
	A.	13 5 28,27	13 18 5,59	+1,707	sehr gut.
Umeå	E.	12 17 2,90	13 10 20,23	—1,027	nicht gut.
	A.	13 5 12,60	13 10 25,41	+1,326	gut.
Schwarzkosteletz	E.	11 39 42,24	12 48 46,12	—2,308	
	A.	12 9 24,84	12 48 41,08	+3,314	

1830. Sept. 8. σ^2 Tauri.

Haaparanta	E.	12 37 36,65	13 30 30,70	—0,178	nicht gut.
	A.	13 35 57,87	13 30 7,39	—0,295	gut.
Åbo	E.	12 20 46,70	13 22 51,95	—0,340	gut.
Umeå	E.	12 17 56,20	13 15 2,20	—0,185	gut.
	A.	13 15 34,29	13 14 52,58	+0,396	gut.
Schwarzkosteletz	E.	11 34 58,24	12 53 13,04	—0,702	
	A.	12 25 37,34	12 53 14,09	+1,056	

Digitized by Google

1830 Sept. 9. N. Tauri. $d\beta$

Umeå	E. 17 3 32,40	17 39 16,34	+1,134	gut.
Prag	E. 16 15 48,84	17 15 56,11	—0,014	2-3 zweif.

1830. Sept. 10. 21 Geminorum.

Haaparanta	A. 12 22 34,77	12 47 11,53	—1,661	gut.
Umeå	E. 11 29 47,47	12 31 53,63	+2,365	nicht gut.
	A. 12 4 55,10	12 31 43,95	—1,621	gut.

1830. Sept. 10. 26 u Geminorum.

Haaparanta	E. 16 1 0,94	17 5 9,57	+0,101	nicht gut.
Umeå	E. 15 40 35,07	16 49 42,86	+0,022	gut.
Prag	A. 15 51 53,26	16 26 4,73	+1,686	

1830. Sept. 30. (1596) Aquarii.

Umeå	E. 9 0 40,73	9 7 25,69	—0,282	
Altona	E. 7 58 25,72	8 26 9,79	—0,417	viell. auf 1" unsicher.

1830. Oct. 23. d Sagittarii.

Die Declination nach *Argelander* A. N. Nr. 206.

Åbo	E. 7 13 38,22	7 1 42,20	+0,365	sehr gut.
Umeå	E. 7 1 3,36	6 53 40,76	+0,514	sehr gut.
Cracau	E. 7 11 12,73	6 52 23,69	—0,062	sehr gut.
Stockholm	E. 6 53 49,01	6 44 48,42	+0,404	
Upsala	E. 6 51 22,36	6 43 8,80	+0,430	
Wien	E. 6 53 30,90	6 38 3,02	—0,074	
Kremsmünster	E. 6 41 16,05	6 29 7,55	—0,038	
Oberkastell	E. 6 13 22,68	6 9 3,11	+0,044	plötzlich.

1830. Oct. 23. 774 Tob. Mayer.

Die Declination nach Herrn *A. Petersen* in Altona. Der Stern ist von ihm vier Mal am Meridiankreise beobachtet und die dadurch erhaltene Bestimmung weicht sehr wenig von *Piazzi* und Hist. Cél. ab.

Cracau	E. 7 33 22,52	7 8 36,17	+0,443	gut.
Stockholm	E. 7 17 43,08	7 1 2,03	+1,048	
Upsala	E. 7 15 23,14	6 59 21,43	+1,088	

1830. Oct. 30. γ Piscium.

Die Declination nach *Argelander* A. N. Nr. 206.

Åbo	E. 7 7 18,20	7 33 15,94	—1,643	sehr gut.
	A. 7 49 3,03	7 33 48,09	+1,442	viell. etwas (zu spät.
Umeå	E. 7 2 20,80	7 25 10,96	—1,399	
Stockholm	E. 6 46 26,64	7 16 25,11	—1,571	unsicher.
	A. 7 28 56,77	7 16 57,18	+1,517	
Upsala	E. 6 45 3,36	7 14 37,10	—1,525	unsicher.
	A. 7 28 11,82	7 15 15,02	+1,466	

1830. Nov. 29. γ Tauri.

Haaparanta	E. 9 44 53,24	10 14 53,87	+0,383
Stockholm	E. 9 7 43,59	9 50 36,16	+0,144

1830. Nov. 29. ϑ Tauri.

Die Declination nach *Argelander* A. N. Nr. 206.

Haaparanta	E. 13 44 31,31	13 38 32,22	—0,103	
	A. 14 45 40,62	13 38 33,61	+0,088	
Stockholm	E. 13 20 0,95	13 13 34,38	—0,601	
Upsala	E. 13 17 28,31	13 11 57,94	—0,551	nicht völlig sicher.

1830. Nov. 29 ϑ^2 Tauri.

Die Declination nach *Argelander* A. N. Nr. 206.

Haaparanta	E. 13 46 49,93	13 38 27,29	—0,676	
	A. 14 44 22,83	13 39 25,78	+0,659	
Stockholm	E. 13 27 36,90	13 14 12,44	—1,490	
Upsala	E. 13 24 31,67	13 12 33,54	—1,388	

1830. Nov. 29. α Tauri.

Stockholm	E. 16 51 35,30	16 7 40,50	+2,225	
	A. 17 21 6,44	16 7 25,82	—2,782	
Upsala	E. 16 49 58,44	16 6 2,38	+2,397	

Wir lassen nun die vorläufigen Längen folgen, so wie sie die obigen Conjunctionszeiten geben, und bemerken dabei, dafs nur, wo es möglich war, Eintritte mit Eintritten und Austritte mit Austritten verglichen worden sind. Ferner haben wir nach den Mondsbeobachtungen in Åbo, A. N. Nr. 206, Oct. 23. $d\beta = 0$, Oct. 30 $= -3'',54$ gefunden, und damit die Conjunctionszeiten für diese Tage verbessert; Nov. 29 wurde $d\beta$ aus der Beobachtung von α Tauri abgeleitet und $= -2'',93$ in Rechnung genommen. Die übrigen Tage hingegen ist die Breitencorrection ganz vernachlässigt, weil sich aus den Ein- und Austritten kein wahrscheinlicher Werth dafür bestimmen läfst und uns bekannte Meridianbeobachtungen des Mondes nicht vorhanden sind. Die Mittel sind mit Rücksicht auf das Gewicht genommen und dieses nach der Zahl der Vergleichungen bestimmt, z. B. Eintritt und Austritt mit Eintritt und Austritt verglichen hat das Gewicht $= 1$, Eintritt mit Eintritt oder Austritt mit Austritt $= 0,5$ bekommen u. s. w.; hievon machen nur die Sterne erster Gröfse und die Sonnenfinsternisse eine Ausnahme, welchen wir das Gewicht $= 1$ gegeben haben.

Länge von Stockholm.

aus d Sagittarii Oct. 23 durch

Åbo	= 1 2 63,52		
Cracau	= 52,73	h ′ ″	
Wien	= 55,80	1 2 53,68	
Kremsmünster	= 51,87		
Oberkastell	= 54,51		

aus 774 T. Mayer Oct. 23 durch Cracau		53,86
aus α Tauri Bedeck. 1810 Sept. 18	Cronstrand	52,99
aus Sonnenfinstern. 1816 Nov. 19	Cronstrand	53,15
	Mittel	$= 1^h 2' 53'',33$

Digitized by Google

Aeltere Bestimmungen geben sie folgendermafsen an:

1751	Dec. 29.	Jup. Bedeck.	= 1 2	52,00	Allg. Geogr. Eph. 1803
1764	April 1.	Sonnenfinst.		56,00	*Lexell* W. A. H. 1773
				51,20	*Du Sejour* T. A. T. I.
	Sept. 15.	η Plejad.-Bed.		51,50	A. G. E. 1799.
1765	Aug. 16.	Sonnenfinst.		49,30	——— ———
1766	Aug. 5.	———		46,60	——— ———
	Sept. 22.	Celæno		56,20	——— ———
		Taygeta		51,60	——— ———
		Maja		50,20	——— ———
1769	Jun. 4.	Sonnenfinst.		51,00	*Lexell* A. P. T. XV
				55,00	——— W. A. H. 1773.
				52,00	*Du Sejour* T. A. T. I.
				52,70	*Walbeck.*
1774	Jan. 22.	α Tauri Bed.		50,20	A. G. E. 1799.
1776	Jan. 29.	α Tauri		48,90	——— ———
1777	Sept. 21.	1 δ Tauri		47,40	——— ———
		2 δ ———		54,90	——— ———
1778	Jun. 24.	Sonnenfinst.		53,00	A. P. 1778 P. II.
1786	April 23.	Mercur ☽		49,00	——— ——— ———
1787	Juni 15.	Sonnenfinst.		52,70	A. G. E. 1798.
	Nov. 25.	η Gemin.		50,60	Mon. Corr. 1800
1788	März 3.	Jupit. ☽		52,70	——— ———
	Juni 3.	Sonnenfinst.		56,20	A. G. E. 1798.
				51,40	Astr. Jahrb, 1792.
1801	May 24.	α Virg. B.		55,80	Mon. Corr. 1803.
				48,23	*Walb.* W. A. H. 1817.

Länge von Upsala.

aus d Sagittarii Oct. 23 durch

		h ′ ″		
Åbo	=	1 1 13,90		
Cracau	=	13,11		
Stockholm	=	13,71	h ′ ″	
Wien	=	16,18	1 1 14,01	
Kremsmünster	=	12,25		
Oberkastell	=	14,89		
774 Tob. Mayer. Oct. 23 durch				
Cracau	=	13,26		13,00
Stockholm	=	12,73		
ν Piscium A. Oct. 30 durch				
Åbo	=	14,14		12,75
Stockholm	=	11,35		
ϑ^2 Tauri Nov. 29 durch Stockholm				14,13
α Tauri ——— ——— ———				14,71
Sonnenfinst. 1764 April 1	vergl. mit Stockh.			14,13
——— 1769 Juni 4	vergl. mit Stockh.			12,60
α Virginis B. 1801 Mai 24	——— — Paris			12,23
Sonnenfinst. 1816 Nov. 19	——— — Stockh.			12,07
1820 Sept. 7	——— — Paris *)			13,51

Mittel = 1h 1′ 13″29

*) Astr. Nachr. Nr. 64. Wir haben nur die Beobachtung von *Schilling* benutzt, weil er der eigentliche Astronom war und aufserdem ein vergleichungsweise besseres Fernrohr gebrauchte.

Der Längenunterschied zwischen Stockholm und Upsala, welchen *Wargentin* aus vielen Jupiterstrabanten-Ein- und Austritten = 1′ 39″—40″ gesetzt hatte, ist nach folgenden immediate verglichenen Beobachtungen:

Sonnenfinst.	1764	=	1′ 39″20
	1769	=	40,73
	1816	=	41,26
oben genannte Sterne	d Sagittarii	=	39,62
	774 Tob. M.	=	40,60
	ν Piscium A	=	41,98
	ϑ^2 Tauri	=	39,20
	α Tauri	=	38,62
	Mittel	=	1′ 40″15
Obige Längen geben denselben			40,04
Er ist aus der Triangelmessung			40,26

Länge von Umeå.

aus ν Piscium Sept. 5 durch				
Schwarzkosteletz	= 1h 11′ 51″27			
Oberkastell		46,45	1h 11′ 48″86	
μ Ceti Sept. 6 durch Åbo				55,81
89 Tauri Sept. 8 durch				
Åbo		46,99		
Schwarzkosteletz		38,18		44,05
σ' Tauri Sept. 8 durch				
Åbo		52,18		
Schwarzkosteletz		47,68		49,93
σ^2 Tauri Sept. 8 durch				
Åbo		57,55		
Schwarzkosteletz		52,29		54,04
N Tauri Sept. 9 durch Prag				40,63
26u Gemin. Sept. 10 durch Prag				58,53
(1596) Aquar. Sept. 30 durch Altona				45,86
dSagittarii Oct. 23 durch				
Åbo		45,86		
Cracau		45,07		
Stockholm		45,67		
Upsala		45,25		45,86
Wien		48,14		
Kremsmünster		44,21		
Oberkastell		46,85		
ν Piscium Oct. 30 durch				
Åbo		41,46		
Stockholm		38,58		42,25
Upsala		46,71		
		Mittel	= 1h 11′ 48″49	

Der Längenunterschied zwischen Umeå und Stockholm wird hiernach = 8′ 55″16

Oberstlieut. Ritter *Hallström* hatte durch Chronometer gefunden 58,14

Häggbladh auch mit Chronometern 52,87

Digitized by Google

Länge von Haaparanta.

aus ν Piscium.	Sept. 5. durch			
	Umeå.....	= 1h 27′ 17″00		
	Schwarzkosteletz	19,78	1 27	17,25
	Oberkastell.....	14,96		
89 Tauri.	Sept. 8 durch			
	Åbo.....	37,10		
	Umeå.....	38,61		40,39
	Schwarzkosteletz	50,57		
σ^1 Tauri.	Sept. 8 durch			
	Åbo.....	38,08		
	Umeå.....	19,35		27,06
	Schwarzkosteletz	23,75		
σ^2 Tauri.	Sept. 8 durch			
	Åbo.....	26,05		
	Umeå.....	10,15		14,84
	Schwarzkosteletz	13,94		
21 Gemin.	Sept. 10 durch Umeå			16,07
26 uGemin.	Sept. 10 durch			
	Umeå.....	15,20		20,22
	Prag.....	25,24		
γ Tauri.	Nov. 29 durch Stockholm			11,34
ϑ^1 Tauri.	Nov. 29 durch			
	Stockholm.....	49,71		47,98
	Upsala.....	46,26		
ϑ^2 Tauri.	Nov. 29 durch			
	Stockholm.....	5,79		6,37
	Upsala.....	4,95		
		Mittel = 1h 27′ 23″77		

Der Längenunterschied zwischen Haaparanta und Stockholm wird hiernach..... = 24′ 30″44

Hällström hatte mit Chronometern gefunden... 35,03

Der Längenunterschied zwischen Haaparanta und Umeå aus obigen Längen..... = 15 35,28

Hällström mit Chronometern..... 36,89

Einige von den bis jetzt berechneten Mondsternen geben..... 30,29

Diese Mondsterne führen wir hier auch an:

1830.	Haap—Umeå	Anzahl.	Gewicht.	Mondrand.
Sept. 4	15′ 28″54	1	0,00175	2
27	40,21	1	0,00292	1
30	40,71	3	0,00288	1
Oct. 26	44,20	1	0,00177	1
30	29,83	2	0,00295	1
Nov. 8	26,55	1	0,00147	2
24	20,35	3	0,00545	1
25	19,30	3	0,00278	1
27	31,95	3	0,00659	1
Mittel = 15′ 30″29				

G. Svanberg.

Bemerkungen über eine angenommene Atmosphäre des Mondes.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel.*

Es ist so häufig von einer Atmosphäre des Mondes die Rede gewesen, dafs es einiges Interesse hat, auf eine zwar nicht neue, aber dennoch nicht gehörig durch den Calcül verfolgte Bemerkung, welche dem Dasein einer Atmosphäre von einigermafsen erheblicher Dichtigkeit zu widersprechen scheint, zurückzukommen. Es ist nämlich längst bekannt, dafs das Licht eines Fixsterns, in dem Augenblicke in welchem er den Mondrand berührt, nicht merklich von seiner geradlinigen Bewegung abgelenkt wird. Man erkennt dieses aus der Vergleichung der beiden Werthe des Mondhalbmessers, welche man einerseits aus directer Messung, andrerseits aus der Dauer des Verweilens vor einem Fixsterne, ableiten kann; wäre eine Strahlenbrechung am Rande des Mondes vorhanden, so müfste die zweite Bestimmung den Halbmesser um das Doppelte derselben kleiner ergeben, als die erste; wogegen aber beide Bestimmungen so nahe übereinstimmen, dafs man keinen entschiedenen Unterschied derselben hat finden können.

Um dem Monde dennoch eine Atmosphäre zuzuschreiben, mufs man sie entweder als unfähig, die Strahlen zu brechen annehmen; oder man mufs behaupten, dafs der Rand des Mondes mit Bergen besetzt und deren Höhe so beträchtlich sei, dafs die Sterne, indem sie an dem Rande derselben verschwinden und wiedererscheinen, durch eine schon so verdünnte Schichte der Atmosphäre gesehen werden, dafs sie daselbst keine merkliche Strahlenbrechung mehr erleiden. Die erste Annahme schneidet offenbar alle weitere Erörterungen ab, verstöfst aber wohl zu sehr gegen die Analogie aller uns bekannten Flüssigkeiten, als dafs man sie für richtig zu halten geneigt seyn könnte; die zweite ist von den Vertheidigern der Mondsatmosphäre wirklich gemacht worden. Indessen haben sie unterlassen, die Dichtigkeiten der Atmosphäre, in der Höhe der angenommenen Randgebirge und an der Oberfläche des Mondes, mittelst des Mariotteschen Gesetzes, miteinander zu vergleichen, und daher, ohne ihren Glauben rechtfertigen zu können geglaubt, dafs trotz des Mangels oder der Unerheblichkeit der Strahlenbrechung in der Höhe der angenommenen Gebirge, die Atmosphäre, an der Oberfläche des Mondes selbst, eine erhebliche Dichtigkeit, welche *Schröter* auf ein neunundzwanzigstel der Dichtigkeit unserer Luft schätzt, haben könne.

Digitized by Google

Was hier vermifst wird, werde ich jetzt zu ergänzen suchen.

Wenn die Atmosphäre des Mondes eine elastische Flüssigkeit ist, deren Dichte sich zu der Dichte unserer Luft, beide unter gleichem Drucke und in gleicher Temperatur angenommen, wie λ zu 1 verhält, so ist ihre Dichte unter demselben Drucke, welchen eine Quecksilbersäule von 336,905 Lin. ($= 0^{met.},76$) Höhe auf der Oberfläche der Erde äufsert, und in der Temperatur des schmelzenden Eises, den Versuchen von *Biot* und *Arago* zufolge,

$$= \frac{\lambda}{10466,8}$$

wobei die Dichte des Quecksilbers in der Temperatur des schmelzenden Eises zur Einheit angenommen ist. Wenn aber der Druck, dem Drucke welchen eine Quecksilbersäule von der Höhe p auf der Oberfläche der Erde äufsert, gleich und die Temperatur $= t$ Graden der Centesimalscale wird, so ist die Dichte, dem *Mariotte*schen Gesetze und der, sich für alle Gasarten bewährenden gleichen Ausdehnbarkeit durch die Wärme zufolge:

$$[1]\ldots\ldots \rho = \frac{p}{336,905} \cdot \frac{\lambda}{10466,8} \cdot \frac{1}{1+t.0,00375}$$

Bezeichnet man die von dem Mittelpunkte des Mondes angezählte Entfernung der Schichte seiner Atmosphäre, für welche ρ, p und t gültig sein sollen, durch r, den Halbmesser des Mondes durch a, den der Erde durch a', die Masse des Mondes, in Theilen der Erdmasse ausgedrückt, durch m, so ist ferner:

$$[2]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots dp = -\rho\, dr . m \frac{a'a'}{rr}$$

Aus beiden Gleichungen zusammengenommen folgt

$$\frac{dp}{p} = \frac{m a' a' \lambda\, d\frac{1}{r}}{336,905 \cdot 10466,8\,[1+t.0,00375]}$$

und wenn man die Toise, statt der Linie, zur Maafseinheit nimmt und

$$l = \frac{336,905}{864}\, 10466,8 = 4081,39 \text{ Tois.}$$

setzt

$$[3]\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{dp}{p} = \frac{m a' a' \lambda\, d\frac{1}{r}}{l[1+t.0,00375]}$$

Integrirt man dieses Differential von der Oberfläche des Mondes, oder von $r = a$ an, und bezeichnet man den Druck an dieser Oberfläche durch (p), so erhält man:

$$p = (p)\, e^{\frac{m a' a' \lambda}{l} \int \frac{d\frac{1}{r}}{a^1 + t.0,00375}}$$

und da, der Formel [1] zufolge

$$\frac{\rho\,[1+t.0,00375]}{(\rho)\,[1+(t).0,00375]} = \frac{p}{(p)}$$

ist,

$$\rho\,[1+t.0,00375] = (\rho)\,[1+(t)\,0,00375]\, e^{\frac{m a' a' \lambda}{l} \int \frac{d\frac{1}{r}}{a^1 + t.0,00375}}$$

oder

$$[4]\ldots(\rho)\,[1+(t)0,00375] = \rho\,[1+t.0,00375]\, e^{-\frac{m a' a' \lambda}{l} \int \frac{d\frac{1}{r}}{a^1 + t.0,00375}}$$

Diese Formel ergiebt, wenn die Function von r, welche t ausdrückt, bekannt ist, so dafs die angedeutete Integration ausgeführt werden kann, die Dichte der Atmosphäre an der Oberfläche des Mondes, aus der als bekannt angenommenen, in einer gegebenen Entfernung r vom Mittelpunkte des Mondes stattfindenden. Man sieht leicht, dafs für die erstere die gröfstmögliche Grenze gefunden wird, wenn die Temperatur auf dem Monde nicht abnehmend mit der Höhe, sondern gleichförmig, angenommen wird. Die Dichte der Atmosphäre an der Oberfläche des Mondes kann daher die Grenze

$$\rho\, e^{-\frac{m a' a' \lambda}{l(1+t.0,00375)} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

wofür man näherungsweise, und indem man λ' für

$$\frac{\lambda}{1+t.00375}$$

schreibt,

$$[5]\ldots\ldots\ldots\ldots \rho\, e^{\frac{m a' a' \lambda}{l}(r-a)}$$

setzen kann, nicht überschreiten.

Die Relation zwischen der, in der Höhe $r - a$ über der Oberfläche des Mondes stattfindenden horizontalen Strahlenbrechung R und der ebendaselbst stattfindenden Dichte ρ der Atmosphäre, ist, mit hinreichender Annäherung, in der Formel (Méc. Cél. IV. p. 252).

$$R = \alpha \sqrt{\frac{a\pi}{2l}}$$

enthalten. Die durch α bezeichnete Gröfse ist das Product der Dichte der Atmosphäre in die Brechungskraft derselben multiplicirt; also wenn R sowohl als α in Secunden ausgedrückt werden, und wenn die Brechungskraft unserer atmosphärischen Luft als Einheit der Brechungskraft der Mondsatmosphäre angenommen, oder die erstere zur letzteren im Verhältnisse $1:\mu$ gesetzt wird, so ist, nach der meinen Refractionstafeln zum Grunde liegenden Bestimmung

Digitized by Google

der Constante, $\alpha = 60'',73.\mu.\rho$ zu setzen. Statt des l der Formel ist hier

$$\frac{l}{\lambda}(1+t.0{,}00375) = \frac{l}{\lambda'}$$

zu schreiben; a ist der Halbmesser des Mondes; π die halbe Kreisperipherie. Man hat also

$$[6]\ldots\ldots\ldots R = 60'',73.\mu\rho\sqrt{\frac{a\lambda'\pi}{2l}}$$

oder

$$\rho = \frac{R}{60'',73.\mu}\sqrt{\frac{2l}{a\lambda'\pi}}$$

wodurch die Grenze der Dichtigkeit der Atmosphäre, an der Oberfläche des Mondes [5], sich in

$$[7]\ldots\ldots\ldots \frac{R}{60'',73.\mu}\sqrt{\frac{2l}{a\lambda'\pi}}\,e^{\frac{m\alpha'a'\lambda'}{a\alpha l}(r-a)}$$

verwandelt. Nimmt man für a' den Halbmesser des Erdaequators $= 3271922{,}1$ Toisen, $a = 0{,}2725\,a'$, $m = \frac{1}{87{,}73}$, so wird diese Formel

$$[8]\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{R}{\mu}\,\frac{1}{1125\sqrt{\lambda'}}\,.\,e^{\frac{\lambda'(r-a)}{26598}}$$

Um hieraus ein Resultat ziehen zu können, mufs ich die einzelnen Elemente der Formel näher betrachten. Einer unmittelbaren Bestimmung fähig ist die Horizontalstrahlenbrechung am Mondrande R. Die genügendste vorhandene Bestimmung des Halbmessers des Mondes, so wie derselbe sich in den Vorübergängen vor anderen Himmelskörpern zeigt, scheint mir die von Herrn *de Ferrer* auf 8 Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen gegründete zu seyn, deren Resultat (Conn. des Tems 1817 p. 319) den mittleren Werth dieses Halbmessers $= 15'\,31'',69$ ergiebt. Der von *Burckhardt* aus den Meridianbeobachtungen des Mondes gefolgerte Werth ist dagegen $= 15'\,31'',95$. Der letztere überschreitet den ersteren um $0'',26$ und giebt also für R den kleinen, ganz in der Grenze der Unsicherheit der Bestimmungen liegenden Werth $0'',13$. Ich selbst habe ein Paar günstige Gelegenheiten benutzt, den Halbmesser des Mondes in verschiedenen Richtungen gegen die Declinationskreise, mit dem Heliometer zu messen und werde bei dieser Veranlassung, die Resultate davon mittheilen. Ich wählte zu diesen Messungen die Zeiten der beiden Mondfinsternisse am 2 Sept. 1830 und 26 Decbr. 1833, weil unmittelbar vor dem Anfange und nach dem Ende einer Mondfinsternifs die Erleuchtung des Mondes am vollständigsten ist; während der totalen Verdunkelung war beidemala der Himmel bewölkt. Die erste Finsternifs hat das, was man dem in den Ephemeriden von *Encke* angegebenen Halbmesser hinzusetzen mufs, um ihn mit den Beobachtungen übereinstimmend zu machen, folgendermafsen ergeben:

Positionswinkel. °	″
0	+ 0,46
30	— 0,08
60	+ 0,14
90	— 0,41
120	— 0,21
150	+ 0,12

die zweite:

0	+ 0,82
30	+ 0,78
60	+ 0,83
90	+ 0,51
120	+ 0,88
150	+ 0,57

Beide Messungsreihen lassen keinen Zweifel darüber, dafs der Mond sehr nahe kreisförmig erscheint; die Uebereinstimmung der verschiedenen Halbmesser ist gröfser, als die, die Genauigkeit der Messungen beeinträchtigenden Ungleichheiten an dem Rande des Mondes vorher erwarten liefsen. Ich führe dieses an, weil daraus hervorzugehen scheint, dafs man, trotz der Ungleichheiten des Randes, welche oft zwei Secunden übersteigen, den allgemeinen Zug desselben ziemlich sicher erkennen kann, und dafs diese Beobachtungen nicht nöthigen, anzunehmen, dieser Zug des Randes habe an verschiedenen Stellen einen verschiedenen Halbmesser. Die erste Reihe ergiebt den Halbmesser des Mondes, im Mittel, ganz übereinstimmend mit den (*Burckhard*'schen) Tafeln; die zweite giebt ihn $0'',73$ gröfser. Der Unterschied beider Reihen hat, meiner Meinung nach, seinen Grund in einer Unvollkommenheit der Tafeln in Beziehung auf die Parallaxe. Obgleich es, bei so bewandten Umständen, schwer seyn wird, eine ganz sichere Bestimmung des Halbmessers des Mondes zu erhalten, so zweifle ich doch nicht, dafs der Unterschied der durch Sternbedeckungen und durch directe Messungen bestimmten Halbmesser des Mondes, nicht so weit bezweifelt werden kann, dafs er in der Wirklichkeit $2''$ betrüge. Ich halte also die Annahme $R = 1''$ für die äufserste, deren weiterer Vergröfserung durch die Beobachtungen entschieden widersprochen wird.

Für $r-a$ (in der Formel [8]) sollte die Höhe über der Mondoberfläche gesetzt werden, in welcher die Verschwindungen und Wiedererscheinungen der Sterne sich ereignen, auf welche also die eben angeführte Bestimmung der Grenze von R sich bezieht. Diese Höhe mufs beträchtlich kleiner sein, als die Höhe der höchsten Berge des Mondes; denn man sieht den Rand, wie ich schon angeführt habe, noch mit Ungleichheiten besetzt, welches nicht seyn könnte, wenn

Digitized by Google

nur die höchsten Berge den Rand begrenzten. Die Berge, welchen *Schroeter* die gröfste Höhe, von 4000 Toisen beilegt, hat er gerade am Rande gefunden, und auch ihre Höhen durch ihre Hervorragung über den allgemeinen Zug des Randes bestimmt. Man sieht also weder in den vorher angeführten Messungen, noch in dem Anblicke den der Mondrand gewährt und den *Schroeter*, durch seine Messungen der Randgebirge, selbst anerkennt, einen Grund, welcher die Annahme rechtfertigte, dafs die vom Monde bedeckt werdenden Sterne immer am hohen Gebirge verschwinden und wiedererscheinen; vielmehr ist bei weitem wahrscheinlicher, dafs am Rande sowohl als an anderen Theilen der Oberfläche Berg und Thal mit einander abwechseln, und dafs ein Fixstern sehr häufig im Thale verschwinden und im Thale wiedererscheinen wird, in welchem Falle die beobachtete Strahlenbrechung unmittelbar für die Oberfläche des Mondes gültig ist. Um indessen den Vertheidigern der Mondsatmosphäre so viel zuzugeben, als sie irgend zu fordern geneigt seyn können, will ich $r - a$ der angegebenen Höhe der höchsten Gebirge gleich, d. h. $= 4000$ Toisen annehmen.

Setzt man $\lambda' = 1$ und $\mu = 1$, oder nimmt man an, dafs die Atmosphäre des Mondes aus unserer Luft besteht und dafs sie die Temperatur des schmelzenden Eises besitzt, so ergiebt die Formel [8] die Dichte an der Oberfläche, trotz der übertriebenen Werthe von R und $r - a$, doch nicht gröfser als $\frac{1}{360}$ der Dichte der Luft an der Oberfläche der Erde.

Die Herren *Biot* und *Arago* haben indessen nicht blofs für die atmosphärische Luft, sondern für 7 verschiedene Gasarten, sowohl λ als μ bestimmt. Ich habe alle diese Zahlen in die Formel gesetzt, und gefunden, dafs nur das Sauerstoffgas, für welches

$$\lambda = 1{,}10359, \quad \mu = 0{,}86161$$

ist, eine Dichte giebt, welche die vorher bezeichnete überschreitet und bis auf $\frac{1}{282}$ steigt. Das Stickstoffgas giebt sie etwas kleiner, die übrigen Gasarten aber geben sie beträchtlich kleiner als atmosphärische Luft. In dieser Rechnung ist, wie ich schon gesagt habe, $t = 0$ gesetzt; giebt man ihm einen negativen Werth, so vergröfsert derselbe die Dichte an der Oberfläche; allein man müfste $t = -240°$ voraussetzen, um selbst die Dichte der Sauerstoffgas-Atmosphäre auf $\frac{1}{360}$ zu bringen.

Aus diesen Entwickelungen geht hervor, dafs die Vereinbarkeit der unerheblichen oder ganz fehlenden Strahlenbrechung am Mondrande, mit einer erheblichen Dichte der Atmosphäre an der wahren Oberfläche des Mondkörpers, nicht so leicht zugegeben werden kann, als die Vertheidiger der Aehnlichkeiten des Mondes mit der Erde geglaubt haben. Ich weifs in der That kein Mittel, dem Monde eine Atmosphäre zu retten, als die Annahme einer nicht-strahlenbrechenden. Ob man sich lieber hierzu, oder zu der Aufsuchung neuer Erklärungen der Beobachtungen, aus welchen man das Vorhandensein der Atmosphäre gefolgert hat entschliefsen wird, mufs ich erwarten.

Ohne mich selbst auf diese neuen Erklärungen einlassen zu wollen, werde ich doch Einiges über die zu erklärenden Beobachtungen bemerken. Die unzweideutigste derselben scheint mir *Schroeters* Wahrnehmung einer schwachen Erleuchtung nahe an der Lichtgrenze gelegener Flächen zu sein; dieses schwache Licht schrieb er einer Dämmerung zu, welche nicht ohne Atmosphäre stattfinden kann; die Höhe der atmosphärischen Schichte, welche Dämmerungslicht noch zu verbreiten im Stande sey, bestimmte er, aus der Ausdehnung des von ihm beobachteten Phänomens, $= 1313$ Toisen. Auch zur Zeit einer Sonnenfinsternifs ist ihm nicht allein der Ausschnitt in der Sonnenscheibe, sondern auch der Rand des vorliegenden Mondes selbst erschienen, was er derselben Dämmerung zuschreibt. Die letzte Erklärung mufs man, meines Erachtens, gänzlich zurückweisen, indem das helle Licht der Sonne die Anwendung eines Dämpfglases vor dem Fernrohre fordert, durch welches man keinen Theil des Mondes, wenn derselbe bei Tage am Himmel steht, selbst nicht den dem directen Sonnenlichte ausgesetzten, also noch viel weniger den durch schwache Dämmerung überdies auf der leuchtenden Sonnenscheibe selbst liegenden Rand, sehen kann. Wenn man demzufolge diese Erklärung hier nicht annehmen kann, so sehe ich keinen Grund, welcher zu der Annahme derselben Erklärung der ähnlichen, allein bei Nacht und in Berührung mit der Lichtgrenze wahrgenommenen schwachen Erleuchtung zwingen könnte. Wenn man aber die Aehnlichkeit beider Wahrnehmungen nicht anerkennen, sondern das gegen die Erklärung der einen Angeführte, als die der anderen nicht schwächend ansehen will, so bleibt nur noch die Annahme einer, das Licht nicht brechenden, wohl aber zurückwerfenden Atmosphäre möglich. Gegen eine Atmosphäre dieser Art spricht aber nicht nur, dafs sie aller Analogie entbehrt, sondern auch die, allen Beobachtern bekannte Art der Verschwindung und Wiedererscheinung eines Fixsterns am dunkelen Mondrande, das Licht desselben bleibt unmittelbar vor der ersteren und nach der anderen ungeschwächt, so dafs ich wenigstens nie einen Stern anders verschwinden oder wiedererscheinen gesehen habe, als im vollen Glanze. Andere, für Andeutungen einer Atmosphäre des Mondes angesehene Wahrnehmungen, scheinen mir noch weniger

Digitized by Google

unzweideutig zu seyn. *Schroeter* hat z. B. kleine, auf dem Monde vorhandene Gegenstände zu gewissen Zeiten nicht sehen können und erklärt diese Unsichtbarkeit derselben durch über ihnen liegende Wolken. Allein wer den Mond unter verschiedenen Beleuchtungen und in verschiedenen Lagen der Gesichtslinie betrachtet hat, wird zahllose Gegenstände bemerkt haben, welche bei diesen Umständen sichtbar, bei jenen unsichtbar sind. Da genau dieselben Umstände schwerlich je wiederkehren, so wird man ein Recht haben, zu fragen, wodurch die Sicherheit erlangt worden sei, dafs die von *Schroeter* zuweilen nicht wahrgenommenen, nicht aus dieser Ursache, sondern durch Gewölk, unsichtbar geworden seyen?

Ich glaube, dafs, nach der Berücksichtigung dieser Zweifel gegen die Erklärungen der für Andeutungen einer Mondsatmosphäre genommenen Wahrnehmungen, kein Grund für das Dasein derselben übrig bleiben wird, welcher wahrscheinlicher wäre, als der Grund, welchen die Unmerklichkeit der Strahlenbrechung am Mondrande gegen dieselbe giebt. Die Stärke dieses Grundes vollständig darzulegen, war der Zweck dieses Aufsatzes, der übrigens nicht für Die geschrieben ist, welche ein Vergnügen darin finden, von Aehnlichkeiten zwischen dem Monde und der Erde zu träumen: darin wünsche ich sie, durch mathematisches Raisonnement, nicht zu stören.

Bessel.

Verzeichnifs der mathematischen Instrumente, welche in dem mathematisch-mechanischen Institute: *T. Ertel* in München um beigesetzte Preise verfertigt werden.

Alle optischen Gläser sind aus dem optischen Institute: *Utzschneider et Fraunhofer* in München entnommen, alle angegebenen Gröfsen im zwölftheiligen Pariser Mafse, und die Preise ohne Verpackung im 24 Guldenfufse zu verstehen.

1. Meridiankreis. Der silberne Limbus des Kreises von 3 Fufs 4 Zoll Durchmesser ist vermittelst 4 Nonien von Secunde zu Secunde getheilt. Der Meridiankreis ist wie ein Passageninstrument zur Untersuchung und Berichtigung des Collimationsfehlers zum Umhängen eingerichtet, in allen seinen Theilen vollständig balancirt, und hat zwei grofse Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Kreises. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 96 Zoll Brennweite und 66 Linien Oeffnung, 4 astronomische Oculare zum Verschieben und 1 Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Horizontalachse. 6600 fl.

2. Meridiankreis. Der silberne Limbus des Kreises von 3 Fufs Durchmesser ist vermittelst 4 Nonien von 2 zu 2 Secunden getheilt. Der Meridiankreis ist zur Untersuchung und Berichtigung des Collimationsfehlers zum Umhängen eingerichtet, in allen seinen Theilen vollständig balancirt, und hat 2 grofse Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Kreises. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 60 Zoll Brennweite und 51 Linien Oeffnung, 4 astronomische Oculare zum Verschieben und ein Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Horizontalachse. 4200 fl.

3. Meridiankreis. Der silberne Limbus des Kreises von 2 Fufs Durchmesser ist vermittelst 4 Nonien von 2 zu 2 Secunden getheilt. Der Meridiankreis ist zur Untersuchung und Berichtigung des Collimationsfehlers zum Umhängen eingerichtet, in allen seinen Theilen vollständig balancirt, und hat zwei grofse Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Kreises. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 50 Zoll Brennweite und 42 Linien Oeffnung, 4 astronomische Oculare zum Verschieben und ein Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Hauptachse. 2300 fl.

4. Meridiankreis. Der silberne Limbus des Kreises von 20 Zoll Durchmesser ist vermittelst 4 Nonien von 4 zu 4 Secunden getheilt. Der Meridiankreis ist zur Untersuchung und Berichtigung des Collimationsfehlers zum Umhängen eingerichtet, in allen seinen Theilen vollständig balancirt, und hat 2 grofse Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Kreises. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung, 3 astronomische Oculare zum Verschieben und ein Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Hauptachse. 1800 fl.

(Die Fortsetzung folgt.)

Inhalt.

Beiträge zu Längenbestimmungen aus Schweden von *A. Häggbladh* und *G. Svanberg*. p. 405.
Bemerkungen über eine angenommene Atmosphäre des Mondes. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. p. 411.
Verzeichnifs der mathematischen Instrumente, welche in dem mathematisch-mechanischen Institute: *T. Ertel* in München um beigesetzte Preise verfertigt werden. p. 419.

Altona 1834. Juli 16.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 264.

Schreiben des Herrn *Th. Hussey* an den Herausgeber.

Rectory. Hayes. Kent. April 19. 1834.

For the measurement of objects where diminution of light is of secondary importance, there are few persons I think who will not prefer a double image micrometer of some sort or other to a parallel wire micrometer. On my own part at least this preference is the result of many years uninterrupted experience and not being aware that any measures of the planets have been taken with a double image micrometer applied to a telescope deserving to rank among those which of late have furnished similar observations with a parallel wire micrometer I for this purpose adapted a dynameter as an eye piece to a telescope of the Munich manufacture 6,5 English inches aperture, and which I have no reason to consider inferior to any instrument of the same dimensions. The dynameter was of *Dollonds* well known construction, having three lenses and that next the eye divided. The value of the scale was determined in the usual way by letting a star run along a spider line parallel to the section of the lens and taking the interval of transit over the two images of a line perpendicular to the former at the utmost range of the instrument. Then by ten observations of

α Orionis Sirius α Lyræ β Ursæ min. α Orionis	The value of one revolution of the Dynameter screw expressed in Arc was	40″831 41,103 40,562 40,274 40,878	Mean 40″7296

This being premised, the measures that I obtained of Saturn in parts of a revolution of the Dynameter screw are as follow:

1833.	Saturn's Polar Diam. = A.	Numb. of Obs.	A mult. by Sat. log. dist. div. by 1.	Saturn's Equat. Diam. = B.	Numb. of Obs.	B mult. by Sat. log. dist. div. by 1.
April 30	0,452375	10	3,9665	0,507725	10	4,4518
May 3	0,452875	10	3,9881	0,4893	10	4,3089
5	0,443225	10	3,9147	0,491025	10	4,3369
8	0,448125	10	3,9762	0,50765	10	4,5043
13	0,445625	10	3,9857	0,487675	10	4,3617
14	0,442575	10	3,9649	0,47405	10	4,2468
15	0,425275	10	3,8161	0,4733	10	4,2471
16	0,4309	10	3,8730	0,473225	10	4,2534
18				0,472325	10	4,2596
20	0,4324375	20	3,9131	0,47815	10	4,3267
			35,3983			43,2972
	Mean 3,933144 = 2′ 40″207			6Mean 4,32972 = 2′ 56″3478		

After April 30, the Earth being in the plane of the Ring, the latter was invisible, and the planet consequently in the most favourable position for accuracy of micrometrical measurement, and that the instrument employed was not inferior to the occasion may be estimated from the observations of May 14. for example.

Equatorial Diameter of Saturn.		Polar Diameter of Saturn.	
R. 0,6815	L. 0,2720	R. 0,6575	L. 0,2100
0,6725	0,2620	0,6900	0,2365
0,6725	0,2875	0,6565	0,2120
0,6750	0,2540	0,6760	0,2225
0,6815	0,2615	0,6775	0,2090
0,6600	0,2550	0,6780	0,2125
0,6745	0,2920	0,6725	0,2025
0,6750	0,2510	0,6645	0,2080
0,6985	0,2800	0,6665	0,2115
0,6900	0,2850	0,6700	0,2180
6,7810	2,7000	6,7090	2,1425
2,7000		2,1425	
9,4810		8,8515	
$\frac{9,4810}{20}$ = 0,47405		$\frac{8,8515}{20}$ = 0,442575	

The observations of Jupiter agreed equally well. The mean amount of them was as follows.

1832.	Jupiter's Equat. Diam. = A.	Numb. of Obs.	A mult. by Jup. log. dist. div. by 1.	Jupiter's Polar Diam. = B.	Numb. of Obs.	A mult. by Jup. log. dist. div. by 1.
Aug. 24	1,206125	10	4,8602			
26				1,164425	10	4,6779
Sept. 1	1,2324	8	4,9142	1,166225	10	4,6500
4	1,23329	12	4,9040	1,169765	10	4,6511
8	1,27664	30	5,0612	1,20829	20	4,7902
9	1,29305	10	5,1234	1,22915	10	4,8703
10	1,2833	12	5,0822	1,2295	12	4,8692
11	1,270975	10	5,0310	1,212925	10	4,8013
12	1,26965	10	5,0241	1,193475	10	4,7223
13				1,197975	10	4,7408
15	1,266675	20	5,0119	1,206675	10	4,7737
25				1,20595	10	4,7869
27	1,258125	10	5,0010	1,22315	10	4,8624
Oct. 5	1,266875	10	5,0834	1,2081	10	4,8479
8	1,258075	10	5,0705	1,195475	10	4,8179
13	1,23495	10	5,0229	1,1894	10	4,8368
Nov. 4	1,2000	9	5,1828	1,1207125	20	4,7935
6	1,176525	20	5,0857	1,146175	10	4,9551
7	1,17285	10	5,0846	1,13915	10	4,9392

Digitized by Google

1832.	Jupiter's Equat. Diam. = A.	Numb. of Obs.	A mult. by Jup.log.dist. div. by 1.	Jupiter's PolarDiam. = B.	Numb. of Obs.	A mult by Jup.log.dist. div. by 1.
Nov.11	1,1577125	20	5,0822	1,127	20	4,9471
17				1,1187	5	5,0056
22	1,1288625	20	5,1352	1,092725	20	5,0857
23	1,11445	10	5,0857	1,077925	10	4,9187
25	1,120275	10	5,1458	1,072925	10	4,9289
27	1,10935	10	5,1304	1,061375	10	4,9086
		21	106,0724		24	116,1811
	Mean 5,05106 = 3′25″7281			Mean 4,840879 = 3′17″1672		

The quantities which I have thus obtained, and upon which I am disposed to place great reliance, are *the apparent diameters of the Planets supposing their distance from the Earth equal to the Suns mean distance from the Earth.* And this is the quantity which ought always to be taken as the measure of the Planets diameters. The quantities which are usually taken are *the apparent diameters supposing the Planets distances from the Earth equal to their mean distances from the earth*, which means I suppose their mean distances from the Sun.

Th. J. Hussey.

Bemerkungen über die Mondfinsternifs am 26. December 1833 vom Particulier *C. J. G. Pastorff* zu Buchholz bei Drossen unweit Frankfurt an der Oder.

Die Mondfinsternifs vom 26. December 1833 giebt mir wiederholt Veranlassung zu vermuthen, dafs die Mondfinsternisse überhaupt uns noch nicht beachtete Zustände unserer Atmosphäre kenntlich machen möchten. Diese Mondfinsternifs war an sich schon merkwürdig wegen der vielen Sternbedeckungen, die während der Dauer derselben Statt fanden; doch auch in physischer Hinsicht sind vielleicht nicht unwichtige Bemerkungen gemacht worden. Der Mond erschien in den verfinsterten Theilen in einem röthlichen Lichte. Zur Zeit der totalen Verfinsterung war dieses im Fernrohr morgenroth ähnliche, mit bloßen Augen aber dunkler scheinende Licht, an den Randtheilen des Mondes ziemlich hell, in der Mitte jedoch dunkler. Nachdem dieser dunkle Theil des Schattens sich über die Mondscheibe fortbewegt hatte, der Mond durchaus röthlich aussah, Aristarch ausgetreten war, erschien dieses röthliche Licht in den Theilen des Randes, wo Langren, Petarius und Furner liegen, fast bis zum Tycho hin am stärksten und verlohr sich dicht an der Lichtgrenze des Schattens beim Aristarch etc. schwach ins Bläuliche. Zwischen hier und Langren Zwischenfarben des Regenbogens zu erkennen war unmöglich, das Röthliche vielmehr vorherrschend.

Es wäre zu wünschen, dafs sämmtliche Beobachter sich über die Färbung des Schattens erklärten, um zu entscheiden: ob sie von localen oder allgemein verbreiteten Beschaffenheiten und Veränderungen unsers Dunstkreises herrührt? Denn obwohl die rothe Färbung die am häufigsten wahrgenommene ist, so findet sie doch nicht bei jeder Mondfinsternifs Statt und mag vielleicht an verschiedenen Orten gleichzeitig verschieden seyn. Bei der Mondfinsternifs am 26 Januar 1823 zum Beispiel, war der Schatten milchigt, wie ich auch in *Bode's* Jahrbuch für 1827 pag. 100 bemerkte. Ebenso bei der am 6 Jan. 1833. Dagegen berichtet *Gambart* in *Bode's* Jahrbuch für 1827 von der Mondfinsternifs am 23 July 1823 von einer ähnlichen röthlichen Färbung des Mondes während der Verfinsterung, indem er sagt: „der verfinsterte Theil erscheint in Kupferfarbe;“ und beim Eintritt der totalen Verfinsterung fügt derselbe hinzu: „der Mond erschien in sehr rother Farbe und alle seine Flecke sind zu erkennen.“ Auch *Schröter* erwähnt der rothen Färbung bei der Verfinsterung vom 22 Oct. 1790 vid. *Bode's* Jahrbuch für 1794 pag. 124. Damals blieb Aristarch sichtbar. Desgl. *Beitler* bei der Mondfinsternifs vom 28. April 1790 vid. *Bode's* Jahrb. für 1794 pag. 255. *Bode* bei der Mondfinsternifs vom 3 Febr. 1795 vid. *Bode's* Jahrbuch für 1799 pag. 229, erwähnt aufser der gelbröthlichen Färbung auch der bläulichen Farbe von einem Theile des Schattens. *Bode* bei der Mondfinsternifs vom 3 Decbr. 1797 (vid. dessen Jahrbuch für 1801 pag. 98) sah den verfinsterten Mond ganz röthlich. *Schröter* hingegen sagt ebend. pag. 193 von derselben Mondfinsternifs, dafs der verfinsterte Mond mit bloßen Augen kupferroth, im Telescop aber aschgrau ausgesehen habe. Dem Erblandmarschall *von Hahn* erschien bei dieser Mondfinsternifs (vid. *Bode's* Jahrb. für 1802 p. 204) der Schatten Anfangs aschgrau, dann bläulich; während der Mitte der Verfinsterung im röthlichen Lichte, was er einer Phosphorescenz des Mondkörpers zuschreibt. *Bode* dagegen schilderte den Schatten bei der Finsternifs vom 29 Mai 1798 (vid. Jahrb. für 1802 pag. 246) dunkelroth. *Schröter* bei der Finsternifs vom 11. Sept. 1802 (vid. Jahrb. für 1805 pag. 258) sagt: „der Erdschatten war sehr helle, von lichtgrauer Farbe, der Halbschatten aber fast gar nicht zu erkennen.“

Eben solche Verschiedenheiten zeigen sich in den Randtheilen des Schattens. Bei der Mondfinsternifs am 5ten Dec.

Digitized by Google

1816 umgab ein Streif Halbschatten von ziemlicher Präcision den dunklen Schatten, in dem die Eintritte erfolgten und zwar in einer Breite von der Längenausdehnung des Grimald, welche *Schröter* zu 30 Meilen annimmt. Diese Präcision habe ich bei späteren Mondfinsternissen nicht mehr wahrgenommen, auch bei der gegenwärtigen nicht; da ich mir alle Mühe gab, die Erscheinung des ersten Rauchigwerdens der Mondflecke wahrzunehmen, und dies schien schon um $8^h\ 29'$ w. Buchholzer Sonnenzeit zu geschehen. (Nördliche Breite des hiesigen Beobachtungsortes zu $52°\ 25'\ 51''$ und Länge $32°\ 38'\ 2'',5$ östlich von Ferro.) Wie Grimalds erster Rand in den eigentlichen Schatten trat um $8^h\ 43'\ 30''$, wurde Orontius und Hell schon rauchig. Aristarch war beinah noch 4′ nach seinem Eintritt in den Schatten zu sehen, da er dann gänzlich verschwand, obwohl die Meere des Mondes während der Dauer der Verfinsterung noch kenntlich blieben. Merkwürdig war auch, dafs um die Zeit, da Proklus eintrat, circa um $9^h\ 20'\ 49''$ in der Gegend des Grimald an 20 bis 25° des Mondrandes gänzlich verschwanden, welche einige Zeit nachher, zur Zeit der totalen Verfinsterung wieder in einem röthlichen Lichte erschienen; da nun der dunkle Theil des Mondschattens sich auf der Mitte der Mondscheibe befand, ohne jedoch dort ein gänzliches Verschwinden aller Meere hervorzubringen.

Uebrigens macht schon *Lambert* im Jahrbuch für 1777 pag. 110—114 auf die bei Mondfinsternissen an dem Schatten merkbare Verschiedenheit unserer Atmosphäre aufmerksam. Er hielt die rothe Färbung desselben damals für eine Wirkung des Abendrothes, was wohl nicht immer der Fall ist; die Präcision im Halbschatten aber für Wirkungen einer dichten Erdwolkenlage in dem Theile der Erdperipherie, wo die Sonnenstrahlen tangiren.

Auch den Alten ist die verschiedene Färbung des Mondes bei den Finsternissen mehr als einmal aufgefallen. So erzählt *Dio Cassius* im 65sten Buch, Kap. 11 seiner römischen Geschichte folgendes: „Noch gröfser ward die Verwirrung im Lager des *Vitellius* (Jahr 822 nach Roms Erb. oder 71 n. Chr.) durch eine in derselben Nacht eintretende Mondfinsternifs. Doch nicht sowohl die Finsternifs an sich, obgleich sie bei mangelnder Geistesruhe unglückbedeutend scheinen kann, als vielmehr, dafs der Mond in blutrother, schwarzer und andern traurigen Farben spielte, erfüllte die Seele mit vielen Besorgnissen.“

Die Zusammenstellung vorstehender Beobachtungen macht es ziemlich wahrscheinlich, dafs bei einer und derselben Mondfinsternifs die Färbung des Schattens an den verschiedenen Orten verschieden seyn kann, also von localen Beschaffenheiten unsers Dunstkreises herrührt. Indefs ganz begründet ist dies aus dem Gegenwärtigen noch nicht, bis man diesen Gegenstand einer besonderen Aufmerksamkeit gewürdigt hat.

C. J. G. Pastorff.

Mondsterne, beobachtet auf der Sternwarte zu Kremsmünster 1833.

Tag.	Gestirn.	Sternzeit der Culmination. h ′ ″	Fädenzahl.
1833 Januar 4	104 m Tauri	4 57 35,41	5
	Mond I	5 35 25,43	5
	62 χ 3 Orionis	5 53 59,97	5
5	26 χ 3 Orionis	5 54 0,58	4
	Mond I	6 42 23,00	2
	43 ζ Gemin.	6 54 12,39	5
	56 q Gemin.	7 12 5,75	5
6	43 ζ Gemin.	6 54 12,37	5
	56 q Gemin.	7 12 5,60	5
	Mond II	7 53 0,52	5
	(42) Cancri	8 10 35,77	5
März 29	56 q Gemin.	7 12 5,26	5
	Mond I	7 21 38,92	5
	85 l Gemin.	7 45 54,52	5
	(42) Cancri	8 10 36,12	5
Mai 2	80 l 3 Virg.	13 26 51,64	5
	Mond I	13 49 35,36	5
	98 κ Virgin.	14 4 1,12	5
	2 Librae	14 14 28,43	5
1833 Mai 3	98 κ Virginis	14 4 1,23	5
	Mond I	14 44 3,87	5
	38 γ Librae	15 26 13,48	5
Mai 4	α 2 Librae	14 41 40,43	5
	21 ν 1 Librae	14 57 20,69	5
	38 γ Librae	15 26 12,99	5
	Mond II	15 41 25,89	5
28	15 η Virginis	12 11 22,86	5
	Mond I	12 36 52,13	5
	44 k 1 Virg.	12 51 4,75	5
	48 k 4 Virg.	12 55 19,49	5
Jun. 2	24 m Scorpii	16 31 56,92	5
	(214) Scorpii	16 43 35,63	5
	Mond II	17 9 23,40	4
28	38 γ Librae	15 26 13,40	5
	44 η Librae	15 34 42,68	5
	Mond I	15 52 13,58	5
	7 χ Ophiuch	16 17 23,12	5

Digitized by Google

Tag	Gestirn.	Sternzeit der Culmination. h ′ ″	Fädenzahl.
1833 Jun. 29	7 χ Ophiuchi	16 17 23,27	5
	Mond I	16 46 47,63	5
	40 ρ Ophiuchi	17 11 2,05	5
	58 D Ophiuchi	17 33 27,69	5
Aug. 24	Mond I	18 2 23,00	5
	28 Sagittarii	18 36 18,25	5
	32 ν 1 Sagittarii	18 44 7,25	5
	37 ξ 2 Sagittarii	18 47 48,07	5
27	(146) f Capric.	19 19 45,42	5
	Mond I	20 43 47,44	5
	32 ι Capricorni	21 12 58,90	5
28	32 ι Capricorni	21 12 58,84	5
	Mond I	21 34 25,85	5
	49 δ Capricorni	21 37 51,38	5
	51 μ Capricorni	21 44 13,51	5
29	49 δ Capricorni	21 37 51,41	5
	51 μ Capricorni	21 44 13,58	5
	Mond I	22 23 10,26	5
	65 J Aquarii	22 39 16,32	5
Sept. 24	19 Capricorni	20 45 23,31	2
	22 η Capricorni	20 54 55,84	5
	Mond I	21 18 6,40	5
	40 γ Capricorni	21 30 52,30	5
25	40 γ Capricorni	21 30 52,24	5
	Mond I	22 7 20,80	5
	57 σ Aquarii	22 21 50,71	5
	71 τ 2 Aquarii	22 40 47,18	5
26	71 τ 2 Aquarii	22 40 47,15	5
	Mond I	22 54 52,51	5
27	95 χ 3 Aquarii	23 10 18,73	5
	Mond I	23 41 9,62	5
	29 q Piscium	23 53 18,26	5
	4 Ceti	23 59 13,24	5
28	29 q Piscium	23 53 18,58	5
	Mond II	0 28 51,76	5
	20 m Ceti	0 44 31,17	5
29	26 Ceti	0 55 15,85	5
	33 Ceti	1 2 0,70	5
	Mond II	1 14 36,90	3
Oct. 25	30 r Piscium	23 53 26,30	5
	Mond I	0 10 33,28	5
	(120) Piscium	0 27 0,88	5
	20 m Ceti	0 44 30,99	5
26	(120) Piscium	0 27 1,14	5
	20 m Ceti	0 44 30,97	5
	Mond I	0 56 17,14	5
	106 ν Piscium	1 32 47,49	5
28	78 ξ 2 Ceti	2 19 19,78	5
	Mond II	2 32 57,73	1
	43 σ Arietis	2 42 19,91	5
29	43 σ Ariet.	2 42 19,88	5
	(4) Ceti	3 2 15,14	5
	Mond II	3 23 23,56	5
	(103) Tauri	3 30 2,52	5

Tag	Gestirn.	Sternzeit der Culmination. h ′ ″	Fädenzahl.
1833 Nov. 27	43 ω^1 Tauri	3 59 30,26	5
	50 ω^2 Tauri	4 7 32,36	5
	Mond II	4 52 9,77	5
Dec. 22	65 ξ 1 Ceti	2 4 11,92	5
	Mond I	2 38 4,28	5
	(4) Ceti	3 2 15,20	5
	5 f Tauri	3 21 42,78	5
26	141 Q^2 Tauri	5 51 40,23	5
	7 η Gemin.	6 4 51,45	5
	13 μ Gemin.	6 12 55,21	5
	Mond II	6 26 55,69	5

Jupiter.

1833.	Mittl. Zeit Kremsm. h ′ ″	AR. h ′ ″	Decl. ° ′ ″	dx ″	dδ ″
Oct. 25	11 38 41,98	1 54 58,98	+10 9 52,4	+ 0,73	+ 6,9
26	11 34 15,27	1 54 28,10	10 7 3,2	+ 0,66	+11,2
28	11 25 21,73	1 53 26,56	10 1 40,9	+ 0,56	+ 5,0
29	11 20 55,32	1 52 55,75	9 58 56,4	+ 0,72	+ 6,5
30	11 16 29,25	1 52 25,42	9 56 15,6	+ 0,57	+ 5,6
31	11 12 3,26	1 51 55,21	9 53 35,8	+ 0,46	+ 4,6
Nov. 11	10 23 31,87	1 46 38,25	9 25 52,1	+ 0,69	+ 7,7
12	10 19 9,43	1 46 11,55	9 23 34,6	+ 0,77	+ 7,6
16	10 1 44,19	1 44 29,65	9 14 54,6	+ 0,68	+ 4,5
27	9 14 35,63	1 40 35,39	8 55 35,1	+ 0,37	+ 1,6
28	9 10 22,06	1 40 17,77	8 54 10,9	+ 0,44	+ 2,7
Dec. 5	8 41 7,68	1 38 34,34	8 46 22,6	+ 0,43	+ 4,9

Pallas.

1834					
Jan. 31	12 3 33,28	8 46 17,03	−22 35 34,2	+19,48	−13,8
Febr. 2	11 54 10,26	8 44 45,80	22 0 52,9	+19,75	− 7,8
3	11 49 29,17	8 44 0,67	21 42 33,7	+19,70	−12,7
4	11 44 48,59	8 43 16,04	21 23 43,9	+19,50	−15,6
6	11 35 28,98	8 41 47,75	20 44 32,7	+19,46	−17,6
9	11 21 33,45	8 39 39,56	19 42 0,6	+19,67	−19,2
10	11 16 56,49	8 38 58,64	19 20 22,0	+19,60	−10,9
11	11 12 20,87	8 38 18,28	18 57 59,7	+19,65	−19,2
12	11 7 46,00	8 37 39,32	18 35 22,1	+19,40	−17,3
17	10 46 8,34	8 34 40,22	16 36 12,0	+19,45	−25,1
18	10 40 41,08	8 34 8,86	16 11 30,6	+18,84	−17,5
20	10 31 49,40	8 33 8,86	15 21 2,2	+19,19	−17,7
23	10 18 43,77	8 31 50,61	14 3 36,2	+19,21	−16,1
26	10 5 53,24	8 30 47,56	12 44 34,4	———	———
27	10 1 39,33	8 30 29,79	12 18 3,9	———	———
März 1	9 53 17,48	8 29 59,51	11 24 32,9	———	———
2	9 49 9,00	8 29 47,03	10 57 51,5	———	———
3	9 45 2,28	8 29 36,00	10 30 59,9	———	———
4	9 40 58,17	8 29 27,52	10 4 7,3	———	———
5	9 36 55,16	8 29 20,65	9 37 16,1	———	———

Ceres

1834					
Jan. 31	13 51 35,68	10 34 37,20	+25 9 32,8	+ 0,96	−16,6
Febr. 2	13 42 23,61	10 33 16,82	25 26 20,0	+ 1,04	−15,2
3	13 37 45,52	10 32 34,59	25 34 36,2	+ 1,24	−10,5
4	13 33 6,69	10 31 51,54	25 42 59,5	+ 1,00	−16,6
6	13 23 44,98	10 30 21,49	25 59 14,3	+ 1,06	− 9,3

Digitized by Google

1834.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Febr. 9	13 9 34,91	10 27 58,66	+26 23 10,7	+ 1,11	—13,5
10	13 4 49,69	10 27 9,37	26 30 50,3	+ 1,05	— 9,2
11	13 0 4,01	10 26 19,16	26 38 29,1	+ 1,09	—11,8
17	12 31 16,07	10 21 5,60	27 20 58,3	+ 1,09	—14,3
18	12 6 26,89	10 20 12,18	27 27 20,4	+ 0,89	— 9,0
20	12 16 47,29	10 18 24,15	27 39 44,0	+ 1,10	—12,5
23	12 2 18,09	10 15 41,99	27 56 39,5	+ 1,34	—12,9

1834.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Febr. 26	11 47 50,73	10 13 2,07	+28 11 33,6	+ 0,85	—10,6
27	11 46 57,43	10 12 8,80	28 16 5,0	+ 1,05	—10,3
März 1	11 33 26,34	10 10 24,99	28 24 22,5	+ 1,00	—11,4
2	11 28 39,07	10 9 33,57	28 28 6,5	+ 0,86	— 8,0
3	11 23 52,74	10 8 43,09	28 31 39,7	+ 1,16	—10,4
4	11 19 7,58	10 7 53,65	28 34 55,4	———	———
5	11 14 22,91	10 7 4,70	28 37 58,6	———	———

M. Koller.

Nachricht von der Gründung einer Haupt-Sternwarte für Rufsland bei der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg. (St. Petersburg, gedruckt in der Buchdruckerei der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. 1834)

Es liegt in der Eigenthümlichkeit der Naturwissenschaften, dafs zu ihrem Gedeihen die Unterstützung von Seiten der Mächtigen der Erde erforderlich ist. Sie heischen Anstalten, deren Ausführung und Erhaltung die Kräfte des Privatmannes übersteigen. Die Richtigkeit dieser Behauptung bewährt sich in einem vorzüglichen Grade in der Astronomie, deren Geschichte die Fortschritte dieser Wissenschaft als aufs innigste verbunden mit dem Schutze darstellt, den ausgezeichnete Regenten ihr gewährten, die es häufig nicht verschmähten, selbst an der Erweiterung der Wissenschaft thätigen Antheil zu nehmen.

Als *Ptolemäus Philadelphus* Griechenlands Gelehrte nach Alexandrien berief und im Museum vereinigte, da sehen wir 250 Jahre vor Chr. die erste Sternwarte entstehen, auf welcher während einer langen Folge von Jahren beobachtet wurde. Im Porticus des Museums, welches in demselben Stadttheile mit dem königlichen Pallast belegen war, im Bruchion, stellte *Eratosthenes* seine Armillarsphären auf, um an ihnen die Bewegungen der Gestirne zu verfolgen. Mit demselben Apparate arbeitete hundert Jahre später *Hipparch*, der gröfste Beobachter des Alterthums, und 140 Jahre nach Chr. *Ptolemäus*. An demselben Orte hatte *Hipparch* seine Himmelskugel aufgerichtet, welche die Sterne und deren Bilder nach seinen Ortsbestimmungen darstellte. Hier befanden sich die Dioptern desselben Astronomen, des *Ptolemäus* Astrolabium und seine parallactischen Regeln. Nach einem ruhmvollen Daseyn von 400 Jahren, welches die systematische Behandlung der Astronomie begründet hatte, verfiel die Sternwarte zu Alexandrien, hörte aber vielleicht erst auf, als durch die erobernden Araber alle wissenschaftlichen Anstalten daselbst zu Grunde gingen.

Wenn der nachfolgende, fast tausendjährige Zeitraum bis zur Wiederherstellung der Wissenschaften als eine für die meisten derselben traurige Periode angesehen werden mufs, so ist dies am wenigsten für die Astronomie der Fall. Nach einander pflegten die Chalifen Arabiens und die Mongolischen Chane diese Wissenschaft, und suchten durch Anlegung von Sternwarten das Material derselben zu erweitern. Der Chalif *Almamum* gründete eine Sternwarte in Damascus und eine zu Bagdad; später wurde eine vom Aegyptischen Chalifen *Hakem* zu Kairo angelegt. Nach dem Untergange des Chalifats im 13ten Jahrhunderte ging die Astronomie zu den siegenden Mongolen über. *Holagu-Ilekan*, der Grofssohn des *Dschengischan*, Sieger des letzten Abassiden Mostazem, ward der eifrige Beschützer der Astronomie. Es lebte damals im Orient der Thusite *Nassireddin*, der gröfste Astronom seiner Zeit, durch eine Kabale vom Hofe des Chalifen *Mostazem* vertrieben. Schon *Mangu*, der Bruder und Vorgänger im Chanate, hegte den Wunsch eine Sternwarte zu gründen, und hatte daher seinem Bruder, der als sein Feldherr das Chalifat bekriegte, den bestimmten Auftrag gegeben, ihm, sobald er Herr von Irac sei, den Astronomen zuzusenden. *Mangu* erlebte die Ankunft *Nassireddins* nicht. Aber als *Holagu* seine siegreichen Feldzüge, in welchen er bis Aegypten vordrang, geendigt hatte, ward er der Beförderer der Wissenschaft. *Nassireddin* begab sich in *Holagu's* Schutz und eine unzertrennliche Freundschaft verband den Chan und den Kodshah. Unmittelbar nach der Einnahme von Bagdad 1258 erhielt der Schatzmeister vom Chan den Befehl, alles zu liefern, was *Nassireddin* zu wissenschaftlichen Zwecken gebrauche, und schon im folgenden Jahre ward der Grund gelegt zur Sternwarte in Meragah, der Hauptstadt, etwa 100 Werst südlich vom jetzigen Tauris belegen. Das Gebäude der Sternwarte lag auf einem Berge aufserhalb der Stadt. *Nassireddin* beobachtete auf derselben bis in sein hohes Alter, und eine Frucht dieser Arbeiten sind die Ilekanischen Tafeln, lange Zeit die berühmtesten des Orients. Es gibt eine Beschreibung der Sternwarte zu Meragah vom Mujawad aus Damask, dem Freunde und Mitarbeiter des *Nassireddin*, aus welcher man sieht, dafs auf derselben 4 Instrumente Griechischer Art, und 5 von den Arabern erfundene aufgestellt waren, alle von beträchtlicher Gröfse, so dafs sie,

Digitized by Google

da ihre Standpunkte unveränderlich seyn mufsten, ein grofses Gebäude erforderten.

Endlich wanderte die Astronomie, ehe sie in Europa von Neuem erblühte, zu den Usbek'schen Tartaren, deren Fürst *Ulugh-Bey*, Enkel des *Timurleng*, entschieden der gröfste Astronom des Mittelalters war. Er regierte zu Anfange des 15ten Jahrhunderts während 40 Jahre, und versammelte in seiner Hauptstadt Samarkand die geschicktesten Astronomen Asiens, welche er, selbst der gröfste unter ihnen, zu Mitarbeitern auf seiner Sternwarte annahm. Die Instrumente derselben waren prachtvoll, und von ungeheurer Gröfse, unter ihnen ein Gnomon von 180 Fufs Höhe, an welchem durch den Schatten die Breite von Samarkand und die Schiefe der Ecliptik bestimmt wurde. Die Tafeln des *Ulugh-Bey* und sein Fixstern-Catalog gelten mit Recht für die gröfste Leistung der Astronomen des Mittelalters, und setzen Beobachtungen voraus, welche alle früheren an Genauigkeit übertreffen.

Dem Eifer dieser Fürsten verdankt die Astronomie die Erhaltung der Kenntnisse der Griechen und ihre Erweiterung, so wie den Uebergang derselben nach Europa. Schon im 13ten Jahrhundert hatte Kaiser *Friedrich II.* die Werke des *Ptolemäus* aus dem Arabischen ins Lateinische übersetzen lassen, und König *Alfons von Castilien* neue astronomische Tafeln veranlafst. Aber eine neue Epoche der Astronomie als Beobachtungswissenschaft ward eigentlich erst im 16ten Jahrhundert hervorgerufen, theils durch die Theilnahme, welche der Landgraf *Wilhelm IV.* von Hessen, durch eifrig und lange fortgesetzte Beobachtungen der Wissenschaft schenkte, theils durch die Unterstützung, welche auf die Aufforderung des Landgrafen, der König *Friedrich II.* von Dänemark dem gröfsten Astronomen seiner Zeit, *Tycho de Brahe*, angedeihen liefs. Er schenkte ihm die im Sunde gelegene Insel Hveen, um dort die erste grofse Sternwarte der neueren Zeit, Uranienburg genannt, anzulegen, wozu der König die Kosten hergab. Für die Ausrüstung dieser Sternwarte mit Instrumenten ward eine eigne Werkstatt angelegt, auf welcher deutsche Meister unter *Tycho's* Obhut arbeiteten. Im Jahre 1577 begann dieser seine Beobachtungen an 28 verschiedenen Instrumenten, unter Beihülfe vieler Mitarbeiter, und setzte sie bis 1597 fort. Dieser unvergleichliche Schatz von Beobachtungen war in den Händen seines Schülers und Freundes, *Kepler*, die Veranlassung zu den grofsen Entdeckungen über die wahren Formen der Planetenbahnen und die Gesetze der Bewegung in denselben, die *Keplers* Namen verewigt haben, und bald nachher durch *Newton* die physische Astronomie hervorriefen. Nach dem Tode des Königs *Friedrich* ward der Kaiser *Rudolph* der Beschützer *Tycho's*, und zog ihn nach Prag, wo er mit *Keplern* in Verbindung trat.

Bekannt ist der Aufschwung, den die Astronomie im 17ten Jahrhunderte nahm, vorzüglich nach der Erfindung des Fernrohrs, durch welches dem Erdbewohner der Zugang zu den Wundern des Himmels erst eröffnet wurde. Viele Sternwarten entstanden unter dem Schutze aufgeklärter Fürsten, in Copenhagen, Paris, Greenwich, noch in diesem Jahrhunderte; andre sah das nächste Jahrhundert entstehen, in Mannheim, Palermo, Stockholm und an mehreren Orten. Es würde zu weit führen, hier einzeln zu erwähnen, was alles von den Regenten in dieser Zeit zum Gedeihen der Astronomie gewährt worden ist. Wer aber erinnert sich nicht, was die Sternkunde dem König *Georg III.* von England dadurch verdankt, dafs er dem gröfsten Himmelsforscher aller Zeiten, *Herschel*, die Mittel gab, ungestört sich der Wissenschaft weihen zu können. Dieser Fürst war überdiefs selbst Astronom und besafs eine eigene prachtvolle Sternwarte zu Richmond, auf welcher er im Jahr 1769 den Vorübergang der Venus vor der Sonne beobachtete. Unserer Zeit näher liegt die Gründung der Sternwarte auf dem Seeberge bei Gotha durch den Herzog *Ernst*, die erste des Festlandes, deren Gebäude nach *Zachs* Angabe mit klarem Bewufstseyn der Erfordernisse einer guten Sternwarte angelegt ist, und die einen wesentlichen Einflufs auf alle späterhin auf dem Continente angelegten Sternwarten gehabt hat, bei deren Erbauung sie mehr oder minder das Muster abgab, so für Göttingen, Dorpat, München u. s. w. Herzog *Ernst* war nicht nur Beförderer der Astronomie, sondern erhält mit Recht eine Stelle in der Reihe der fürstlichen Astronomen, da er an den Beobachtungen und selbst an weitläuftigen Rechnungen Theil nahm. Von der Seeberger Sternwarte ging eine Zeitschrift aus, die monatliche Correspondenz, herausgegeben durch die Barone *von Zach* und *von Lindenau*, die als ein Haupthebel zum Aufblühen der Astronomie in allen Ländern, denen deutsche wissenschaftliche Bildung zugänglich ist, angesehen werden mufs. Was Preufsens jetziger König für die Astronomie gethan durch Anlegung der Sternwarte in Königsberg, so wie durch Anordnung einer neuen in Berlin; dadurch dafs er zwei Männer wie *Bessel* und *Encke*, deren Namen unvergänglich in der Geschichte der Wissenschaft dastehen, in seine Staaten zog; wie Dänemarks *Frederik* unsere Wissenschaft als Beschützer und Kenner befördert; wie er Künstler unterstützt und ehrt, und die Astronomen des Auslandes, wie seiner Staaten, durch seine Theilnahme an ihrem Wirken ermuntert; alles dieses ist zu bekannt, um ausführlicher Belege zu bedürfen.

Aber wenden wir uns zu dem, was in unserm Vaterlande, in Rufsland, zum Besten der Astronomie gewährt worden. Mit der Gründung der Akademie der Wissenschaften durch *Peter den Grofsen*, erhielt Rufsland seine erste

Digitized by Google

feste Sternwarte, die späterhin durch *Catharina II.* mit kostbaren Instrumenten beschenkt wurde, einem Birdschen Mauerquadranten, einem zwanzigfüfsigen Spiegeltelescope und anderen. Auf Ihr Geheifs wurde der Vorübergang der Venus im Jahre 1769 von 12 Astronomen, Inländern und Fremden, an den entferntesten Punkten des Reichs beobachtet, und bei dieser Gelegenheit des Reiches Geographie berichtigt, so wie noch späterhin durch wiederholte Reisen der Akademiker. Ausgezeichnete Männer nennt Rufsland unter seinen Astronomen des vorigen Jahrhunderts, *Delisle*, *Lexell*, *Roumowsky*, *Inochodzoff* und *Schubert*, den letzten als einen der bedeutendsten Theoretiker unserer Zeit.

Eine neue Epoche der beobachtenden Astronomie in Rufsland beginnt aber mit der glorreichen Regierung *Alexanders*. Unter ihm wurden die Sternwarten zu Dorpat und Åbo begründet und mit Apparaten versehen, die sie den reichsten Anstalten Europas an die Seite stellten. Für Dorpat ward der grofse Refraktor *Fraunhofers* erworben, das ausgezeichnetste Kunstwerk dieses unvergleichlichen Künstlers, eins der vollkommensten Instrumente, das die Geschichte der Astronomie kennt. Der Bau einer dritten Sternwarte in Nicolajef am schwarzen Meere ward begonnen, eingeleitet durch die Verwendung des Admirals *Greig*, den Europa als einen in der praktischen Astronomie hocherfahrnen Mann verehrt, welcher in ihr der seiner Leitung anvertrauten Flotte einen wissenschaftlichen Stützpunkt zu verschaffen bemüht war. In gleichem Geiste ward durch *Nicolai's* Huld die Astronomie gefördert. Er schenkte der Dorpater Sternwarte durch die Erhöhung ihres Etats die Mittel zu einer fortwährenden Thätigkeit: Ihm verdankt die aus Åbo nach Helsingfors versetzte Universität die Errichtung einer neuen Sternwarte im jugendlichen Musensitze, die jetzt so eben vollendet, ihrer Anlage nach ohne Zweifel als die am besten eingerichtete in Europa angesehen werden mufs, und bei des unermüdeten *Argelanders* Thätigkeit der Astronomie grofse Früchte tragen wird. Unter Seiner Regierung ist eine Sternwarte in der alten Hauptstadt Moskwa angelegt, eine andere in Kasan im Baue begriffen, die sich den vollkommensten an die Seite setzen wird, und bald wird auch der neueste Musensitz Kiew unter seinen wissenschaftlichen Instituten einer Sternwarte sich erfreuen. So können wir ohne Bedenken sagen, dafs seit einem Menschenalter in Rufsland mehr von Seiten der Regierung zum Wohle der Astronomie gewährt ist, als in demselben Zeitraume in irgend einem andern Staate, ja als je während eines gleichen geschah, wenn wir auch die ganze Geschichte der Wissenschaft bei unserm Gedächtnisse vorbeiführen.

Aber es sollte noch mehr gewährt werden von unseres erhabenen Monarchen Huld. Er hat befohlen zu den vielen astronomischen Anstalten, eine Hauptsternwarte des Reichs in der Nähe der Hauptstadt zu errichten, welche zur Akademie, als dem obersten wissenschaftlichen Vereine gehörig, in der grofsartigsten Form angelegt, den höchsten Forderungen der so weit ausgebildeten Astronomie entsprechen soll.

Sollte hier jemand die Frage aufwerfen, wozu so viele Sternwarten, so ist die Antwort leicht gegeben. Rufslands Grenzen sind so weit umfassend, dafs die relative Lage der entfernteren Punkte nur auf rein astronomischem Wege ermittelt werden kann. Durch ihre Bedeutsamkeit für die Geographie ist daher die Astronomie ein Bedürfnifs für Rufsland. Und wie erfreulich ist das Gedeihen dieser Wissenschaft zu einer Zeit, wo Rufslands Seemacht die ihr gebührende hohe Stellung wieder eingenommen hat. Welchen Umfang hat endlich nicht die Astronomie als Wissenschaft? Welch' einen unermefslichen Stoff bietet das Weltall der Beobachtung dar? Alles verändert sich in ihm, alles bewegt sich im Weltraume. Aus unendlicher Ferne, mit dem Rohre bewaffnet, beobachtet der Astronom in nächtlicher Einsamkeit die Gestirne, und vergleicht neue Bestimmungen mit alten, um den Veränderungen der Bewegungen nachzuforschen, die theils von kürzerer Periode sind, theils von so langer Dauer des Umlaufs, dafs wir kaum die ersten Spuren ahnen. Wie könnte Einer, wie könnten Wenige alles umfassen, und hätten sie selbst eines *Herschels* Hülfsmittel, seinen Geist, seine Beharrlichkeit und seine Lebensdauer? Nur den vereinten Bemühungen vieler, ununterbrochen fortgesetzt durch alle Menschenalter, kann die Zukunft die mannigfachen Aufschlüsse verdanken, welche die Wissenschaft zu hoffen hat.

Die Akademie der Wissenschaften hatte ihre bisherige Sternwarte als den jetzigen Forderungen nicht entsprechend, schon seit Jahren erkannt. Die früher zwar ausgezeichneten Instrumente waren veraltet, ihrer Aufstellung auf einem hohen Thurme, in der Mitte der volkreichen Stadt, mangelte Festigkeit. Durch Anschaffung eines neuen trefflichen Meridian-Instruments von *Ertel* in München war nur einseitig geholfen worden. Die Hauptstadt des Reichs entbehrt daher noch jetzt eine ihrer würdige astronomische Anstalt. Lange schon hatte die Akademie den Wunsch gehegt, diesem Mangel abgeholfen zu sehen und sich daher seit Jahren mit dem Plane zu einer neuen Sternwarte beschäftigt. Als im Jahre 1831 der Kaiser die Gnade hatte der Dorpater Sternwarte einen neuen Etat zu schenken, geruhten Seine Majestät zugleich seinen Willen kund zu geben, dafs mit der Zeit auch bei der Akademie zu St. Petersburg besser für das Bedürfnifs der Astronomie gesorgt werde, und Seine Meinung dahin zu äufsern, dafs die Anhöhe von Pulkowa, als die zweckmäfsigste Stelle zur Anlegung einer Sternwarte in der

Digitized by Google

Umgegend der Hauptstadt erscheine. Am 26. October 1833 geruhten Seine Majestät sich der Angelegenheit der Sternwarte von neuem zu erinnern und von Sr. Excellenz dem Herrn Geheimenrath *von Ouwaroff*, als Minister der Aufklärung und Präsidenten der Akademie, Entwurf und Anschlag zur Anlegung der akademischen Sternwarte einzufordern. Diese konnten sogleich überreicht werden, da die Akademie einen vom Akademiker *Parrot* ausgearbeiteten Plan zur Sternwarte besafs, nebst muthmafslichem Kostenbetrage, so wie ein Verzeichnifs fertig hatte über die zur Ausrüstung erforderlichen Instrumente nebst deren genäherten Preisen. Nach diesem Projekte betrug die Bausumme 346,500 Rubel, und 135,000 Rubel waren für die Instrumente angesetzt. Seine Majestät hatten die Gnade schon unter dem 28. zu befehlen, dafs die Akademie unverzüglich zur Bestellung der Instrumente schreiten solle, und dafs 100,000 Rubel zur Disposition des Ministers der Volksaufklärung gestellt werden sollten, um den Bau im Frühlinge 1834 beginnen zu können, an demjenigen Orte den die Akademie selbst als den zweckmäfsigsten wählen würde.

Um die Ausführung der gnädigen Gesinnungen Seiner Majestät in vollkommenster Art zu bewerkstelligen, ernannte hierauf der Herr Minister eine Commission, aus den Akademikern *Wisniewski*, *Fufs*, *Parrot* und *Struve* bestehend, und veranlafste Seine Majestät den Kaiser dieser Commission in der Person des jetzt als Mitglied des Reichsraths in der Hauptstadt anwesenden Admirals *Greig*, den die Akademie mit Stolz unter ihre Ehrenmitglieder zählt, einen Präsidenten zu geben. Die Commission begann unter Leitung ihres Präsidenten ihre Geschäfte im November und erkannte, dafs die bisherigen Arbeiten der Akademie für die Anlegung der Sternwarte nur als Vorarbeiten anzusehen seyen. Da es offenbar die Absicht des Monarchen war, in der Nähe von St. Petersburg eine Hauptsternwarte zu errichten, die als Mittelpunkt der astronomischen Thätigkeit im Reiche angesehen werden sollte, so setzte sich die Commission die Aufgabe, nach gründlicher Erwägung der Bestimmung dieser Anstalt, die Erfordernisse derselben aufs genaueste zu ermitteln, und diesem gemäfs einen vollständigen Plan für die künftige Thätigkeit derselben, und die hieraus folgende Einrichtung und Ausrüstung zu entwerfen. Sie arbeitete daher zunächst das Projekt zum Statute der Sternwarte aus, in welchem als Grundlage der dreifache Zweck ausgesprochen ist, dafs auf derselben:

1. regelmäfsige und möglichst vollkommene Beobachtungen angestellt werden, welche die Förderung der Astronomie als Wissenschaft beabsichtigen;
2. correspondirende Beobachtungen gemacht werden, welche für die geographischen Unternehmungen im Reiche und auf Reisen erforderlich sind;
3. dafs sie für die Vervollkommnung der praktischen Astronomie in ihrer Anwendung auf Geographie und Nautik wirksam sey.

Diesem dreifachen Zwecke gemäfs suchte die Commission die Apparate zu bestimmen, welche zur Ausrüstung der Sternwarte nöthig sind, dann das Personal für die Ausführung der Beobachtungen u. s. w. festzusetzen, endlich die Erfordernisse der Gebäude, sowohl in Rücksicht auf das wissenschaftliche als aufs ökonomische, aufzustellen. Vorher hatte die Commission noch nach einer Beprüfung der Umgegend von St. Petersburg, sich unbedingt für den vom Kaiser selbst vorgeschlagenen Platz, den Berg Pulkowa, als den zur Anlegung in jeder Rücksicht geeignetsten ausgesprochen. Im December geruhten Seine Majestät sich die Ansichten der Commission vortragen zu lassen, und befahlen darauf, dafs zwei Mitglieder der Akademie der Künste, die Herren Architekten *Brüloff* und *Thon*, jeder für sich einen Plan zur Sternwarte, den Instructionen der Commission zufolge, entwerfen sollten. Die beiderseitigen Pläne wurden der Commission am Ende des Februar-Monats vorgelegt. Sie entschied sich für den des Herrn *Brüloff*, und veranlafste ihn seinen Plan noch ein Mal zu überarbeiten, damit er, als den Absichten der Commission völlig entsprechend, zur Allerhöchsten Kenntnifs gebracht werden könne. Am 3ten April hatte der Akademiker *Struve* das Glück durch den Herrn Minister der Volksaufklärung, dem Kaiser vorgestellt zu werden und Seiner Majestät einen umständlichen mündlichen Bericht über den von der Commission angenommenen Plan abzustatten. Seine Majestät geruhten aufs gnädigste diesen so umfassenden Plan in seiner ganzen Ausdehnung zu bestätigen, Herrn *Brüloff* zum Architekten für die Ausführung zu ernennen, die Anschaffung der Instrumente nach dem Vorschlage der Commission zu genehmigen, endlich den Situations-Plan des Pulkowaschen Berges in Augenschein zu nehmen, auf welchem die projektirte Anlage der Sternwarte verzeichnet war, die Anlage derselben an diesem Platze zu bewilligen, und der Akademie das hierzu erforderliche Terrain zu schenken. Aufserdem geruhte der huldreiche Monarch mündlich dem Akademiker *Struve* den Auftrag zu geben im bevorstehenden Sommer nach dem Auslande zu reisen und mit den ausgezeichneten Künstlern Münchens, Hamburgs und Altonas persönlich sich über die anzufertigenden Instrumente zu einigen, erforderlichen Falls auch, wenn es im Interesse der Sache läge, die Reise bis Paris und London auszudehnen, überhaupt dafür Sorge zu tragen, dafs die Sternwarte bei ihrer Eröffnung mit den vollkommensten Instrumenten ausgerüstet sey, welche die jetzige Mechanik und Optik zu liefern vermögen. Die nach dem muthmafslichen Kostenanschlage bewilligte Summe beträgt 192,500 Rubel. Wie

Digitized by Google

hoch der Bau der Sternwarte zu stehen kommen wird, kann erst nach Vollendung des Bauanschlages angegeben werden. Aber es ist zu vermuthen, dafs die ganze Anlage, Bau und Ausrüstung, über eine Million Rubel kosten wird, abgesehen von dem nicht geringen Werthe des Grundstückes, welches vom Kaiser geschenkt worden ist.

Die Anhöhe von Pulkowa, zum Gebiete des Kaiserlichen Schlosses Zarskoje-Selo gehörig, liegt 17 Werst südlich vom Thore der Hauptstadt. Die nach Zarskoje-Selo führende Chaussée geht in gerader Richtung bis an den Fufs des Berges, der sich hier steil 200 Fufs über dieselbe erhebt, und biegt dann zur linken Hand ab. Die Oberfläche des Berges ist ein fester Lehm und bietet so einen vortrefflichen Grund dar zur Anlegung eines Gebäudes, bei welchem ein unveränderlicher Stand der Grundmauern ein Haupterfordernifs ist. Die steilen Abhänge sind bewachsen, auf der Höhe ist das Land fruchtbar und mit Acker, Garten und einem Lustwäldchen besetzt. Dieses Land ist bisher zum Theil von Bauern in Pacht besessen. Diese sollen nach dem ausdrücklichen gnädigen Willen des Monarchen anderweitig reichlich für das entschädigt werden, was sie hier abgeben. Das ganze geschenkte Grundstück beträgt fast genau 20 Defsjatinen, und erstreckt sich von N. nach S. in seiner gröfsten Ausdehnung auf 315 Sashen oder 2205 Engl. Fufs, und von O. nach W. 226 Sashen oder 1582 Engl. Fufs. Nahe in der Mitte dieses Terrains wird die Sternwarte angelegt, so dafs ihr Centrum genau in die Verlängerung der Linie der Chaussée zu liegen kommen wird, und die Façade des Gebäudes mit dieser fast genau einen rechten Winkel bildet. So wird sich das Gebäude, so wie man aus Petersburg herauskommt, hoch erhaben gerade in der Richtung der Chaussée darstellen. Der Umstand, dafs diese am Fufse des Berges sich nach Osten biegt und die Höhe des Berges über dem Wege, sichern die Sternwarte gegen Erschütterungen und Staub. Diese Höhe gewährt der Sternwarte überdiefs den Vorzug, dafs sie, erhaben über den Ausdünstungen der Niederungen, sich einer reineren Luft erfreuen wird. Die Entfernung von der im Norden gelegenen Hauptstadt macht den Rauch derselben für die Sternwarte ganz unschädlich. Ueberhaupt läfst sich nicht leicht eine günstigere und freundlichere Stelle für die Anlage einer Sternwarte denken. Die Aussicht ist nach allen Seiten frei, und eben so mannigfaltig als reizend. Man erblickt im Norden die Hauptstadt, im Süden die näher gelegenen Schlösser und Anlagen von Zarskoje-Selo und Pawlowsk, im Westen den Finnischen Meerbusen und Kronstadt, Strelna, Oranienbaum, nach der andern Seite Finnlands Felsenhöhen u. s. w.

Die Sternwarte wird aus 2 Theilen bestehen, dem zu den wissenschaftlichen Arbeiten bestimmten Gebäude, der Sternwarte im engern Sinn, und den Wohnungen nebst Nebengebäuden und deren Verbindungen. Das Ganze wird zusammengenommen eine Ausdehnung von 120 Sashen, 840 Englische Fufs oder eine viertel Werst in der Richtung von Ost nach West einnehmen. Die eigentliche Sternwarte liegt in der Mitte, und bildet ein Kreuz, von Ost nach West 220 Engl. Fufs, in der Richtung des Meridians 175 Fufs ausgedehnt. In diesem Gebäude befinden sich zu ebener Erde: ein grofser Saal für die Aufbewahrung der nicht in beständigem Gebrauche befindlichen Instrumente und zum Empfange besuchender bestimmt; 2 Meridian-Säle, jeder mit 2 Durchschnitten, ein Saal mit einem Durchschnitt von Ost nach West; ein Zimmer zur Regulirung der Uhren, mit einer Einrichtung, bedeutende Temperaturunterschiede in demselben zu erzeugen; das Directionszimmer, die Bibliothek, ein Auditorium und 5 Kabinette, die den Beobachtern zur Erholung, Erwärmung und zum Arbeiten dienen, zweckmäfsig vertheilt gegen die Beobachtungslocale. Ueber dem Gebäude erheben sich 3 Thürme mit beweglichen Dächern, der mittlere von 32 Fufs, die beiden andern von 20 Fufs Durchmesser, zur Aufnahme derjenigen Instrumente bestimmt, mit denen jeder Punkt des Himmelsgewölbes erreicht werden mufs. Oestlich und westlich stofsen an die eigentliche Sternwarte zwei Corridore, jeder 13 Sashen lang und geben die Verbindung mit den Wohnungen, die absichtlich in diese Entfernung von der Sternwarte gerückt sind. 4 Gebäude sind zu Wohnungen bestimmt. An sie stofsen Hofräume, und an diese die Nebengebäude, welche die ökonomischen Bequemlichkeiten, eine kleine Schmiede u. s. w. enthalten. Als zur eigentlichen Sternwarte gehörig müssen noch 4 Pavillons angesehen werden, die symmetrisch um dieselbe herumliegen, von denen zwei zur Aufnahme von Cometensuchern und die andern zur Aufstellung tragbarer geodätisch-astronomischer Instrumente dienen sollen. Auch die erwähnten Corridore bieten Locale zum Gebrauch kleinerer Instrumente in der Richtung des Meridians dar. Das Personal der Sternwarte, aus dem Director, 4 Astronomen, 2 Aufsehern, wovon einer Mechaniker, einem Secretair und der Bedienung bestehend, wird in den Wohngebäuden bequeme und hinreichend geräumige Wohnungen finden. Die Fläche des Berges wird, für die verschiedenen Familien, Gärten darbieten, und aufserdem reichlichen Raum zu angenehmen Spaziergängen gewähren.

Es ist hier nicht der Ort ausführlich über die einzelnen Instrumente zu verhandeln, welche zur Ausrüstung der neuen Sternwarte bestellt werden. Die Commission ist schon mit mehreren Künstlern in Unterhandlungen getreten, deren Abschlufs aber erst nach des Akademikers *Struve* persönlicher Zusammenkunft mit ihnen gemacht werden wird.

Digitized by Google

Das berühmte optische Institut Münchens, das ehemals von *Fraunhofer* geleitet wurde, jetzt von den Herren *von Utzschneider* und *Merz*, hat versprochen einen Refraktor für die St. Petersburger Sternwarte zu Stande zu bringen, gröfser als alle die bisher aus demselben hervorgegangenen, und hofft ihm dieselbe Vollendung geben zu können, welche die Kunstwerke *Fraunhofers* auszeichnete. Durch Benutzung der Erfahrungen der letzten 20 Jahre, durch Beibehaltung des bewährten, Verbesserung in den Theilen, die noch zu wünschen übrig gelassen, zum Theil durch Ausführung neuer eigenthümlicher Constructionen, hofft die Commission auch den übrigen Instrumenten einen ausgezeichneten Grad von Vollkommenheit verschafft zu sehen.

Nach dem Willen Seiner Majestät des Kaisers bleibt die Commission in Thätigkeit bis zur Vollendung der Sternwarte. Sie wird in dieser Zeit vorzüglich ihr Augenmerk dahin richten, dafs das Gebäude seinem wissenschaftlichen Zweck entsprechend ausgeführt werde, während das rein Architektonische gänzlich der Einsicht des bewährten Architekten überlassen bleibt. Sie wird speciell selbst die Ausführung der beweglichen Bedachungen der Thürme leiten, in denen nicht sowohl eine architektonische als eine mechanische Aufgabe vorliegt, welche vor neun Jahren schon in dem Drehthurme der Dorpater Sternwarte von zweien Mitgliedern der Commission, *Parrot* und *Struve*, mit vollem Erfolge gelöst worden. Sie wird in beständiger Relation mit den die Instrumente ausführenden Künstlern bleiben, bis zur Ablieferung derselben.

Da der Bau der Sternwarte eigenthümliche Vorsichten und Maafsregeln heischt, und die Vollendung der Instrumente Zeit erfordert, so ist die Eröffnung der Sternwarte erst im Laufe des Jahres 1838 oder im Anfange 1839 zu erwarten. Dann wird die Commission ihre Arbeit als geschlossen ansehen und die Akademie der Wissenschaften die Leitung der Sternwarte einem Direktor übertragen, der, wie schon erwähnt, in den wissenschaftlichen Arbeiten von vier Astronomen unterstützt werden wird. Die Anordnung und Vertheilung der Arbeiten auf der Sternwarte wird beständig vom Direktor ausgehen, damit dieselben einem festen Plane gemäfs ausgeführt werden. Nach Ablauf eines jeden Jahres mufs der Director der Akademie das Tagebuch der in demselben angestellten Beobachtungen übergeben, und die Akademie verpflichtet sich, sie im Laufe des neuen Jahres unter dem Titel: *Annales speculae Imperialis in Academia caesarea Petropolitana,* mit lateinischem Texte durch den Druck bekannt zu machen. Zur Unterhaltung der Sternwarte ist von Seiner Majestät dem Kaiser vorläufig ein jährlicher Etat von 47,200 Rubeln bewilligt worden, der, mit der Vollendung der Gebäude sofort in Kraft treten soll.

So sieht die Akademie der Wissenschaften einen lange gehegten Wunsch auf eine Weise realisirt, die ihre kühnsten Hoffnungen bei weitem übertrifft. Sie wird zu ihren andern wissenschaftlichen Anstalten sich einer Sternwarte erfreuen, deren Gründung als ein Ereignifs sondergleichen in den Annalen der Astronomie dasteht. Rufsland wird mit Stolz auf eine Stiftung sehen, die es seinem hochherzigen Kaiser verdankt, um welche es ganz Europa beneiden mufs. Heil und Dank dem Monarchen, der sie uns gewährte, und mit eigenem Scharfblicke alles für die geistige Ausbildung und die Wissenschaft Ersprieſsliche erkennend, sie mit wahrhaft Kaiserlicher Freigebigkeit ausführen heifst.

Berichtigungen.

Seite 213.	Zeile 22. 27.	statt: Peaking	lies: Peking.
— 214	— 5.		
— —	— 12.	— Keedarinsk	— Kudarinsk
— —	—	— Tschikosflusse	— Tschikoyflusse

In der Tafel S. 214 u. 215 sind folgende Berichtigungen anzubringen:

Seite 214.	statt: Stepnoja	lies:	Stepnaja
	— Chunsal	—	Chunzal
	— Baletzai	—	Batchay
	— Sharabudneguna	—	Scharabudurguna
	— Dshandsjakén	—	Dshan-dsja-kéu
	— Peeking	—	Peking
	— Troizkossansk	—	Troizkossawsk
Seite 215.	— Pogrommy	—	Pogromnoy
	— Argunskog	—	Argunskoy
	— Ustj-Orow	—	Ustj-urow
	— Urjussina	—	Urjupina
	— Ljopinafluſs	—	Ljapinafluſs
	— Gorbiza	—	Gorbita
	— Abasaitni	—	Abagaitu

bey Tschindant mufs die obere Zeile 2 July ganz weggestrichen werden.

statt:	Mendschinskoy	lies:	Mendshinskoy
—	Dschidinskoy	—	Dshidinskoy

Seite 215	statt:	Küitung	lies:	Küitun
— —	Zeile 10	(nach der Tafel)	statt: 42°	lies: 47°
— 216	— 12	statt: zusammenläuft	lies:	zusammenlaufe
— —	— 13	— vereinigt	—	vereinige
— —	— 20	— Peeking	—	Peking
— 217	— 6	— Waygion	—	Waygiou
— —	— 24	— Carpisee	—	Kaspisee
— 218	— 11	— Peeking	—	Peking
— —	— 10	— Irkutk	—	Kjachta
— —	— 37	— Karpisee	—	Kaspisee
— 219	— 21	— Länge eines der westl. Systeme	—	Längenaxe des westl. Systems
— 220	— 6	— Progressionen	—	progressiven
		Beobachtungen der Neigung etc.		
— —	— 4	— gemacht	—	gekauft
— 221		— Baingoh	—	Baingol
		— Chunzah	—	Chunzal
		— Batchai	—	Batchai
		— Peeking	—	Peking
— 222		— Scharagoh	—	Scharagol
		— Pogrornnoy	—	Pogrommoy
		— Argunskng	—	Argunskoy
—		— {Tschindant etc. Dschindant etc.	—	Tschindant 133° 20′ 0 50° 34′ 20″ etc.

Digitized by Google

Register.

A.

Abbildung der von Sr. Majestät *Frederik VI.* Könige von Dänemark gestifteten Cometen-Medaille 137.

Abweichung der Magnetnadel siehe Breiten.

Aldebaran, Bedeckung desselben 1831 April 15 beobachtet in Edinburgh 30.

Altona, *Petersens* Beobachtung daselbst des Verschwindens des Saturnsringes 155.

Anger, Beobachtung in Danzig der Sonnenfinsternifs 1833 Jul. 6, und einer Sternbedeckung 137.

Anzeigen, die Astron. Nachr. betreffend 15. 31. 151.

Arcona, *Mädlers* Beobachtungen daselbst, des Mars und des Saturnsringes 115.

Asien, System westlicher Abweichungen der Magnetnadel daselbst von *G. v. Fufs* 213.

Astrograph, Instrument zum Zeichnen der Sternkarten, erfunden von Dr. *Steinheil* 145.

Astronomische Nachrichten, Anzeigen dieselben betreffend 15. 31. 151.

B.

Baily, Francis, über *Flamsteeds* Original-Berechnungen 403.

Barbados, Länge 225.

Barometerveränderung 1833 im December beobachtet von *Weisse* in Cracau 381.

Bedeckung des Saturns 1832 Mai 8 beob. in Cracau 28.

Beer und *Mädler* über die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen 289.

Bericht über den Fortgang des Unternehmens der Sternkarten der Berliner Academie der Wissenscheften 33.

Berichtigungen 439.

Bernerdi in Cattajo, Beobachtung des Wiedererscheinens des Saturnsringes 149.

Bessel, Nachricht von der Vollendung bis zum 45sten Grade der Declination der allgemeinen auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtung des Himmels 13. Untersuchungen über die Bewegungen des *Hugens*ischen Saturns-Satelliten 17. Nachrichten über das Verschwinden des Saturnsringes 23. Letter to Professor *Airy* at Cambridge 181. Theorie des *Steinheil*schen Prismenkreises 229. Betrachtungen über die Methode der Vervielfältigung der Beobachtungen 269. Bemerkungen über eine angenommene Atmosphäre des Mondes 411.

Bianchini in Cattajo, Beobachtungen des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 149.

Bogenhausen, Königl. Sternwarte zu München, Beobachtungen daselbst von Dr. *Lamont*, von Mondculminationen (1832 vom März bis Oct.) 13, (1833 vom Febr. bis Decbr.) 297, der Sonnenfinsterifs (1833 Jul. 16) 119.

Boguslawski in Breslau, Beobachtung des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 209.

Breiten, Längen, Neigung und Abweichung der Magnetnadel von Abagoitu 215. 222, Akschinsk 222, Altagen 215, Altansk 215. 222, Argunskoy Ostrog 215. 222, Baingol 221, Bain Chara 222, Batchay 214, 221, Chunzal 214. 221, Chologur 214. 221, Charazaisk 215. 222, Charatuin Sudshi 221, Chapchátku 222, Chaschátu 222, Chorümtu 222, Dshandsja-kéu 214. 221, Dshidinskoy 215, Durbenderetu 221, Ergi 214. 221, Gorbiza 215. 222, Giltegentai 221, Gaschun 222, Irkuzk 214. 221. 222, Jekaterinburg 220, Kasan 220, Kolessowaja an der Selenga 221, Küitun 215, Kulchuduck 221, Kutull 221, Kukuderissu 222, Kurbinsk 222, Liapineflufs 215, Listwinischneja am Baykal 221, Mendshinskoy 215. 222, Mingan 221, Mogóitu 222, Nertschinsk 215. 222, Nalaicha 221, Olon Obo 214, Oldoiflufs 215, Omsk 221, Peking 214. 221, Perm 220, Pogromnoy Sauerquelle 215. 222, Possolsk Kloster am Baykalsee 222, Stepnaja am Baykal 214. 221, Scharabudurguna 214. 221, Sendshi 214. 222, Selenginsk 215. 222, Stretensk 215. 222, Schibétu 221, Sudshi 221, Scharagol 222, Shegdatschinskoy 222, Troizkossawsk 214. 222, Tschita 215. 222, Tschindant 215. 222, Turka warme Quelle 215, Tunka 215, Tjumén 220, Tobolsk 220, Tomsk 221, Tulghá 221, Urga 214. 221. 222, Ustj-Urow 215, Urjupina 215. 222, Uststretensk 215. 222, Umutnaflufs 215, Uitzyn 222, Vor Wladimir 220, Werchneudinsk 215. 222, Zsulgétu 221, Zackildeek 221, Zsamein-ussu 221, Zegan Belgessu 221, Zsemein Chuduck 221, Zuruchaitu 222.

Breite der Sternwarte auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung 28, von Hayes in Kent 379.

Bücheranzeigen 201.

Digitized by Google

C.

Celton Hill siehe Edinburg.

Cepe of Good Hope Beobachtungen daselbst des *Biela*schen Cometen (1832 Nov. Dec. 1833 Jan.) 28. 295, des *Encke*schen Cometen (1832 Jan.) 27. 39. 293. Länge und Breite des Observatoriums 28. 403.

Cattajo, Beobachtungen daselbst, des Saturnsringes, von *Bianchini* und Dr. *Bernardi* 149.

Ceres, 1832 Octbr. u. Novbr. beobachtet von *Koller* in Kremsmünster 10. Opposition derselben 1834 Jan. u. Febr. beobachtet von *Nicolai* in Mannheim 381.

Chalgan oder Dshan-dsja-kéu, Beobachtung einer Sternbedeckung daselbst von *G. v. Fufs* (1830 Nov. $\frac{8}{21}$) 3.

Chronometer, goldnes, von *Kessels* als Ehrengeschenk Sr. Maj. *Frederik VI.* von Dänemark an Baron *von Lindenau* 137.

Comet, *Biela's* beobachtet von *Santini* in Padua (1832 Oct. Nov. Dec.) 5. von *Henderson* auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung (1832 Nov. Dec. 1833 Jan.) 28. 295, von *Inghirami* in Florenz (1832 Oct. Nov. Dec.) 39; von *Koller* in Kremsmünster (1832 Nov.) 223. Elemente desselben von *B. Valz* 30, von *Santini* 6. 195.

——— *Encke's* beobachtet von *Henderson* auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung (1832 Juni) 27. 39. 293. Ueber die Wiederkehr desselben 1832 von *Encke* 185.

——— *Halley's* dessen Störungen von *Rosenberger* 157.

——— entdeckt von *Gambart* 1834 März 8. 373.

Cometen-Medaille, Abbildung der von Sr. Maj. *Frederik VI.* von Dänemark gestifteten 137.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus auctore *Hansen* 309.

Conti in Padua, Beobachtungen der Juno (1833 Mai) 115.

Cracau Beobachtungen von *Weifse* daselbst, 1832 von Saturn, Sternbedeckungen und Mondsternen 23. 1833 von Planeten, Sternbedeckungen und Mondsternen 383.

St. Croix Beobachtungen daselbst von *Andr. Lang*, des Mercurdurchgangs 1832 Mai 5. 264, der Sonnenfinsternifs 1832 Jul. 27. 264.

D.

David Beobachtungen in Prag, von Mondsternen (1833 März bis Mai) 29, von Jupiterstrabantenverfinsterungen (1833 Jan. 3, 10) 31, von Sternbedeckungen (1833 Jan. 4. März 27, 31. April 22) 32.

Danzig Beobachtung daselbst von *Anger*, der Sonnenfinsternifs (1833 Jul. 16) und Sternbedeckung 137.

Dessau Beobachtung daselbst von *Schwabe*, des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 153.

Dialytische Fernröhre von *Plöfsl* in Wien 137.

Druckfehler 228. 371. 439.

Dshan-dsja-kéu oder Chalgan Beobachtung der Sternbedeckung (1830 Nov. $\frac{8}{21}$) von *G. v. Fufs* 3.

E.

Edinburgh Beobachtungen auf Calton Hill von *Henderson*, Mondsterne (1831 Februar bis Mai) 27, des Saturns (1831 März April) 29. Bedeckung des Aldebarans (1831 April 15) 30. Sternwarte 298.

Ehrenbezeugungen 137.

Elemente des *Biela*schen Cometen 1832 von *Santini* 6. 195, von *B. Valz* 30. —— der Bahn des *Hugen*ischen Saturns-Satelliten aus Beobachtungen in Königsberg 17.

Enckes Comet, beobachtet auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung (1832 Jun.) 27. 39. 293. Ueber die Wiederkehr desselben 1832 von *Encke* 185.

Erdschatten, über die Gröfse desselben bei Mondfinsternissen von *Beer* und *Mädler* 289.

F.

Fernröhre, dialytische von *Plöfsl* in Wien 137.

Flamsteeds Original-Berechnungen von *Francis Baily* 403.

Florenz Beobachtungen des *Biela*schen Cometen (1832 Octbr. bis Decbr.) von *Inghirami* daselbst 39.

Frederik VI. König von Dänemark ertheilt Baron *von Lindenau* ein goldnes *Kessels*sches Chronometer als Ehrengeschenk 137.

v. Fufs, Secretair der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, über die Erbauung einer Sternwarte daselbst 429.

v. Fufs, Georg, Beobachtung von Sternbedeckungen zu Dshandsja-kén oder Chalgan 3, zu Peking 4. 5. Ueber das System westl. Abweichungen der Magnetnadel in Asien 213.

G.

Gambart entdeckt 1834 den 8. März einen Cometen 373.

Gauss Beobachtung der Opposition der Pallas (1834 Febr.) 403.

H.

Haaparanta, Länge 411.

Häggbladh und *Svanberg* über die Längenbestimmungen von Haaparanta, Stockholm, Umeå, Upsala 405.

Hällström Längenbestimmung zwischen Stockholm, Umeå, Haaparanta 410.

Halleys Comet, über dessen Störungen von *Rosenberger* 157.

Hamburger Sternwarte 44. 227.

Hansen über die Störungen, die ein widerstehendes Mittel hervorbringt 11. Disquisitiones continuatae circa theoriam perturbationum corporum coelestium 49. Commentatio de corporum coelestium perturbationibus 309. Remarques sur une note de Mr. *Pontécoulant* qu'on trouve p. 21. 22 dans la Connaissance des tems de l'année 1836. 389.

Digitized by Google

Hayes in Kent, Länge und Breite 379. Beobachtungen von *Hussey* daselbst von Uranus und Jupiterstrabantenverfinsterungen 379.

Henderson Beobachtungen in Edinburgh Celton Hill, von Mondsternen (1831 Febr. bis Mai) 27, des Saturns (1831 März April) 29, der Aldebaransbedeckung (1831 April 15) 30. Beobachtungen auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung von *Enckes* Comet (1832 im Juni) 27. 39, 293, von *Bielas* Comet (1832 Nov. Dec. 1833 Jan.) 28. 295. Länge des Vorgebirges der guten Hoffnung 28. 403, Breite 28. Ueber die Oerter des *Enckeschen* Cometen 371. Sonnenparallaxe 296. 403.

Herschel, J. F. W., Notices of the elliptic orbits of ξ Bootis, η Coron. and γ Virgin. 207. Places, Descriptions and measures of 2007 Double Stars 208. Observations of Nebulae etc. angezeigt von Dr. *Olbers* 373.

Hugenischer Saturns-Satellit, dessen Bahn aus Beobachtungen in Königsberg 17.

Hussey, T. J., on the Rotation of Venus 121. Beobachtung von Uranus, und Jupiterstrabantenverfinsterungen 379. Länge von Heyes in Kent 379. Micrometer-Messungen des Saturn- und Jupiterdurchmessers 421.

I.

Inghirami Beobachtungen in Florenz des *Bielas*chen Cometen (1832 Oct. Nov. Dec.) 39.

Instrument zum Zeichnen der Sternkarten, Astrograph, erfunden von *Steinheil* 145.

Juno beobachtet in Padua von *Santini* und *Conti* (1833 Mai) 115.

Jürgensen, L. U., Nachricht über Uhrmacher in Paris 259.

Jupiter, beobachtet in Kremsmünster von *Koller* (1832 Sept. Oct.) 9. (1833 Oct. bis Dec.) 428. Dessen Diameter aus Micrometermessungen von *Hussey* 421.

Jupiterstrabantenverfinsterungen beobachtet in Prag von *David* (1833 Jenuer) 31, in Hayes, Kent von *Hussey* (1833 Sept. 1834 Febr.) 379.

K.

Koller Beobachtungen in Kremsmünster: von Mars (1832 Nov. 1833 Jan) 369, von Vesta (1833 Jun. Jul.) 369, von Pallas (1832 Sept. Oct.) 10, (1834 Jan. Febr. März) 428; von Ceres (1832 Oct. Nov.) 10, (1834 Jen. Febr. März) 428, von Jupiter (1832 Sept. Oct.) 9, (1833 Oct. Nov. Dec.) 428. von Saturn (1833 März) 369, von Uranus (1832 Aug. Sept. Oct.) 8, (1833 Aug.) 369, des *Bielas*chen Cometen (1832 Nov.) 223, des Mondes (1833 Januar bis Dec.) 367, von Mondsternen (1832 Febr. bis Oct.) 257, (1833 Januar bis Dec.) 426. Länge von Kremsmünster 260.

Kupfertafel der Kometenmedaille bei pag. 137.

L.

Längen und Breiten siehe Breiten.

Länge von Barbedos 225, Haeparanta 411, Hayes 379, Kremsmünster 260, Martinique 225, Stockholm 408, Trinidad 225, Umeå 410, Upsala 409, Vorgebirge der guten Hoffnung 28. 403.

Lang Beobachtungen in St. Croix, der Sonnenfinsternifs (1832 Jul. 27) 261, des Mercurdurchgangs (1832 Mei 5) 263.

Lamont Beobachtungen in Bogenhausen, von Mondsternen (1832 März bis Oct.) 13, (1833 Febr. bis Dec.) 297, der Sonnenfinsternifs (1833 Juli. 16) 119.

Letter to Prof. *Airy* et Cambridge by *Bessel* 181.

v. Lindenau erhält ein goldnes Chronometer als Ehrengeschenk von Sr. Majestät *Frederik VI.* König von Dänemark 137.

M.

Maclear Astronom auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung 293.

Mädler und *Beer* über die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen 289.

Mädler Beobachtungen in Arcona, des Mars 115, des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 117.

Magnetnadel, über das System westlicher Abweichungen derselben in Asien von *G. v. Fufs* 213.

Mannheim Beobachtungen von *Nicolai* daselbst der Opposition der Pallas und Ceres (1834 Jan. Febr.) 381.

Mars beobachtet in Arcona (1832 Septbr. bis Decbr.) 115, in Kremsmünster (1832 Nov. 1833 Jan.) 369.

Martinique Länge 225.

Meadows, Beobachtungen auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung 294.

Merour beobachtet von *Weisse* in Cracau (1833 September October) 385.

Mercurdurchgang 1832 Mai 5 beobachtet von *Lang* in St. Croix 263.

Micrometer-Messung von *Hussey* der Durchmesser des Jupiters und Saturns 421.

Mondfinsternifs 1833 Dec. 26, Bemerkungen über selbige von *C. J. G. Pastorff.*

Mondsbeobachtungen von 1829 bis 1832, wozu *Struve* correspondirende sucht 9. 303; in Kremsmünster (1833 Febr. bis Dec.) 367.

Mondsterne beobachtet in Bogenhausen von *Lamont* (1832 März bis Oct.) 13, (1833 Febr. bis Dec.) 287; in Cracau von *Weisse* (1832 März bis Sept.) 26, (1833 Jan. bis Nov.) 383;

Digitized by Google

Mondsterne beob. in Edinburgh von *Henderson* (1831 Febr. bis Mei) 27;
in Kremsmünster von *Koller* (1832 Febr. bis Oct.) 257,
(1833 Jan. bis Dec.) 426;
in Petersburg auf der Sternwarte des Generalstabes (1829 März bis April) 397,
(1831 März bis April) 397,
(1832 Febr. bis Mai) 398,
(1833 Jan. bis Mei) 399;
in Prag von *David* (1833 März bis Mai) 30.

München, von *Steinheils* Sternwarte daselbst 145. Königliche Sternwarte siehe Bogenhausen.

Multiplication von Beobachtungen, Betrachtungen über die Methode derselben von *Bessel* 269.

N.

Nachricht von *Bessel* über die Vollendung bis zum 45sten Grade der Declination der allgemeinen auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtungen des Himmels 13.

Nachrichten, Astronomische, Anzeigen dieselben betreffend 15. 31. 151.

———— von *Jürgensen* über Uhrmacher in Paris 259.

———— vermischte von *Schumacher* 227.

Neigung der Magnetnadel siehe Breite.

Nicolai, in Mannheim Beobachtungen der Opposition der Pallas und Ceres (1834 Jan. Febr.) 381.

Nimes, Beobachtungen daselbst von *Valz* des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 42.

O.

Olbers Anzeige von *J. F. W. Herschels* Observations of Nebulae etc. 373. Bemerkungen bei *Rigauds* Supplement zu *Bradleys* Werken 225. Büste 137.

Olsen Capitaine d'Artillerie Annonce d'une Esquisse orographique de l'Europe 263.

Optische Apparate von *Plössl* in Wien, Preise derselben 245.

———— Instrumente von *Utzschneider et Fraunhofer* in München Preise derselben 265.

Oerter des *Bielas*chen Cometen 39.

Oppositionen siehe Planeten.

P.

Padua Beobachtungen von *Santini* daselbst, des *Bielas*chen Cometen (1832 Oct. Nov. Dec.) 5; der Juno (1833 März) 115.

Pallas Oppositionen beobachtet in Göttingen von *Gauss* (1834 Febr.) 403; in Kremsmünster von *Koller* (1832 Sept. Oct.) 10, (1834 Jan. bis März) 428; in Mannheim von *Nicolai* (1834 Jan. Febr.) 381.

Pastorff, C. J. G., Beobachtung eines Sonnenflecks 31. Bemerkung über die Mondfinsternifs (1833 Dec. 26) 423.

Peking Beobachtung von Sternbedeckungen daselbst von *G. v. Fufs* 4. 5. Polhöhe 6.

Peters, Dr., Assistent bei der Hamburger Sternwarte 227.

Petersburg Sternwarte des Generalstabes, Beobachtungen daselbst von Mondsternen und Sternbedeckungen 397. Sternwarte der Kaiserl. Academie der Wissenschaften 179. 429.

Petersen Boobachtungen in Altona des Verschwindens des Saturnsringes 155.

Plana Théorie de la lune 201.

Planetenbeobachtungen.
Mercur: in Cracau von *Weisse* (1833 Sept. Oct.) 386.
Venus: ———— ———— (1833 Mai bis Nov.) 386.
Mars: Opposition in Berlin von *Mädler* (1832 Sept. bis Dec.) 115.
———— in Kremsmünster von *Koller* (1832 Nov. 1833 Jan.) 369.
Vesta: ———— in Kremsmünster von *Koller* (1833 Jun. Jul.) 369.
Juno: ———— in Padua von *Santini* (1833 Mei) 115.
Pallas: ———— in Göttingen von *Gauss* (1834 Febr.) 403.
in Kremsmünster von *Koller* (1832 Sept. Oct.) 10, (1834 Jan. März) 428.
in Mannheim von *Nicolai* (1834 Jan. Febr.) 381.
Ceres; ———— in Kremsmünster von *Koller* (1832 Oct. Nov.) 10, (1834 Jan. bis März) 428.
in Mannheim von *Nicolai* (1834 Jan. Febr.) 381.
Jupiter: ———— in Kremsmünster von *Koller* (1832 Sept. Oct.) 9, (1833 Oct. Dec.) 428.
Saturn: ———— in Cracau von *Weisse* (1833 April Mai) 385.
in Edinburg von *Henderson* (1831 März April) 29.
in Kremsmünster von *Koller* (1833 März) 369.
Uranus: ———— in Cracau von *Weisse* (1833 Aug. bis Oct.) 327.
in Kremsmünster von *Koller* (1832 Aug. bis Oct.) 8,
(1833 Aug.) 369.

R.

Reflexionskreise von *Steinheil* 43.

Digitized by Google

Remarques sur une note de Mr. *de Pontécoulant* qu'on trouve dans la Connaissance des tems de l'année 1836. p. 21. 22. par Mr. *Hansen* 389.

Ring des Saturns, über dessen Rotation von Dr. *Olbers* 1. dessen Verschwinden 1833 beobachtet in Altona von *Petersen* 155; in Arcona von *Mädler* 117; in Königsberg von *Bessel* 23, Dessen Verschwinden und Wiedererscheinen beobachtet in Breslau von *Boguslawsky* 209; in Cattajo von *Bianchini* 149; in Dessau von *Schwabe* 153; in Nimes von *Valz* 42.

Rosenberger über die Störungen des *Halley*schen Komaten 157.

Rotation des Mars von *Mädler* 117. Des Saturnsringes von Dr. *Olbers* 1.

Rümker, erster Astronom bei der Hamburger Sternwarte 227.

Rufsland, Nachrichten von der Gründung einer Hauptsternwarte in St Petersburg bei der Kaiserlichen Academie der Wissenschaften 429.

S.

Santini in Padua Beobachtungen und Elemente des *Biela*schen Cometen (1830 Oct. Nov. Dec.) 5. Beobachtungen der Juno (1833 Mai) 115.

Saturnsbedeckung beobachtet in Cracau von *Weisse* (1832 Mai 8) 23.

Saturnsdurchmesser, Micrometermessungen desselben von *Hussey* 423.

Saturnsoppositionen beobachtet in Cracau von *Weisse* (1833 April Mai) 387; in Edinburgh von *Henderson* (1831 März April) 29; in Kremsmünster von *Koller* (1833 März) 369.

Saturnsmassa aus Beobachtungen in Königsberg 24.

Saturnsring, dessen Rotation, Verschwinden, Wiedererscheinen siehe Ring.

Saturnssatellit, *Hugen*ischer, Elemente der Bahn desselben aus Beobachtungen in Königsberg 17.

Schumacher über *Steinheils* Reflexionskreise mit Glasprismen 108. Anzeige von Büchern 201.

Schwabe in Dessau, Beobachtung des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 153.

Scuole Pie in Florenz, Beobachtungen daselbst des *Biela*schen Cometen (1832 Oct. Nov. Dec.) 39.

Selander, Dr., Rechnung der Königsberger Beobachtungen des *Hugen*ischen Saturnssatelliten 17.

Sonnenfinsternifs 1832 Juli 27 beobachtet von *Lang* in St. Croix 261. 1833 Juli 16 beobachtet von Dr. *Lamont* in Bogenhausen 119; von *Anger* in Danzig 137.

Sonnenflecke beobachtet von *Pastorff* 31.

Steinheils Astrograph, Instrument zum Zeichnen der Sternkarten 145. Neue Reflexionskreise 43; Theorie derselben von *Bessel* 229. Sternwarte in München 145.

Sternbedeckungen beobachtet in Asien, wozu *Struve* correspondirende Beobachtungen sucht 9,
beobachtet 1829 (April 15) 397.
1830 (Nov. $\frac{3}{27}$) 3, (Dec. $\frac{15}{27}$) 4.
1831 (März 24) 398, (April 15) 30, (Mai $\frac{13}{25}$) 6.
1832 (Jan. 5) 23, (Febr. 10) 23. 399, (Febr. 15) 23. 399, (Febr. 27) 23, (März 8) 23. 399, (März 9) 23, (März 27) 402, ($\frac{\text{Jul. } 22}{\text{Aug. } 3}$) 221, (Sept. 4) 23, (Dec. 31) 23.
1833 (Jan. 4) 32, (März 27) 32, (März 31) 32. 386, (April 22) (Jul. 16) 137.
beobachtet in Cracau (1832 Jan. 5. Febr. 10. 15. 27. März 8. 9. Mai 8. Sept. 4. Dec. 31) 23. (1833 März 31) 386.
in Danzig (1833 Jul. 30) 137.
in Dshan-dsja-kéu oder Chalgan (1830 Nov. $\frac{3}{27}$) 3.
in Edinburgh (1831 April 15) 30.
in St Petersburg, Sternwarte des Generalstabes (1829 April 15) 397.
(1831 März 24) 398.
(1832 Febr. 10. 15. März 8) 399.
(1833 März 27) 402.
in Peking (1830 Dec. $\frac{15}{27}$) 4. (1831 Mai $\frac{13}{25}$) 6.
in Werchneudinsk (1832 $\frac{\text{Jul. } 22}{\text{Aug. } 3}$) 221.

Sternkarten der Berliner Academie der Wissenschaften 33. Zeichnen derselben vermittelst *Steinheils* Astrograph 145.

Sternwarte in Edinburgh 298; in Petersburg 179. 429; *Steinheils* in München 145; in Hamburg 47.

Stockholm Länge 408.

Störungen durch ein widerstehendes Mittel von *Hansen* 11; des *Halley*schen Cometen von *Rosenberger* 157.

Struve wünscht die Mittheilung correspondirender Beobachtungen zu Sternbedeckungen und Mondculminationen 9. 303.

Supplement to Dr. *Bradleys* Miscellaneous Works 203.

T.

Theorie des *Steinheil*schen Prismenkreises von *Bessel* 229.

Thomsen, Capitain in der Dänischen Marine, Längenbestimmungen in Westindien 225.

Trinidad Länge 225.

U.

Umeå Länge 410.

Upsala Länge 409.

Uranus Opposition beobachtet
von *Weisse* in Cracau (1833 Aug. Oct.) 387.
von *Hussey* in Hayes (1833 Oct. Dec.) 379.
von *Koller* in Kremsmünster (1832 Aug. Sept. Oct.) 8. (1833 Aug.) 369.

Utzschneider et Fraunhofer Verzeichnifs der Preise ihrer optischen Instrumente 265.

Digitized by Google

V.

Valz Elemente des *Bielas*chen Cometen 29. Ueber das Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturnsringes 42.

Venus beobachtet von *Weisse* in Cracau (1833 Mai bis Nov.) 385.

Verbesserungen 227. 371. 439.

Vervielfältigung der Beobachtungen, Betrachtung über die Methode derselben von *Bessel* 269.

Verzeichniss der Preise des *Ertel*schen Instituts in München 419; der *Plössl*schen Apparate 245; von *Utzschneider et Fraunhofers* optischen Instrumenten 265.

Vesta Opposition beobachtet in Kremsmünster von *Koller* (1833 Jun. Jul.) 369.

Vieth in Dessau Notiz über Saturn 371.

Vorgebirge der guten Hoffnung *Hendersons* Beobachtungen daselbst, des *Encke*schen Cometen (1832 Jun.) 27. 39. 293. des *Bielas*chen Cometen (1832 Nov. Dec. 1833 Jan.) 28. 295. Länge und Breite 28, Länge 403.

W.

Wargentin Länge zwischen Stockholm und Upsala 410.

Weisse Beobachtungen in Cracau
von Mondsternen (1832 März bis Sept.) 26,
(1833 Jan bis Nov.) 383;
von Sternbedeckungen (1832) 23, (1833) 383;
von Barometerveränderungen 383.

Werchneudinsk Sternbedeckungen beobachtet daselbst von *Puss* (1830 $\frac{\text{Jul. } 22}{\text{Aug. } 3}$) 221.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE

NACHRICHTEN.

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

würklichem Etatsrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Ritter vom Dannebrog und D. M., Ritter des Nordsternordens, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, Neapel, London, Edinburgh und Stockholm, der Königl. astronomischen Gesellschaft in London, der Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der Gesellschaft nützlicher Künste in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg, und der meteorologischen Gesellschaft in London, correspondirendem Mitgliede des Französischen Instituts, der Königl. Academie der Wissenschaften in Turin, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Academie der Wissenschaften in Berlin, der Academie der Wissenschaften in Palermo, Padova u. a.

Zwölfter Band.

mit einem Intelligenzblatt, 3 Kupfertafeln, einer Metallographie, einem Inhaltsverzeichnifs und einem Register.

Altona 1835.

gedruckt in der *Hämmerich*- und *Lesser*'schen Buchdruckerei.

Digitized by Google

Digitized by Google

I n h a l t.

Nr. 265.

Schreiben des Herrn Professors *Airy* an den Herausgeber 1. — Bemerkungen zu *Hardings* Himmelskarten von Herrn Professor *Knorre* 3. — Eine Methode, den Ort des Nordlichts durch die Magnetnadel zu finden. Von Herrn *Ludwig Moser*, Professor in Königsberg 11.

Nr. 266. 267.

Beobachtungen des *Bielas*chen Cometen, im Jahre 1832 angestellt auf der Dorpater Sternwarte mit dem grofsen Refractor *Fraunhofers*. Von Herrn Staatsrath und Ritter *Struve* 17. — Beobachtungen der geraden Aufsteigungen des Mondes und der benachbarten Sterne im Jahre 1833 auf der Dorpater Sternwarte, von *G. Sabler* 43. — Schreiben des Herrn Dr. u. Ritters *Olbers* an den Herausgeber 47. Mittlere Oerter einiger Zenithalsterne für Jan. 0. 1833; bestimmt im Herbst 1832 am Altonaer Meridiankreise von Herrn *A. C. Petersen* 47.

Intelligenzblatt zu Nr. 267.

Verzeichnifs der mathematischen Instrumente, welche in dem mathemat.-mechanischen Institute: *T. Ertel* in München um beigesetzte Preise verfertigt werden (Beschlufs.). 49. — Anzeige die Werke des verstorbenen Staatsraths *v. Schubert* betreffend 55. — Anzeige 55.

Nr. 268.

Noch etwas über die nächste Wieder-Erscheinung des *Halley*schen Cometen. Von Herrn Dr. u. Ritter *Olbers* 57. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Svanberg* aus Upsala an den Herausgeber 63. — Mondsculminationen, beobachtet in Dorpat vom Observ. *Preufs* 65. — Schreiben des Herrn Directors der Königl. Provinzial-Gewerbschule in Danzig, *Anger* an den Herausgeber 69. — *P. Hells* Reise nach Wardoe, u. seine Beobachtung des Venus-Durchganges im J. 1769 aus den aufgefundenen Tagebüchern geschöpft, und mit Erläuterungen begleitet von *C. L. Littrow*, Assistenten der K. K. Sternwarte 71.

Nr. 269.

De motu penduli in aere resistente auct. *C. A. F. Peters* 73. — Beobachtungen mit dem *Steinheil*schen Prismenkreise 85. Druckfehler in *C. A. Matthiessens* Tafel zur bequemen Berechnung der Logarithmen der Summe oder Differenz zweier Gröfsen, welche selbst nur durch ihre Logarithmen gegeben sind 87.

Nr. 270.

C. A. F. Peters Ph. Doct. Disquisitio de motu penduli in aere resistente (Beschlufs). 89. — Ueber die Länge von Peking von Herrn *G. v. Fuss*. 103.

Nr. 271.

Auflösung der Aufgabe, die Rectascension und Declination eines Weltkörpers aus seinen gemessenen Distanzen von zwei bekannten Fixsternen zu finden. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald 105. — Note on the Astronomical Refractions. Von Herrn *James Ivory* 109. — Schreiben des Herrn Prof. *Santini*, Directors der Sternwarte zu Padua, an den Herausgeber 113. — Schreiben des Herrn *Henderson* an den Herausgeber 117. — Nachschrift des Herausgebers 119. Notizen 119.

Nr. 272.

Ueber die Aberration der Planeten und Cometen. Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel* 121. — Schreiben des Herrn Dr. *Peters* an den Herausgeber 127. — Schreiben des Hrn. Ministerialraths *Eckhardt* an den Herausgeber 127. Auszug aus Herrn Ministerialraths *Eckhardt* vorläufigen Nachricht von den geodätischen Operationen zur Verbindung der Observatorien Göttingen, Seeberg, Darmstadt, Mannheim, Speier und Strafsburg, die er in der Versammlung der Naturforscher in Stuttgart am 14ten Septbr. 1834 vorgetragen hat 129. — Vermischte Nachrichten 133.

Nr. 273.

Ueber die Aberration der Planeten und Cometen. Von Herrn Geheimenrath u. Ritter *Bessel* (Beschlufs.) 137. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Gambart*, Directors der Marseiller Sternwarte an den Herausgeber 141. — Schreiben des Herrn Prof. *Weisse*, Directors der Cracauer Sternwarte an den Herausgeber 143. — Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1834. 147. — Vermischte Nachrichten 151.

Digitized by Google

Nr. 274.

Bestimmung der Lage und Gröfse des Saturns-Ringes und der Figur und Gröfse des Saturns. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 153.

Nr. 257.

Bestimmung der Lage und Gröfse des Saturns-Ringes und der Figur und Gröfse des Saturns. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* (Beschluſs.) 169. — Sternbedeckungen und Planetenbeobachtungen auf der Crecauer Sternwarte angestellt etc. 173. — Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber 173. — Schreiben des Herrn Dr. *Lamont* Observators auf der Sternwarte in Bogenhausen an den Herausgeber 179. *Encke*scher Comet 1835. 179. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains *Zahrtmann* an den Herausgeber 181. Verzeichniſs einiger Instrumente die bei Herrn *Breithaupt* in Cassel verfertigt werden 183. — Notizen 183. — Verbesserung 183.

Nr. 276.

Beobachtungen der Variationen der Magnetnadel in Copenhagen und Mailand, am 5. und 6. Novbr. 1834. Mitgetheilt von Herrn Hofrath *Gauss* 185. — Berichtigung und Notiz, die Störungen des *Halley*schen Kometen betreffend. Von Herrn Professor Dr. *O. A. Rosenberger* in Halle 187. — Beobachtungen des Mondes und der Mondsterne, angestellt auf der k. Sternwarte bei München im Jahre 1834 etc. Von Herrn Dr. *Lamont* 193. — Observations astronomiques faites à l'Observatoire académique de Wilna en 1832 n. s. 197. — Notizen 199.

Nr. 277.

Ueber die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 201. — Ueber den Vortheil, welcher durch das Ablesen an mehreren Puncten der Theilung erlangt wird 213. — Notizen 215.

Nr. 278.

Ueber die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe. Von Herrn Geheimenrath u. Ritter *Bessel*. (Beschl.) 217. — Observations astronomiques faites à l'observatoire académique de Wilna en 1832 n. s. (Beschl.) 235. Auszug aus einem Briefe des Herrn *Valz* an den Herausgeber 239.

Nr. 279.

Ueber Höhenbestimmungen durch das Barometer. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 241. — Schreiben des Herrn *v. Boguslawski* Conservators der Breslauer Sternwarte an den Herausgeber 253. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Prof. *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte an den Herausgeber 255. — Elemente des *Boguslawski*schen Cometen berechnet von Herrn Dr. *Peters* 255.

Nr. 280.

Ueber die Rotation des Jupiters 257. — Doppelstern-Messungen 265. — Opposition des Mars 1834. Von den Herren *Beer* und *Mädler* 269. — Schreiben des Herrn Geheimenraths *Bessel* an den Herausgeber 271. — Schreiben Sr. Excellenz des würklichen Herrn Staatsraths *v. Struve* an den Herausgeber 271.

Nr. 281

Schreiben von Sir *John Herschel* Ritter des Bath-Ordens an den Herausgeber. 273. — Schreiben des Herrn Professors *Rosenberger*, Directors der Sternwarte in Halle, an den Herausgeber 277. — Schreiben des Herrn Dr. *Lamont*, Directors der Bogenhausener Sternwarte, an den Herausgeber 279. — Schreiben des Herrn Hofraths *Nicolai*, Directors der Mannheimer Sternwarte, an den Herausgeber 281. Elemente des 2ten Cometen von 1826 von Herrn *Cluver* berechnet 281. — Reduction der Beobachtungen des *Boguslawski*schen Cometen auf der Hamburger Sternwarte von Herrn Dr. *Peters* am Kreismicrometer gemacht. 283. — Auszug aus einem Briefe des Herrn Prof. *Hansteen*, Ritters des Nordsternordens, u. Directors der Sternwarte in Christianis 285. — Schreiben des Herrn Professors *Santini*, Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber 285. Geocentrischer Lauf des *Halley*schen Cometen vom 12. Aug. bis 12. Novbr 287.

Nr. 282.

Beobachtungen des diesjährigen Cometen auf der Altonaer Sternwarte. Von Herrn *A. Petersen* 289. — Beobachtungen des *Boguslawski*schen Cometen auf der Hamburger Sternwarte von Herrn Dr. *C. A. F. Peters* 291. — *Boguslawski*scher Comet. Von Herrn *C. Rümker* 295 — Schreiben des Herrn Dr. *Lamont*, Directors der Bogenhausener Sternwarte, an den Herausgeber 297. — Auszug aus einem Schreiben Sr. Excellenz des Herrn Generallieutenants *von Schubert* an den Herausgeber 299. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Knorre*, Directors der Sternwarte in Nicolajew 301.

Nr. 283.

Cometenmedaille 305. — Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Herausgeber 305. — Schreiben des Herrn Heuptmanns *v. Boguslawski*, Conservators der Bres.

Digitized by Google

lauer Sternwarte, an den Herausgeber 305. — Schreiben des Herrn Dr. *Littrow*, Assistenten an der Kaiserl. Sternwarte in Wien 307. — Schreiben des Herrn *South* an den Herausgeber 307. — Schreiben des Herrn *Hussey* an den Herausgeber 309. — Herrn Dr. *Mädler's* Erklärung der diesem Stücke beigelegten Doppelzeichnung des Tycho 309. Schreiben des Hrn. *Slavinsky*, Directors der Wilnaer Sternwarte, an den Herausgeber 309. — Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Cracauer Sternwarte, an den Herausgeber 311. — Beobachtungen des *Halley*schen Cometen bis zum 30sten August auf der Altonaer Sternwarte 311. — Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster an den Herausgeber 313. — Schreiben des Herrn Geheimenraths und Ritters *Bessel* an den Herausgeber 315. — Beobachtung des *Halley*schen Kometen auf der Hamb. Sternwarte von Herrn *Rümcker* 315. — Schreiben des Herrn *Hussey* an den Herausgeber 315. — Schreiben des Herrn *Edward Cooper* M P. an den Herausgeber 315. — Ephemeride des *Halley*schen Cometen von Herrn Professor *Rosenberger* berechnet 317. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Olbers* an den Herausgeber 317. — Schreiben Sr. Excellenz des Herrn Staatsraths und Ritters *v. Struve* an den Herausgeber 319. — Nachricht 319.

Nr. 284. 285. 286.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus. Auctore *P. A. Hansen*, speculae Seebergensis directore, ordinis Dannebrogici equite. (Continuatio.) 321. — Vergleichung der Königsberger Sonnenbeobachtungen in den Jahren 1831 und 1832 mit den Tafeln (A. N. Nr. 154). Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 363. — Fortsetzung der Untersuchungen über die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen. Von den Herren *W. Beer* u. *J. H. Mädler* 367

Nr. 287.

Versuch, die Berechnungen zur Bestimmung der Wiederkehr des *Halley*schen Kometen aufs Reine zu bringen. Von Herrn *J. W. B. Lehmann*, Doctor der Philosophie, Prediger zu Derwitz und Krielow bei Potsdam 369. — Elemente des Doppelsterns σ Coronae nach *Enckes* Methode berechnet, von Herrn *Mädler* 399.

Nr. 283.

Einige Bemerkungen Störungsrechnungen überhaupt, zunächst aber meine und Herrn Doctor *Lehmanns* Rechnungen über den *Halley*schen Kometen betreffend, von Herrn Professor *Rosenberger* 401. — Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber 407. — Schreiben des Herrn Professors *Weisse* an den Herausgeber 409. — Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber 411. — Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber 415. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Dumouchel*, Directors der Sternwarte des Collegio Romano 415. — Verbesserungen 415.

Digitized by Google

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 265.

Schreiben des Herrn Professors *Airy* an den Herausgeber.

Observatory, Cambridge, 1834. July 27.

Dear Sir,

I hope that you will soon receive a copy of my Volume of Observations for 1833. Its publication has been retarded, not only by its increased size, but also by my illness and by some accidents.

The Meridian Circle of 8 feet diameter, constructed by *Troughton* and *Simms*, was first brought into use on 1833 Jan. 6. The graduation of this instrument, as far as I have examined it, appears to be most admirable, and with the whole construction of the instrument I am very much delighted. In the last year about 2600 observations were made with it, for all which the six microscopes were read. One troublesome circumstance has appeared in the use of the Circle. The Zenith Point is always determined by observing stars by reflection in mercury and directly at the same passage. The determinations from different stars do not agree. The discordance is of the same kind as if the objectglass of the telescope dropped by its own weight: yet I am nearly certain that this is not the cause of the discordance. The greatest difference appears to be between the determinations from stars about 40° N. and 40° S. of the zenith: and here it has sometimes amounted to 2″. Sometimes however no discordance is discoverable. I have made empirical tables of correction and have applied them to all the observations.

For the latitude of Cambridge Observatory, I have used 917 observations of 10 circumpolar stars. The colatitude thus determined is 37° 47′ 8″,24, or the latitude 52° 12′ 51″,76. The refraction employed is *Bessel's*.

For the position of the ecliptic, I used about 140 determinations of right ascension and nearly the same number of north polar distance. The whole of these consisted of observations of both limbs, namely of the preceding and following limb for AR., and of the N. and S. limbs for N. P. D. (all observations of a single limb being rejected). They were regularly compared with the places deduced from the Berliner Jahrbuch, though the assumed AR. of the fundamental stars was greater than *Bessel's* by 0ˢ,18. The result is that the place of the equinox determined from my observations agrees precisely with *Bessel's*: and the obliquity found from the summer observations does not differ sensibly from that used in the Berliner Jahrbuch; the obliquity deduced from the winter observations is less by almost 1″. This may be produced by a small error in the refraction, or by the same unknown cause which produces the discordance of zenith points.

I observed the Solar Eclipse of 1833 July 26 with the equatoreal. I did not carefully remark the beginning or the end, but I observed partly the differences of right ascension of the cusps, and partly the differences of declination of the cusps, or of the limbs. Thus I obtained 35 measures. These were compared with the corresponding quantities deduced from the Berliner Jahrbuch, terms being introduced for the variations of each of the elements, and thus equations were obtained. The principal result was that the Moon's right ascension in the Berliner Jahrbuch was too great by about 19″.

In the autumn of 1833 I obtained six good measures of the difference of right ascension of Jupiter and his fourth satellite. These were reduced in the same manner as those made in 1832, except that a small correction was made in the calculated longitude of the satellite, and that a correction was applied to the observations for refraction. The result was that the mass of Jupiter thus obtained exceeded that found in 1832 by about $\frac{1}{1000}$ part of the whole; a smaller difference than I could have expected.

G. B. Airy.

Digitized by Google

Bemerkungen zu *Harding's* Himmelskarten.

Nachstehendes Verzeichnifs macht keinesweges auf Vollständigkeit Anspruch. Es ist durch Vergleichung der Karten unter sich und mit dem Himmel entstanden. Bei diesen Vergleichungen sind diejenigen Räume des Himmels übergangen, über welche sich die bis jetzt erschienenen Blätter der academischen Sternkarten erstrecken. Jeder Stern, den ich in der Histoire céleste und am Himmel fand, aber im Atlasse vermifste, ist als hinzuzufügend angegeben, und die Seite und Beobachtungszeit der H. C. bemerkt, unter welcher er vorkömmt. Die AR. ist durchgängig in Zeit zu verstehen. Alle angegebenen Positionen gelten für den Anfang des Jahres 1800.

Bl. I. $23^h\,56'$ bis $2^h\,44'$ $-22°$ bis $+13°$.

(9) $23^h\,56'\,17''$ $+11°\,43'$ hinzuzufügen H. C. p. 203. M. F. $23^h\,56'\,3''$.

(7) 23 56 25 + 2 32 wegzulöschen.

(9) 23 56 31 — 5 23 mufs 4′ südlicher stehn.

(8) 23 56 50 + 5 46 hinzuzuf. H.C.p.128.M.F. 23 56 42,5

(6.7) 23 57 4 —18 21 ist 9′ südlicher zu setzen, und der Strich darunter wegzulöschen, da der Stern H. C. p.390. 3ter F. $23^h\,57'9'',3$ vorkömmt.

(9) 23 57 22 — 5 34 mufs 5′ südlicher stehn.

(7) 23 57 31 — 2 28 ist 9ter Gröfse.

(8.9) 23 57 33 + 3 59 mufs 1′ östlicher stehn.

(9) 23 57 34 + 4 2 mufs 1′ östlicher stehn.

(9) 23 57 36 — 5 52 mufs 21″ westlicher und 6′ südlicher stehn.

(8) 23 58 7 + 2 14 mufs 6′ nördlicher stehn.

(8) 23 58 10 + 5 30 hinzuzuf. H. C. p.128 M.F. 23 58 2,3

(9) 23 58 17 + 5 40 hinzuzuf. H. C. p.128 M.F. 23 58 9,3

(8) 23 59 12 — 0 50 wegzulöschen.

(8) 23 59 12 + 0 8 Der Strich ist wegzulöschen, da der Stern H. C. p. 119 M. F. 23 58 50 vorkömmt, wo aber Z. D. 48 42 33 gelesen werden mufs.

(9) 23 59 14 + 1 12 hinzuzuf. H. C. p.122 M.F. 23 59 4,5

(9.10) 0 0 7 + 1 11 wegzulöschen.

(8.9) 0 0 10 —12 54 hinzuzuf.H.C.p.190 3terF. 23 59 58,3

(9) 0 4 0 — 1 35 mufs 6′ südlicher stehn.

(8) 0 14 20 +11 12 wegzulöschen.

(7) 0 14 40 +12 49 wegzulöschen.

(7) 0 15 20 + 5 27 wegzulöschen.

(9) 0 15 42 + 0 59 wegzulöschen.

(9) 0 15 42 + 3 53 wegzulöschen.

(9) 0 26 9 +12 10 hinzuzuf. H. C. p. 39 M.F. 0 25 54,5

(9.10) 0 30 32 + 8 7 mufs 10′ nördlicher stehn.

(8) 0 35 6 — 0 31 mufs 33″ östlicher stehn.

(9) $0^h\,40'\,27''$ — $1°\,10'$ hinzuzuf. H. C. p.119 M.F. $0^h\,40'\,4''$ und p.131 M.F. 0 40 17,5

(7) 0 41 19 + 2 18 mufs 18″ westlicher stehn.

(8.9) 0 47 26 +10 58 hinzuzuf. H.C. p 41 3ter F. 0 47 40

(8.9) 1 38 39 + 8 16 hinzuzuf. H.C. p.42 3ter F. 1 38 45,5

(8) 1 41 26 + 9 49 hinzuzuf. H.C. p.205 M.F. 1 41 11

Bl. II. $2^h\,36'$ bis $5^h\,24'$ $-33°$ bis $+1°$.

(8) 4 0 26 — 8 26 mufs 27″ westlicher stehn.

(7) 4 2 25 — 5 5 mufs 9″ nördlicher stehn.

(6) 4 2 30 — 1 40 mufs 1′ östlicher stehn.

(8.9) 4 5 13 — 3 35 mufs 6′ südlicher stehn.

(9) 4 7 11 + 0 46 mufs 1′ östlicher stehn.

(8.9) 4 11 13 —13 27 hinzuzuf. H.C.p.466 3ter F. 4 10 32

(9) 4 15 14 —12 36 wegzulöschen.

(8.9) 4 17 27 —13 6 mufs 43″ östlicher stehn.

(7.8) 4 19 28 —12 30 mufs 1° nördlicher stehn.

(7.8) 4 20 28 —11 30 mufs 1′ westlicher stehn.

(8) 4 27 51 —10 37 mufs 1′ 11″ östlicher stehn.

(8) 4 27 54 —12 35 hinzuzuf. H.C. p. 562 M. F. 4 28 21,8

(9) 4 35 31 — 1 49 mufs 1′ westlicher stehn.

(9) 4 40 31 — 3 28 mufs 11′ nördlicher stehn.

(7) 4 41 1 —10 40 mufs 1′ 10″ östl. 2′ nördl. stehn.

(8) 4 41 31 —12 18 mufs 51″ östlicher stehn.

(8.9) 4 42 17 —11 19 mufs 28″ westlicher stehn.

(8) 4 42 23 — 4 31 mufs 1° nördlicher stehn.

(9) 4 49 42 —13 23 mufs 11″ östlicher stehn.

(7) 4 52 0 —12 12 wegzulöschen.

(8) 4 52 24 —10 57 mufs 21″ westlicher stehn.

(9) 4 54 56 —14 2 mufs 5′ südlicher stehn.

(8) 4 55 10 —14 5 mufs 5′ nördlicher stehn.

(8.9) 4 56 30 — 1 32 mufs 28″ westlicher stehn.

(7.8) 5 6 31 —11 35 mufs 18″ östlicher stehn.

(8) 5 7 34 —11 30 mufs 24″ westlicher stehn.

(8) 5 19 24 — 0 12 Der Strich ist wegzulöschen, da der Stern H. C. p. 50 M. F. 5 18 49,5 vorkömmt.

(9) 5 23 36 + 0 45 wegzulöschen.

(9) 5 23 50 + 0 44 wegzulöschen.

Bl. III. $5^h\,16'$ bis $8^h\,4'$ $-33°$ bis $+1°$.

(8) 5 19 24 — 0 12 Der Strich ist wegzulöschen, da der Stern H.C. p. 50 M. F. 5 18 49,5 vorkömmt.

(8) 5 28 11 — 1 11 mufs 13″ östlicher stehn.

(9) 5 28 48 — 0 51,5 wegzulöschen.

(9) 5 29 42 — 0 58 mufs 14″ östl. und 8′ nördl. stehn.

(9) 5 37 33 — 0 50 wegzulöschen.

Digitized by Google

Bl. III. $5^h\,16'$ bis $8^h\,4'$ — 33° bis + 1°.

	h	′	″	°	′	
(8)	5	40	18	+ 0	58	wegzulöschen.
(9)	6	3	57	+ 0	38	mufs 1′ westlicher stehn.
(9)	6	4	44	+ 0	33	wegzulöschen.
(9.10)	7	12	17	— 3	34	mufs 1° nördlicher stehn.
(7)	7	38	39	—15	32	mufs 10″ nördlicher stehn.
(8)	7	44	28	— 0	54	hinzuzuf. H. C. p. 51. M. F. $7^h\,43'\,54''$

Bl. IV. $7^h\,56'$ bis $10^h\,44'$ — 33° bis + 1°.

(7.8)	9	34	57	+ 0	27	hinzuzuf. H. C. p. 227 M. F. 9 35 15
(9)	9	36	25	+ 0	18	hinzuzuf H. C. p. 227 M. F. 9 36 43
(8)	9	36	50	+ 0	18	hinzuzuf. H. C. p. 227 M. F. 9 37 8
(8.9)	9	37	9	— 0	6	hinzuzuf. H. C. p. 227 3ter F. 9 37 54,5

Bl. V. $10^h\,36'$ bis $13^h\,24'$ — 33° bis + 1°.

(9)	11	10	58	— 5	48	hinzuzuf. H. C. p. 334 3ter F. 11 11 31,5
(8)	11	17	15	— 6	47	wegzulöschen.
(8)	11	20	50	— 5	7	wegzulöschen.
(9)	11	21	51	+ 0	42	wegzulöschen.
(9.10)	11	29	10	— 6	31	wegzulöschen.
(7)	11	47	33	— 7	9	ist 8ter Gröfse.
(9)	11	47	34	— 7	26	ist 7ter Gröfse.
(8)	11	47	41	— 6	54	wegzulöschen.
(7)	11	48	18	— 9	22	mufs 39″ östlicher stehn.
(7.8)	11	57	55	— 7	22	mufs 21″ westlicher stehn.
(8)	12	3	40	+ 0	21	mufs 7′ nördlicher stehn.
(8)	12	4	19	— 0	13	mufs 27″ östlicher stehn.
(8)	12	17	43	— 1	17	wegzulöschen.
(9)	12	19	26	— 1	11	mufs 29″ westl. und 5′ nördl. stehn.
(9)	12	51	25	— 6	5	wegzulöschen.

Bl. VI. $13^h\,16'$ bis $16^h\,4'$ — 33° bis + 1°.

(9)	13	27	16	+ 0	48	hinzuzuf. H. C. p. 231 M. F. 13 27 35,7

Bl. VII. $15^h\,56'$ bis $18^h\,44'$ — 32° bis + 2°.

(8)	16	12	56	+ 0	5	wegzulöschen.
	16	12	56	— 0	5	ist 8ter Gröfse.
(7)	16	14	16	— 2	1	mufs 1′ westlicher stehn.
(8)	16	14	28	— 2	0	mufs 1′ westlicher stehn.
(9.10)	16	14	42	— 1	51	mufs 1′ westlicher stehn.
(9)	17	0	32	— 9	55	wegzulöschen.
(8)	17	7	40	—10	59	wegzulöschen.
(8)	17	11	5	—10	51	mufs 28″ westlicher stehn.
(8)	18	37	57	—20	23	mufs 9′ nördlicher stehn.
(9)	18	38	6	—22	26	wegzulöschen.
(8.9)	18	41	29	—15	34	hinzuzuf. H. C. p. 300 3ter F. 18 41 29
(8)	18	43	46	—16	5	mufs 6′ nördlicher stehn.

Bl. VIII. $18^h\,36'$ bis $21^h\,24'$ — 32° bis + 2° 20′.

(8)	18	37	57	—20	9	mufs 9′ südlicher stehn.
(8)	18	38	44	—20	19	wegzulöschen.

Bl. VIII. $18^h\,36'$ bis $21^h\,24'$ — 32° bis + 2° 20′.

	h	′	″	°	′	
(8)	18	43	22	—16	5	mufs 24″ östl. und 6′ nördl. stehn.
(9)	18	57	15	—18	54	mufs 5′ südlicher stehn.
(8)	19	33	48	+ 2	26	wegzulöschen.
(7)	19	55	6	+ 0	2	mufs 8′ südlicher stehn.
(7)	20	16	7	+ 1	15	ist 9ter Gröfse.
(8)	20	33	40	— 0	25	mufs 1′ östlicher stehn.
(8.9)	20	40	44	— 0	23	hinzuzuf. H. C. p. 189 M. F. $20^h\,39'\,39''$ welches Moment aber dem ersten Faden angehört.
(6.7)	20	58	43	+ 2	8	mufs 1′ 9″ östlicher stehn.
(8.9)	20	59	20	+ 0	41	wegzulöschen.
(9)	21	2	52	+ 1	59	ist 7ter Gröfse.
(9)	21	19	32	+ 1	44	wegzulöschen.
(7)	21	20	48	—13	10	wegzulöschen.
Der Nebelfleck	21	23	8	— 1	42	ist hinzuzufügen. H. C. p. 184. 3ter F. 21 23 0,5
(8)	21	23	31	— 4	39	wegzulöschen.

Bl. IX. $21^h\,16'$ bis $6^h\,4'$ — 29° 20′ bis + 5°.

(7)	21	16	41	+ 4	36	ist 8.9ter Gröfse.
(7)	21	16	51	—25	27	wegzulöschen.
(8.9)	21	17	13	—12	57	hinzuzuf. H. C. p. 571 M. F. 21 17 30
(9)	21	17	18	+ 4	32	ist 7ter Gröfse.
(8)	21	30	6	+ 0	24	mufs 49″ östlicher stehn.
(8)	21	33	25	— 0	22	Der Strich ist wegzulöschen, da der Stern H. C. p. 118 M. F. 21 33 1 vorkömmt.
(8)	21	33	30	+ 0	22	wegzulöschen.
(7)	21	53	7	+ 4	49	wegzulöschen.
(7.8)	21	53	22	+ 4	29	hinzuzuf. H. C. p. 107 M. F. 21 52 57,3
(8)	23	12	33	+ 2	36	mufs 3′ nördlicher stehn.
(7)	23	12	33	+ 2	42	wegzulöschen.
(7)	23	15	5	+ 2	37	mufs 1′ westlicher stehn.
(8.9)	23	57	33	+ 3	59	mufs 1′ östlicher stehn.
(9)	23	57	34	+ 4	2	mufs 1′ östlicher stehn.
(6.7)	23	58	4	—18	30	mufs 1′ westlicher stehn.
(8)	23	58	7	+ 2	14	mufs 6′ nördlicher stehn.
(7)	0	1	23	—19	43	Der Strich ist wegzulöschen, da der Stern H. C. p. 250 M. F. 0 1 30,7 vorkömmt.

Bl. X. $23^h\,56'$ bis $2^h\,44'$ — 1° 25′ bis + 33°.

(7)	23	56	25	+ 2	32	wegzulöschen.
(8)	23	56	43	+ 6	45	mufs 21″ östl. und 10′ südl. stehn.
(8)	23	57	15	+30	4	wegzulöschen.
(8.9)	23	57	33	+ 3	59	mufs 1′ östlicher stehn.
(9)	23	57	34	+ 4	2	mufs 1′ östlicher stehn.
(8)	23	58	4	+30	40	wegzulöschen.
(8)	23	58	25	+ 2	16	mufs 19″ westl. und 4′ nördl. stehn.
(8)	23	59	12	— 0	50	wegzulöschen.
(9)	23	59	17	+18	50	mufs 3′ südlicher stehn.
(8)	23	59	37	+ 0	6	mufs 24″ westl. und 2′ nördl. stehn.

Digitized by Google

Bl. X. $23^h\,56'$ bis $2^h\,44'$ — $1°\,25'$ bis $+83°$.

(9) 0 0 25 + 1 15 wegzulöschen.
(9) 0 1 10 +17 22 wegzulöschen.
(7.8) 0 1 18 +17 48 hinzuzuf. H.C. p. 477 M.F. $0^h\,1'\,18''7$; wo aber Z. D. 31 1 0 zu lesen ist.
(6) 0 2 14 +23 31 ist 9ter Gröfse.
(9) 0 3 28 + 5 58 mufs 8′ südlicher stehn.
(8.9) 0 4 22 +10 56 mufs 3′ östlicher stehn.
(9) 0 4 26 + 0 55 wegzulöschen.
(9) 0 4 26 + 2 15 hinzuzuf. H.C. p. 122 M.F. 0 4 16,5
(8.9) 0 11 37 — 1 7 hinzuzuf. H.C. p. 131 3ter F, 0 11 55,3
(8) 0 14 9 +13 15 wegzulöschen.
(9) 0 15 26 + 0 59 wegzulöschen.
(6) 0 16 22 — 1 9 10 Ceti hinzuzufügen.
(9.10) 0 21 37 — 1 17 hinzuzuf. H.C. p. 131 3ter F. 0 21 56
(7.8) 0 29 22 + 7 19 mufs 18′ südlicher stehn.
(8.9) 0 30 20 + 0 39 mufs 1′ östlicher stehn.
(9.10) 0 30 32 + 8 7 mufs 10′ nördlicher stehn.
(7) 0 31 17 + 5 3 wegzulöschen.
(8.9) 0 37 46 — 1 20 hinzuzuf. H.C. p. 131 M.F. 0 37 37,5
(8) 0 41 3 + 1 39 mufs 15″ westlicher stehn.
(8) 0 45 19 — 1 4 hinzuzuf. H.C. p. 119 M.F. 0 44 56,7 und p. 131 3ter F. 0 45 38,5
(8.9) 0 46 46 — 0 42 mufs 4′ nördlicher stehn.
(8) 0 47 10 — 0 47 mufs 11″ westl. und 3′ nördl. stehn.
(9) 1 16 8 — 1 16 hinzuzuf. H.C. p. 392 M.F. 1 16 44
(8) 1 16 44 — 1 11 hinzuzuf. H.C. p. 119 M.F. 1 16 21
(7.8) 1 24 13 — 0 6 mufs 18″ östl. und 2′ nördl. stehn.
(9) 1 40 43 — 1 17 hinzuzuf. H.C. p. 392 3ter F. 1 41 47
(9) 1 46 44 — 1 13 hinzuzuf. H.C. p. 392 M.F. 1 47 19,5

Bl. XI. $2^h\,36'$ bis $5^h\,24'$ — $6°$ bis $+28°\,30'$.

(8) 2 55 24 +10 53 mufs 1° südlicher stehn.
(7) 4 2 25 — 5 5 mufs 9′ nördlicher stehn.
(8.9) 4 5 13 — 3 33 mufs 8′ südlicher stehn.
(9) 4 7 11 + 0 46 mufs 1′ östlicher stehn.
(9) 4 9 10 +12 18 wegzulöschen.
(8) 4 10 10 + 0 36 wegzulöschen.
(7) 4 10 11 +13 15 mufs 32″ westl. und 7′ nördl. stehn.
(7.8) 4 11 12 +14 40 mufs 13″ östl. und 6′ südlicher stehn.
(8) 4 12 17 — 0 2 wegzulöschen.
(8) 4 13 49 +23 19 wegzulöschen.
(8) 4 14 0 + 5 11 mufs 1′ östlicher stehn.
(7.8) 4 15 2 + 2 1 mufs 1′ westlicher stehn.
(8) 4 17 7 + 9 47 mufs 10′ südlicher stehn.
(9) 4 20 0 + 4 47 wegzulöschen.
(9) 4 22 37 +14 39 mufs 5′ nördlicher stehn.
(8) 4 27 40 +13 32 mufs 10′ nördlicher stehn.
(7) 4 28 16 + 7 38 mufs 10′ südlicher stehn.

Bl. XI. $2^h\,36'$ bis $5^h\,24'$ — $6°$ bis $+28°\,30'$.

(8.9) 4 28 26 + 7 35 hinzuzuf. H.C. p. 42 M.F. $4^h\,28'\,4''5$
(9) 4 28 33 + 8 59 mufs 2′ 20″ westlicher stehn.
(7.8) 4 32 35 +11 50 mufs 55″ westlicher stehn.
(8.9) 4 35 15 +14 13 mufs 4′ südlicher stehn.
(9) 4 35 31 — 1 49 mufs 1′ westlicher stehn.
(9) 4 36 31 + 2 47 mufs 28″ westlicher stehn.
(9) 4 40 31 — 3 25 mufs 8′ nördlicher stehn.
(8) 4 42 23 — 4 31 mufs 1° nördlicher stehn.
(8) 4 44 27 + 8 8 mufs 23″ westl. und 8′ nördl. stehn.
(7) 4 44 28 — 3 34 hinzuzuf. Piazzi IV. 238 und H. C. p. 575 M. F. 4 45 18,7
(7) 4 44 59 + 7 27 wegzulöschen.
(8) 4 50 50 +13 37 mufs 10′ nördlicher stehn.
(8.9) 4 53 13 + 2 16 hinzuzuf. H.C. p. 316 3ter F. 4 53 17,3
(8.9) 4 54 35 + 2 21 hinzuzuf. H.C. p. 316 M.F. 4 54 11,5
(8.9) 4 56 30 — 1 32 mufs 28″ westlicher stehn.
(8) 4 56 32 +14 37 mufs 13″ östl. und 22′ südl. stehn.
(7) 4 56 55 +10 41 wegzulöschen.
(8) 5 3 15 + 7 55 wegzulöschen.
(9) 5 18 8 +25 10 hinzuzuf. H.C. p. 145 3ter F. 5 18 40
(8) 5 19 24 — 0 12 hinzuzuf. H.C. p. 50 M.F. 5 18 49,5
(8.9) 5 20 19 +26 35 hinzuzuf. H.C. p. 143 M.F. 5 20 20,5 und p. 145 M.F. 5 20 19,5
(8) 5 21 46 +26 44 hinzuzuf. H.C. p. 143 M.F. 5 21 45,5 und p. 145 M.F. 5 21 45
(8) 5 22 24 — 0 9 hinzuzuf. H.C. p. 50 M.F. 5 21 49,3

Bl. XII. $5^h\,16'$ bis $8^h\,4'$ — $1°$ bis $+33°\,20'$.

(8) 5 21 46 +27 8 mufs 24′ südlicher stehn.
(9) 5 42 12 — 0 59 hinzuzuf. H.C. p. 50 M.F. 5 41 37,5
(9) 6 2 35 — 0 54 wegzulöschen.
(9) 6 2 57 + 0 38 hinzuzuf. H.C. p. 50 M.F. 6 3 23; wo aber 6 2 23 zu lesen ist.
(9) 6 4 39 + 0 37 wegzulöschen.
(8.9) 6 24 41 + 0 39 hinzuzuf. H.C. p. 50 M.F. 6 24 7
(8.9) 7 40 41 — 0 52 hinzuzuf. H.C. p. 51. M.F. 7 40 7
(9) 8 2 46 +31 6 hinzuzuf. H.C. p. 221 M.F. 8 2 49
(9) 9 30 22 + 0 10 mufs 23′ südlicher stehn.
(9) 9 30 22 — 1 12 mufs 22′ nördlicher stehn.
(8) 9 38 51 +17 27 wegzulöschen.
(7) 9 50 25 + 0 29 mufs 4′ westlicher stehn.
(7) 9 52 36 — 1 18 wegzulöschen.
(8) 10 36 38 +23 3 wegzulöschen.
(9.10) 10 36 49 +26 31 mufs 12″ östlicher stehn.
(9) 10 40 54 +26 37 mufs 55″ östlicher stehn.

Bl. XIV. $10^h\,36'$ bis $13^h\,24'$ — $7°\,15'$ bis $+27°$

(7) 10 36 16 +16 17 wegzulöschen.
(9) 10 36 19 +23 17 hinzuzuf. H.C. p. 150 3ter F. 10 36 14

Digitized by Google

Bl. XIV. $10^h\,36'$ bis $13^h\,24'$ $-7°\,15'$ bis $+27°$

(8)	10 36 25	+23 38	hinzuzuf. H.C.p.150 M.F. 10 35 50
(9)	10 36 44	+17 59	hinzuzuf. H.C.p.332 3ter F. 10 37 17,6
(8.9)	10 36 56	+20 1	hinzuzuf. H.C. p.222 3ter F. 10 37 36,5
(9.10)	10 37 1	+26 31	hinzuzuf. H.C. p. 65 M. F. 10 35 58,5
(8.9)	10 37 29	+23 9	hinzuzuf. H.C. p.150 M.F. 10 36 54
(8.9)	10 38 40	+15 10	mufs 40″ östl. und 10′ nördl. stehn.
(9)	10 38 46	+23 54	hinzuzuf. H.C. p.150 M.F. 10 38 11
(8)	10 38 58	+24 13	hinzuzuf. H.C. p.150 M.F. 10 38 22,5
(9)	10 39 15	+26 37	hinzuzuf. H. C. p. 65 M. F. 10 38 12,5
(7.8)	10 39 32	+26 42	hinzuzuf. H.C. p. 65 M. F. 10 38 29,5
(7)	10 39 45	+24 28	hinzuzuf. H.C. p.150 M.F. 10 39 9,3
(9)	10 40 12	+26 42	hinzuzuf. H.C. p. 65 M. F. 10 39 9
(9)	10 40 21	+24 35	hinzuzuf. H.C.p.150 M.F. 10 39 45,5
(9)	10 40 35	+24 28	hinzuzuf. H.C.p.150 M.F. 10 39 59,5
(9)	10 41 49	+26 37	hinzuzuf. H.C. p. 65 3ter F. 10 41 17,3
(9.10)	10 42 12	+23 12	hinzuzuf. H.C.p.150 3ter F. 10 42 7
(9)	10 43 42	+24 1	hinzuzuf. H.C. p.150 M.F. 10 43 6,5
(8.9)	11 36 58	— 4 4	hinzuzuf. H.C.p.151 M.F. 11 36 20,5
(9)	11 45 9	— 2 29	hinzuzuf. H.C. p.150 M.F. 11 44 36,5
(8)	11 47 33	— 6 50	mufs 19′ südlicher stehn.
(7.8)	11 47 45	+26 10	mufs 5′ nördlicher stehn.
(9)	11 52 14	+13 0	mufs 10″ östlicher stehn.
(8.9)	11 59 13	+ 0 4	mufs 17″ östl. und 3′ nördl. stehn.
(9)	12 2 0	— 5 53	hinzuzuf. H.C. p.152 M.F. 12 1 26
(8)	12 4 19	— 0 13	mufs 27″ östlicher stehn.
(7)	12 9 22	— 5 50	wegzulöschen.
(8)	12 15 34	— 3 45	hinzuzuf. H.C.p.151. 3terF. 12 15 24,5
(9)	12 19 29	— 1 9	mufs 32″ westl. und 3′ nördl. stehn.
(9)	12 56 34	— 6 58	hinzuzuf. H.C.p.153 3terF. 12 56 28,5
(8.9)	13 2 35	+19 37	mufs 10′ nördlicher stehn.
(6.7)	13 2 50	+19 44	mufs 5′ nördlicher stehn.

Der Nebelfleck 13 3 8 +19 14 ist hinzuzufügen.

(8)	13 16 17	+16 24	mufs 1° südlicher stehn.
(9)	13 17 41	+20 19	mufs 1° nördlicher stehn.
(8.9)	13 17 59	+25 21	hinzuzuf. H.C. p.471 M.F. 13 17 38
(8)	13 18 14	+25 27	hinzuzuf. H. C. p.471 M. F. 13 17 52,5
(8)	13 18 24	+11 31	hinzuzuf. H.C. p.469 M.F. 13 17 57,5
(8.9)	13 19 7	+12 45	hinzuzuf.H.C.p.469 3terF. 13 19 8,5
(8)	13 19 15	+12 41	hinzuzuf. H.C.p.469 3ter F. 13 19 17
(8.9)	13 21 18	+25 16	hinzuzuf. H.C.p.471 3terF. 13 21 27
(8)	13 21 22	+25 16	hinzuzuf. H.C. p.471 M.F. 13 21 0,5
(8)	13 22 15	+11 11	hinzuzuf. H.C. p.469 M.F. 13 21 48,8
(6.7)	13 23 18	+25 23	hinzuzuf. H.C. p.471 M.F. 13 22 57,5

Bl. XV. $13^h\,16'$ bis $16^h\,4'$ $-0°\,40'$ bis $+34°$.

(9)	13 18 30	+20 56	wegzulöschen.
(7)	13 19 18	+32 11	mufs 15″ westlicher stehn.
(8)	13 20 23	+32 56	mufs 38″ westl. und 8′ nördl. stehn.

Bl. XV. $13^h\,16'$ bis $16^h\,4'$ $-0°\,40'$ bis $+34°$.

(9)	13 22 17	+11 14	wegzulöschen.
(9)	13 27 23	— 0 32	wegzulöschen.
(6)	13 34 18	+24 43	wegzulöschen.
(6)	13 34 18	+23 43	Der Strich ist wegzulöschen, da der Stern H. C. p. 67 M.F. 13 33 18,8 vorkömmt, wo aber Z.D. 25 4 52 zu lesen ist.
(8)	13 47 54	+32 52	mufs 28″ westlicher stehn.
(9)	13 52 52	+32 48	mufs 22″ östl. und 3′ nördl. stehn.
(7)	14 2 38	+20 47	wegzulöschen.
(8)	14 4 15	+20 1	wegzulöschen.
(7)	14 6 44	+20 51	wegzulöschen.
(9)	14 25 41	+33 25	ist 6.7ter Gröfse.
(8)	14 32 14	+32 19	mufs 10′ südlicher stehn.
(9)	14 38 42	+30 3	mufs 1° südlicher stehn.
(9)	15 59 33	+25 27	wegzulöschen.
(7)	15 59 45	+18 7	wegzulöschen.
(6)	15 59 50	+19 36	wegzulöschen.
(8)	16 0 6	+17 33	mufs 21′ nördlicher stehn.
	16 1 49	+27 16	ist 7ter Gröfse.
(8)	16 2 3	+16 58	mufs 7′ südlicher stehn.
(9)	16 3 0	+25 30	hinzuzuf. H.C. p.169 M.F. $16^h\,1'\,49''5$

Bl. XVI. $15^h\,56'$ bis $18^h\,44'$ $-1°$ bis $+33°$.

(8.9)	15 56 36	+22 44	hinzuzuf. H.C. p.467 M.F. 15 55 37,3
(9)	15 59 33	+25 27	wegzulöschen.
(6)	15 59 50	+19 36	wegzulöschen.
	16 0 4	+21 31	ist 8ter Gröfse.
(8)	16 2 3	+16 51	hinzuzuf. H. C. p. 73 M.F. 16 1 56,5
(8)	16 2 44	+30 29	wegzulöschen.
(9)	16 11 48	+ 2 4	mufs 16″ östlicher stehn.
(8)	16 12 56	+ 0 5	mufs 10′ südlicher stehn.
(8)	16 20 59	+21 54	wegzulöschen.
(7)	16 33 33	+22 15	wegzulöschen.
(8)	16 43 50	+29 55	mufs 28″ westlicher stehn.
(6.7)	16 54 45	+19 59	mufs 25″ östlicher stehn.
(9)	17 59 21	+15 57	mufs 1′ westlicher stehn.
(7.8)	17 59 23	+15 55	mufs 1′ westlicher stehn.
(9)	17 59 25	+15 57	mufs 1′ westlicher stehn.
(6.7)	18 0 43	+26 5	wegzulöschen.
(6)	18 7 48	+27 34	wegzulöschen.
(7)	18 21 28	+29 31	mufs 5′ südlicher stehn.
(7)	18 37 54	+28 26	wegzulöschen.
(9)	18 40 58	+23 41	mufs 15″ östlicher stehn.
(7)	18 42 1	+28 16	ist 9ter Gröfse.

Bl. XVII. $18^h\,36'$ bis $21^h\,24'$ $-1°$ bis $+33°$.

(8)	18 41 13	+23 41	ist 9ter Gröfse.
(9)	18 42 46	+21 15	wegzulöschen.

Digitized by Google

Bl. XVII. $18^h\,36'$ bis $21^h\,24'$ — 1° bis + 38°.

	h ′ ″	° ′	
(9)	18 43 23	+21 17	wegzulöschen.
(7.8)	18 55 3	+15 11	mufs 20′ südlicher stehn.
(6)	19 44 30	— 0 14	st. 85 l. 58.
(9)	20 14 38	+ 3 21	mufs 33″ östlicher stehn.
(7)	20 24 18	— 0 8	wegzulöschen.
(8)	20 24 27	— 0 22	wegzulöschen.
(8)	20 33 40	— 0 25	mufs 1′ östlicher stehn.
(7)	20 34 41	+ 0 25	wegzulöschen.
(8.9)	20 40 44	— 0 23	hinzuzuf. H.C. p. 189 M.F. $20^h39'39''$, welches Moment aber dem ersten Faden angehört.
(8)	20 42 6	+ 1 38	wegzulöschen.
(8)	20 48 30	+ 8 2	mufs 15″ östlicher stehn.
(8)	20 48 45	+ 7 35	mufs 15″ westl. und 10′ nördl. stehn.
(9)	20 50 7	+ 9 15	wegzulöschen.
(8.9)	20 59 20	+ 0 41	wegzulöschen.
(9)	21 16 33	+ 4 49	wegzulöschen.
(7)	21 16 41	+ 4 36	ist 8.9ter Gröfse.
(9)	21 17 18	+ 4 32	ist 7ter Gröfse.
(8.9)	21 21 33	+ 7 4	mufs 14″ östlicher stehn.
(9)	21 21 37	+ 6 40	mufs 1° südlicher stehn.
(8.9)	21 22 13	+ 5 52	mufs 26″ westlicher stehn.

Bl. XVIII. $21^h\,16'$ bis $0^h\,4'$ — 1° bis + 33°.

(9)	21 16 33	+ 4 49	wegzulöschen.
(7)	21 16 41	+ 4 36	ist 8.9ter Gröfse.
(9)	21 17 18	+ 4 32	ist 7ter Gröfse.
(8)	21 21 2	+20 44	mufs 23′ südlicher stehn.
(9)	21 21 37	+ 6 40	mufs 1° südlicher stehn.
(8.9)	21 21 47	+ 5 56	mufs 4′ südlicher stehn.
(9)	21 23 45	+26 28	mufs 23″ östlicher stehn.
(8)	21 29 55	+ 0 21	mufs 4′ südlicher stehn, und ist 9ter Gröfse.
(9)	21 30 55	+ 0 24	ist 8ter Gröfse.
(8)	21 33 25	— 0 22	Der Strich ist wegzulöschen, da der Stern H. C. p. 118 M.F. 21 33 1 vorkömmt.
(8)	21 33 27	+ 0 34	wegzulöschen.
(9)	21 41 21	— 0 5	hinzuzuf. H.C. p. 118 M.F. 21 40 57,5
(7)	21 53 7	+ 4 49	wegzulöschen.
(8.9)	23 11 32	+ 2 8	mufs 10′ südlicher stehn.

Bl. XVIII. $21^h\,16'$ bis $0^h\,4'$ — 1° bis + 33°.

	h ′ ″	° ′	
(7)	23 15 5	+ 2 37	mufs 1′ westlicher stehn.
(6)	23 55 53	— 0 59	ist 8.9ter Gröfse.
(8.9)	23 57 33	+ 3 59	mufs 1′ östlicher stehn.
(9)	23 57 34	+ 4 2	mufs 1′ östlicher stehn.
(8)	23 59 14	— 0 25	mufs 36″ westlicher stehn.
(7.8)	0 1 18	+17 19	mufs 29′ nördlicher stehn.
(8)	0 1 32	+ 8 2	hinzuzuf. H.C. p. 127 3terF. $0^h\,1'\,52''7$
(8.9)	0 3 24	+31 27	hinzuzuf. H.C. p. 349 M.F. 0 3 55,5
(8)	0 3 25	+17 32	hinzuzuf. H.C. p. 477 3terF. 0 3 55
(9)	0 3 28	+ 5 58	mufs 6′ südlicher stehn
(7.8)	0 3 33	+ 0 5	mufs 11′ nördlicher stehn.

Bl. XIX. 23^h bis 4^h + 30° bis + 60°.

(6)	0 28 11	+48 27	mufs 12′ südlicher stehn.

Bl. XXII. 8^h bis 13^h + 30° bis + 60°.

(8)	10 55 41	+37 49	mufs 16″ östlicher stehn.
(9)	10 56 0	+37 46	mufs 33″ westlicher stehn.
(8)	10 56 8	+37 52	mufs 24″ östlicher stehn.
(8)	10 56 18	+37 44	mufs 3′ südlicher stehn.

Bl. XXIII 11^h bis 16^h + 30° bis + 60°.

(7)	13 19 3	+32 11	hinzuzuf. H. C. p. 69 M.F. 13 17 59,5
(7)	13 45 23	+31 55	wegzulöschen.
(8)	13 47 53	+32 54	mufs 27″ westl. und 2′ südl. stehn.
(7)	13 52 30	+32 32	hinzuzuf. H. C. p. 69 M.F. 13 51 26,3
(6)	14 8 53	+40 41	wegzulöschen.
(8)	14 31 41	+32 9	mufs 33″ östlicher stehn.
(8)	14 32 12	+32 26	mufs 33″ östlicher stehn.
(7)	14 32 25	+39 5	mufs 26″ westl. und 6′ südl. stehn.
(7.8)	14 48 27	+41 51	mufs 6′ nördlicher stehn.

Bl. XXIV. 14^h bis 19^h + 30° bis + 60°.

(7.8)	14 48 27	+41 51	mufs 6′ nördlicher stehn.
(7.8)	16 10 54	+38 16	mufs 1′ östlicher stehn.

Bl. XXV. 17^h bis 22^h + 30° bis + 60°.

(7)	18 21 3	+29 31	mufs 25″ östl. und 5′ südl. stehn.

Bl. XXVI. 20^h bis 1^h + 30° bis + 60°.

(6)	0 28 11	+48 27	mufs 12′ südlicher stehn.

Knorre.

Eine Methode, den Ort des Nordlichts durch die Magnetnadel zu finden.

Von Herrn *Ludwig Moser*, Professor zu Königsberg.

Wenn an irgend einem Punkt der Erdoberfläche eine Kraft angebracht ist, welche auf die Magnetnadel eines davon entfernt liegenden Beobachtungsortes einwirkt, so kann man aus den Veränderungen in dem Stand der Declinations- und Inclinationsnadel, und einer dritten Nadel, welche horizontal, aber nicht im magnetischen Meridian hängt, sondern mit demselben einen Winkel Z bildet, die Lage jenes Punktes und die Intensität der dort herrschenden magnetischen Kraft

Digitized by Google

finden. Ich habe dieses Verfahren in *Poggendorff's* Annalen genauer nachgewiesen, indem ich es auf die regelmäfsigen Veränderungen des Erdmagnetismus anwandte, in welchem Falle man jenen Punkt, wie es mir scheint, zweckmäfsig den veränderlichen Pol der magnetischen Erdkraft nennen kann. Diese Veränderungen haben, wie ich bewiesen habe, ihren Grund in Störungen der magnetischen Verhältnisse der Erdoberfläche durch die Wärme; der veränderliche Pol liegt daher an der Oberfläche der Erde, und dann sind Beobachtungen der 3 bezeichneten Nadeln an einem Orte hinreichend, seine Lage und Kraft für jeden beliebigen Zeitmoment kennen zu lernen. Man sieht sogleich, dafs die Annahme eines solchen Pols nur eine Fiction ist; aber eine Fiction, wie die mittlere Temperatur, der mittlere Barometerstand, die mittlere Windesrichtung, ja wie die Annahme eines Schwerpunkts in den Körpern. Bei den plötzlichen, unregelmäfsigen Störungen der Magnetnadel, z. B. durch ein Nordlicht, ist diefs anders; der veränderliche Pol hört hier auf, eine Fiction zu sein, er hat vollkommene Realität, und seine Lage finden, heifst eben, den Ort dieser Störungen bestimmen. Diese Aufgabe scheint mir wichtig genug, um Aufmerksamkeit zu verdienen, und da der practische Theil ihrer Lösung blofs von Messungen kleiner Winkel abhängt, die man an der Magnetnadel jetzt mit so grofser Genauigkeit ausführen kann, so steht der wirklichen Ausführung von dieser Seite keine Schwierigkeit entgegen.

Man kann die Aufgabe als gelöst betrachten, sobald an zwei verschiedenen Orten das Azimuth der störenden Ursache und die Winkel bekannt sind, welche sie mit dem Horizont der beiden Orte macht. Aus diesen Daten findet man dann durch trigonometrische Formeln den Punkt auf der Erdoberfläche, in dessen Verticale der Grund der magnetischen Störung liegt, und die Entfernung derselben von der Erdoberfläche.

Was zuvörderst die zweite Declinationsnadel betrifft, deren Ruhelinie mit dem magnetischen Meridian den Winkel Z bildet, so kann man diese Ablenkung aus dem Meridian, wenn man anders nicht die Torsionskraft anwenden will, durch einen Magneten bewirken. Die Lage dieses Magneten gegen die Nadel kann man auf folgende Weise angeben. Man verbinde die Mittelpunkte der Nadel und des Magneten durch eine Linie, so wird diese mit dem magnetischen Meridian einen Winkel bilden, den wir von Süden durch Osten nach Westen zählen und mit A bezeichnen wollen. Den Winkel, welchen der Magnet mit dem Meridian macht, wollen wir nach derselben Seite messen, und mit B bezeichnen, dann ist durch A und B, und aufserdem noch durch die Entfernung beider Mittelpunkte, die man bei diesen Untersuchungen aber nicht zu kennen braucht, die Lage des Magneten gegen die Nadel völlig bestimmt, vorausgesetzt, dafs beide in derselben Horizontalebene liegen.

Da die Nadel um den Winkel Z aus dem Meridian entfernt worden, so wird $\varphi h \sin Z$ (wo φ die Intensität der magnetischen Erdkraft, h die Summe der Momente des freien Magnetismus der Nadel mit Bezug auf ihre Aufhängungsaxe bedeutet) gleich einem Ausdruck, der von A, B, Z abhängt, und durch $f(Z)$ bezeichnet werden soll. A und B sind willkührlich, man kann sie daher so wählen, dafs kleine Fehler in ihrer Bestimmung jenen Ausdruck möglichst wenig verändern. Differenzirt man demnach $f(Z)$ nach A und nach B, und setzt die Differentiale $= 0$, so ergeben sich folgende 2 Gleichungen unter der Voraussetzung, dafs gegen die Länge der angewandten Magnete die übrigen Dimensionen unbedeutend sind:

$$m\cos(B-Z) = \sin(A-B)\sin(A-Z)$$
$$r.\cos(A-B)\cos(A-Z) = \sin(A-B)\sin(A-Z)$$

welchen Gleichungen man auf 2 Arten genügen kann, nemlich

I. $A-B = 0, = 180$ II. $A-B = 90, = 270$
$B-Z = 90, = 270$ $B-Z = 90, = 270$

Sobald man sich also für einen Werth von Z entschieden hat, so erhält man aus diesen beiden Systemen sowohl A als B. Gesetzt die Nadel sollte um 90° aus dem Meridian entfernt werden, dann erhielte man

aus I $A = B = 180°$
aus II $B = 180$ oder $= 0$, $A = 90 = 270$.

Man müfste im ersteren Falle den festen Magneten in den Meridian der Nadel legen, so dafs sein Südpol nach Norden weiset, oder in Folge II, ihn in O oder W, und so legen, dafs die Verlängerung der Nadel sein Centrum trifft und senkrecht auf seiner Längenaxe steht. In beiden Fällen mufs man die Entfernung beider Magnete so lange ändern bis $Z = 90°$. Setzt man in $f(Z)$, $A = B$ und wählt beide Magnete so, dafs ihre Dimension der Breite nicht bedeutend ist, dann wird, $f(Z)$ oder $\varphi h \sin Z = \sin(A-Z)(a+b\cos(A-Z)+c\cos^2(A-Z)+..)$, welche Reihe sehr convergent ist, da $A-Z$ nur wenig verschieden ist von 90°.

In so fern nun a, b, c Unbekannte sind, die durch Eliminationsgleichungen zu bestimmen sind, so kann man durch φh auf beiden Seiten dividiren, und statt $a, b, c \ldots a', b', c' \ldots$ schreiben.

Es bliebe hier nur die Unbequemlichkeit, die Winkel A, B, Z zu messen, und sie den Bedingungen für die vortheilhafteste Einrichtung des Versuchs entsprechen zu lassen. Betrachtet man jedoch die Bedingungsgleichungen I und II näher, so ergiebt sich: dafs in Folge der ersteren der Magnet immer senkrecht gerichtet ist auf die abgelenkte Nadel, und zwar auf ihren Mittelpunkt; dafs umgekehrt nach II die Richtung der Nadel normal ist auf den Mittelpunkt des Magneten. Beiden Bedingungen kann man daher practisch

Digitized by Google

durch Hülfe von Spiegeln sehr leicht Genüge leisten, und dann hat man nicht nöthig, weder A, B noch Z zu messen. In der That, wenn man nach 1 einen Magneten auf den Mittelpunkt der Nadel richtet, und seine Entfernung so lange verändert, bis er senkrecht darauf steht, dann ist schon defshalb $A = B = 90° + Z$; $f'(Z)$ reduzirt sich dann auf $a' = \sin Z$.

Was die Coefficienten betrifft, so wird man sie am leichtesten auf folgende Art finden. Man beobachte ausser dieser abgelenkten Nadel, noch eine gewöhnliche Declinationsbousssole. Als die erstere um Z abgelenkt war, hing die letztere im Meridian; verändern nun beide sich, die erstere um den Winkel dz, die zweite um i, dann hat man

$$\sin[Z \pm (dz - i)] = \cos dz[a' + b' \sin \pm dz + c' \sin^2 dz + \ldots] = f'(dz)$$

wo die obern Zeichen gelten, wenn dz und i nach derselben Seite gerichtet sind als Z, die unteren im umgekehrten Fall. Da man, selbst in einer kurzen Zeit, viele zusammengehörige Werthe von dz und i beobachten kann, so verschafft man sich leicht so viele Gleichungen, als zur Bestimmung von $a', b', c' \ldots$ und Z nach den üblichen Methoden wünschenswerth sind. Ist dieſs geschehen, so ist $f'(dz)$ für jeden Werth von $\pm dz$ bekannt. Es ist übrigens zu bemerken, dafs im Fall einer symmetrischen Magnetisirung der Nadel, $b' = 0$, und $f'(dz)$ eine Reihe nach Potenzen von $\sin^2(dz)$ sein würde. Je nachdem b' durch Elimination positiv oder negativ gefunden, ist auf der einen Hälfte der Nadel die Summe der magnetischen Momente gröfser oder kleiner als auf der andern. Tritt nun ein Nordlicht ein, verändert die Declination um i, die abgelenkte Nadel um dz, dann ist $(Z \pm dz$, oder der Winkel, den die abgelenkte Nadel mit dem ungestörten Meridian, macht durch z bezeichnet)

$$(1) \ldots\ldots \operatorname{tg} \gamma = \frac{f'(dz)}{\cos z - [\sin z - f'(dz)] \operatorname{cotg} i}$$

$$(2) \ldots\ldots\ldots p = \frac{\sin i}{\sin(\gamma - i)}$$

wo γ das Azimuth des Nordlichts bedeutet, vom magnetischen Meridian gerechnet, und p das Verhältnifs seiner Intensität zu der der Erdkraft, beide nach dem Horizont zerlegt.

Beobachtet man zugleich die Inclinationsnadel, und ist J die anfängliche Neigung, J_1 diejenige während des Nordlichts, dann ist

$$(3) \ldots\ldots\ldots \operatorname{tg} \lambda = \frac{\operatorname{tg} J - (1+p) \cos\gamma \operatorname{tg} J_1}{p}$$

wo λ den Winkel giebt, den das Nordlicht mit dem Horizont des Beobachtungsortes macht. Die ganze magnetische Intensität desselben ist dann im Vergleich gegen die ganze, unzerlegte Erdkraft $p \cos J : \cos\lambda$.

Wenn an zwei verschiedenen Orten, γ und λ gefunden worden sind, dann ist die Aufgabe somit ganz allgemein gelöset. Liegt jedoch der Grund der magnetischen Störung an der Erdoberfläche, welches vorläufig immer das wahrscheinliche ist, dann bedarf es, wie man sogleich sieht, nur eines Beobachters, um den fraglichen Ort zu finden. Oder, es brauchen dann nur an zwei verschiedenen Orten, die entsprechenden Werthe von γ bestimmt worden zu seyn, und man hat gar nicht nöthig, die Inclinationsnadel zu beobachten. Es bleibt nur noch übrig, die Mehrdeutigkeit von γ und λ nach den verschiedenen Quadranten zu würdigen Die obigen Formeln (1, 2, 3) gelten unter der Voraussetzung, dafs das Südende der Nadel nach Osten hin abgelenkt worden, dafs die störende Ursache ebenfalls zwischen S. und O. liege, und dafs ihr Magnetismus von der Art ist, den Südpol anzuziehen. i ist also positiv, wenn das Südende der gewöhnlichen Declinationsnadel nach Osten geht. Würde es nach Westen gehen, dann ist i negativ zu nehmen, und dadurch wird p negativ, welches andeutet, dafs der Magnetismus des Nordlichts das Südende nicht anzieht, sondern abstöfst. Ist i positiv, γ aber negativ, dann liegt das Nordlicht zwischen S. und W., und dann wird p negativ; weil eine magnetische Kraft zwischen S. und W., das Südende der Nadel nur nach Osten treiben kann, wenn sie dasselbe abstöfst. Sind endlich i und γ beide negativ, dann wird p positiv; das Nordlicht liegt in SW. und hat nördlichen Magnetismus.

Trotz dem ist die Lage des Nordlichts durch die beiden horizontalen Nadeln noch nicht völlig bestimmt; denn die Formeln 1 und 2 gelten auch für ein Nordlicht zwischen N. und W., welches den Nordpol der Nadel anzieht; so dafs wenn z. B. i und γ negativ sind, das Nordlicht eben so gut in NO. liegen, und südlichen Magnetismus haben kann. Diese Zweideutigkeit wird durch die Formel 3, oder durch den Werth von λ gehoben; ist λ positiv, dann liegt das Nordlicht gegen Süden vom Beobachter; wird λ negativ im Norden.

Schon die Beobachtung der beiden horizontalen Nadeln an einem Abend, wird den Beobachter in den Stand setzen, die Frage zu entscheiden, ob das Nordlicht seinen Ort behalte, oder ihn verändere. Wir wissen darüber bis jetzt nichts; denn, wenn auch die Declinationsnadel während desselben sich beständig, und oft plötzlich verändert, so ist damit noch keineswegs bewiesen, dafs das Nordlicht seinen Ort verlasse. Die Veränderlichkeit dieser einen Nadel kann davon herrühren, dafs die Intensität des Nordlichts eine andere und andere werde, und gar in die umgekehrte übergehe. Es giebt noch mehrere andere interessante Fragen, über welche der einzelne Beobachter wird Aufschlufs ertheilen können; und wenn zwei Beobachter zur vollständigen Lösung der Aufgabe concurriren, dann ist es wohl wahrscheinlich, dafs die Kenntnifs der Lage des Nordlichts mit der Zeit ein Licht über dessen Natur verbreiten wird. Um in diesem Falle gleichzeitige Beobachtungen zu erhalten, wäre es am einfachsten, wenn man etwa von dem pariser Meridian ausginge, dort zur ganzen, halben oder zur viertel Stunde beobachtete, und an den anderen Orten je nach ihrer Meridiandifferenz.

Ich mufs es, indem ich diesen Gegenstand verlasse, sehr bedauern, dafs die ungünstigen Verhältnisse, in welchen ich mich hier mit Bezug auf das Anstellen von Versuchen befinde, die practische Ausführung der mitgetheilten Methode mir nicht gestatten.

Königsberg im Juni 1834. *L. Moser.*

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 266.

(Gelesen in der Akademie der Wissenschaften den 23. May 1834.)

Beobachtungen des *Bielas*chen Cometen, im Jahre 1832 angestellt auf der Dorpater Sternwarte mit dem grofsen Refractor *Fraunhofers*.

Von Herrn Staatsrath und Ritter *Struve*.

A. *Vergleichungen des Cometen mit den benachbarten Sternen.*

Die nachfolgenden Beobachtungen sind auf ähnliche Weise wie die des *Encke*schen Cometen im Jahre 1828 angestellt, vermittelst des Fadenmikrometers, und zwar mit erleuchteten Fäden im dunklen Felde. Der Ort des Cometen wurde immer auf einen in der Nähe befindlichen Stern bezogen, dessen Lage an der Himmelskugel späterhin am Meridiankreise ausgemittelt wurde. Im Fall der mit dem Cometen verglichene Stern zu schwach war um im Meridiankreise bei erleuchtetem Felde gesehen zu werden, bezog man ihn wieder auf einen andern Stern von hinreichender Lichtstärke, auf ähnliche Weise wie der Comet mit dem ersten Sterne verglichen war. Da der Comet lichtschwach war und keinen ausgezeichnet hellen Punct nach dem gezielt werden sollte darbot, so gelang die Beobachtung am besten unter Anwendung der schwächsten nur 94maligen Vergrößerung. Das Gesichtsfeld dieses Oculars fafste 17′,9, und so war es möglich Comet und Stern noch mit voller Sicherheit zu vergleichen wenn der Declinationsunterschied 12′ betrug. Unter den nachfolgenden Beobachtungen ist indessen keine, wo derselbe bis auf 5′ geht. Die Ortsbestimmung geschieht am leichtesten, wenn Stern und Comet gleichzeitig im Felde sind. In diesem Falle habe ich meistens den Ort des Cometen durch seine Distanz vom Sterne und durch den Richtungswinkel ermittelt. Da beide, Distanz und Richtung, nicht in demselben Momente beobachtet werden können: so mufsten sie abwechselnd genommen werden. Wegen der ungleichförmigen Veränderung beider, auch bei gleichförmiger Bewegung des Cometen, läfst sich aber aus den verschiedenen Messungen kein Mittel nehmen. Wenn man aber die Veränderung des Orts des Cometen während der Dauer der Beobachtungen mit hinreichender Sicherheit kennt: so läfst sich aus dem Complexe der Beobachtungen auf eine sehr einfache Weise für eine dem Mittel der Zeiten nahegelegene Zeit T die wahrscheinlichste Relation zwischen Comet und Stern nach der Methode der kleinsten Quadrate ableiten.

Es sei s die Entfernung des Cometen vom Sterne, und ν der Richtungswinkel desselben, $\nu = 0$, wenn der Comet genau nördlich und $\nu = 90°$ wenn er auf dem Parallele nachfolgend sich befindet; $x = s.\cos\nu$, $y = s\sin\nu$; die Veränderung der Declination des Cometen in einer Minute $= dx$, und die mit dem Cosinus der Declination des Cometen multiplicirte Veränderung der geraden Aufsteigung $= dy$. Wenn nun für die Zeit T die Werthe $x = m$ und $y = n$ angenommen sind: so wird für die Zeit T' ein m' und n' gelten, welche durch

$$m' = m + (T' - T)dx \quad \text{und} \quad n' = n + (T' - T)dy$$

gegeben sind, aus welchen ν' und s' durch

$$tang\,\nu' = n' : m' \quad \text{und} \quad s' = \frac{m'}{\cos\nu'} = \frac{n'}{\sin\nu'}$$

folgt. Die so durch Rechnung gefundenen Werthe von ν' und s' mit den wirklich beobachteten η und ζ verglichen, geben aus jedem beobachteten Richtungswinkel ein $d\nu = \eta - \nu'$ und aus jeder beobachteten Distanz ein $ds = \zeta - s'$, welche zur Bestimmung der an die Annahme von $x = m$ und $y = n$ anzubringenden Verbesserungen dm und dn durch die Gleichung

$$ds = \cos\eta.dm + \sin\eta.dn \quad (\odot)$$
$$\text{und } \zeta d\nu = -\sin\eta.dm + \cos\eta.dn \quad (☽)$$

anzuwenden sind. So viel Entfernungen beobachtet sind, so viel Gleichungen von der Form ($\odot$) werden erhalten. Jeder gemessene Richtungswinkel gibt eine Gleichung von der Form (☽). Alle Gleichungen insgesammt nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt geben die wahrscheinlichsten Werthe von dm und dn, und hiemit für die Zeit T als Resultat:

$$x = m + dm \qquad y = n + dn$$
$$tang\,\nu = \frac{n + dn}{m + dm} \quad \text{und} \quad s = \frac{m + dm}{\cos\nu} = \frac{n + dn}{\sin\nu}.$$

Wenn der Comet während der Beobachtungen sich sehr nahe beim Sterne befindet: so mufs man für m und n schon sehr genäherte Werthe zum Grunde legen. Sonst werden

die beobachteten und berechneten v zu stark von einander abweichen, und die Differentialformeln nicht mehr als gültig angesehen werden können. In diesem Falle mufs man die Rechnung wiederholen.

An den ersten Tagen habe ich eine andere Methode der Beobachtung angewandt. Der Comet befand sich nahe auf dem Parallel des Sterns. Stellt man nun, nachdem ein Faden aus dem Gesichtsfelde entfernt ist, oder beide zur Coincidenz gebracht sind, die Richtung des sichtbaren Fadens mit der des Declinationskreises überein: so kann man durch den Durchgang von Stern und Comet den Unterschied der geraden Aufsteigung beider, für das Moment des Durchganges des Cometen gültig, bestimmen. Abwechselnd mit diesen Unterschieden beobachtete ich den Richtungswinkel des Cometen vom Sterne, aus welchen sich der Declinationsunterschied ableiten läfst, indem man für jeden beobachteten Winkel den entsprechenden Unterschied der AR. aus den beiden zunächst beobachteten durch Interpolation sucht. Ist nun a die AR. des Sterns, α die des Cometen, und ebenso die Declination durch d für den Stern und durch δ für den Cometen bezeichnet: so hat man, wenn v den Richtungswinkel bedeutet:

$$\begin{aligned} \delta - d &= (\alpha - a).\cos\delta.\operatorname{cotang} v - \tfrac{1}{2}(\alpha - a)^2 \sin 2d \sin 1''. \\ (\text{x}) \qquad &= (\alpha - a)\cos d \operatorname{cotang} v - \tfrac{1}{2}(\alpha - a)^2.(1 + 2\operatorname{cotang} v^2) \sin 2d.\sin 1''. \end{aligned}$$

Sind aber Comet und Stern nicht zugleich im Gesichtsfelde sichtbar: so ist die einzige Methode der Beobachtung die, dafs man erstlich auf gleiche Weise, wie eben erwähnt, den Unterschied der geraden Aufsteigung bestimmt, und hierauf das Micrometer um 90° dreht. In dieser Lage wird der eine Faden mit dem zuerst in der Mitte des Feldes gesehenen Objecte in Uebereinstimmung gebracht, und ohne das Instrument um die Stundenachse zu drehen, der zweite Faden auf das nachfolgende Gestirn gestellt, so dafs beide Objecte bei demselben Stundenwinkel gemessen werden. Der Abstand der Fäden wird durch die Micrometerschraube gemessen, indem man den beweglichen Faden mit dem ruhenden auf beiden Seiten zur Berührung bringt. Man kann auch einen zweifachen Declinationsunterschied messen, wenn man eine zweite Beobachtung mit der ersten verbindet, in welcher der bewegliche Faden auf der entgegengesetzten Seite des ruhenden sich befindet.

Die bei den nachfolgenden Beobachtungen gebrauchte Uhr ist aus dem optischen Institute in München mit dem von *Mahler* erfundenen in Nr. 196 der Astron. Nachr. beschriebenen Pendel versehen. Ihr Gang ist vorzüglich. Die Correction derselben auf Sternzeit wurde durch die vermittelst eines Chronometers angestellte Vergleichung mit der Pendeluhr von *Kessels* bestimmt. Der Stand der letzteren ward durch Herrn Observator *Preufs* aus den Beobachtungen am Meridiankreise erhalten. Bei den nachstehend angegebenen Zeiten ist die Correction schon angebracht; so dafs sie alle insgesammt unmittelbar Sternzeiten sind.

Die scheinbaren Oerter der verglichenen Sterne wurden durch den Refractor, als Aequatoreal gebraucht, aus den Oertern benachbarter in den Sternverzeichnissen befindlicher Sterne abgeleitet, sie sind genauer als nöthig ist um die Sterne im Meridiankreise wieder zu erkennen.

---

20 October.

Der Comet wird im Sucher entdeckt, 2 Stunden nach Mitternacht. Der Durchmesser des fast regelmäfsig kreisförmigen Cometen ist im Refractor 3′. Das Licht desselben ist gegen das Centrum verdichtet, aber nicht genau im Centro am hellsten. Es wird, so wie auch immer späterhin, nach der hellsten Stelle des Cometen visirt. Von einem Schweife ist keine Spur vorhanden.

Verglichener Stern (a) 8.9^r Gröfse. AR. = 6^h 46′ 26″. Decl. = + 22° 13′,1.

Ein hellerer Stern (a') 7.8^r Gröfse ist 8″ in Zeit früher und 6′ nördlich von (a). Ein anderer Stern 8.9^r Gröfse ist 12″ in Zeit früher und 8′ südlich von (a).

Beobachtungen.

Es werden abwechselnd Unterschiede der Aufsteigung und Richtungen beobachtet.

I		II		III		IV		V	
Sternzeit.	AR. Com.	Sternzeit.	Richtung.	Sternzeit.	AR. Com.	Sternzeit.	Richtung.	Sternzeit.	AR. Com.
h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	″
4 8 23	a + 15,0	4 23 41	97 0	4 46 1	a + 26,3	4 54 39	104 15	5 12 25	a + 34,1
11 13	14,8	26 30	97 37	48 7	26,8	58 31	104 24	14 7	33,7
12 17	17,0	28 48	96 55	50 56	27,6	5 1 10	104 34	17 11	34,9
14 14	17,1	31 52	98 50	52 46	28,5	4 32	106 19	18 51	35,1
15 22	16,5	38 25	101 20			6 27	104 51		
20 46	19,0	40 0	100 30			7 50	105 32		
		41 20	102 14						

$\cot v = \frac{\text{tg}\,\delta\cos d - \sin d\cos(\alpha-a)}{\sin(\alpha-a)}$ | $\cot v \sin(\alpha-a) = \frac{\sin\delta\cos d - \cos^2\frac{1}{2}d\,(1-2\sin\frac{1}{2}(\alpha-a)^2)}{\cos\delta}$

$\sin(\delta-d) = \sin(\alpha-a)\cot v\cos\delta + 2\cos^2\frac{1}{2}d\sin\frac{1}{2}(\alpha-a)^2$

Digitized by Google

Reduction.

Nimmt man aus den 3 Folgen I, III, V die Mittel, so erhält man

I	Sternzeit	4 h 13 ′ 52 ″	AR. Com. =	$a + 16''57$
III		4 49 28		$a + 27,30$
V		5 15 38		$a + 34,45$

Interpolirt man nun zwischen diesen Werthen für die in den Folgen II und IV gegebenen Sternzeiten: so findet man die Unterschiede der AR. und mit den beobachteten Richtungen = v die Unterschiede der Abweichung wie folgt:

II			IV		
Sternzeit.	ΔAR.	Decl.Com.	Sternzeit.	ΔAR.	Decl.Com.
h ′ ″	″	″	h ′ ″	″	′ ″
4 23 41	+19,53	a—33,4	4 54 39	+28,69	a—1 41,3
26 30	20,38	37,9	58 31	29,76	1 46,3
28 48	21,08	35,6	5 1 10	30,49	1 50,2
31 52	22.00	47,6	4 32	31,42	2 7,9
38 25	23,98	66,8	6 27	31,95	1 57,8
40 0	24,45	63,0	7 50	32,33	2 5,0
41 20	24,85	74,9			
Mittel 4 32 56		a—51,26	5 2 12		a—1 54,75

Aus der Vergleichung der Mittel findet sich für eine Minute Sternzeit die Veränderung der AR. = +0″,2895, die der Decl. = −2″,173. Hiermit lassen sich die einzelnen Messungen der verschiedenen Folgen auf die mittlere Zeit reduciren, und darnach die Genauigkeit der Messungen beurtheilen. So erhalten wir:

	I	III	V
Für Sternzeit	h ′ ″ 4 13 52	h ′ ″ 4 49 28	h ′ ″ 5 15 38
AR. Com. =	a + 16″59	a + 27″30	a + 35″03
	15,56	27,20	34,14
	17,46	27,17	34,45
	17,09	27,54	34,17
	15,77		
	17,00		
Mittel =	a + 16,57	a + 27,30	a + 34,45

II		IV	
h ′ ″		h ′ ″	
4 32 56		5 2 12	
Decl. Com. =	a — 53″5	a — 1 57,6	
	51,9	54,2	
	44,6	52,4	
	49,9	62,9	
	54,9	48,6	
	47,7	52,8	
	57,0		
Mittel =	a — 51,3	a — 54,7	

Aus den Differenzen der einzelnen Bestimmungen von ihren respectiven Mitteln erhält man:

für eine einzelne AR. den mittleren Fehler = 0″595 in Zeit
——— ——— Decl. ——— ——— = 4,58 in Bogen;

Also fürs Endresultat

der AR. aus 14 Beobb. den mittl. Fehler = 0″16 in Zeit
Decl. aus 13 ——— ——— ——— = 1,27 in Bogen.

---

23 October.

Der Comet ist etwas heller, als das vorige Mal.

Verglichener Stern (b) 9.10^{r} Gr. AR. = 9^{h} 8′ 21″, Decl. = +19° 12′,5.

Ein Stern 9^{r} Gröfse ist 25″ in Zeit früher und 7′ nördlich von b. Beide sind zu schwach um im Meridiankreise beobachtet zu werden.

Beobachtungen.

Es sind wie das vorige Mal Unterschiede der Aufsteigung und Richtungen beobachtet.

I		II			III		IV			V	
Sternzeit.	AR.Com.	Sternzeit.	Richtung.		Sternzeit.	AR.Com.	Sternzeit.	Richtung.		Sternzeit.	AR.Com.
h ′ ″	″	h ′ ″	°	′	h ′ ″	″	h ′ ″	°	′	h ′ ″	″
6 25 23	b — 41,9	6 37 58	249	26	6 48 33	b —35,6	6 59 54	240	53	7 9 12	b — 29,7
27 47	41,5	40 33	248	37	50 39	34,8	7 1 50	239	8	12 19	28,9
29 29	41,3	42 42	247	29	52 43	34,4	4 30	238	4	13 42	28,7
31 20	40,5	45 13	246	49	54 33	34,3	5 45	237	25	15 32	27,7

Reduction.

Für die gerade Aufsteigung sind die Mittel:

I	Sternzeit	6 h 28 ′ 30 ″	AR. Comet =	b — 41″30
III		6 51 37		b — 34,78
V		7 12 41		b — 28,75

Hieraus ergibt sich wie früher mit Hülfe der Richtungen:

II			IV		
Sternzeit.	ΔAR.	Decl. Com.	Sternzeit.	ΔAR.	Decl. Com.
h ′ ″	″	′ ″	h ′ ″	″	′ ″
6 37 58	—38,63	b—3 25,6	6 59 54	—32,41	b—4 16,0
40 33	37,90	3 30,5	7 1 50	31,86	4 30,0
42 42	37,30	3 39,4	4 30	31,09	4 34,7
45 13	36,69	3 42,3	5 45	30,74	4 38,6
Mittel 6 41 36		b—3 34,45	7 3 0		b—4 29,82

Digitized by Google

Mit den Veränderungen in einer Sternminute in AR. = +0″2840, in Decl. = −2″,591, sind die einzelnen Bestimmungen auf die respectiven Mittel der Zeiten gebracht folgende:

	I	III	V
für Sternzeit	6h 28′ 30″	6h 51′ 37″	7h 12′ 41″
AR. Com. =	b − 41″02	b − 34″73	b − 28″70
	41.30	34.57	28,81
	41,58	34,71	28,99
	41,30	35,13	28,51
Mittel	b − 41,30	b − 34,78	b − 28,75

	II	IV
	6h 41′ 36″	7h 3′ 0″
Decl. Com. =	b − 3′ 35″1	b − 4′ 24″0
	3 33,2	33,0
	3 36,7	30,6
	3 32,8	31,5
	b − 3 34,5	b − 4 29,8

Hieraus ergibt sich

für eine einzelne AR. der mittlere Fehler 0″224,
——— ——— Decl. ——— ——— 3,01,

fürs Endresultat der AR. aus 12 Bestimm. der mittl. Fehler = 0″065
——— ——— Decl. — 8 ——— ——— = 1,09

Die gröfsere Helligkeit des Cometen gestattete offenbar schon eine schärfere Beobachtung als am 20 Oct.

---

25 October.

Der Himmel ist etwas dunstig. Gegen das Ende der Beobachtung stört schon die Dämmerung. Die Beobachtungen sind schwieriger als das vorige Mal.

Verglichner Stern (*c*) AR. = 9h 20′ 25″, Decl. = +17° 4′. Die Grösse des Sterns ist nicht angegeben. Ich glaube er war von der 7ten.

Beobachtungen.

Es sind wiederum Unterschiede der Aufsteigungen und Richtungen beobachtet.

I		II		III		IV		V	
Sternzeit.	AR. Com.	Sternzeit.	Richtung	Sternzeit.	AR. Com.	Sternzeit.	Richtung.	Sternzeit.	AR. Com.
h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	″
6 51 54	c + 25,7	7 2 54	74 34	7 18 0	c + 32,4	7 28 40	84 52	7 42 13	c + 39,5
53 50	26,2	5 46	76 25	19 26	32,9	33 12	87 33	43 34	40,4
55 33	26,0	8 28	77 17	20 50	33,4	34 36	87 25	45 3	40,3
56 56	27,0	12 49	80 4	23 9	34,1	36 22	88 4	46 33	40,9
58 23	27,6			25 7	34,6	37 44	88 29	48 6	40,5
								49 51	40,7
								52 52	42,3

Reduction.

Für die gerade Aufsteigung sind die Mittel:

I	Sternzeit	6h 55′ 19″	AR. Com. = c + 26″,50
III		7 21 18	c + 33,48
V		7 46 53	c + 40,66

Man erhält jetzt wie früher:

Sternzeit.	ΔAR.	Decl. Com.	Sternzeit.	ΔAR.	Decl. Com.
h ′ ″	″	′ ″	h ′ ″	″	″
7 2 54	+28,58	c+1 53,0	7 28 40	+35,45	c+45,5
5 46	29,31	1 41,4	33 12	36,81	22,4
8 28	30,03	1 37,0	34 36	37,20	23,9
12 49	31,20	1 18,3	36 22	37,70	18,0
			37 44	38,08	14,2
Mittel 7 7 29		c+1 37,42	7 34 7		c+24,80

Mit den Veränderungen für eine Sternminute in AR. = +0″,2746, in Decl. = −2″,719 sind die einzelnen Bestimmungen auf die respectiven Mittel der Zeiten gebracht folgende:

	I	III	V
Für Sternzeit	6h 55′ 19″	7h 21′ 18″	7h 46′ 53″
AR. Com. =	c + 26″64	c + 33″30	c + 40″79
	26,61	33,40	41,31
	25,94	33,53	40,80
	26,55	33,59	40,99
	26,75	33,55	40,16
			39,89
			40,66
Mittel	c + 26,50	c + 33,48	c + 40,66

	II	IV
	7h 7′ 29″	7h 34′ 7″
Decl. Com. =	c + 1′ 40″5	c + 30″7
	1 36,7	19,9
	1 39,7	25,4
	1 32,8	24,1
		24,1
	c + 1 37,4	c + 24,8

Hiernach ergibt sich

für eine einzelne AR. der mittlere Fehler = 0″366
——— ——— Decl. ——— ——— = 3,74;

Digitized by Google

fürs Endresultat der AR. aus 17 Bestimm. der mittl. Fehler = 0″088
——— ——— Decl. — 9 ——— ——— ——— = 1,25.

26 October.

Der Himmel ist den Beobachtungen günstig. Wolken unterbrechen sie indefs eine kurze Zeit.

I Sternzeit.	AR. Com.	II Sternzeit.	Richtung.	III Sternzeit.	AR. Com.	IV Sternzeit.	Richtung.	V Sternzeit.	AR. Com.
h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	″
6 27 45	d — 57,4	6 54 56	262 55	7 9 14	d — 46,4	7 20 46	256 6	7 29 38	d — 41,0
30 25	56,4	58 2	261 49	11 2	45,9	22 38	255 4	30 42	40,5
32 4	56,5	59 9	261 33	12 23	45,4	23 46	254 59	31 50	40,4
33 59	55,2	7 0 6	261 49	13 47	44,9	24 46	254 50	33 0	40,1
35 28	55,0	1 13	261 5	15 45	44,9	25 42	254 7	34 15	39,7
		2 10	260 56	17 4	45,1	26 28	254 18		
		3 16	260 31	18 41	44,3				

Reduction.

Für die gerade Aufsteigung sind die Mittel

I	Sternzeit	6h 31′ 56″	AR. Com. =	d — 56″,10
III		7 13 59		d — 45,27
V		7 31 53		d — 40,34

Hieraus ergibt wie früher mit Zuziehung der Richtungswinkel:

II Sternzeit.	ΔAR.	Decl. Com	V Sternzeit.	ΔAR.	Decl. Com.
h ′ ″	″	° ′ ″	h ′ ″	″	° ′ ″
6 54 56	—50,18	d—1 30,2	7 20 46	—43,40	d—2 35,1
58 2	49,38	1 42,7	22 38	42,89	2 45,2
59 9	49,07	1 45,4	23 46	42,58	2 44,9
7 0 6	48,85	1 41,6	24 46	42,30	2 45,5
1 13	48,56	1 50,2	25 42	42,04	2 52,7
2 10	48,32	1 51,5	26 28	41,83	2 49,7
3 16	48,03	1 56,0			
Mittel 6 59 50		d—1 45,37	7 24 1		d—2 45,52

Mit den Veränderungen in einer Sternminute für AR. = +0″2629 und für Decl. = —2″490 sind die einzelnen Beobachtungen auf die respectiven Mittel der Zeiten reducirt folgende:

	I	III	V
Für Sternzeit	6h 31′ 56″	7h 13′ 59	7h 31′ 53″
AR. Com. =	d — 56″30	d — 45″15	d — 40,41
	56,00	45,12	40,20
	56,53	44,98	40,39
	55,74	44,85	40,39
	55,93	45,36	40,33
		45,98	
		45,54	
Mittel =	d — 56,10	d — 45,28	d — 40,35

Verglich. Stern (d) 8.9ᵗ Gröfse. AR. = 9h 28′ 9″ Decl. = +16° 6′.

Ein anderer Stern (d′) 7.8ᵗ Gröfse ist südlich und etwas vorangehend, ein dritter näher bei (d) nördlich vorangehend.

Beobachtungen.

Es sind wiederum Unterschiede der Aufsteigung und Richtungen beobachtet.

II Für Sternzeit	6 59 50	IV	7 24 1
Decl. Com. =	d — 1 42,4		d — 2 43,2
	1 47,2		2 48,6
	1 47,1		2 45,5
	1 40,9		2 43,7
	1 46,8		2 48,5
	1 45,7		2 43,6
	1 47,4		
	d — 1 45,4		d — 2 45,5

Hieraus folgt

für eine einzelne AR. der mittlere Fehler = 0″328,
——— ——— Decl. ——— ——— = 2,56;
fürs Endresultat der AR. aus 17 Bestimm. der mittl. Fehler = 0″089;
——— ——— Decl. — 13 ——— ——— ——— 0,71.

2 November.

Vergl. Stern (e) 10ᵗ Gröfse. AR. = 10h 0′ 0″ Decl. = +8° 33′,5.

Ein schwächerer Stern 11ᵗ Gröfse ist etwa 5′ südlich von (e). Auf dem Parallele von (e) folgt 26″ in Zeit ein Stern (e′) von der 10.11ten Gröfse, diesem etwas nördlich einer 11ᵗ Gröfse. Zwei helle Sterne folgen später, (f) und (f′) beide 8.9ᵗ Gröfse. (f) ist 1′ 31″,5 später als (e) und 1′ südlich; mit ihm ist (e) genau zu verbinden, und (f) dann am Meridiankreis zu bestimmen. (f′) geht in einer Entfernung von 5′ südlich vor (f) voran.

Beobachtungen.

Abwechselnd wurden die Entfernungen und die Richtungen des Cometen vom Stern (e) gemessen.

I Sternzeit.	Richtung.	II Sternzeit.	Distanz.	III Sternzeit.	Richtung.	IV Sternzeit.	Distanz.	V Sternzeit.	Richtung.	VI Sternzeit.	Richtung.
h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	° ′
7 56 30	349 31	8 4 39	321,8	8 13 38	0 3	8 19 56	282,9	8 26 55	9 50	8 48 28	30 2
58 29	350 43	6 1	325,1	15 12	0 52	21 51	277,9	29 2	10 37	49 47	31 30
59 53	352 17	7 47	309,2	16 25	2 22	23 36	271,3	30 55	14 4		
		9 59	305,6					32 26	14 52		

Anm. Die beiden in VI beob. Richtungen sind wegen zunehmender Dämmerung nicht mehr ganz sicher.

Digitized by Google

Reduction.

Aus diesen Beobachtungen ist für eine in der Mitte liegende Zeit eine Normalrelation zwischen Stern und Comet abzuleiten. Die Richtungen in VI werden als unsicher ausgeschlossen. Da die Beobachtungen jeder Folge nur wenige Zeitminuten umfassen, so kann man zur Vereinfachung das Mittel jeder Folge der Rechnung zum Grunde legen. Diese Mittel sind folgende:

	Sternzeit.	Entfernung $= \zeta$.	Richtung $= \eta$.
I	$7^h\,58'\,17$		$350°\,50'$
II	$8\;\;7\;\;6$	$315''42$	
III	$8\;15\;\;5$		$1\;\;6$
IV	$8\;21\;48$	$277,37$	
V	$8\;29\;49$		$12\;21$

Aus II, III und IV leite ich für $8^h\,14'\,38''$ eine genäherte Distanz $s = 295'',9$ und die Richtung $v = 0°\,50'$ ab, woraus sich $x = 295''9\ cos\ 0°\,50' = +295'',9 = m$ und $y = 295'',9\ sin\ 0°\,50' = +4'',3 = n$ findet; und als wahrscheinlichste Werthe $x = +295'',9 + dm$ und $y = +4'',3 + dn$ zu suchen sind. In Ermangelung einer hinreichend genauen Ephemeride für diese Zeit, habe ich die Veränderung der AR. und Decl. des Cometen in einer Sternminute aus den an mehreren Tagen beobachteten Oertern des Cometen, auf den genäherten Sternpositionen beruhend, abgeleitet und so $dx = -2'',603$ und $dy = +3'',537$ gefunden. Hiermit geht die Rechnung, wie folgt:

$T' - T =$	$-\ 16'35$	$-\ 7'53$	$+\ 0'45$	$+\ 7'17$	$+\ 15'18$
$-2''603.(T' - T) =$	$+\ 42''56$	$+\ 19''60$	$-\ 1''17$	$-\ 18''66$	$-\ 39''51$
$+3,537\ (T' - T) =$	$-\ 57,83$	$-\ 26,63$	$+\ 1,59$	$+\ 25,36$	$+\ 53,69$
$m' =$	$+338,46$	$+315,50$	$+294,73$	$+277,24$	$+256,39$
$n' =$	$-\ 53,53$	$-\ 22,33$	$+\ 5,89$	$+\ 29,66$	$+\ 57,99$
$tang\,v' = \frac{n'}{m'}$ gibt $v' =$	$351°\ 1'$	$355°\,57'$	$1°\ 9'$	$6°\ 6'$	$12°\,45'$
$s' = \frac{m'}{cos\,v'} =$	$342''67$	$316''29$	$294''80$	$278''81$	$262''86$
beobachtete Distanz $s =$		$315,42$		$277''37$	
Beobachtete Richtung $\eta =$	$350°\,50'$		$1°\ 6'$		$12°\,21'$
$\zeta - s' = ds =$		$-\ 0''87$		$-\ 1''44$	
$\eta - v' = dv =$	$-\ 0°\,11'$		$-\ 0°\ 3'$		$-\ 0°\,24'$
$s\,dv =$	$-\ 1'',10$		$-\ 0''26$		$-\ 1''83$

Hiemit erhalten wir nun folgende 5 Bedingungsgleichungen nach den Formeln (⊙) und (☽):

$$\begin{aligned}
-\ 1''10 &= +\ 0,16\,dm + 0,99\,dn\\
-\ 0,87 &= +\ 1,00\,dm - 0,07\,dn\\
-\ 0,26 &= -\ 0,02\,dm + 1,00\,dn\\
-\ 1,44 &= +\ 0,99\,dm + 0,11\,dn\\
-\ 1,83 &= -\ 0,21\,dm + 0,98\,dn
\end{aligned}$$

Aus welchen nach den Vorschriften der kleinsten Quadrate $dm = -1'',20$, $dn = -1'',10$ folgt. Diese Werthe in die Gleichungen substituirt geben $-1'',28$, $-1''12$, $-0'',82$, $-1'',31$ und $-0'',83$, und als Fehler der Gleichungen $0'',18$, $0'',25$, $0'',56$, $0'',13$ und $1'',00$, woraus sich der mittlere Fehler einer Gleichung $= 0'',77$ ergibt, welcher die ausgezeichnete Schärfe der Beobachtungen beweiset. Als Endresultat erhalten wir demnach:

Für Sternzeit $8^h\,14'\,38''$,

$x = +294''70$ mit dem mittl. Fehler $0''53$
$y = +\ 3,20$ ——— ——— $0,44$
$s = 294''79 \quad v = 0°\,37',3.$

Die beiden in VI beobachteten Richtungen geben für $8^h\,49'\,7''5$ im Mittel $\eta = 30°\,46'$. Derselbe folgt aus den Endwerthen durch Rechnung $31°\,26'$, so wie die Distanz $= 240''14$. Der beobachtete Winkel weicht also um $40'$ vom berechneten ab, woraus $\zeta\,dv = 2'',79$ folgt. Man sieht, dafs auch diese beiden nicht mehr für hinreichend sicher gehaltenen Winkel noch nicht um $3''$ von dem Orte des Cometen, den der Complex der bessern Beobachtungen nachweist, abweichen.

---

6 November.

Verglichner Stern (g) 9^r Gröfse. AR. $= 10^h\,32'\,20''$, Decl. $= +4°\,30'$.

(g) ist der nördliche etwas nachfolgende von zwei sehr nahezu gleichen Sternen (g) und (g'). Auf dem Parallele fast $1'$ südlich folgt auf (g) ein heller Stern (h) 6^r Gröfse, dessen AR. $= 10^h\,33'\,59'',5$, Decl. $= +4°\,29'$. (h) ist am Meridiankreise zu bestimmen, und (g) mit ihm zu vergleichen. (g) hat einen schwachen Begleiter bei sich, mit dem er einen Doppelstern der Classe III bildet.

Beobachtungen.

Der Comet von gegen $3'$ Durchmesser war so nahe beim Sterne (g), dafs er bald mit seinem Nebel vor den Stern rückte. Die Richtung der Bewegung war eine solche, dafs eine fast genau centrale Bedeckung des Sterns vom Cometen beobachtet werden konnte. Richtung und Distanzen wurden gemessen:

Digitized by Google

1) Vor der Conjunction.

I Sternzeit.	I Richtung.	II Sternzeit.	II Distanz.	III. Sternzeit.	III. Richtung.
h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′
8 52 1	314 56	8 57 6	44,2	9 3 55	340 50
52 55	313 8	58 4	39,9		
53 58	316 32	59 25	31,3		
		9 0 45	29,6		

2) Beobachtete Conjunction.

Um $9^h\,7'\,45''$ Sternzeit war der Stern fast im Centro des Cometen, dessen Nebel vor dem intensiven Lichte des Sterns sehr undeutlich wurde. Die hellste Stelle des Cometen schien mir um die genannte Zeit in ihrer kleinsten Entfernung vom Sterne, und ich sah, dafs sie etwas nördlich vom Sterne sich befand. Der Glanz des Sterns ward vom Cometen nicht im geringsten geschwächt. Die Vergleichung mit dem Sterne (g') liefs dieſs sehr genau beurtheilen. (g) war aufserhalb des Nebels um ein geringes heller als (g') gesehen. Dasselbe Verhältnifs blieb auch im Augenblick der nächsten Zusammenkunft um die angegebene Zeit.

3) Messungen nach der Conjunction.

IV. Sternzeit.	IV. Richtung.	V Sternzeit.	V Distanz.
h ′ ″	° ′	h ′ ″	″
9 18 50	120 50	9 24 10	70,1
21 10	122 20	26 15	79,1

Das Licht des Cometen war beim Schlufs der Messungen schon sehr schwach wegen der zunehmenden Dämmerung. Die beiden Distanzen sind zwar gut, aber nicht ohne Schwierigkeit beobachtet.

Reduction.

Zur Einleitung der Berechnung nehme ich für den beobachteten Augenblick der Conjunction $9^h\,7'\,45$ nach einer Construction an, dafs nahezu $x = +4'',0 = m$ und $y = +4'',0 = n$ sein, und suche durch Benutzung aller Beobachtungen die wahrscheinlichsten Werthe $x = +4'',0 + dm$ und $y = +4'',0 + dn$. Für die Veränderungen von x und y in einer Sternminute finde ich auf ähnliche Weise, wie am 2ten November $dx = -2'',490$, $dy = +3'',341$. Nothwendig ist es hier die 12 Messungen einzeln in Rechnung zu ziehen. Die aus obigen Annahmen für die 12 Momente der Messung berechneten Entfernungen und Richtungen stelle ich hier mit den beobachteten zusammen:

berechnete Distanz s' =	64″97	61″24	56″88	43″92	39″91′	34″33	28″90	16″15	47″32	57″02	69″44	78″11
berechnete Richtung ν' =	311° 38′	311° 56′	312° 20′	314° 1′	314° 45′	316° 4′	317° 52′	326° 59′	119° 54′	121° 4′	122° 5′	122° 35′
beobachtete Distanz ζ =				44″2	39″9	31″3	29″6				70″1	79″1
beobachtete Richtung η =	314° 56′	313° 8′	316° 32′					340° 50′	120° 50′	122° 20′		
$\zeta - s' = ds$ =				+0″28	−0″01	−3″03	+0″70				+0″66	+0″99
$\eta - \nu' = d\nu$ =	+3° 18′	+1° 12	+4° 12′					+13° 51′	+56′	+1° 16′		
$s\,d\nu$ =	+3″74	+1″28	+4″17					+3″87	+0″78	+1″26		

Hieraus bilden sich nun folgende 12 Gleichungen:

$$\begin{aligned}
+3,74'' &= +0,73\,dm + 0,68\,dn\\
+1,28 &= +0,74\,dm + 0,68\,dn\\
+4,17 &= +0,71\,dm + 0,70\,dn\\
+0,28 &= +0,69\,dm - 0,71\,dn\\
-0,01 &= +0,70\,dm - 0,71\,dn\\
-3,03 &= +0,72\,dm - 0,70\,dn\\
+0,70 &= +0,74\,dm - 0,67\,dn\\
+3,87 &= +0,44\,dm + 0,90\,dn\\
+0,78 &= -0,86\,dm - 0,50\,dn\\
+1,26 &= -0,85\,dm - 0,53\,dn\\
+0,66 &= -0,53\,dm + 0,84\,dn\\
+0,99 &= -0,53\,dm + 0,84\,dn
\end{aligned}$$

Die aus diesen sich ergebenden Endgleichungen sind:

$$\begin{aligned}
0 &= -5,90'' + 5,73\,dm - 0,11\,dn\\
0 &= -11,50 - 0,11\,dm + 6,11\,dn.
\end{aligned}$$

Sie geben $dm = +1'',07$ und $dn = +1'',90$. Nach Substitution dieser in die Gleichungen findet man den mittleren Fehler einer Gleichung $= 1'',96$, ein Zeugnifs für die Genauigkeit der Beobachtungen. Als Endresultat haben wir:

für Sternzeit $9^h\,7'\,45''$, $x = +5,07''$ mit dem mittl. Fehler $0,83''$
$y = +5,90$ —— —— $0,78$
$s = 7,78$, $\nu = 49° 19',6$.

Jetzt läfst sich noch die Zeit der kleinsten Entfernung berechnen. Diese sei $9^h\,7'\,45'' + T$, wo T in Minuten ausgedrückt ist: so mufs $s^2 = x^2 + y^2 = (5,07 - 2,490\,T)^2 + (5,90 + 3,341\,T)^2 = 60,51 + 7,09\,T + 17,36\,T^2$ ein Kleinstes werden, wofür wir erhalten:

$0 = 7,09 + 34,72\,T$ also $T = -0',204 = -12'',2$
und $s = 7'',73$ als kleinste Entfernung.

Es weicht also die berechnete Zeit der kürzesten Entfernung $9^h\,7'\,45'' - 12'',2 = 9^h\,7'\,32''8$, von der direct beobachteten nur $12'',2$ ab, in welchen der Comet nur um $0'',82$ im Bogen fortrückt. Es folgt hieraus, dafs das Licht des Sterns durch den vorgetretenen Cometen keine merkliche Brechung erlitten hat. Die Angabe der Beobachtung, dafs der Comet im Augenblicke der Conjunction etwas nördlich vom Stern ist, wird durch das für die Zeit gefundene $x = +5'',07$ bestätigt.

Digitized by Google

24 November.

Nach einer von Herrn Professor *Nicolai* in Mannheim gefälligst eingesandten Ephemeride ward der Comet sogleich ins Feld gebracht. Er stand niedrig, bot aber nahezu denselben Anblick wie am 6 Nov. dar.

Verglichner Stern (k) 7^r Gröfse. AR. $=$ 12^h 0′ 46″ Decl. $=$ — 10° 53′.

(k) ist ein Doppelstern der Classe IV. Ein zweiter Begleiter folgt 4 bis 5 Zeitsecunden, etwas südlich.

Beobachtungen.

Es werden Unterschiede der geraden Aufsteigung und der Declination beobachtet, da Comet und Stern nicht gleichzeitig im Felde sind.

Sternzeit.	AR. Com.	Sternzeit.	Decl. Com.
h ′ ″	′ ″	h ′ ″	′ ″
9 50 24	k — 3 35,0	10 29 39	k — 2 22,4
54 46	3 33,7	35 54	2 33,7
59 22	3 33,6	41 49	2 41,9
10 4 10	3 32,5	47 9	2 50,5
8 30	3 31,6		
14 0	3 31,6		
Mittel 10 1 52	k — 3 33,00	10 38 38	k — 2 37,12

Reduction.

Reducirt man die einzelnen Beobachtungen auf die respectiven Mittel der Zeiten mit Hülfe der Ephemeride: so findet sich

AR. Com.		Decl. Com.	
für 10^h 1′ 52″ Stz.	k—3′ 33″05	für 10^h 38′ 38″ Stz.	k—2′ 37″2
	3 32,49		2 38,2
	3 33,17		2 36,6
	3 32,89		2 36,5
	3 32,73		
	3 33,66		
Mittel	k—3 33,00		k—2 37,1

Der mittlere Fehler einer einzelnen AR. ist hiernach 0″,45, der einer einzelnen Declination 0″,68. Am Schlusse der Declinationsbeobachtungen ist die Dämmerung schon zu stark, um die AR. zu wiederholen, AR. und Decl. können daher nur mit der Ephemeride auf ein Moment gebracht werden. So findet sich

für 10^h 20′ 15″ Sternzeit

AR. Com. $=$ k — 3′ 29″80 mit dem mittl. Fehler 0″18

Decl. Com. $=$ k — 2 5,30 ——— ——— 0,23.

25 November.

Verglichner Stern (l) 10^r Gröfse. AR. $=$ 12^h 1′ 36″,5 Decl. $=$ — 11° 31′.

(l) ist zu schwach um im Meridiankreise beobachtet zu werden. (l) steht aber sehr isolirt, so dafs ein im Meridiankreis sichtbarer und dem Parallele naher Stern nur bei gröfserem Unterschiede der Aufsteigung zu finden sein wird.

Beobachtungen.

Es werden abwechselnd Entfernungen und Richtungen gemessen.

I

Sternzeit.	Richtung.
h ′ ″	° ′
9 8 37	252 29
12 56	251 0
16 8	249 20

II

Sternzeit.	Distanz.
h ′ ″	′
9 26 0	368,1
28 20	355,2
30 43	356,2
32 13	348,7
34 29	343,3

III

Sternzeit.	Richtung.
h ′ ″	° ′
9 37 22	241 56
40 6	240 40
42 28	239 28

IV

Sternzeit.	Richtung.
h ′ ″	° ′
9 59 30	230 14
10 1 46	230 0
2 58	229 26

V

Sternzeit.	Distanz.
h ′ ″	″
10 6 48	319,0
8 33	312,0
9 49	316,3
11 29	308,8
13 15	313,7

VI

Sternzeit.	Richtung.
h ′ ″	° ′
10 16 41	221 5
17 54	220 3
19 2	220 20
19 59	218 46
21 29	219 6

VII

Sternzeit.	Distanz.
h ′ ″	″
10 23 55	306,0
24 54	309 5
26 12	308,7
27 27	308,6

VIII

Sternzeit.	Richtung.
h ′ ″	° ′
10 30 18	213 26
31 49	212 44
32 54	212 28

Reduction.

Vereinigt man die Winkel zu dreien in VI aber zu 2½ in ein Mittel, und die Entfernungen zu 2½ aber in VII zu 2 in ein Mittel, so erhält man folgende Relationen:

Sternzeit.	Entfern.	Richtung.	Sternzeit.	Entfern	Richtung.
h ′ ″		° ′	h ′ ″	″	° ′
9 12 34	″	250 56	10 11 51	312,3	
27 53	360,7		17 38		220 31
32 49	348,2		20 24		219 13
39 59		240 41	24 24	307,7	
10 1 25		229 53	26 50	308,7	
8 6	315,7		31 40		212 53

Aus diesen Datis habe ich auf gleiche Weise wie früher als wahrscheinlichste Werthe abgeleitet,

für Sternzeit 10^h 1′ 25″, $x = -206″,83$ mit dem mittl. Fehler 0″,89

$y = -242,88$ ——— ——— 0,90

$z = 319,01$, $\nu = 229° 35′,0$.

Der mittlere Fehler einer einzelnen der obigen 12 Bestimmungen fand sich $= 2″,19$, und beweiset, dafs ohnerachtet des niedrigen Standes de Beobachtungen doch einer bedeutenden Genauigkeit fähig waren.

(Die Fortsetzung folgt.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 267.

(Gelesen in der Akademie der Wissenschaften den 23. May 1834.)

Beobachtungen des *Bielas*chen Cometen, im Jahre 1832 angestellt auf der Dorpater Sternwarte mit dem grofsen Refractor *Fraunhofers*.

Von Herrn Staatsrath und Ritter *Struve*.

(Beschlufs.)

26 November.

Der Comet wurde mit 2 Sternen verglichen:

Stern(*m*) 11ʳ Gröfse AR. = 12ʰ 5′ 28″ Decl. = −12° 14′
Stern(*n*) 8ʳ Gröfse AR. = 12 6 40 Decl. = −12 19

1) Beobachtungen des Cometen und des Sterns *m*.

Es werden abwechselnd Entfernungen und Richtungen gemessen. Die Schwäche des Sterns, die vielleicht der Genauigkeit der Beobachtungen nachtheilig ist, veranlafst mich nachher einen andern Vergleichstern zu wählen.

I		II		III	
Sternzeit.	Richtung.	Sternzeit.	Distanz	Sternzeit.	Richtung.
h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′
9 45 3	178 40	9 54 59	227,7	10 3 14	167 2
46 52	177 9	56 38	228,2	6 9	166 15
48 28	175 44	57 53	233,8	8 6	166 8
49 36	174 46	59 34	236,5	9 27	165 3
		10 1 37	241,4		

Reduction.

Aus diesen Beobachtungen habe ich folgende 4 Relationen gebildet:

Sternzeit.	Entfernung.	Richtung.
h ′ ″		° ′
9 47 30		176 35
56 14	229,1	
10 0 3	237,9	
7 14		166 7

Aus diesen folgen die wahrscheinlichsten Werthe:

für 9ʰ 57′ 44″ Stz. $x = -230,12$ mit dem mittl. Fehler 0″,47
$y = +37,66$ ——— ——— 0,48
$s = 233,18$; $\nu = 170° 42′ 4$.

Der mittlere Fehler einer einzelnen der 4 Gleichungen ist 0″,67.

2) Beobachtungen des Cometen und des Sterns *n*.

Da Comet und Stern um den Durchmesser des Gesichtsfeldes von einander abstehen, so werden Unterschiede der geraden Aufsteigung und der Declination beobachtet.

Sternzeit.	AR.Com.	Sternzeit.	Decl.Com.	Sternzeit.	AR.Com.
h ′ ″	′ ″	h ′ ″	′ ″	h ′ ″	′ ″
10 15 41	*n*−1 7,5	10 29 3	*n*+1 26,2	10 40 24	*n*−1 3,0
19 23	1 6,8	31 14	1 22,3	41 56	1 2,5
21 13	1 6,6	33 34	1 19,9	43 31	1 2,5
23 46	1 6,2	35 46	1 17,2	45 31	1 2,2

Reduction.

Mit der Veränderung, welche *Nicolai's* Ephemeride angiebt, erhält man hieraus für ein mittleres Moment:

10ʰ 32′ 24″ Sternzeit.	AR.Com. = *n*−	1′ 4″,66	Decl.Com. = *n*+ 1′ 20″,6
		1 4,54	1 20,3
		1 4,69	1 21,9
		1 4,72	1 22,8
		1 4,36	
		1 4,08	
		1 4,39	
		1 4,43	
	Mittel	*n*−1′ 4″,49	*n*+1′ 21″,4
	mittlerer Fehler	0,08	0,58

Der mittlere Fehler einer AR. ist hier 0″,216, der einer Decl. 1″,16.

27 November.

Der Comet wurde mit einem Sterne (*r*) von der 10ⁿ Gröfse verglichen AR. = 12ʰ 4′ 56″ Decl. = −12° 52′. Ein anderer vielleicht etwas hellerer Stern folgt auf *r* um 24″,2 in Zeit und ist etwas nördlich. Beide sind für den Meridiankreis zu schwach. Aber 2′ 22″ auf *r* folgt ein Stern (*s*) 7ʳ Gröfse, der 1′ nördlich ist, AR. also = 12ʰ 7′ 18″, Decl. = −12° 51′.

Beobachtungen.

Es werden abwechselnd Entfernungen und Richtungen des Cometen vom Sterne (*r*) gemessen.

Digitized by Google

I Sternzeit.	Richtung.	II Sternzeit.	Distanz.	III Sternzeit.	Richtung.	IV Sternzeit.	Distanz.	V Sternzeit.	Richtung.
h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′
9 46 11	187 16	9 58 17	149 3	10 6 39	169 16	10 27 36	209,4	10 35 47	154 16
47 11	185 34	59 28	146,3	9 1	165 28	28 38	214 3	36 26	153 6
48 39	184 40	10 0 22	151,8	9 56	163 16	29 47	217,2	37 27	152 40
49 59	184 34	1 35	152,2	11 31	163 26	31 15	217,3	38 23	153 10
		3 11	156,1			32 11	223,1	39 3	151 46
								39 57	151 34

Reduction.

Ich habe die 24 Beobachtungen in folgende 8 Relationen vereinigt:

Sternzeit.	Entfernung.	Richtung.
h ′ ″	″	° ′
9 48 0	″	185 31
59 10	148,6	
10 1 59	153,7	
9 17		165 22
28 27	212,9	
31 20	219,6	
36 33		153 21
39 8		152 10

Aus diesen habe ich als wahrscheinlichsten Werth abgeleitet

für Sternzeit 10h 9′ 17″, $x = -164″,00$ mit dem mittl. Fehler 0″,89
$y = +39,41$ —— —— 0,92
$s = 168,87$, $\nu = 166° 29′,2$.

Der mittlere Fehler einer einzelnen der obigen 8 Relationen ist 1″80.

---

28 November.

Der Comet ist auffallend hell. Er hat an Licht zugenommen. Sein Durchmesser ist nicht erheblich vom früheren verschieden, in so weit sich dies bei dem niedrigen Stande beurtheilen läfst. Wie immer früher ist auch heute nach der hellsten Stelle des Cometennebels gezielt, welche deutlich nicht im Centro, sondern etwas aufserhalb, der Sonne zu, liegt.

	AR.	Decl.
	h ′ ″	° ′
Verglichner Stern (u) 9r Gröfse.	12 14 10	— 13 39
In der Nähe ist Stern (w) 7r Gröfse	12 14 17	— 13 43.

Beobachtungen.

Es sind abwechselnd Entfernungen und Richtungen des Cometen von (u) beobachtet.

I Sternzeit.	Richtung.	II Sternzeit.	Distanz.	III Sternzeit.	Richtung.	IV Sternzeit.	Richtung.	V Sternzeit.	Distanz.	VI Sternzeit.	Richtung.
h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′	h ′ ″	° ′	h ′ ″	″	h ′ ″	° ′
10 2 6	307 23	10 19 23	512,6	10 32 8	306 59	10 42 46	307 16	10 50 35	421,2	10 58 48	307 13
3 48	307 24	20 53	507,5	33 41	307 1	43 32	307 16	52 23	420,2	59 58	307 48
4 48	306 54	23 16	501,0	34 34	306 34	44 58	307 22	53 48	414,7	11 0 49	307 30
5 40	307 26	25 34	489,6	35 20	307 1			54 26	412,6	1 44	307 14
6 33	307 3	27 30	487,3					55 17	415,5		

Reduction.

Aus den obigen Beobachtungen habe ich folgende Relationen abgeleitet:

Sternzeit.	Entfernung.	Richtung.
h ′ ″	″	° ″
10 4 35	″	307 14
20 46	508,2	
25 53	491,0	
33 56		306 54
43 45		307 18
52 5	419,5	
54 43	414,2	
11 0 20		307 26

Da der Richtungswinkel sich in der Zeit von fast einer Stunde beinahe gar nicht geändert hat: so geht der Comet grade auf den Stern los. Leider erfolgte die nahezu centrale Bedeckung bei Tage, und konnte also nicht beobachtet werden.

Aus den 8 Bestimmungen ergeben sich folgende wahrscheinlichsten Werthe:

für 10h 38′ 50″ Stz. $x = +276″85$ mit dem mittl. Fehler 1″87
$y = +368,30$ —— —— 1,87
$s = 456,75$, $\nu = 307° 18′,5$.

Der mittlere Fehler einer einzelnen der 8 Relationen ist 3″,73; er zeigt dafs die Sicherheit der Beobachtung wegen niedrigen Standes und Dämmerung schon im Abnehmen ist.

Bei allen bisherigen Reductionen ist die Strahlenbrechung nicht berücksichtigt worden. Es bedürfen daher die an den verschiedenen Tagen erhaltenen Resultate noch einer Verbesserung, die wegen der Genauigkeit der Beobachtungen auf keinen Fall vernachlässigt werden darf. Wenn nun aber die Berechnung nachher ausgewiesen hat, dafs die Strahlenbrechung des Cometen von der des Sterns selbst an den letzten Tagen des niedrigsten Standes nie um 1″,5 verschieden gewesen ist: so ergiebt sich hieraus, dafs die Verbesserung der einzelnen Beobachtungen jeder Nacht vermieden werden kann, und es völlig ausreicht dieselbe einzig an die zuletzt abgeleitete Re-

Digitized by Google

lation die sehr nahezu in der Mitte der Beobachtungen liegt, anzubringen, und hiebei diejenige Refraction anzuwenden, welche beide Gestirne im Momente für welche die mittlere Relation gilt, gehabt haben.

Wenn Entfernung und Richtung des Cometen vom Stern, s und v, beobachtet sind, so erhält man die wegen der Refraction verbesserte gerade Aufsteigung und Declination des Cometen leicht auf folgende Weise.

Es sei T die Sternzeit, a' die gerade Aufsteigung des Sterns, d' seine Declination, α' und δ' die des Cometen, a, d, α, δ dieselben aber von der Strahlenbrechung nicht befreiten, ζ' die Zenithdistanz des Sterns und λ' die des Cometen, beide von der Strahlenbrechung befreit, $T-a' = t$ der Stundenwinkel des Sterns, $T-\alpha'$ der des Cometen $= \tau$, p' und π' die parallactischen Winkel beider Gestirne. Man berechnet

$$\cos\zeta' = \sin\varphi\sin d' + \cos\varphi\cos d'\cos t \text{ und } \sin p' = \frac{\sin t\cos\varphi}{\sin\zeta'}$$

$$\lambda' = \zeta' - s\cos(v-p') \text{ und } \sin\pi' = \frac{\sin\tau\cos\varphi}{\sin\lambda'}$$

Die den wahren Zenithdistanzen ζ' und λ' zugehörigen Strahlenbrechungen r und ρ lassen sich sogleich aus den Tafeln nehmen, wobei sie selbst nicht sehr genau genommen zu werden brauchen, wenn nur der von $\zeta'-\lambda'$ abhängige Unterschied $r-\rho$ genau angegeben wird. Man mache

$$r\sin p' = b,\quad r\cos p' = c,\quad \rho\sin\pi' = \beta,\quad \rho\cos\pi' = \gamma$$

$$d = d' + o,\quad \delta = \delta' + \gamma:$$

so sind die gesuchten von der Refraction verbesserten Relationen zwischen Stern und Comet gegeben durch:

$$\alpha'-a' = s.\sin v.\sec\delta + b.\sec d - \beta.\sec\delta = (v-\beta).\sec\delta + b.\sec d$$

$$\delta'-d' = s.\cos v + c - \gamma - \tfrac{1}{2}s^2.\sin v^2.\tan g\, d.\sin 1'' .$$

$$= s + c - \gamma - \tfrac{1}{2}y^2.\tan g\, d.\sin 1''.$$

Bei einer zweiten Classe von Beobachtungen sind die Unterschiede der geraden Aufsteigungen und Abweichungen $\alpha-a$ und $\delta-d$ gegeben, welche für die gleichen Stundenwinkel $\tau = T-\alpha'$ gelten, $\alpha' = a' + (\alpha-a)$ gesetzt. Auch $\delta' = d' + (\delta-d)$ gesetzt, erhält man nun wie früher:

$$\cos\zeta' = \sin\varphi.\sin d' + \cos\varphi.\cos d'.\cos\tau \text{ und } \sin p' = \frac{\sin\tau.\cos\varphi}{\sin\zeta'}$$

$$\cos\lambda' = \sin\varphi.\sin\delta' + \cos\varphi.\cos\delta'.\cos\tau \text{ und } \sin\pi' = \frac{\sin\tau.\cos\varphi}{\sin\lambda'}.$$

Für ζ' und λ' suche man nun wie früher r und ρ, dann b, c, β, γ: so erhält man die von der Strahlenbrechung befreiten Relationen:

$$\alpha'-a' = \alpha-a + b.\sec d - \beta.\sec\delta,$$

$$\delta'-d' = \delta-d + c-\gamma.$$

Wenn endlich, wie an den ersten Beobachtungstagen, $\alpha-a$ und die Richtung $= v$ gemessen sind, beide für die Sternzeit T gültig: so bedarf $\alpha-a$ der eben gefundenen Correction $\Delta(\alpha-a) = +b.\sec d - \beta\sec\delta$. Aber auch der Winkel v muss verbessert werden um

$$\Delta v = -r\sin p'\tan g\, d' - \frac{r-\rho}{s.\sin 1''}\sin(v-p')$$

$$-\tfrac{1}{2}\rho.\cot ang\,\lambda'\sin 2(v-p')$$

in welchem Ausdrucke p' mit dem Stundenwinkel des Sterns $T-a = t$, und λ' mit dem des Cometen $T-\alpha = \tau$ berechnet werden muss. Das aus $\alpha-a$ und v berechnete $\delta-d$ geht dann über in den von der Strahlenbrechung befreiten Werth:

$$\delta'-d' = \delta-d + \left(\frac{\Delta(\alpha-a)}{\alpha-a} - \frac{2\Delta v}{\sin 2v}\right)(\delta-d).$$

Nach diesen Formeln sind die im früheren gegebenen Resultate wegen der Refraction verbessert worden. Für die ersten Beobachtungstage, den 20, 23, 25 und 26 October ist der Einfluss derselben nicht berücksichtigt worden, weil er kleiner als 0″,1 im Bogen ist. Für die übrigen Tage ist der Betrag der Strahlenbrechung in Bogentheilen ausgedrückt folgender

	in AR.	in Decl.	
Nov. 2.	− 0″04	+ 0,22	
— 6.	0,00	0,00	
— 24.	+ 0,09	− 0,30	
— 26.	− 0,00	− 0,44	
— 26.	+ 0,29	− 0,91	Vergl. mit Stern (m)
— 26.	− 0,06	+ 0,23	Vergl. mit Stern (n)
— 27.	+ 0,33	− 0,79	
— 28.	− 0,48	+ 1,25	

welche Grösen an die ohne Rücksicht auf die Strahlenbrechung erhaltenen Unterschiede in AR. und Decl. mit ihren Zeichen anzubringen sind, um die verbesserten zu geben.

Ich stelle jetzt die für jeden Tag in Ein Mittel vereinigten wegen Strahlenbrechung verbesserten Resultate zusammen. An den ersten Tagen sind immer 3 Mal die Unterschiede der AR., und zwei Mal die der Declination aus den Winkeln bestimmt. Das Mittel der 3 Zeiten der AR. fällt so nahe mit dem der beiden Zeiten der Decl. zusammen, dass auch an diesen Tagen, selbst ohne genaue Ephemeride, alles auf Ein Moment gebracht werden kann, ohne der Genauigkeit Eintrag zu thun.

Datum.	Sternzeit.	AR. des Com.	Decl. des Com.
1832 Oct. 20.	4ʰ 46′ 19″	a + 26″107	a − 1′ 20″29
— 23.	6 50 56	b − 34,943	b − 3 58,60
— 25.	7 21 10	c + 33,547	c + 1 0,12
— 26.	7 5 56	d − 47,237	d − 2 0,54
Nov. 2.	8 14 38	e + 0,213	e + 4 54,48
— 6.	9 7 45	g + 0,394	g + 0 5,07
— 24.	10 20 15	k − 3′ 29,794	k − 2 5,60
— 25.	10 1 25	l − 16,625	l − 3 27,30
— 26.	9 57 44	m + 2,589	m − 3 51,03
— 26.	10 32 24	n − 1′ 4,494	n + 1 21,63
— 27.	10 9 17	r + 2,717	r − 2 44,79
— 28.	10 38 60	u − 24,942	u + 4 38,18

Digitized by Google

B. *Ortsbestimmungen der verglichenen Sterne.*

Mehrere der Sterne, mit welchen der Comet verglichen worden ist, sind hell genug gewesen, um im Fernrohre des Meridiankreises beobachtet zu werden, namentlich die Sterne (*a*), (*c*), (*d*), (*k*), (*n*). Andere, nemlich (*b*), (*e*), (*g*), (*l*), (*m*), (*r*) und (*u*) waren zu schwach für die optische Kraft dieses Fernrohrs. Sie wurden daher vermittelst des Mikrometers mit andern helleren Sternen in ihrer Nachbarschaft verglichen, und der Ort der letzteren am Meridiankreise ermittelt. (*b*) wurde mit (*b'*) verbunden; (*e*) mit (*f*); (*g*) mit (*g'*) und (*h*); (*l*) mit (*l'*); (*m*) mit (*n*); (*r*) mit (*s*); endlich (*u*) mit (*w*). Die Ortsbestimmung dieser helleren Sterne wurde von Herrn Observator *Preuſs* mit der ihm eigenen Schärfe ausgeführt, indem er jeden derselben wiederholt in beiden Lagen des Instruments zu beobachten suchte. Auch die Sterne (*a'*) und (*d'*), die als in der Nähe von (*a*) und (*d*) gelegene hellere am 20sten und 26sten October erwähnt sind, wurden bestimmt.

Zusammenstellung der von Preuſs beobachteten scheinbaren Oerter der Sterne.

Stern (*a'*) 7.8r Gröſse.

Datum.	Kreis.	AR. appar.	Decl. appar.
		h ′ ″	° ′ ″
1833 März 10	Ost	8 46 20,51	+22 19 31,4
—— 12	——	20,36	31,8
—— 13	——	20,46	33,4
—— 24	——	20,42	
April 5	West	20,28	29,9
—— 8	——	20,10	30,6

Stern (*a*), 8.9r Gröſse.

1833 März 25	Ost	8 46 26,93	+22 13 1,5
—— 27	West	26,62	12 58,9

Stern (*b'*), 8r Gröſse.

1833 März 10	Ost	9 5 8,39	+19 19 44,3
—— 12	——	8,52	48,0
—— 13	——	8,43	45,6
—— 23	——	8,40	46,4
—— 24	——	8,38	46,2
—— 27	West	8,30	43,9
April 5	——	8,21	44,9
—— 8	——	8,20	44,4

Stern (*c*), 7r Gröſse.

1833 März 23	Ost	9 20 28,58	+17 4 15,5
—— 24	——	28,29	15,8
—— 25	——	28,31	15,2
—— 27	West	28,32	14,3
April 5	——	28,34	
—— 8	——	28,46	13,2

Stern (*d'*), 7.8r Gröſse.

1833 März 12	Ost	9 28 8,29	+15 59 52,1
—— 13	——	8,27	49,1
—— 24	——	8,48	48,2
April 5	West	8,40	47,1

Stern (*d*), 8.9r Gröſse.

Datum.	Kreis.	AR. appar.	Decl. appar.
		h ′ ″	° ′ ″
1833 März 10	Ost	9 28 11,21	+16 5 29,1
—— 23	——	10,99	26,1
—— 25	——	11,04	27,8
—— 27	West	10,98	25,4
April 3	——	11,00	24,9

Stern (*f*), 8.9r Gröſse.

1833 März 10	Ost	10 11 33,09	+ 8 31 30,2
—— 23	——	33,13	29,2
April 3	West	33,07	27,9
—— 5	——	32,94	27,5
—— 8	——	32,83	26,8

Stern (*g'*), 9r Gröſse.

1833 März 10	Ost	10 32 20,24	+ 4 25 58,0
—— 23	——	20,06	55,3
—— 25	——	20,01	52,4
April 4	West	20,02	55,5
—— 5	——	20,04	54,3

Stern (*h*), 6r Gröſse.

1833 April 3	West	10 34 0,71	+ 4 27 11,4
—— 8	——	0,54	10,0
—— 11	——	0,52	8,6

Stern (*k*), 7r Gröſse.

1833 März 23	Ost	12 0 51,81	—10 55 13,0
April 3	West	51,98	12,2
—— 5	——	51,73	15,0
—— 11	——	51,76	15,3
Mai 4	Ost	51,48	15,2
—— 7	——	51,57	15,8

Stern (*l'*), 8.9r Gröſse.

1833 April 10	West	12 6 9,55	—11 42 18,1
—— 11	——	9,37	17,3
1834 Mai 5	——	12,95	39,7

Stern (*n*), 8r Gröſse.

1833 März 23	Ost	12 6 43,80	—12 20 1,6
April 5	West	43,85	7,8
Mai 3	——	43,74	9,8
—— 4	Ost	43,37	9,9
—— 7	——	43,62	6,2

Stern (*s*), 7r Gröſse.

1833 März 25	Ost	12 7 15,16	—12 53 18,6
April 30	West	15,23	23,0
Mai 2	——	15,32	23,6
—— 8	Ost	15,27	21,0

Stern (*w*), 7r Gröſse.

1833 März 25	Ost	12 14 18,58	—13 44 8,5
April 5	West	18,71	12,3
—— 10	——	18,72	14,4
—— 11	——	18,71	12,0
—— 30	——	18,49	13,5
Mai 4	Ost	18,31	12,6
—— 7	——	18,52	12,1

Digitized by Google

Vergleichung der schwächeren Sterne mit den helleren, die am Meridiankreise bestimmt sind.

Diese Vergleichungen wurden auf ähnliche Weise, wie die des Cometen mit den benachbarten Sternen, durch das Filarmicrometer des grofsen Refractors ausgeführt, vorzugsweise durch Unterschiede der geraden Aufsteigung und Declination.

1) Vergleichung von (b) und (b').

		AR.	Decl.
1833. April 6.		$b = b' + 3'\,13''2$	$b = b' - 6'\,11''5$
Vergr. 94.	Leuchtende	13,9	10,1
	Fäden	13,6	
		13,6	
		13,4	
	Mittel	$b = b' + 3'\,13''54$	$b = b' - 6'\,10''8$
	beim Stundenwinkel	$1^{St.}59'$ West.	$2^{St.}29'$ West.
1833 April 7.		$b = b' + 3'\,13''5$	$b = b' - 6'\,8''6$
Vergr. 94.	Leuchtende	13,65	8,5
	Fäden	13,65	
	Mittel	$b = b' + 3'\,13''60$	$b = b' - 6'\,8''55$
	beim Stundenwinkel	$1^{St.}4'$ West.	$0^{St.}39'$ West.

Die Verbesserung der beobachteten Unterschiede wegen der Refraction ist eine sehr geringe, indem sie in AR. nur $-0''04$ und $-0''02$ im Bogen beträgt, in Decl. aber $-0''19$ und $-0''20$. Hiermit erhalten wir als von der Strahlenbrechung befreite Relationen.

1833 April 6 AR. $b = b' + 3'\,13''54$, Decl. $b = b' - 6'\,10''99$
— 7 $+3\,13,60$ $-6\,8,75$.

2. Vergleichung von (e) und (f).

		AR.	Decl.
1833. April 7.		$e = f - 1'\,31''6$	$e = f + 52''6$
Vergr. 214.	Leuchtende	31,2	52,3
	Fäden.	31,1	
		31,45	
		31,25	
		31,65	
	Mittel	$e = f - 1'\,31''38$	$e = f + 52''45$
	beim Stundenwinkel	$0^{St.}19'$ West.	$0^{St.}33'$ West.

Die Refraction macht in AR. nichts aus, für die Decl.-Differenz gibt sie die Correction $+0''03$; folglich wegen Refraction verbessert:

1833 April 7. AR. $e = f - 1'\,31''38$, Decl. $e = f + 0'\,52''48$.

3. Vergleichung von (g) mit (g') und (h).

		AR.	Decl.
1833 April 7.		$g = h - 1'\,38''25$	$g = h + 1'\,5''3$
Vergr. 214.	Helles	38,0	1 5,1
	Gesichtsfeld.	38,35	1 6,4
	Mittel	$g = h - 1'\,38''20$	$g = h + 1'\,5''6$
	beim Stundenwinkel	$0^{St.}44'$ West.	$0^{St.}27'$ West.

		AR.	Decl.
1834. Mai 6.		$g = h - 1'\,38''05$	$g = h + 1'\,8''1$
Vergr. 214.	Helles	38,05	8,1
	Feld.	38,10	
	Mittel	$g = h - 1'\,38''07$	$g = h + 1'\,8''1$
	beim Stundenwinkel	$2^{St.}12',7$ West.	$2^{St.}23',7$ West.

$g' = h - 1'\,40''45$
$40,75$
$40,75$
Mittel $g' = h - 1'\,40''65$
beim Stundenwinkel $2^{St.}12',7$.

Entfernung des Sterns (g) von $(g') = 149''7$, Richtung des (g) von $(g') = 15°\,24'$; beides beim Stundenwinkel $2^{St.}39'$ West.

Bringt man hier die kleinen Correctionen an: so ergeben sich als von der Refraction verbesserte Relationen:

1833 April 7 AR. $g = h - 1'\,38''20$ Decl. $g = h + 1'\,5''65$
1834 Mai 6 $= h - 1\,38,07$ $= h + 1\,8,17$
1834 Mai 6 AR. $g' = h - 1\,40,65$
1834 Mai 6 AR. $g = g' + 0\,2,66$ Decl. $g = g' + 2\,24,53$

4. Vergleichungen von (l) und (l').

		AR.	Decl.
1833 April 7.		$l = l' - 4'\,25''0$	$l = l' + 7'\,56''3$
Vergr. 94.		25,1	54 7
Helles Feld.		24,9	54,7
	Mittel	$l = l' - 4'\,25''00$	$l = l' + 7'\,55''23$
	beim Stundenwinkel	$0^{St.}37'$ West.	$1^{St.}18'$ West.
1834 Mai 8.		$l = l' - 4'\,24''85$	$l = l' + 7'\,57''5$
Vergr. 140.	Helles Feld	24,85	56,8
	Mittel	$l = l' - 4'\,24''85$	$l = l' + 7'\,57''15$
	beim Stundenwinkel	$0^{St.}48'$ West.	$1^{St.}4'$ West.

Die wegen der Strahlenbrechung verbesserten Relationen sind hiernach folgende:

1833 April 7. AR. $l = l' - 4'\,24''99$ Decl. $l = l' + 7'\,56''52$
1834 Mai 8. $-4\,24,84$ $+7\,58,38$.

5. Vergleichungen von m und n.

		AR.	Decl.
1832. Nov. 26.		$m = n - 1'\,12''4$	
Vergr. 94.		12,5	
Leuchtende Fäden.		12,8	
		12,6	
		12,6	
	Mittel	$m = n - 1'\,12''58$	
	beim Stundenwinkel	$1^{St.}46'$ Ost.	
1834. Mai 6.		$m = n - 1'\,12''5$	$m = n + 6'\,22''0$
Vergr. 94.		12,5	22,4
Leuchtende Fäden		12,4	
		12,6	
	Mittel	$m = n - 1'\,12''50$	$m = n + 6'\,22''2$
	beim Stundenwinkel	$1^{St.}29'$ West.	$1^{St.}37'$ West.

Digitized by Google

	AR.	Decl.
1834. Mai 8.	$m = n - 1'\,12''2$	$m = n + 6'\,21''8$
Vergr. 140.	12,5	25,1
Leuchtende Fäden.	12,3	23,7
	12,4	
Mittel	$m = n - 1'\,12''35$	$m = n + 6'\,23''53$
beim Stundenwinkel	$1^{St}.29'$ West.	$1^{St}.37'$ West.

Die für die Strahlenbrechung verbesserten Relationen werden:

1832 Nov. 26.	AR. $m = n - 1'\,12''60$	
1834 Mai 6.	$= n - 1\;12,48$	$m = n + 6'\,23''40$
1834 Mai 8.	$= n - 1\;12,34$	$= n + 6\;24,73$

6. Vergleichungen von (r) und (s).

	AR.	Decl.
1832 Nov. 27.	$r = s - 2'\,21''6$	$r = s - 0'\,51''3$
Vergr. 214.	21,85	52,7
Helles Feld.	21,75	
Mittel	$r = s - 2'\,21''73$	$r = s - 0'\,52''0$
beim Stundenwinkel	$1^{St}.13'$ Ost.	$1^{St}.0'$ Ost.

Für die Strahlenbrechung verbessert wird:

AR. $r = s - 2'\,21''73$ Decl. $r = s - 0'\,52''16$.

7. Vergleichungen von (u) und (w)

1834 Mai 6.	Entfern. $254''7$	Richtung des (u) von (w) $333°\,6'$
Vergr. 214.	255,1	332 56
Helles Feld.		332 59
Mittel	$254''9$	333 0

beim Stundenwinkel $0^{St}.8'$ westlich.

Hieraus ergibt sich für die Strahlenbrechung verbessert:

AR. $u = w - 7''94$ Decl. $u = w + 3'\,47''79$.

8. Vergleichung von (a) und (a').

1834 Mai 12. Dist. $403''0$ Richtung des (a) von (a') $166°41$

	401,7
Mittel	$402''35$

166 48
166 44,5

beim Stundenwinkel $3^{St}.38',0$ für a' westlich.

Hieraus folgt verbessert wegen der Strahlenbrechung

AR. $a = a' + 6''643$ Decl. $a = a' - 6'\,31''84$.

Die letzte Vergleichung von (a) und (a') ist gemacht, weil am Meridiankreise (a) nur zwei Mal bestimmt ist, vielleicht nicht mit aller Sicherheit seiner Schwäche wegen, während der hellere (a') sechs Mal mit voller Schärfe beobachtet ist.

Es bleibt jetzt noch übrig aus den gegebenen scheinbaren Oertern, wie sie am Meridiankreise gefunden, nebst den Micrometervergleichungen, die scheinbaren Oerter der mit dem Cometen verglichenen Sterne für die Tage der Beobachtungen des Cometen abzuleiten. Durch dringende Geschäfte in Bezug auf die Anlage der Sternwarte in St. Petersburg in Anspruch genommen, mangelt mir jetzt die Zeit diese Rechnungen auszuführen. Ich überlasse sie denjenigen Astronomen, welche die hier mitgetheilten Beobachtungen ihrer Aufmerksamkeit zu würdigen, und sie zur Untersuchung der Bahn des *Bielas*chen Cometen zu benutzen sich veranlafst finden werden.

Dorpat den 13 Mai 1834.

W. Struve.

Beobachtungen der geraden Aufsteigungen des Mondes, und der benachbarten Sterne im Jahre 1833 auf der Dorpater Sternwarte, von *G. Sabler.*

Seit dem Anfange des Jahres 1833 besorgt Herr *G. Sabler*, Gehülfe der Dorpater Sternwarte die Beobachtungen des Mondes, indem er dazu das achtfüfsige Mittagsrohr von *Dollond*, mit 52 Linien Oeffnung anwendet. Die nachstehenden geraden Aufsteigungen sind die im Jahre 1833 erhaltenen, geringe nur an Anzahl wegen der Unterbrechung welche seine Theilnahme an der Chronometerexpedition im baltischen Meere herbei führte. Im Anfange des Mais verliefs er Dorpat und kehrte erst im October von seiner Station, der Insel Hochland im Finnischen Meerbusen zurück.

W. Struve.

Datum.	Name u. Gröfse.	Fäden.	Gerade Aufst. h ′ ″	Zeit. ″
Jan. 8	Mond II Rd.	4	10 1 12,82	— 0,39
— 13	Mond II Rd.	5	14 33 36,39	— 0,47
	α^2 Librae (3)	5	41 37,95	
	β Librae (2.3)	5	15 8 0,47	
Febr. 24	Mond I Rd.	7	1 57 51,64	— 0,87
	α Ceti (2.3)	7	2 53 32,79	
— 25	α Arietis (2)	7	1 57 45,21	
	Mond I Rd.	7	2 47 38,93	
	α Ceti (2.3)	7	53 32,46	
März 1	γ Geminor. (2.3)	7	6 28 3,87	
	Mond I Rd.	7	38 51,77	— 0,89
	δ Gemin. (3.4)	7	7 10 8,92	
	ϵ Gemin. (4)	7	15 21,08	
	Procyon (1)	7	30 33,70	
	Pollux (1.2)	7	35 5,60	
— 2	Procyon (1)	7	7 30 33,73	
	Pollux (1.2)	7	35 5,59	
	Mond I Rd.	7	43 59,14	— 0,87

Digitized by Google

Datum.	Name und Größe.	Fäden.	Gerade Aufst. h ′ ″	Zeit.
März 6	ξ′ Virginis (5)	7	11 36 41,17	
	β Virginis (3.4)	4	42 0,60	
	Mond II Rd.	7	56 48,48	— 0,88
	η Virginis (3.4)	7	12 11 22,73	
	γ Virg. med. (2.3)	7	33 12,95	
	δ Virginis (3)	7	47 12,53	
	ε Virginis (3)	6	53 52,61	
— 9	μ Virginis (4)	7	14 34 16,42	
	Mond II Rd.	7	43 5,95	— 0,81
	β Librae (2.3)	7	15 8 1,88	
— 25	Mond I Rd.	7	3 23 45,76	— 1,07
	α Tauri (1)	7	4 26 19,80	
— 26	Mond I Rd.	7	4 18 23,24	— 1,02
	α Tauri (1)	7	4 26 19,80	
— 27	β Tauri (2)	6	5 15 43,71	
	Mond I Rd.	2	16 8,92	— 0,98
	ζ Tauri (3)	6	27 39,28	
April 1	α Leonis (1.2)	6	9 59 28,77	
	ζ Leonis (3.4)	6	10 7 23,93	
	γ Leonis med. (2)	7	10 45,84	
	42 Leonis (6)	1	12 51,73	
	ρ Leonis (4)	4	24 1,35	
	Mond I Rd.	7	26 15,98	— 1,06
	χ Leonis (4.5)	7	56 24,67	
	θ Leonis (3)	7	11 5 28,89	
	78 i Leonis (4)	7	15 13,65	
	β Leonis (2)	6	40 33,06	
— 2	α Leonis (1.2)	7	9 59 28,84	*)
	Mond I Rd.	7	11 25 9,86	— 1,12
	β Leonis (2)	6	40 32,97	
	β Virginis (3.4)	5	42 0,74	
— 3	β Leonis (2)	6	11 40 33,03	
	β Virginis (3.4)	6	42 0,67	
	7 b Virginis (5.6)	7	51 24,57	
	ε Virginis (4.5)	7	56 32,92	
	η Virginis (3.4)	7	12 11 22,83	
	Mond I Rd.	7	22 15,00	— 0,98
	γ Virg. med. (2.3)	7	33 13,19	
	δ Virginis (3)	7	47 12,62	
	α Virginis (1.2)	7	13 16 25,37	
— 4	γ Virg. med. (2.3)	7	12 33 13,18	
	δ Virginis (3)	7	47 12,62	
	θ Virginis (4.5)	7	13 1 19,74	
	α Virginis (1.2)	7	16 25,40	
	Mond II Rd.	7	20 18,58	— 1,02
	ζ Virginis (3)	7	26 12,41	
— 5	α Virginis (1.2)	7	13 16 25,32	
	τ Virginis (4.5)	7	53 10,12	
	κ Virginis (4)	7	14 4 0,88	
	Mond II Rd.	7	15 28,48	— 1,28
	μ Virginis (4)	7	34 17,00	
	α² Librae (3)	7	41 40,16	

*) Die schwächeren Sterne konnten wegen Gewölks nicht gesehen werden.

Datum.	Name und Größe.	Fäden.	Gerade Aufst. h ′ ″	Zeit.
April 6	α² Librae (3)	7	14 41 40,27	
	δ Librae (5)	7	52 4,47	
	β Librae (2.3)	7	15 8 2,72	
	Mond II Rd.	7	10 32,77	— 1,25
	37 Librae (4.5)	7	25 4,44	
	η Librae (5)	4	34 42,25	
— 7	η Librae (5.6)	4	15 34 42,29	
	μ Serpentis (4)	7	40 55,56	
	θ Librae (4.5)	7	44 20,47	
	π Scorpii (4)	7	48 46,64	
	β Scorpii pr. (2.3)	6	55 44,90	
	ν Scorpii sq. (4)	4	16 2 18,79	
	Mond II Rd.	7	5 49,52	— 1,16
	α Scorpii (1)	6	19 11,50	
— 9	ρ Ophiuchi (4.5)	7	17 11 0,58	
	σ Serpentis (4)	7	32 2,37	
	Mond II Rd.	7	56 43,22	— 1,44
— 29	α Leonis (1.2)	7	9 59 28,54	
	χ Leonis (4.5)	7	10 56 24,51	
	Mond I Rd.	7	11 2 44,23	— 0,98
	ι Leonis (4)	7	15 13,49	
	τ Leonis (4.5)	7	19 21,55	
	υ Leonis (4.5)	7	28 24,65	
	ν Virginis (4)	7	37 17,15	
	β Leonis (2)	1	40 32,77	
	β Virginis (3.4)	3	42 0,58	
	ο Virginis (4.5)	7	56 42,75	
Oct. 28	ξ¹ Ceti (5)	7	2 4 12,21	
	ξ² Ceti (5.6)	4	19 19,94	
	Mond I Rd.	7	29 7,64	+ 0,37 *)
	II Rd.	7	31 14,50	+ 0,37
	μ Ceti (4)	7	35 58,30	
	σ Arietis (6)	7	42 19,91	
Nov. 27	α Tauri (1)	7	4 26 24,01	
	Mond II Rd.	7	50 8,27	+ 0,68
— 30	Procyon (1)	7	7 30 36,01	
	Pollux (1.2)	7	35 8,36	
	Mond II Rd.	7	53 58,44	— 0,12
Dec. 16	γ Capricorni (4)	7	21 30 51,02	
	δ Capr. (3.4)	7	37 50,12	
	μ Capric. (5.6)	7	44 12,38	
	Mond I Rd.	7	57 32,79	— 0,70
	θ Aquarii (4.5)	7	22 8 2,52	
	50 Aquarii (6.7)	6	15 31,47	
	56 f Aquarii (7)	6	21 21,40	
— 24	δ Tauri (4)	7	4 13 22,20	
	Mond I Rd.	7	22 43,63	— 0,81
	α Tauri	7	26 24,24	

*) Der erste Rand war nur sehr wenig ungleich.

Digitized by Google

Den 24sten December beobachtete ich auch folgende Sternbedeckung mit einem 2½füfsigen *Fraunhofer*schen Fernrohre von 26 Lin. Oeffnung, nämlich:

Eintritt δ^1 Tauri (5)
in den dunkeln Mondrand, um $0^h\ 3'\ 47'',04$ Sternzeit.

Zeitbestimmung und Beobachtung halte ich bis auf 0",3 sicher. Den Austritt mit Sicherheit zu beobachten, war das Fernrohr zu schwach; ich sah den Stern erst in einiger Entfernung vom hellen Rande.

G. Sabler.

Schreiben des Herrn Dr. und Ritters *Olbers* an den Herausgeber.

Bremen 1834. Juli 21.

Die Stelle von *Gallet*, die *Vieth* aufgefunden hat, ist allerdings merkwürdig, und ich möchte wünschen, dafs man auch in der östlichen Quadratur den Saturn sorgfältig beobachtete, um zu sehen, ob man dann eine scheinbare Excentricität des Planeten in seinem Ringe in entgegengesetzter Richtung, als in der sie 1828 im Winter zu seyn schien, wahrnehme. Aber wenn sich auch so *Gallets* Behauptung, dafs immer in den Quadraturen eine Excentricität des Saturns in seinen Ringen merkbar sey, bestätigen sollte, wie ich zu glauben geneigt bin, so wird sich doch das, was man 1827, 28 sahe, nicht wohl dadurch erklären lassen. Denn *Schwabe* entdeckte, so viel ich weifs, diese Excentricität schon im December 1827 nahe vor der Opposition (8ten Jan. 1828). *Struve* stellte seine Messungen freylich um die Zeit der Quadratur (3ten April 1828) an; aber er trägt Rechnung über die Phase des Saturns, die doch allein eine scheinbare Excentricität bewirken kann: und er findet die Excentricität 5 bis 6mal gröfser, als die Breite der Phase. Wenn auch die Breite dieser dunkeln Phase wegen der Atmosphäre des Planeten beträchtlich gröfser seyn sollte, als sie die Parallaxis orbis annui giebt, so kann sie doch bey weitem nicht so grofs seyn, um die von *Struve* gefundene Excentricität zu bewirken.

W. Olbers.

Mittlere Oerter einiger Zenithalsterne für Jan. 0. 1833; bestimmt im Herbst 1832 am Altonaer Meridiankreise von Herrn *A. C. Petersen.*

Name.	AR.	Beobb.	Decl.	Beobb.
	h ′ ″		° ′ ″	
γ Draconis	—	—	+51 30 41,60	15
β ———	17h26′ 39″781	17	+52 25 40,09	19
P. XVII. 278	17 45 5,195	13	+50 49 24,16	13
Anonyma	18 20 12,005	11	+53 12 43,32	11
P. XVIII. 170	18 36 2,547	18	+52 2 29,39	18
51 Draconis	19 1 9,966	17	+53 8 34,08	17
ϰ Cygni	19 13 14,498	18	+53 3 47,27	18
7 ——	19 23 20,567	13	+51 58 58,51	12
ι ——	19 25 29,666	12	+51 22 36,11	13
θ ——	19 31 57,756	17	+49 50 15,09	17
c Cygni pr.	19 37 22,560	8	+50 8 26,08	8
c —— seq.	19 37 25,266	8	+50 7 58,55	8
20 ——	19 46 26,255	20	+52 34 1,72	20
ψ ——	19 51 18,634	19	+51 59 54,31	19
1ω ——	20 21 56,101	10	+48 49 56,71	10
P. XX. 236	20 29 58,668	7	+51 16 49,22	7
P XXI. 32	21 5 5,937	5	+52 53 1,57	4
1π Cygni	21 36 10 293	7	+50 25 46,91	8

Den Declinationen liegt die Polhöhe der Sternw. = 53° 32′ 45″21 zum Grunde.

Inhalt.

(zu Nr. 265.)

Schreiben des Herrn Professors *Airy* an den Herausgeber. p. 1. — Bemerkungen zu *Hardings* Himmelskarten von Herrn Professor *Knorre*. p. 3. — Eine Methode, den Ort des Nordlichts durch die Magnetnadel zu finden. Von Herrn *Ludwig Moser*, Professor in Königsberg. p. 11.

(zu Nr. 266 u. 267.)

Beobachtungen des *Biela*schen Cometen, im Jahre 1832 angestellt auf der Dorpater Sternwarte mit dem grofsen Refractor *Fraunhofers*. Von Herrn Staatsrath und Ritter *Struve*. p. 17. — Beobachtungen der geraden Aufsteigungen des Mondes und der benachbarten Sterne im Jahre 1833 auf der Dorpater Sternwarte, von *G. Sabler*. p. 43. — Schreiben des Herrn Dr. u. Ritters *Olbers* an den Herausgeber. p. 47. — Mittlere Oerter einiger Zenithalsterne für Jan. 0. 1833; bestimmt im Herbst 1832 am Altonaer Meridiankreise von Herrn *A. C. Petersen*. p. 47.

Altona 1834. October 31. (Hiebei ein Intelligenzblatt.)

Digitized by Google

INTELLIGENZBLATT

ZU

№ 267. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Verzeichnifs der mathematischen Instrumente, welche in dem mathematisch-mechanischen Institute *T. Ertel* in München um beigesetzte Preise verfertigt werden.

(Beschlufs) (siehe Nr. 263. p. 419.)

5. Meridiankreis, tragbarer. Der silberne Limbus des Kreises von 16 Zoll Durchmesser ist vermittelst 4 Nonien von 4 zu 4 Secunden getheilt. Der Azimuthalkreis von 12 Zoll Durchmesser, welcher durch 2 Nonien von Minute zu Minute auf Silber getheilt ist, bildet zugleich den Fufs des Instrumentes. Der Meridiankreis ist zur Untersuchung und Berichtigung des Collimationsfehlers zum Umlegen eingerichtet, in allen seinen Theilen vollständig balancirt, und hat zwei Libellen, die eine zum Anfstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Kreises. Die grobe und feine Bewegung der Horizontalechse in ihren Legern geschieht durch einen in der Mitte derselben angebrachten Hebel, welcher gegen die Büchse des Verticalzepfens drückt. Das Fernrohr het ein achrometisches Objectiv von 24 Zoll Brennweite nnd 24 Linien Oeffnung, ein prismatisches Ocnler mit 2 Ocularköpfen zum Verschieben und ein Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Achse des Fernrohrs. 1400 fl.

6. Passageninstrument. Das Fernrohr het ein achromatisches Objectiv von 96 Zoll Brennweite nnd 66 Linien Oeffnung, 4 estronomische Oculare zum Verschieben und ein Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Hauptachse. Diese ist gegen die älteren zweckmäfsiger eingerichtet, gehörig halancirt und mit einer grolsen Libelle versehen. Für die möglichste Verminderung der Zapfenreihung, wie bei den Meridienkreisen, ist Sorge getragen. 3500 fl.

7. Pessageninstrnment. Das Fernrohr het ein achrometisches Objectiv von 72 Zoll Brennweite und 52 Linien Oeffnung, 4 estronomische Oculare zum Verschieben und ein Sonnenglas. Das Instrument hat eine Libelle zum Aufstecken auf die Horizontalachse, durch welche letztera die Fädenbeleuchtung geschieht. Die übrige Einrichtnng des Instrumants ist der des vorhergehenden gleich. 2200 fl.

8. Pessageninstrument. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung, 3 astronomische Oculare zum Verschieben und ein Sonnenglas. Hierzu eine Libella zum Aufstecken anf die Horizontalachse. Uebrigens wie die vorhergehenden. 900 fl.

9. Passageninstrnment, treghares, mit einem gebrochenen Fernrohre. Dieses hat ein achromatisches Objectiv von 18 Zoll Breunweite und 19 Linien Oeffnung, 2 astronomische Oculare und ein Sonnenglas. Dio Fädenbeleuchtung geschieht durch die Achse des Fernrohrs. Das Instrument hat einen Verticalkreis von 5 Zoll Durchmesser vermittelst eines Nonius von Minute zu Minute getheilt. Ein Azimuthalkreis von 12 Zoll Durchmesser mit einem silbernen Limbus durch 4 Nonien von Minute zu Minute getheilt bildet zugleich den Fufs. Hierbei eine Libelle zum Aufstecken auf die Horizontalechse. 444 fl.

10. Passageninstrument, tragbares, mit einem gebrochenen Ferurohre. Dieses hat ein achromatisches Objectiv von 13 Zoll Brennweite und 15 Linien Oeffnung, ein estronomisches Ocular und ein Sonnengles. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Achse des Fernrohrs. Das Instrument het einen Verticalkreis von 4 Zoll Durchmesser, dessen silberner Limbus vermittelst eines Nonius von Minute zu Minnte getheilt ist. Der Azimuthalkreis von 10 Zoll Durchmesser durch 4 Nonien von Minute zu Minnte auf Silber getheilt, bildet zugleich den Fufs. Hierbei eine Libelle zum Aufstecken euf die Horizontalachse. 318 fl.

11. Repetitionskreis von 3, mit einem Azimuthalkreise von 2 Fufs Durchmesser nnd einer stehenden Säule. Beide Kreise hahen einen silbernen Limbus, der erste ist durch 4 Nonien von 2 zu 2 Secunden, der letzte durch 2 Nonien von 4 zu 4 Secnnden getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 48 Zoll Brennweite und 37 Linien Oeffnung. Das prismatische Ocular het 4 Einsätze mit einem Sonnenglese. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Achse des Fernrohrs. An der Verticalachse ist eine grofse Libelle, und zur Versicherung des festen Standes des Kreises beim Drehen der Alhidade ist ein Fühlhebel angebrecbt, welcher die Stelle einer beweglichen Libelle vertritt. Eine zweite Libelle ist zum Anhängen an die Horizontalachse. 4100 fl.

12. Repetitionskreis, tragbarer, von 18, mit einem Azimuthelkreise von 8 Zoll Durchmesser; beide Kreise mit silbernem Limbus, der erste durch 4 Nonien von 4 zu 4 Secunden, der letzte durch einen Nonius von 10 zu 10 Secunden getheilt. Das Fernrohr hat ein achrometisches Objectiv von 24 Zoll Brennweite und 22 Linien Oeffnung, ein prismetisches Ocular und ein Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Achse des Fernrohres. An

Digitized by Google

der Verticalachse ist eine grofse Libelle befindlich, und eine bewegliche am Kreise zur Versicherung des festen Standes desselben beim Drehen der Alhidade. Eine dritte Libelle dient zum Anhängen am Horizontalzapfen. 1600 fl.

13. Repetitionskreis, tragbarer, mit einem Höhenkreise von 14 und einem Azimuthalkreise von 6 Zoll Durchmesser; beide Kreise auf silbernem Limbus, der erste durch 4 Nonien von 4 zu 4, der letzte durch einen Nonius von 10 zu 10 Secunden getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 21 Zoll Brennweite und 22 Linien Oeffnung, ein prismatisches Ocular zum Verschieben und ein Sonnenglas. Das Instrument hat zwei Libellen, die eine am Horizontalzapfen, die andere am Höhenkreise zur Versicherung seines festen Standes beim Drehen der Alhidade. 1200 fl.

14. Repetitionskreis, tragbarer, mit einem Höhenkreise von 10 und einem Azimuthalkreise von 6 Zoll Durchmesser; beide auf silbernem Limbus, der erste mittelst 4 Nonien von 4 zu 4 Secunden, der letzte durch einen Nonius von 10 zu 10 Secunden getheilt. Das achromatische Fernrohr hat ein Objectiv von 18 Zoll Brennweite und 19 Linien Oeffnung, ein prismatisches Ocular und ein Sonnenglas. Das Instrument hat 2 Libellen, die eine für den Horizontalzapfen, die andere am Höhenkreise zur Versicherung seines festen Standes beim Drehen der Alhidade. 855 fl.

15. Repetitionskreis, tragbarer, mit einem Höhenkreise von 8 Zoll Durchmesser, auf silbernem Limbus durch 4 Nonien von 10 zu 10 Secunden getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 13 Zoll Brennweite und 13 Linien Oeffnung, ein prismatisches und ein astronomisches Ocular und ein Sonnenglas. Das Instrument hat 2 Libellen, die eine für den Horizontalzapfen, die andere am Höhenkreise zur Versicherung des festen Standes desselben beim Drehen der Alhidade. 465 fl.

16. Aequatoreelinstrument mit einem Stunden- und einem Declinationskreise, beide auf silbernem Limbus von 27 Zoll Durchmesser durch 2 Nonien von 4 zu 4 Secunden getheilt, der erste giebt 4 Secunden in Zeit, der andere 4 Secunden in Raum. Das achromatische Fernrohr hat ein Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 38 Linien Oeffnung, 3 astronomische Oculare, ein prismatisches, ein Kreis- und ein Repetirfilermikrometer und ein Sonnenglas. Das Instrument hat eine Achse von 3 Fufs 9 Zoll Länge, durch welche die Fädenbeleuchtung geschieht, und 3 Libellen. 4000 fl.

17. Aequatorealinstrument, tragbares, auf einer messingenen Säule ruhend. Der Stundenkreis von 8, und der Declinationskreis von 12 Zoll Durchmesser, sind auf silbernem Limbus durch 2 Nonien von 4 zu 4 Secunden getheilt. Der erste giebt 4 Secunden in Zeit, der andere 4 Secunden in Raum. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 20 Zoll Brennweite und 18 Linien Oeffnung, 2 astronomische Oculare, ein Sonnenglas, ein Kreis- und ein Repetirfilarmikrometer. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Hauptachse. Das Instrument hat 2 Libellen. 900 fl.

18. Universalinstrument mit einem Horizontalkreise von 13, einem Höhen- und einem Aufsuchungskreise von 10 und einem Azimuthalkreise von 6 Zoll Durchmesser; sämmtliche auf silbernem Limbus, die beiden ersteren mittelst 4 Nonien von 4 zu 4 Secunden, die beiden letzteren vermittelst eines Nonius von Minute zu Minute getheilt. Der Höhenkreis hat die Einrichtung eines Meridiankreises, doch mit dem Unterschiede, dafs sich die Alhidade des Höhenkreises für sich noch besonders in diesem drehen und feststellen läfst. Das gebrochene Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 18 Zoll Brennweite und 21 Linien Oeffnung, 2 astronomische Oculare und ein Sonnenglas. Das achromatische Objectiv des Versicherungsfernrohres hat 16 Zoll Brennweite und 15 Linien Oeffnung. Das Instrument hat 2 Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Höhenkreises. 1600 fl.

19. Universelinstrument mit einem Horizontalkreise von 8, einem Höhen-, einem Aufsuchungs- und einem Azimuthalkreise von 6 Zoll Durchmesser, sämmtliche auf silbernem Limbus, die beiden ersteren durch 4 Nonien von 10 zu 10 Secunden, die beiden letzteren durch einen Nonius von Minute zu Minute getheilt. Das gebrochene Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 13 Zoll Brennweite und 15 Linien Oeffnung, 2 Oculare und ein Sonnenglas. Das achromatische Objectiv des Versicherungsfernrohres hat 13 Zoll Brennweite und 13 Linien Oeffnung. Uebrigens wie das vorhergehende. 950 fl.

20. Multiplicationstheodolit, astronomischer, mit einem Horizontalkreise von 8, einem Höhenkreise von 5 und einem Azimuthalkreise von 4 Zoll Durchmesser, sämmtliche auf silbernem Limbus, der erste vermittelst 4 Nonien von 10 zu 10 Secunden, die beiden letzteren durch einen Nonius von Minute zu Minute getheilt. Das Instrument hat 3 Fernröhre. Das gebrochene und das zweite Hauptfernrohr haben achromatische Objective von 13 Zoll Brennweite und 15 Linien Oeffnung; das erste hat ein astronomisches Ocular und ein Sonnenglas, das zweite ein prismatisches Ocular und ein Sonnenglas. Das achromatische Objectiv des Versicherungsfernrohres hat 13 Zoll Brennweite und 13 Linien Oeffnung. Der Theodolit kann in seiner terrestrischen Aufstellung als ein Passageninstrument gebraucht werden, und hat 2 Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere am Würfel. 736 fl.

21. Multiplicationstheodolit, astronomischer; mit einem Horizontalkreise von 8 und einem Azimuthalkreise von 4 Zoll Durchmesser. Beide Kreise sind auf silbernem Limbus, der erste durch 4 Nonien von 10 zu 10 Secunden, der andere durch einen Nonius von Minute zu Minute getheilt. Das Hauptfernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 13 Zoll Brennweite und 15 Linien Oeffnung, ein astronomisches und ein prismatisches Ocular und ein Sonnenglas. Das achromatische Objectiv des Versicherungsfernrohrs hat 13 Zoll Brennweite und 13 Linien Oeffnung. Das Instrument hat 2 Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere am Würfel. 600 fl.

Digitized by Google

22. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, mit einem Horizontalkreise von 12, und einem Höhenkreise von 6 Zoll Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste vermittelst 4 Nonien von 4 zu 4 Secunden, der letzte durch einen Nonius von Minute zu Minute getheilt. Das gebrochene Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 16 Zoll Brennweite und 18 Linien Oeffnung, ein astronomisches Ocular und ein Sonnenglas. Das achromatische Objectiv des Versicherungsfernrohrs hat 16 Zoll Brennweite und 15 Linien Oeffnung. Hiebei eine Libelle zum Aufstecken auf die Horizontalachse. 800 fl.
23. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, wie der vorhergehende, ohne Versicherungsfernrohr. 733 fl.
24. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, mit einem Horizontalkreise von 12 und einem Höhenkreise von 6 Zoll Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste vermittelst 4 Nonien von 4 zu 4 Secunden, der letzte vermittelst eines Nonius von Minute zu Minute getheilt, und zwei Fernröhren, deren achromatische Objective 16 Zoll Brennweite und 15 Linien Oeffnung haben. Jedes Fernrohr hat ein astronomisches Ocular, das Hauptfernrohr ein Sonnenglas. Hierbei eine Libelle zum Aufstecken auf die Horizontalachse. 750 fl.
25. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, wie der vorhergehende, ohne Versicherungsfernrohr. 690 fl.
26. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, mit einem Horizontalkreise von 8, und einem Höhenkreise von 5z,5 Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste mittelst 4 Nonien von 10 zu 10 Secunden, der letzte durch einen Nonius von Minute zu Minute getheilt. Das gebrochene und das Versicherungsfernrohr haben achromatische Objective von 13 Zoll Brennweite und 13 Linien Oeffnung. Jedes Fernrohr hat ein astronomisches Ocular, das gebrochene ein Sonnenglas. Hiebei eine Libelle zum Aufstecken auf die Horizontalachse. 533 fl.
27. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, wie der vorhergehende, ohne Versicherungsfernrohr. 480 fl.
28. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, mit einem Horizontalkreise von 8, und einem Höhenkreise von 5z,5 Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste vermittelst 4 Nonien von 10 zu 10 Secunden, der letzte vermittelst eines Nonius von Minute zu Minute getheilt, und zwei Fernröhren, deren achromatische Objective 13 Zoll Brennweite und 13 Linien Oeffnung haben. Jedes Fernrohr hat ein astronomisches Ocular und das Hauptfernrohr ein Sonnenglas. Hierbei eine Libelle zum Aufstecken auf die Horizontalachse. 450 fl.
29. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, wie der vorhergehende, ohne Versicherungsfernrohr. 400 fl.
30. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, mit einem Horizontalkreise von 7, und einem Höhenkreise von 5 Zoll Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste durch 4 Nonien von 10 zu 10 Secunden, der letzte mittelst 2 Nonien von 10 zu 10 Secunden getheilt. Das gebrochene Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 11z,5 Brennweite und 13 Linien Oeffnung, zwei astronomische Oculare und ein Sonnenglas. Das Versicherungsfernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 10 Zoll Brennweite und 10 Linien Oeffnung. Das Instrument, zugleich brauchbar als Passageinstrument, hat eine Libelle zum Aufstecken auf die Horizontalachse, und ein Stativ, welches bei geeigneten festen Plätzen auch entbehrt werden kann, 400 fl.
31. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, mit einem Horizontal- und einem Höhenkreise von 6 Zoll Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste mittelst 2, der zweite mittelst 4 Nonien von 10 zu 10 Secunden getheilt. Der Höhenkreis hat die Einrichtung eines Meridiankreises, und unterscheidet sich von diesem dadurch, dafs sich die Alhidade des Höhenkreises für sich in diesem drehen und feststellen läfst. Beide Fernröhre haben achromatische Objective von 10 Zoll Brennweite und 10 Linien Oeffnung, das Hauptfernrohr ein prismatisches Ocular und ein Sonnenglas. Das Instrument hat 2 Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Höhenkreises, und ein Stativ, welches bei geeigneten festen Plätzen auch entbehrt werden kann. 325 fl.
32. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, mit einem Horizontal- und einem Höhenkreise von 6 Zoll Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, vermittelst 2 Nonien von 10 zu 10 Secunden getheilt, und 2 Fernröhren, deren achromatische Objective 10 Zoll Brennweite und 10 Linien Oeffnung haben. Das Hauptfernrohr hat ein prismatisches Ocular und ein Sonnenglas. Das Instrument hat zwei Libellen, eine für die Horizontalachse, und eine zur Versicherung des unveränderten Standes der Nonien für den Höhenkreis, und ein Stativ, welches bei festen Plätzen für das Instrument entbehrt werden kann. 280 fl.
33. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, mit einem Horizontalkreise von 6, und einem Höhenkreise von 4z,5 Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste durch 2, der andere durch einen Nonius von Minute zu Minute getheilt, und 2 Fernröhren, deren achromatische Objective 10 Zoll Brennweite und 10 Linien Oeffnung haben. Das Instrument hat eine Libelle für die Horizontalachse und ein Stativ, welches bei festen Plätzen entbehrt werden kann. 225 fl.
34. Multiplicationstheodolit, terrestrischer, wie der vorhergehende, ohne Versicherungsfernrohr. 200 fl.
34. Theodolit, terrestrischer, mit einem Horizontalkreise von 7, und einem Höhenkreise von 5 Zoll Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste mittelst 4, der andere mittelst 2 Nonien von 10 zu 10 Secunden getheilt. Das gebrochene Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 11z,5 Brennweite und 13 Linien Oeffnung, ein astronomisches Ocular und ein Sonnenglas. Das Instrument, zugleich brauchbar als Passageinstrument, hat eine Libelle zum Aufstecken auf die Horizontalachse, und ein Stativ, welches bei festen Plätzen auch entbehrt werden kann. 325 fl.
36. Theodolit, terrestrischer; mit einem Horizontalkreise von 6, und einem Höhenkreise von 5z,5 Durchmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste durch 4 Nonien von

Digitized by Google

10 zu 10 Secunden, der letzte mittelst eines Nonius von Minute zu Minute getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 10 Zoll Brennweite und 10 Linien Oeffnung, ein astronomisches Ocular und ein Sonnenglas. Das Instrument, zugleich als Nivellirinstrument brauchbar, hat 2 Libellen, eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere auf dem Fernrohre, und ein Stativ. 277 fl.

Alle Fernröhre der Instrumente von 1—8, 11—17 sind nach dem Objective und Oculare zu verjüngt, wodurch die besondere Balancirung an denselben unnötbig wird. Auch bekommen alle gebrochenen Fernröhre um der gröfsern Steifigkeit der Röhren willen eine konische Form. Alle Versicherungsfernröhre sind an den Büchsen der Kreise angebracht, und haben eine grobe Horizontal- und eine sanfte Verticalbewegung. Die feine Horizontalbewegung eines jeden derselben geschieht durch Verschiebung des Fadenkreuzes mittelst eines Schräubchens im Ocularkopfe.

37. Nivellirinstrument mit einem Horizontalkreise von 6 Zoll Durchmesser und einem Höhengradbogen von 3″,5 Halbmesser, beide auf silbernem Limbus, der erste durch 2 Nonien von 10 zu 10 Secunden, der andere vermittelst eines Nonius von Minute zu Minute getheilt. Das Fernrohr hat ein achrometisches Objectiv von 18 Zoll Brennweite und 17 Linien Oeffnung und 2 astronomische Oculare. Das Instrument hat eine Libelle zum Aufsetzen auf das Fernrohr, kann zugleich als Distanzenmesser gebraucht werden, und ruht auf einem Stative, dessen Obertheil von Messing, die Füfse aber von Holz sind. 325 fl.
38. Nivellirinstrument, wie das vorhergehende, ohne Horizontalkreis. 250 fl.
39. Nivellirinstrument, mit einem Horizontalkreise von 5 Zoll Durchmesser, auf silbernem Limbus, mittelst 2 Nonien von Minute zu Minute getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 13 Zoll Brennweite und 13 Linien Oeffnung und 2 astronomische Oculare. Das Instrument kann zugleich als Distanzenmesser gebraucht werden, und hat eine Libelle zum Aufsetzen auf das Fernrohr und ein Stativ, dessen Obertheil von Messing, die Füfse aber von Holz sind. 205 fl.
40. Nivellirinstrument mit einem Horizontalkreise von 5 Zoll Durchmesser, auf silbernem Limbus, vermittelst 2 Nonien von Minute zu Minute getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 13 Zoll Brennweite und 13 Linien Oeffnung, und ein astronom. Ocular. Das Instrument hat eine Libelle zum Aufsetzen auf das Fernrohr und ein Stativ, dessen Obertheil von Messing, die Füfse aber von Holz sind. 190 fl.
41. Nivellirinstrument, wie das vorhergehende, ohne Horizontalkreis. 130 fl.

Anzeige die Werke des verstorbenen Staatsraths *v. Schubert* betreffend.

Die Buchhandlung der Herren *Perthes & Besser* in Hamburg hat von den Erben des verstorbenen Staatsraths *von Schubert* fast alle übrigen Exemplare seiner zwei Meisterwerke,

Traité d'Astronomie théorique. St. Pétersbourg 1822. 3 Theile m. K. in 4to.

Populäre Astronomie. St. Petersb. 1804—1810. 3 Thle m. K. in 8vo.

erkauft, und bietet sie den Liebhabern der astronomischen Wissenschaften zu folgenden herabgesetzten Preisen an,

den Traité d'Astronomie, sonst 12 Thaler, jetzt 8 Thaler,

die Populäre Astronomie, sonst 8 Thaler, jetzt 5 Thaler. 8 ggr.

Jeder, der noch nicht im Besitz dieser vortrefflichen Werke ist, wird gewifs die günstige Gelegenheit benutzen, sie sich, so lange der Vorrath ausreicht, zu so ermäfsigten Preisen anzuschaffen.

Von der populären Astronomie sind so wenig Exemplare übrig, dafs die Herren *Perthes & Besser*, sobald ihr Vorrath erschöpft ist, einen neuen unveränderten Abdruck zu besorgen wünschen, der dann natürlich wieder auf den Originalpreis von 8 Thalern zurückkommen würde, und sich deshalb mit den Erben des berühmten Astronomen in Correspondenz gesetzt haben.

S.

Anzeige.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, dafs ohne ausdrückliche Bestellung, und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versendet wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also, um Unterbrechungen zu vermeiden, ersucht baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt mit 8 ℔ Hamburger GrobCourant, oder mit einem holländischen Ducaten, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

De sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden als bestellt sind, so kann ein Band, der schon geschlossen ist, nicht unter 12 ℔ Hamburger GrobCourant, oder 1½ Ducaten verkauft werden. Die einzige Ausnahme ist wenn alle schon geschlossenen Bände vom 3ten (inclusive) an, auf einmal genommen werden, und wenn also, wie bei dem Verkaufe einzelner Bände, keines von den wenigen, noch übrigen Exemplaren des ganzen Werks incomplet gemacht wird. In diesem Falle wird der Band auch nur zu 8 ℔ gerechnet. Der erste Band ist ganz vergriffen, vom 2ten sind nur 3 Exemplare übrig.

Die Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. in den Intelligenzblättern, werden mit 2 ggr. die Zeile bezahlt.

S.

Inhalt. Verzeichnifs der mathemat. Instrumente, welche in dem mathemat.-mechanischen Institute: *T. Ertel* in München um beigesetzte Preise verfertigt werden (Beschlufs.). p. 49. — Anzeige die Werke des verstorbenen Staatsraths *v. Schubert* betreffend. p. 55. — Anzeige. p. 55.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 268.

Noch etwas über die nächste Wieder-Erscheinung des *Halley*schen Cometen.

Von Herrn Dr. und Ritter *Olbers*.

Der eigentliche Tag der Sonnennähe des *Halley*schen Cometen im Jahr 1835 läfst sich nicht zuverlässig im voraus bestimmen, wenn gleich die Bemühungen ausgezeichneter Astronomen und Geometer diesen Zeitpunct in ziemlich enge Gränzen eingeschlossen haben. Schon die verwickelten, langwierigen, und mühsamen Perturbations-Rechnungen gaben nicht allen Rechnern gleiche Resultate: *Damoiseau* fand die Zeit des Perihels Nov. 4,32: *Pontécoulant* Nov. 7,2. Professor *Rosenberger* hat seine, mit der gröfsten Umsicht, Genauigkeit, Ausdehnung und Schärfe geführten Rechnungen noch nicht beendiget: so viel sich aber aus dem bisher mitgetheilten schliefsen läfst, wird nach ihm die Zeit der Sonnennähe, selbst wenn man Rücksicht auf den Widerstand des Aethers nimmt, der nach seinen Rechnungen diese etwa um 4 Tage zu verfrühen scheint, erst gegen den 11ten Nov. eintreffen. Aber eben dieser Widerstand des Aethers läfst sich in seiner Wirkung auf den *Halley*schen Cometen noch gar nicht schätzen. Aus dem, was er bey dem *Encke*schen Cometen nach der Erfahrung bewirkt, kann man auf das, was dem *Halley*schen Cometen durch ihn widerfährt, durchaus nicht schliefsen. Denn 1stens ist die Wirkung des widerstehenden Mittels nothwendig eine Function des Volumens und der Masse des Cometen: beyde, Masse und Volumen sind gewifs bey beyden Cometen, *Encke* und *Halley*, sehr verschieden: aber in welchem Verhältnifs ist uns bis jetzt unbekannt. 2tens die willkührliche Annahme, wenn auch nach *Newton*, dafs die Dichtigkeit des widerstehenden Mittels, oder des Aethers im Weltraume, umgekehrt wie das Quadrat des Abstandes von der Sonne abnehme, bleibt sehr zweifelhaft: eine gröfsere Dichtigkeit in gröfseren Abständen, als nach jenem willkührlich angenommenen Gesetz statt finden kann, mufs grofsen Einfluss auf die Bewegung eines Cometen haben, der eine so viel ausgedehntere Bahn beschreibt, als der *Encke*sche. *Santini* fand die Verfrüherung des *Biela*schen Cometen, nach dieser Hypothese rechnend, nur 0,03 Tage, da die Erfahrung doch 0,45, wo nicht gar 0,90 Tage gab. Auch dies scheint eine nach einem andern Gesetz, vielleicht nach den Ordinaten einer logarithmischen Linie, langsamer abnehmende Dichtigkeit des Aethers wahrscheinlich zu machen. 3tens ist es nicht unwahrscheinlich, dafs das widerstehende Mittel nicht in Ruhe ist, sondern rechtläufig um die Sonne rotirt. Schon das ewige rechtläufige Kreisen der Planeten in demselben, mufs eine rechtläufige Bewegung des Aethers hervorbringen. Aber ich glaube, dafs diese rechtläufige Bewegung schon mit der Bildung unsers Planetensystems entstand, und mit derselben ursprünglich verbunden war. Bewegt sich aber das widerstehende Mittel rechtläufig, so wird der Widerstand desselben gegen einen rückläufigen Cometen, gleich dem *Halley*schen, ganz anders seyn, als gegen den rechtläufigen *Encke*schen. Nur Erfahrung kann uns also über den Betrag des Einflusses, den der Widerstand des Aethers auf die Umlaufszeit des *Halley*schen Cometen hat, belehren. Freylich könnte schon die Rückkunft des Cometen zu seinem Perihel im Jahr 1759 eine solche Erfahrung darbieten: aber, um zu bestimmen, wie viele Tage früher der Comet wegen des Widerstandes des Aethers 1759 seine Sonnennähe erreicht hat, hätte man nothwendig auch die Perturbationen zwischen 1607 und 1682 aufs genaueste berechnen müssen. Dies würde die ungeheuren Rechnungen, die die Astronomen zur Bestimmung der Wiederkunft 1835 unternommen haben, noch um die Hälfte vermehren: eine Arbeit, die man von ihnen wohl nicht fordern konnte, wenigstens von Keinem von ihnen geleistet ist.

Clairant, wie er die Wiederkunft des *Halley*schen Cometen auf 1759 im voraus bestimmen wollte, begnügte sich nicht, blos die Perturbationen von 1607 bis 1682 mit zu berechnen, sondern er berechnete auch den Betrag derselben für die Revolution von 1531 bis 1607. Nach den von ihm in den *Recherches sur la Comète* (*Petersbourg* 1762) gegebenen Resultaten, worin die früher in der *Théorie des Comètes* (*Paris* 1761) geführten Rechnungen revidirt, und zum Theil corrigirt sind, kam der Comet sowohl 1682 als 1759 etwa 23 bis 24 Tage früher zu seinem Perihel, als die Rechnung angab. Man kann aber hieraus auf die wirkliche Gröfse des Einflusses des Widerstandes gar nicht schliefsen, weil *Clairant* den Uranus nicht kannte, und die Masse des Saturns viel zu grofs $= \frac{1}{3021}$ angenommen hat.

Bey dieser Unbestimmtheit der Zeit der Sonnennähe des *Halley*schen Cometen im künftigen Jahr kann der Wunsch,

Digitized by Google

ihn sobald als möglich zu sehen, lebhafter werden; und es frägt sich: ob es nicht möglich seyn wird, ihn schon im Winter oder anfangenden Frühjahr 1835 vor seiner Conjunction mit der Sonne zu erblicken? *Ferrer* und *Wisniewsky* fanden den Cometen von 1811 im Julius und August 1812 glücklich wieder auf, wie dieser einen gröfsern Abstand von der Sonne, und wo nicht gröfsern doch eben so grofsen Abstand von der Erde hatte, als der *Halley*sche Comet im Februar und März 1835 haben wird. Auf den Abstand von der Sonne kommt es hauptsächlich an, wie schon oft erinnert worden ist. Grofs genug bleibt ein Comet leicht für unsere Fernröhre, wenn er nur hell genug bleibt, ihn vom Himmels-Grunde unterscheiden zu können. Nun bin ich zwar weit entfernt, den *Halley*schen Cometen für eben so grofs und unter gleichen Umständen für eben so augenfällig zu halten, als den prachtvollen Cometen von 1811: allein 1stens auch von dem *Halley*schen Cometen schildern alle ehemaligen Beobachter den Kopf als vorzüglich glänzend. Der Kern war, wie ein Fixstern (*Pingré* I. p. 460). *Hevel* sagt von seiner Erscheinung 1682 (*Annus Climactericus* p. 123) „toto apparitionis tempore lucidius et aliquanto majus caput exhibuit, quam praecedens ille anno 1681." Unter dem 2ten Septbr. heifst es p. 121: „Conspectum tamen est caput Cometae tubo optico ad exortum ipsum solis, ob clarissimum nucleum, quam in meditullio referebat." Auch *Robert Hooke* (*Posthumous Works* p. 161) konnte unter andern den Cometen am 4ten (14ten) Sept. fast bis zu seinem Untergange sehen. „I was able, to see it almost to the very Horizon, even till it went behind a steeple a little above the tops of the houses, though the Smoke much thikned the air." 2tens in der Mitte des Märzes 1835 wird er im Verhältnifs von 8 : 5 von der Sonne stärker erleuchtet, als der Comet am 17ten August 1812, wie *Wisniewsky* diesen zuletzt sahe und beobachtete, und 3tens, was die Hauptsache ist: *Ferrer* fand den Cometen 1812 am 10ten Julius mit einem Cometensucher: *Wisniewsky* konnte ihn noch den 17ten August mit einem gewöhnlichen Achromaten von 3½ Fufs beobachten: da nichts hindert, zur Aufsuchung des *Halley*schen Cometen grofse Refractors oder Reflectors anzuwenden, die auch den schwächsten Nebelfleck noch sichtbar machen.

Wenn ich mich so auf die Erscheinungen des *Halley*schen Cometen im Jahr 1682 berufe, so setze ich freilich voraus, dafs der Comet an sich seitdem nicht merklich an Masse und Materie abgenommen habe. Mehrere Astronomen halten eine solche allmälige Abnahme der Cometen für wahrscheinlich, weil wenigstens die mit Schweifen versehenen Cometen nothwendig bey jeder Rückkunft zu ihrer Sonnennähe einen grofsen Theil ihres Schweifmaterials ausströhmen und verlieren müssen. Erfahrung hat uns indessen bis jetzt bey dem *Halley*schen Cometen nichts gewisses darüber gelehrt. War dieser Comet 1607, und bey seiner letzten Erscheinung 1759 nur blafs und verhältnifsmäfsig unscheinbar: so zeigte er sich doch 1682 wieder sehr glänzend, und das geringere Ansehen 1607 und 1759 läfst sich aus seiner damaligen Lage gegen Erde und Sonne erklären, ohne auf eine wirkliche Abnahme des Cometen schliefsen zu müssen. Wir wissen vielleicht nur nicht, wo die Cometen ihren im Perihel erlittenen Verlust auf ihrer weiten Reise wieder ersetzen.

Anführen mufs ich jedoch, dafs *Messier*, der jeden Cometen so lange als möglich zu verfolgen suchte, 1759 seine Beobachtungen des *Halley*schen Cometen schon am 4ten Junius aufzugeben genöthiget war, wie der Abstand des Cometen von der Sonne etwa = 1,68, von der Erde = 1,42 war. Es ist nicht zu leugnen, dafs, der gewöhnlichen Theorie nach, dieser Comet im Febr. und März 1835, 4 bis 6mal weniger hell, und einige 30mal weniger lichtstark seyn wird, als er am 4ten Junius 1759 war. Aber damals ging der Comet fast noch in der Abend-Dämmerung unter, und stand wenigstens, wenn diese hinreichend geschwächt war, schon sehr niedrig und dem Horizont nahe; auch wandte *Messier* nur Sehwerkzeuge gewöhnlicher Art an: da man hingegen 1835 im März nach völlig geendigter Abend-Dämmerung noch hoch am Himmel den Cometen mit viel lichtstärkeren Achromaten oder Spiegeltelescopen aufsuchen kann. Dafs auch der *Halley*sche Comet, wie es nun nach den Erfahrungen von 1822 und 1832 bey dem *Encke*schen Cometen unwidersprechlich der Fall ist, vor dem Perihel in weit gröfseren Abständen von der Sonne und der Erde sichtbar seyn werde, als nach derselben, wage ich indessen nicht zu behaupten *).

*) Diese höchst merkwürdige und auffallende Eigenschaft des *Encke*schen Cometen ist, so viel ich weifs, bisher noch nicht hinreichend herausgehoben worden. Die Lichtstärke eines himmlischen nicht selbstleuchtenden Gegenstandes ist der Theorie nach $= \frac{M}{R^2 D^2}$, wenn R und D die Abstände von Sonne und Erde bedeuten, und M von der eigenthümlichen Gröfse und Beschaffenheit des Gegenstandes abhängt. Ist M unveränderlich, so ist die Lichtstärke blos im Verhältnifs von $C = \frac{1}{R^2 D^2}$. *Pons* entdeckte den Cometen 1818, wie $C = 0{,}936$ war. Später, wie *Encke* seinen Ort vorher berechnet hatte, konnte man ihn 1825 und 1828 bey einem noch viel kleinern C finden. Bey seiner Entdeckung 1805 war $C = 7{,}26$, und da ward er mit bloßen Augen gesehn, und einem Stern 4ter Gröfse gleich geschätzt. Hingegen nach dem Perihel verschwand er *Rümkern* 1822, wie $C = 15{,}18$ war. Eben dies C war bey seiner Auffindung 1832 = 12,12, wo ihn doch beyde Beobachter, *Henderson* und *Mossotti* als sehr lichtschwach beschreiben, und er entzog sich

So zweifelhaft es nun aber auch bleiben mag, ob es möglich seyn wird, den Cometen vor seiner Conjunction zu sehen, so ist der Versuch ihn aufzufinden; doch leicht zu wagen: und auch ein negativer Erfolg wird immer über das Verhältnifs dieses *Halley*schen Cometen zu dem von 1811 lehrreich seyn. Um einen solchen Versuch möglichst zu erleichtern, theile ich hier eine doppelte Ephemeride des *Halley*schen Cometen mit. Bey der ersten habe ich den 1sten, bey der zweiten den 11ten Novbr. 1835 als den Tag der Sonnennähe angenommen. Der Comet wird höchst wahrscheinlich zwischen diesen beyden Tagen sein Perihelium erreichen. Die übrigen Elemente habe ich von *Pontecoulant* entlehnt:

Excentricität	0,9675242
Länge des Perihels	304° 31′ 43″
Ω	55 30 0
Neigung der Bahn	17 44 24
Halbe grofse Axe	17,99711
Mittl. tägliche Bewegung	46″,475058

Herr *Pontécoulant* giebt die halbe grofse Axe = 17,98706 und die mittlere tägliche Bewegung = 46″,612265. Allein dabey ist ein kleines Versehn vorgefallen. Hr. *Pontécoulant* hat nämlich das *fifs* von 1682 = 0,373945; statt des *fds* von 1759 = 0,3367382 zu N' = 46,13832 addirt, und so fehlerhaft N'' = 46,512265 statt = 46,475058 erhalten, und aus diesem irrigen Werth von N'' den der halben grofsen Axe abgeleitet. Die folgenden Oerter des Cometen gelten für die mittlere Berliner Mitternacht.

Sonnennähe Nov. 1,5. 1835.

Zeit.	AR.	Decl.	Log dist. a ☉	Log dist. a ♂
	° ′	° ′		
1834 Dec. 22,5	80 59	+12 20	0,6448	0,5384
1835 Jan. 1,5	77 18	12 21	0,6347	0,5322
11,5	73 46	12 25	0,6243	0,5308
21,5	70 31	12 38	0,6131	0,5333
31,5	67 46	12 45	0,6024	0,5402
Febr. 10,5	65 30	13 2	0,5908	0,5482
20,5	63 47	13 22	0,5787	0,5580
März 2,5	62 36	13 45	0,5662	0,5676
12,5	61 54	14 12	0,5528	0,5751
22,5	61 41	14 39	0,5392	0,5834
April 1,5	61 49	15 14	0,5248	0,5887

Hendersons Augen und Fernrohr, wie C noch = 7,97, also gröfser als 1805 war, als er die Lichtstärke eines Sterns 4ter Gröfse hatte. Es scheint, dafs die Einwirkung der Sonnenstrahlen, wenn er dieser näher kommt, den leichten Dunst, woraus dieser Comet ganz zu bestehen scheint, so sehr ausdehnt, dafs die äufsern Theile ganz unsichtbar, und auch die dem Schwerpuncte nähern Theile wenig geschickt werden, Sonnenlicht zurückzuwerfen, und dafs der Comet bey seiner Wiederentfernung von der Sonne, sich erst langsam wieder zusammenzieht, und seine zerstreuten Bestandtheile wieder einsammelt kann.

Sonnennähe. Nov. 11,5. 1835.

Zeit.	AR.	Decl.	Log dist. a ☉	Log dist. a ♂
	° ′	° ′		
1834 Dec. 22,5	81 43	+12 17	0,6745	0,5503
1835 Jan. 1,5	78 9	12 17	0,6448	0,5444
11,5	74 42	12 22	0,6347	0,5429
21,5	71 34	12 31	0,6243	0,5457
31,5	68 50	12 43	0,6131	0,5514
Febr. 10,5	66 38	12 59	0,6024	0,5599
20,5	64 56	13 20	0,5908	0,5691
März 2,5	63 47	13 43	0,5787	0,5787
12,5	63 6	14 10	0,5662	0,5869
22,5	62 51	14 39	0,5528	0,5939
April 1,5	63 4	15 2	0,5392	0,5996

Obgleich Erde und Comet sich nach der ersten Hälfte des Januars wieder weiter von einander entfernen, so wird dies doch durch die stets fortschreitende Annäherung des Cometen zur Sonne mehr als ausgeglichen. Nicht also zur Zeit oder bald nach der Opposition, sondern erst im Februar und März ist die gröfste Wahrscheinlichkeit, den Cometen erblicken zu können.

Einige Schriftsteller haben beym Publicum eine sehr übertriebene Vorstellung von dem Glanze und der Pracht erregt, mit denen ihrem Vorgeben nach dieser Comet im October 1835 erscheinen wird. Die Erwartung wird in dem Grade bey weitem nicht erfüllt werden. Der Comet wird im ganzen mehr dieselbe Lichtstärke zeigen, wie im Jahr 1607, die uns *Kepler* beschreibt, und nicht als besonders ausgezeichnet rühmt. Gegen den Cometen von 1811 wird er sehr zurückstehen, und sich etwa dem 3ten oder Stiercometen von 1825 *), wie dieser seinen besten Glanz über unserm Horizont entfaltete, ähnlich zeigen, der auf das grofse Publicum keinen besondern Eindruck gemacht hat. Nur der Kopf des *Halley*schen Cometen wird wahrscheinlich heller, und merkwürdiger gebildet erscheinen, als beym Cometen von 1825. Wir haben 4 Abbildungen, wie sich der *Halley*sche Comet 1682 im Fernrohr gezeigt haben soll: eine monströse von *Hevel* für den 8ten Sept. im *Annus Climactericus*, die *Hevel* auch schon früher durch die *Acta Eruditorum* 1682 bekannt gemacht hatte; und 3 in den *Posthumous Works* von *R. Hooke*. Die Zeichnungen in den letztern, so wenig zuverlässig sie auch sind, da *Hooke* sie nur ganz roh, seinem Gedächtnifs zu

*) Unter dem heitern Himmel von Florenz konnte *Inghirami* diesen Cometen von 1825 bis zum 8ten Julius 1826 verfolgen und beobachten (Astr. Nachr. V. Band p. 150). Damals war der Abstand dieses Cometen von der Sonne = 3,147, welches von dem Abstande, den der *Halley*sche Comet am 22sten März 1835 von der Sonne haben wird = 3,461, nicht sehr verschieden ist. Dies mufs die Hofnung, den *Halley*schen Cometen schon im Frühjahr 1835 sehen zu können, sehr verstärken.

Digitized by Google

Hülfe zu kommen, entworfen hatte, und *R. Waller* sie nach *Hookes* Beschreibung ausführte (*P. W.* p. 194), erklären doch das auffallende in *Hevels* Zeichnung, und geben zu erkennen, dafs auch der Kern dieses Cometen, aufser seiner gewöhnlichen neblichten Umgebung, in einem hohlen parabolischen Conoiden von hellerer Schweifmaterie eingeschlossen war, einigermafsen dem Cometen von 1811 ähnlich: nur berührt beym *Halley* der Kern unmittelbar den Apex des Conoiden, der bey dem Cometen von 1811 durch einen beträchtlichen dunkeln Zwischenraum von dem Kern getrennt war. Was *Hevel* gleichsam als ein Horn aus dem Kern hervorgehend zeichnete, ist blos der nördliche Rand des Conoiden, der nach *Hooke* sehr viel heller war, als der südliche. Es ist zu erwarten, dafs die Astronomen bey der bevorstehenden Wiederkunft auf diese merkwürdige Gestaltung, die sich wohl nur nahe dem Perihel zeigen wird, und ihre Veränderungen, alle mögliche Aufmerksamkeit richten werden. In der Zeichnung, die *Tobias Mayer* dem Rande seines Tagebuchs (*Astronomical Observations made at Göttingen from* 1756 *to* 1761 *etc. London* 1826 Fol. p. 43) für den 30sten April 1759 beygefügt hat, zeigt sich nichts mehr von diesem hellern Conoiden, der 48 Tage nach der Sonnennähe wohl schon längst wieder verschwunden war.

Wenn der Comet diesmal keine aufserordentliche Pracht zeigen wird, so sind hingegen die Umstände seiner bevorstehenden Sonnennähe für die Wissenschaft in so fern vortheilhaft, weil man den Cometen sehr lange wird sehen und beobachten können. Auf der südlichen Halbkugel unserer Erde, wo jetzt, Dank den Britten, mehrere Sternwarten errichtet, und tüchtige Astronomen angestellt sind, wird man den Cometen nach der Sonnennähe schon Ende Decembers 1835 aus den Sonnenstrahlen hervortreten sehen, und bis zum Frühjahr 1836 beobachten können. Im nördlichen Europa wird freylich, seiner beständig niedrigen Höhe über dem Horizont wegen, dann weniger von ihm zu Gesicht kommen: und wenn er im März und April 1836 sich beym Raben und Becher wieder mehr über unsern Gesichtskreis erhebt, ist er schon so weit von Erde und Sonne entfernt, dafs er nur noch als ein schwacher Nebelfleck in lichtstarken Fernröhren erscheinen wird.

* * *

Grade wie ich beym Niederschreiben dieses kleinen Aufsatzes beschäftigt war, wurde ich ganz unerwartet mit einem Besuche des Hrn. Prof. *Rosenberger*, eben so sehr erfreuet, als beehrt. Auch Hr. Prof. *Rosenberger* hat ganz die Ueberzeugung, dafs es, wegen des etwa stattfindenden Widerstandes des Aethers, unmöglich sey, den Tag der Sonnennähe des Cometen im Jahr 1835 mit einiger Sicherheit im voraus anzugeben, wenn man nicht auch die Perturbationen von 1607 bis 1682 berechnet hat. Da zu letzterm keine Zeit mehr ist, so hat er beschlossen, seine Berechnung der Perturbationen zwischen 1759 und 1835, die er schon bis zum 270° der excentrischen Anomalie fortgeführt hat, vor jetzt nicht weiter fortzusetzen, sondern erst den Erfolg der Erfahrung zu erwarten. Dann aber will er seine Rechnungen wieder vornehmen, und auch bis 1607 zurückgehn, um den Einfluss, den der Widerstand des Aethers auf die Bewegung dieses Cometen hat, so genau wie möglich zu bestimmen.

Olbers.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Svanberg* aus Upsala an den Herausgeber.

München 1834. Aug. 25.

Seitdem ich den hochverehrten *Olbers* zwar bei geringen Kräften, aber doch munter und mild gesehen hatte, verlebte ich einige höchst interessante und lehrreiche Tage in Göttingen, mich mit den neuen magnetischen Apparaten beschäftigend. Ich kann nicht H. H. R. *Gauss's* Güte genug anerkennen. Ich hatte nicht von seiner Seite auf so viel Mittheilung hoffen dürfen; noch weniger, dafs seine Munterkeit den Aufenthalt doppelt angenehm machen würde. Prof. *Weber* reichte sehr freundschaftlich hülfreiche Hand. Ich wünsche Göttingen nach einigen Monaten wieder besuchen zu können. H. R. *Gauss* hat mich zu dieser Zeit auf neue Sachen, womit er dann in Ordnung ist, eingeladen. In Gotha traf ich Prof. *Hansen*. Ich habe ein Paar instructive Tage bei diesem eben so liebenswürdigen, als ausgezeichneten Gelehrten verlebt. Von da ging ich nach Speyer. Prof. *Schwerd*, seit einigen Monaten sich mit optischen Untersuchungen, insbesondere mit der Beugung des Lichts durch Gitter, beschäftigend, scheint auf Ansichten gekommen zu seyn, welche die Erfahrung aufs vollkommenste bestätigt. Seinen entwickelten Lehrsätzen der Undulationstheorie zufolge, sollten z. B. in den *Fraunhofer*schen Figuren mehrere von *Fraunhofer*, u. A. nicht bemerkte lichtschwache Nebentheile existiren; diese hat er nachgesucht und man mufs gestehen, dafs sie alle würklich da sind. Ohne die Sache selbst zu berühren, erlauben Sie mir vielleicht hinzuzufügen, was mir in astronomischer Hinsicht interessant scheint, nemlich dafs es aus seiner Theorie folgt und durch genaue Untersuchungen bestätigt wird, dafs ein entfernter Lichtpunkt von sehr kleinem Durchmesser, z. B. 0″,1, in dem Brennpunkte des vollkommensten Fernrohres nicht als ein Punkt, sondern als ein mefsbares Licht-

Digitized by Google

scheibchen, umgeben von mehreren Ringen sich darstellen mufs; dafs der scheinbare Durchmesser der Scheibe und der dieselbe umgebenden Ringe nur von dem Durchmesser der Oeffnung des Objectivs abhängt, so dafs bei einer Objectivöffnung von einem pariser Zoll der Durchmesser der Scheibe 10″,6 beträgt; bei 2 par. Z. = 5″,3; bei 3 par. Z. = 3″,5 u. s. f. (bei 9 p. Z. = 1″,2); dafs also zu diesen Dimensionen der Durchmesser des Sterns hinzugerechnet werden mufs, wenn derselbe nicht = Null ist. Er hat α und β Aquilae als gleich grofse Scheiben gefunden (von 11″ Durchm. wenn die Objectiv-Oeffnung auf einen par. Z. reducirt war). Zwar scheint die Scheibe bei β etwas, obgleich unbedeutend, kleiner (was wohl mit einem schwächern Stern noch mehr der Fall sein mufs); aber dieses läfst sich aus dem Gesetze der Intensität erklären, wonach das Licht der Scheibe in der Mitte am stärksten ist und also der schwächere Rand verschwindet, während der des hellern Sterns noch sichtbar ist. Nach Mannheim zurückkehrend traf ich H. R. *Nicolai*, dessen unterhaltungsreiche Conversation den Aufenthalt sehr angenehm machte. Ich besuchte auch Tübingen, wo der thätige Prof. *Nörrenberg*, bis jetzt mit dem physicalischen Cabinet sich beschäftigend, nun auch die astronomischen Sachen angreifen will. In München bin ich schon seit zwei Wochen und habe vorzugsweise viel Zeit beim Hrn. Dr. *v. Steinheil* verlebt. Die in den Astr. Nachr. erwähnten Sachen ist nicht das einzige Neue, womit er sich beschäftigt; eher kann man sagen, dafs er von neuen Erfindungen voll ist. Ich habe hier kein gröfseres Vergnügen, als diesen artigen und freundschaftlichen Mann zu besuchen. *v. Steinheil* hat wohl bald die Ehre Ihnen die ausführliche Beschreibung über seinen Kreis und seinen Astrograph zu übersenden; er hat dieselbe bis jetzt nicht wie ganz fertig betrachtet, weil in den Details kleine Aenderungen nach und nach vorgenommen wurden. Im allgemeinen erlauben Sie mir noch zu sagen, dafs sein Astrograph, der doch kein so verwickeltes Instrument ist, alles, was in den Astr. Nachr. versprochen war, mit einer grofsen Schärfe leistet; und dafs er bei der Einrichtung des Kreises von der Grundidee geleitet worden zu sein scheint, dafs, wenn man eine Prüfung der *Bessel*schen Bestimmungen anstellen wollte, es mit einem so viel wie möglich ganz anderen Instrumente und einer andern Beobachtungsart versucht werden müsse, da mit ähnlichem Instrumente, und gleicher Beobachtungsmethode schwerlich jemand es unternehmen wird, *Bessels* Bestimmungen zu verbessern. Darin däucht es mir, dafs man zum Theil die Ursache suchen mufs, dafs die Horizontalität der Axe nicht durch das Niveau bestimmt wird u. s. f. Da er nämlich auch eine Vorrichtung einrichten will, wodurch z. B. 100 Fädenantritte (bei einer Beobachtung) graphisch und überhaupt von der gewöhnlichen Zeitschätzung unabhängig dargestellt werden; so werden (weil die Collimation ohne Umlegung untersucht wird) alle die Elemente, worauf die Lage des Instruments beruht, auf eine eigene Art bestimmt; so wie auch die Beobachtung der Declination (wo die Biegung nicht hineinkommt) und die von der Rectascension eine andere, als die gewöhnliche, geworden ist. Der neue Refractor für Bogenhausen wird beim Hrn. *Utzschneider* bald fertig werden. Er sieht sehr riesenartig aus; das obere Ende der Polaraxe steht schon 8 Fufs über der Erde; man glaubt, dafs er auf 30,000 Gulden kommen wird.

Gustav Svanberg.

Mondsculminationen, beobachtet in Dorpat von Herrn Observator *Preufs*.

		Rectascension. h ′ ″	Fäden.	Zeit. ″
1827 März 6	123 Tauri	5 27 21,18	5	
	Mond I Rd.	39 41,98	5	+ 0,12
	64 χ Orionis	53 15,97	5	
9	ξ Cancri	8 2 19,10	5	
	Mond I Rd.	16 24,37	5	+ 0,12
	45 A′ Cancri	33 42,08	5	
April 7	5 ξ Leonis	9 22 38,95	5	
	14 o Leonis	31 56,81	5	
	Mond I Rd.	35 44,11	5	+ 0,03
	α Leonis	59 11,31	5	
8	32 λ Sext.	10 23 21,52	5	
	Mond I Rd.	27 21,58	5	+ 0,03
	55 Leonis	46 50,67	5	
9	69 Leonis	11 4 56,68	5	
	91 ν Leonis	28 8,04	5	
	Mond I Rd.	20 4,42	5	+ 0,04

		Rectascension. h ′ ″	Fäden.	Zeit. ″
1827 April 10	Mond I Rd.	12 14 33,00	5	+ 0,05
	α Virginis	13 16 8,28	5	
12	100 λ Virg.	14 9 48,67	5	
	Mond II Rd.	13 23,99	5	+ 0,07
	α^2 Librae	41 22,48	5	
	24 ι Librae	15 2 25,55	5	
13	24 ι Librae	15 2 25,68	5	
	595 Mayeri	6 25,48	5	
	28 Librae	11 9,13	5	
	Mond II Rd.	14 45,85	5	+ 0,08
19	Spica	13 16 8,36	5	
	Mond II Rd.	23 8,85	5	+ 0,13
Juny 14	α Aquarii	21 56 56,45	5	
	γ Aquarii	22 12 45,59	5	
	Mond II Rd.	33 27,05	5	+ 0,01
	α Pegasi	56 11,23	5	

Digitized by Google

		Rectascension. h ′ ″	Fäden.	Zeit. ″
1827 Juny 17	Mond II Rd.	1 4 38,32	5	+ 0,03
	β Arietis	4 45 7,71	5	
	α Arietis	57 27,92	5	
18	β Arietis	1 45 7,75	5	
	Mond II Rd.	54 4,87	5	+ 0,05
	α Arietis	57 28,01	5	
July 6	α^2 Librae	14 41 22,55	5	
	α Serpentis	15 35 48,20	5	
	Mond I Rd.	16 50 46,45	5	+ 0,11
	α Ophiuchi	17 26 57,72	5	
7	β Librae	15 7 15,77	5	
	α Serpentis	35 48,18	5	
	Mond I Rd.	17 57 56,35	5	+ 0,13
30	α Virginis	13 16 7,70	5	
	Mond I Rd.	25 48,49	5	+ 0,67
	α Serpentis	15 35 47,98	5	
31	α Virginis	13 16 7,72	5	
	Mond I Rd.	14 21 32,31	5	+ 0,67
	α Serpentis	15 35 47,94	5	
Aug. 4	α Virginis	13 16 7,64	5	
	α Serpentis	15 35 47,92	5	
	Mond I Rd.	18 32 23,70	5	— 0,03
Sept. 28	Mond I Rd.	18 49 66,16	5	— 0,43
	ε Sagittarii	54 22,44	4	
	γ Aquilae	19 38 5,26	5	
	α Aquilae	42 23,70	5	
29	π Sagittarii	18 59 31,78	5	
	δ Sagittarii	19 7 34,09	5	
	Mond I Rd.	50 46,16	5	— 0,44
	α Capricorni	20 8 6,78	5	
Oct. 6	α Andromedae	23 59 32,23	5	
	γ Pegasi	0 4 24,49	5	
	Mond II Rd.	2 14 1,68	5	— 0,46
15	Mond II Rd.	9 55 55,46	5	— 0,78
	Regulus	59 11,17	5	
	β Leonis	11 40 15,48	5	
Nov. 26	α Pegasi	22 56 12,67	5	
	Mond I Rd.	23 0 58,69	5	— 0,46
	α Andromedae	59 31,64	5	
27	Mond I Rd.	23 51 41,47	5	— 0,43
	α Andromedae	59 31,85	4	
	γ Pegasi	0 4 24,21	5	
1828 Febr. 23	α Arietis	1 57 30,17	5	
	Mond I Rd.	4 0 41,29	5	+ 0,18
	β Tauri	5 15 27,25	5	
24	α Arietis	1 57 29,99	5	
	Mond I R.	5 52 44,86	5	+ 0,13
	Sirius	6 37 35,90	5	
29	Pollux	7 34 48,94	5	
	α Leonis	9 59 14,36	3	
	Mond I R.	10 2 14,66	5	+ 0,30
Juni 21	β Geminor.	7 34 47,41	7	
	Mond I Rd.	12 44 17,77	7	+ 0,65
	α Virginis	13 16 10,96	7	
25	α Scorpii	16 18 56,27	7	
	Mond I R.	30 34,56	7	+ 0,80
	P. XVI. 214	43 20,13	7	
	ρ Ophiuchi	17 10 46,11	7	

		Rectascension. h ′ ″	Fäden.	Zeit. ″
1828 Juni 28	E^2 Sagittarii	19 32 43,96	7	
	Mond II Rd.	49 7,31	7	+ 0,77
	β^2 Capricorni	20 11 23,73	7	
Aug. 18	Mond I Rd.	15 37 37,20	7	+ 0,49
	α Scorpii	16 18 55,75	7	
	η Ophiuchi	17 0 34,36	7	
19	α Serpentis	15 35 50,32	7	
	Mond I Rd.	16 36 6,80	7	+ 0,48
Sept. 16	α Serpentis	15 35 50,86	6	
	Mond I Rd.	17 15 26,63	7	+ 0,55
19	g Sagittarii	19 48 14,62	6	
	β^2 Capricorni	20 11 23,89	7	
	Mond I Rd.	24 23,60	7	+ 0,50
	τ Capricorni	29 42,30	4	
	ν Aquarii	59 16,60	7	
20	ν Aquarii	21 0 16,46	7	
	γ^2 Aquarii	16 1,50	7	
	Mond I Rd.	20 26,57	7	+ 0,49
	ι^2 Capricorni	37 8,75	5	
24	ε Piscium	0 53 33,90	7	
	Mond II Rd.	1 17 9,48	5	+ 0,40
Oct. 17	τ Capricorni	20 29 41,86	7	
	Mond I Rd.	57 29,57	7	+ 0,16
	γ^2 Aquarii	21 16 1,35	7	
18	ξ Aquarii	21 28 38,83	7	
	Mond I Rd.	55 54,72	7	+ 0,11
	ϑ Aquarii	22 7 48,61	7	
	k Aquarii	28 54,29	7	
21	γ Pegasi	0 4 27,31	7	
	δ Piscium	39 50,03	7	
	Mond I Rd.	46 56,69	7	— 0,07
	ε Piscium	54 5,48	7	
	μ Piscium	1 21 14,98	7	
1829 Febr. 8	Mond I Rd.	1 20 52,29	5	— 0,10
	α Arietis	57 33,48	7	
	α Ceti	2 53 21,49	5	
11	Mond I Rd.	4 7 52,08	7	— 0,09
	α Tauri	26 8,17	4	
	ι Tauri	41 23,96	7	
	β Tauri	5 15 30,73	7	
12	ι Tauri	4 41 23,90	7	
	m Tauri	57 22,21	7	
	Mond I Rd.	5 2 37,61	7	— 0,09
	115 Tauri	17 13,19	7	
	126 Tauri	31 26,43	7	
17	Procyon	7 30 22,42	7	
	κ Cancri	58 30,59	5	
	Mond I Rd.	8 20 35,58	7	— 0,09
	ο Leonis	32 2,78	7	
18	π Leonis	9 51 12,16	4	
	16 Sextantis	10 0 18,82	7	
	Mond I Rd.	8 19,29	7	— 0,08
	z Leonis	14 4,92	7	
März 11	α Tauri	4 26 7,58	6	
	Mond I Rd.	42 47,98	3	— 0,09
	β Orionis	5 6 20,00	6	

Digitized by Google

		Rectascension. h ′ ″	Fäden.	Zeit. ″
1829 März 14	λ Geminorum	7 8 16,75	7	
	Mond I Rd.	24 30,43	7	+ 0,27
	ν Cancri	51 46,25	7	
16	x Cancri	8 58 30,33	7	
	Mond I Rd.	9 4 28,75	7	+ 0,27
	o Leonis	32 2,79	7	
Juny 7	β Geminorum	7 34 50,63	7	
	Mond I Rd	45 26,98	7	+ 0,06
	α Leonis	9 59 16,28	7	
	β Leonis	11 40 21,19	7	
12	α Virginis	13 16 13,91	7	
	Mond I Rd.	41 46,83	7	+ 0,03
	α Librae	14 41 28,63	7	
17	μ′ Sagittarii	18 3 35,45	7	
	Mond I Rd.	23 44,03	7	+ 0,19
	r Sagittarii	39 34,34	7	
Aug. 10	α Serpentis	15 35 53,00	7	
	Mond I Rd.	16 23 53,16	7	+ 0,43
11	Mond I Rd.	18 23 51,76	7	+ 0,42
	r Sagittarii	39 34,62	7	
	π Sagittarii	59 38,91	7	
Oct. 10	10⁴ Piscium	23 25 14,85	5	
	Mond I Rd.	28 30,51	7	+ 0,42
	n Piscium	39 12,46	8	
	270 Piscium	56 21,30	7	

		Rectascension. h ′ ″	Fäden.	Zeit. ″
1829 Nov. 2	Mond I Rd.	19 12 18,22	7	+ 0,08
	180 Sagittarii	27 9,13	2	
	g Sagittarii	48 17,06	7	
Dec. 5	t Piscium	23 16 31,49	2	
	Mond I Rd.	35 9,11	3	— 0,54
	E Piscium	53 57,97	7	
8	f Tauri	3 21 31,83	5	
	Mond I Rd.	30 8,08	7	— 0,56
	187 Tauri	43 29,33	7	
	γ Tauri	4 10 9,69	7	
9	γ Tauri	4 10 8,75	7	
	77 ♑ Tauri	18 53,41	7	
	α Tauri	26 11,46	7	
	Mond I Rd.	30 45,48	7	— 0,57
	k Tauri	40 1,06	7	
	y^2 Orionis	59 59,44	7	
Dec. 11	s Orionis	6 4 51,85	7	
	Mond II Rd.	33 44,10	7	— 0,58
	g Geminorum	40 3,79	7	
	λ Geminorum	7 8 20,08	7	

Sternbedeckungen.

	Sternzeit. h ′ ″			
1827 Jan. 1	0 40 55,8	Anonymae	(7.8)	Eintritt.
Febr. 2	4 30 2,7	Anonymae	(7)	Eintritt.
Febr. 2	5 34 29,3	Anonymae	(5.6)	Eintritt.
Sept. 28	19 24 9,9	Anonymae	(7.8)	Eintritt. (1)
Sept. 28	21 18 44,5	Anonymae	(5.6)	Eintritt. (2)
Nov. 26	21 57 6,0	Anonymae	(7)	Eintritt. (3)
1828 Febr. 22	7 19 35,0	s Tauri		Eintritt.
Oct. 18	20 28 19,8	P. XXI. 414		Eintritt.
1829 Febr. 11	4 9 58,2	Anonymae	(5)	Eintritt. (4)
	6 0 19,8	Anonymae	(6)	Eintritt. (5)
	6 16 31,4	Anonymae	(6)	Eintritt. (6)
	6 20 27,0	Anonymae	(5)	Eintritt. (7)
	7 59 49,7	Anonymae	(8)	Eintritt.
	8 1 39,7	Anonymae	(8)	Eintritt.
März 10	7 59 39,9	Anonymae	(8)	Eintritt.
	8 25 19,8	Anonymae	(7)	Eintritt.
July 25	21 35 57,5	α Tauri		Eintritt.
	22 29 33,5	α Tauri		Austritt.

	Sternzeit. h ′ ″			
1829 Aug. 21	21 50 59,0	α Tauri		Eintritt. (8)
Oct. 15	11 38 32,7	α Tauri		Eintritt. (9)
Nov. 5	22 14 50,5	Anonymae	(7)	Eintritt. (10)
Dec. 9	21 52 20,6	1 ♑ Tauri		Eintritt.
	22 4 34,6	20 Tauri		Eintritt.
	22 5 43,3	75 Tauri		Eintritt.
	22 38 31,1	160 Tauri		Eintritt.
	22 44 53,4	162 Tauri		Eintritt.
	1 3 40,8	α Tauri		Eintritt.
	2 7 59,9	α Tauri		Austritt.

(1) Fast ganz central.
(2) Etwas südlich vom Centro.
(3) ¼ Mondshalbmesser südlich.
(4) Fast central.
(5) Von dreien der erste in AR.
(6) Von dreien der südlichere.
(7) Von dreyen der letzte in AR.
(8) u. (9) Plötzlich.
(10) Fast central.

Preuss.

Schreiben des Herrn Directors der Königl. Provinzial-Gewerbeschule in Danzig, *Anger*, an den Herausgeber.

Danzig 1834. Oct. 30.

Ich beeile mich, die folgenden Sternbedeckungen, deren Beobachtung mir in diesem Jahre gelungen ist, zur gefälligen Benutzung für die Astr. Nachr. zu übersenden.

1834 April 20. 3 ν Virginis (4.5):
Eintritt am dunkeln Mondrande $9^h\ 59'\ 55''42$ wahre Zeit.
Herr *Albrecht* + 0″5
- *Damke* + 0″4

Digitized by Google

1834 September 20. 64 Ceti (6.7):

Austritt am dunkeln Mondrande $4^h\ 4'\ 29{,}08$ Sternzeit.

65 ξ Ceti (5):

Austritt am dunkeln Mondrande $5\ 18\ 15{,}28$ Sternzeit.

Herr *Albrecht* sah den Stern $1''{,}0$ später.

Ich halte diese Beobachtungen für sehr gut. Zu den Zeitbestimmungen benutze ich gegenwärtig eine neue Pendeluhr von *Tiede* mit Quecksilbercompensation, durch welche der astronomische Apparat der naturforschenden Gesellschaft in diesem Jahre vermehrt worden ist, und das kleine *Ertel*sche Passageninstrument, welches auf die gehörige Weise angewandt, äufserst genaue Beobachtungen möglich macht.

Bei Uebernahme der Direktion der Königl. Provinzial-Gewerbeschule, habe ich ein Programm, welches die analytische Darstellung der Basrelief-Perspektive zum Gegenstande hat, herausgegeben, und werde ich die Ehre haben, Ihnen diese kleine Schrift durch Buchhändler-Gelegenheit zukommen zu lassen.

Anger.

P. Hells Reise nach Wardoe, und seine Beobachtung des Venusdurchganges im Jahre 1769, aus den aufgefundenen Tagebüchern geschöpft, und mit Erläuterungen begleitet von *C. L. Littrow*, Assistenten der K. K. Sternwarte. Wien 1835 bei *C. Gerold* 8vo.

Ich beeile mich meinen Lesern die Erscheinung dieses interessanten Buchs anzuzeigen, durch das Herr Dr. *Littrow* sich ein wahres Verdienst um die Wissenschaft erworben hat. In der That ist die Bekanntmachung der Originalbeobb. immer nützlich, und zumal in einem Falle wie hier, wo man schon lange die von dem Beobachter selbst publicirten Resultate in Verdacht zog. Es erhellt aus Herrn *Littrows* Buche, dafs dieser Verdacht nicht ungegründet war.

Ein Theil von *P. Hells* hinterlassenen Handschriften befand sich im Besitze des Herrn *Georg* Freiherrn von *Munch-Bellinghausen*, auf den sie von dessen Oheim, dem verstorbenen Freiherrn *von Penkler*, einem eifrigen Beschützer und Freunde *Hells*, übergegangen waren. Als dies Herr Professor *Littrow*, Director der Wiener Sternwarte erfuhr, bat er, in der Hoffnung einigen Aufschlufs über die bekannte Wardöehuuser Beobachtung darin zu finden, um die Mittheilung derselben, die auch gleich erfolgte. Der Besitzer machte bei dieser Gelegenheit mit den Manuscripten der K. K. Sternwarte in Wien ein Geschenk, und Herr Professor *Littrow* trug ihre Untersuchung seinem Sohne auf, der im vorliegenden Werke seinen Bericht darüber erstattet.

Er sendet eine kurze Lebensgeschichte *Hells* voraus und giebt dann sein astronomisches Tagebuch für die merkwürdigen Tage Jun. 2. 3. 4 1769. in extenso, und mit diplomatischer Genauigkeit abgedruckt. Leider sind darin die meisten wichtigen Zahlen, und namentlich die Zeitmomente des Eintritts, zum Theil ausradirt, und gröfstentheils mit einer schwärzern, und ebendefswegen höchst wahrscheinlich spätern, Dinte überschrieben. Zwei andere wichtige Stellen wovon die erste *Sainovics*, die zweite *Borgrewing* (eines jungen Botanikers der von der Dänischen Regierung Herrn *Hell* als Begleiter und Gehülfe mitgegeben war) Beobachtung betrifft, sind so sorgfältig ausgestrichen, dafs Herr *Littrow* bei der ersten nur die Anfangsbuchstaben v i d...., bei der zweiten q.....d, den Anfangs und den Endbuchstaben errathen konnte.

Herr *Littrow* discutirt darauf die im Journale aufgeführten Zahlen, welche unverändert scheinen, und findet, dafs für die Wardöhuuser Beobachtung man sich an folgende Momente, mit Weglassung aller übrigen, zu halten habe:

Beobachter.	Eintr. Lichtfad.	Austr. Lichtfaden.
Borgrewing	$9^h\ 32'\ 9''{,}1$	—
Hell	—	$15^h\ 25'\ 4''{,}6$

Als interessante Zugabe folgt darauf das Reise-Journal welches *Hells* Begleiter, der *P. Sainovics* geführt hat, aus dem Lateinischen ins Deutsche übersetzt. Es enthält manche curiose, und Herr *Littrow* würde, glaube ich, seinen Lesern noch einen grössern Dienst erzeigt haben, wenn er es im Original, und ohne alle Weglassungen gegeben hätte. Es sei mir erlaubt nur ein paar Züge aus seiner Beschreibung von Hamburg anzuführen.

„Man findet noch hie und da (in den Kirchen) sehr alte Al„täre mit Heiligenbildern geschmückt; aber alles trauert im „Schmutz und überall trifft man auf Spuren der gleichgültigsten „Nachlässigkeit. Die Einwohner beschweren sich, dafs sie, einem „alten Gesetze des Senats zu Folge, jene alten Bilder und Statuen „nicht aus ihren Bethäusern entfernen dürfen. Hier hat man „noch die Ohrenbeichte beibehalten; der Geistliche ist verpflich„tet, die ihm anvertrauten Sünden sammt dem Bekenner derselben, wenn das Wohl der Stadt es erfordert, dem Richter anzu„zeigen. Praeclare scitum!"

„Die Räume unter der Erde, die bei uns zu Kellern be„stimmt sind, werden hier von der geringeren Klasse der Ein„wohner besetzt, die in diesen ihren Wohnungen den ganzen „Tag hindurch Lampen oder Kerzen brennen müssen, während „ihnen bei regnerischem Wetter, einem hier sehr häufigen Falle, „das Wasser und der Gossenkoth durch die Fenster in die Stube „läuft."

— „Selbst in den besten Häusern geht man von der Gasse „in das erste Stockwerk über eine äussere, meist hölzerne „Treppe, und wenn man das Hausthor öffnet ist man auch schon „im ersten Zimmer." (er meint die Diele).

— „Am häufigsten findet man auf den Gassen Juden, Schiffer, Packknechte, und eine Unzahl von Freudenmädchen; nur „selten besser gekleidete Menschen, und diesen, meist Kaufleu„ten, stehen Geldgier und Handlungssorgen auf dem Gesichte „geschrieben. Unde nulla publica hilaritas, nec eunoenitas, nec „humanitas quidam."

— „Die Einwohner selbst genieſsen nur den kleinsten Theil „ihres Reichthums; den bei weiten grösseren verführen sie in „fremde Provinzen, um dort wieder andere um ihr schönes Geld „zu bringen" (eine eigenthümliche Ansicht des Welthandels). „Ihre eigene Kost z. B, ist so karg, dafs selbst der Tisch der „Senatoren, in Wien nur ein sehr ärmlicher heifsen würde. Nur „selten erhält man frisches Fleisch, de alles sogleich für die „Schiffer geräuchert, oder eingesalzen wird. Taback, Bier und „Thee sind die Lieblingsgenüsse der Grofsen, wie der Kleinen."

Wer würde in diesem Bilde, wenn man auch für sixty yeers ago Zugeständnisse macht, Hamburg erkennen!

Altona wird ganz kurz als eine schöne Stadt abgefertigt, in der alle Religionen, aber dafür auch alle Sitten frei und ungebunden sind.

In Bezug auf *Hell's* Reise erinnere ich mich unter den Papieren meines verstorbenen Vaters, der damals Geheimer Cabinetssecretair war, einen von *Hell* selbst dem Königl. Dänischen Gesandten in Wien übergebenen specificirten Kostenanschlag zu seiner Reise gesehen zu haben. Die geforderte Summe war sehr mäfsig, unter den einzelnen Artikeln konnten nur eine grofse Quantität Chocolade und zwei vollständige Anzüge auffallen.

S.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 269.

A. C. F. Peters Ph. Doctoris Disquisitio

De motu penduli in aere resistente.

1.

Cum motus corporis solidi in fluido nondum possit accurate determinari, quia nec natura fluidorum satis cognita, nec motuum eorum aequationes repertae praesenti analyseos statu solvi possint, variae de resistentia hypotheses prolatae sunt. In „Principiis Philosophiae naturalis" a *Newtono* motus corporum in duobus mediis diversis spectantur, tum in raro ex particulis aequalibus et ad aequales a se invicem distantias dispositis constante, tum in continuo atque compresso. In utroque resistentiam esse in duplicata ratione velocitatis concludit, in discontinuo praeterea in ratione simplici magnitudinis plani moti et triplicata sinus anguli, quem faciat cum motus directione atque nullo modo pendere e posteriore forma corporis, in continuo autem resistentias corporum rotundorum, quorum axes cum directionibus motuum coincidant e maximis transversis sectionibus eorum pendere, neque vero e prioribus neque e posterioribus formis, aiquidem medii tenacitatem et frictionem esse nullam supponatur. Quod in genere de fluidis non elasticis tantum valere monens, observat insuper corporum in fluidis elasticis motorum resistentiam ideo mutari, quod densitas fluidi ad anticam partem augeatur, ad posticam diminuatur. *Eulerus* in animadversionibus in opus „*Robin's* Grundsätze der Artillerie" perturbationem motus corporis a particulis fluidi in lineis curvis ante superficiem ejus decedentibus ortam investigans, resistentiam in mediis continuis non solum e maxima sectione transversa, sed etiam e forma pendere concludit. Aliam quoque de resistentia hypothesin affert, illam ex pressionibus fluidi in partes superficiei corporis variis velocitatibus contra fluidum motas deducens, unde resistentia in ratione velocitatis oritur, quae et ex anteriore et ex posteriore forma corporis pendet. Perfectissimam adhuc repertam solutionem problematis de motu pendulorum in fluidis dedit clar. *Poisson* in dissertatione: „Memoire sur les mouvements simultanés d'un pendule et de l'air environnant" in qua, tenacitatem fluidi esse nullam ponens, pro velocitatibus infinite parvis, globi tenuissimo filo suspensi motum complete determinavit. Qua ex solutione arcus oscillando descriptos non deminui sequitur, nisi frictio aliqua particularum fluidi in superficie penduli motarum supponatur, ex qua frictione resistentia in ratione velocitatis oritur; sed facile perspicitur hoc generatim non posse valere, cum plani circa axem in eo positum oscillantis nulla deminutio arcuum a frictione possit effici. Cum igitur tanta sit inter opiniones de resistentia diversitas, non alienum putavi, qualem eam observationes darent investigare, ideoque Regiomontanas pendulorum observationes in calculos vocavi, e quibus sequitur, resistentiam pendulorum in aere ex duabus partibus constare, earumque priorem, quae sit in ratione velocitatis majorem quidem vim habere ad motus lentos pendulorum, neque tamen posteriorem quae sit in duplicata ratione velocitatis plane esse negligendam. Resistentiam in diversas superficies determinaturus, tres inter se diversas hypotheses sequutus sum, quarum ea, quae resistentiam formis corporum non mutari, sed e sectionibus maximis, quas fluido opponant tantum pendere sistit, cum observationibus optime congruit; quod utrumque memoratu haud indignum esse videtur, cum ab aliis ut a clar. *Dubuat* in opere: „Principes d'Hydraulique et de Pyrodynamique" ex observationibus leges resistentiae ab his discrepantes deductae sint.

2.

Sint tempore aliquo per t designato x, y, z distantiae puncti penduli, cujus massa $= Dm$ a tribus planis sub angulis rectis se secantibus, quorum secundum supponamus esse verticale et secari primo per axem penduli. Designantibus porro $P, Q, R, \ldots$ virea secundum rectas $p, q, r, \ldots$ agentes, erit aequatio motus penduli

$$(1)\ldots d.\int \frac{dx^2+dy^2+dz^2}{2\,dt^2}\,Dm+\int(Pdp+Qdq+Rdr+\ldots)\,Dm=0$$

ubi signa D et f in diversa penduli puncta eodem tempore, d in idem punctum diversis temporibus valent. Huic aequationi etiam termini e motu fluidi pendentes adjiciendi sunt. Praeter resistentiam fluidi enim qua arcus oscillando descripti diminuuntur, fluidum tanquam corpus motum non parum

Digitized by Google

momenti habet ad motum penduli perturbandum, quod a clarissimo *Besselio* primo animadversum est, qui hanc rem in opere „Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels“ exquirens, tempora oscillationum, non arcus inde mutari colligit. Cum autem sequentibus virium perturbantium tantum primae potentiae spectentur, termini illi erunt negligendi, non minus quam diminutio ponderis penduli, quae ex fluidi pondere oritur. *Newtonus* in prop. XXXVII lib. II et *Dubuat* in opere „Principes d'Hydraulique et de Pyrodynamique“ volunt praeterea efficere partem aliquam fluidi pendulo moto tanquam caput et caudam adhaerere; quod si ponatur, arcus tamen inde non mutantur.

3.

Designando distantiam minimam puncti Dm ab axe penduli per r, angulum quem faciat recta ad axem normalis per centrum gravitatis penduli transiens cum perpendiculo per φ atque momentum inertiae penduli per N, erit

$$d \cdot \int \frac{dx^2+dy^2+dz^2}{2dt^2} Dm = \frac{d\varphi\, d^2\varphi}{dt^3} \int r^2 Dm = N \frac{d\varphi\, d^2\varphi}{dt^3}$$

Sit jam g vis acceleratrix gravitatis, atque s distantia axis a centro gravitatis penduli, cujus massam per M designemus. Tunc erit aequationis (1) secundi termini pars e vi gravitatis pendens:

$$= \int -g\, dx\, Dm = g\, Ms \cdot \sin\varphi\, d\varphi.$$

Ponamus vim motricem resistentiae in superficiem f, quae celeritate v normaliter ad planum suum movetur

$$= (\alpha'' v + \beta'' v^2)\, f \cdot \Delta'$$

ubi α'', β'' quantitates constantes ex observationibus derivandas et Δ' densitatem aeris designant. Si superficies cum directione motus angulum $= s$ facit, resistentiam quam patitur his modis concipiamus. Ponendo resistentiam pulsu particularum fluidi oriri, erit basis columnae aeris motae $= f \sin s$. Vi resistentiae jam in duas partes inter se normales distributa, restat resistentia ad superficiem normalis:

$$= (\alpha'' v + \beta'' v^2)\, f \Delta' \sin s^2.$$

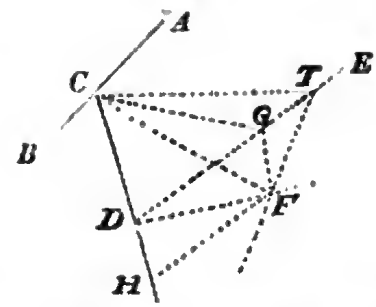
Deinde distribuamus velocitatem v in duas partes inter se normales $v \sin s$ et $v \cos s$, quarum prior ad superficiem normalis, neglecta frictione, resistentiam sola efficit; cum igitur velocitas superficiei contra fluidum $= v \sin s$, erit resistentia ad superficiem normalis

$$= (\alpha'' v \sin s + \beta'' v^2 \sin s^2)\, f \Delta'.$$

Si denique resistentiam e forma non pendere statuitur, erit resistentia contra directionem motus

$$= (\alpha'' v + \beta'' v^2)\, f \Delta' \sin s.$$

4.



Sit AB axis penduli, CD linea ad eum normalis, F punctum superficiei corporis, FD normalis ad CD, DE normalis ad planum $ABCD$ atque FT linea intersectionis plani, quod superficiem puncto F tangat, cum plano FDE. Designamus angulum inter planum tangens et planum DFG per ξ, et angulum quem facit linea intersectionis plani tangentis et plani CDF cum recta DF per η, statuendo insuper $CD = p$, $DF = \rho$, $\angle EDF = \zeta$, $\angle DFT = \theta$, erit $tg\,\eta = tg\,\xi \sin\theta$,

cosinus anguli s inter planum tangens et planum $CGFAB$

$$= \frac{\rho \cos\zeta \cos\xi + p \sin(\theta+\zeta) \sin\xi}{\sqrt{(p^2+\rho^2\cos\zeta^2)}},$$

elementum superficiei $= \frac{\rho\, d\zeta\, dp}{\sin\theta \sin\eta}$,

angulus quem facit cum directione motus $= 90^\circ + s$, atque velocitas puncti F

$$= \frac{d\varphi}{dt} \sqrt{(p^2+\rho^2\cos\zeta^2)}$$

Per tempus dt movetur punctum F normaliter ad planum CGF quantitate $\sqrt{(p^2+\rho^2\cos\zeta^2)}\, d\varphi$, ideoque ejus distantia tempore $t + dt$ a plano tempore t tangente

$\sqrt{(p^2+\rho^2\cos\zeta^2)} \cos s\, d\varphi = [\rho\cos\zeta\cos\xi + p\sin(\theta+\zeta)\sin\xi]\, d\varphi$,

qua quantitate punctum F adversum directionem vis resistentiae movetur.

5.

Statuendo brevitatis gratia

$$\int \frac{\rho\, d\zeta\, dp}{\sin\theta\sin\eta} \frac{[\rho\cos\zeta\cos\xi + p\sin(\theta+\zeta)\sin\xi]^3}{\sqrt{(p^2+\rho^2\cos\zeta^2)}} = A$$

$$\int \frac{\rho\, d\zeta\, dp}{\sin\theta\sin\eta} [\rho\cos\zeta\cos\xi + p\sin(\theta+\zeta)\sin\xi]^2 = A'$$

$$\int \frac{\rho\, d\zeta\, dp}{\sin\theta\sin\eta} [\rho\cos\zeta\cos\xi + p\sin(\theta+\zeta)\sin\xi] \sqrt{(p^2+\rho^2\cos\zeta^2)} = A''$$

$$\int \frac{\rho\, d\zeta\, dp}{\sin\theta\sin\eta} [\rho\cos\zeta\cos\xi + p\sin(\theta+\zeta)\sin\xi]^3 = B = B'$$

$$\int \frac{\rho\, d\zeta\, dp}{\sin\theta\sin\eta} [\rho\cos\zeta\cos\xi + p\sin(\theta+\zeta)\sin\xi](p^2+\rho^2\cos\zeta^2) = B''$$

Digitized by Google

assumit aequatio motus penduli formam:

$$0 = N\frac{d^2\varphi}{dt^2} + gMs\sin\varphi + \Delta'\alpha''^{(n)}A^{(n)}\frac{d\varphi}{dt} + \Delta'\beta''B^{(n)}\frac{d\varphi^3}{dt^3},$$

ubi loco n respective scribendum est 1, 2, 3 prout hypothesis prima vel secunda vel tertia adhibeatur.

Pendula quibus clar. *Besselius* usus est, constant ex globis, cylindris et conis, quorum axes ad penduli axem normales; cuique eorum habetur $\theta = \frac{\pi}{2}$, ideoque $\eta = \xi$, unde valores quantitatum A et B sequentes induunt formas:

$$A' = \int \frac{\rho\,dp}{\sin\xi}\frac{(\rho\cos\xi + p\sin\xi)^3}{\sqrt{(p^2+\rho^2\cos\zeta^2)}}\cos\zeta^3\,d\zeta$$

$$A' = \int \frac{\rho\,dp}{\sin\xi}(\rho\cos\xi + p\sin\xi)^2\cos\zeta^2\,d\zeta$$

$$A''' = \int \frac{\rho\,dp}{\sin\xi}(\rho\cos\xi + p\sin\xi)\sqrt{(p^2+\rho^2\cos\zeta^2)}\cos\zeta\,d\zeta$$

$$B' = \int \frac{\rho\,dp}{\sin\xi}(\rho\cos\xi + p\sin\xi)^3\cos\zeta^3\,d\zeta$$

$$B''' = \int \frac{\rho\,dp}{\sin\xi}(\rho\cos\xi + p\sin\xi)(p^2+\rho^2\cos\zeta^2)\cos\zeta\,d\zeta$$

quae a $\zeta = -\frac{\pi}{2}$ ad $\zeta = +\frac{\pi}{2}$ integratae transeunt in has:

$$A = \int \frac{(\rho\cos\xi + p\sin\xi)^3}{\sin\xi}\left[\frac{p}{\rho} - \frac{p^2-\rho^2}{\rho^2}\,arc.\,tg\,\frac{\rho}{p}\right]dp = \int \frac{(\rho\cos\xi + p\sin\xi)^3}{\sin\xi}\left\{\frac{4}{3}\frac{\rho}{p} - \frac{8}{3.5}\frac{\rho^3}{p^3} + \frac{12}{5.7}\frac{\rho^5}{p^5} - \ldots\right\}dp$$

$$A' = \frac{\pi}{2}\int \frac{\rho(\rho\cos\xi + p\sin\xi)^2}{\sin\xi}\,dp$$

$$A''' = \int \rho\left[p + \frac{p^2+\rho^2}{\rho}\,arc.\,tg = \frac{\rho}{p}\right]\frac{(\rho\cos\xi + p\sin\xi)}{\sin\xi}\,dp = 2\int \frac{\rho\cos\xi + p\sin\xi}{\sin\xi}\rho\left\{p + \frac{1}{3}\frac{\rho^2}{p} - \frac{1}{3.5}\frac{\rho^4}{p^3} + \frac{1}{5.7}\cdot\frac{\rho^6}{p^5} - \ldots\right\}dp$$

$$B' = \frac{4}{3}\int \frac{\rho(\rho\cos\xi + p\sin\xi)^3}{\sin\xi}\,dp$$

$$B''' = \int \frac{\rho(\rho\cos\xi + p\sin\xi)}{\sin\xi}(2p^2 + \frac{4}{3}\rho^2)\,dp$$

6.

Accommodemus jam has formulas ad corpora unde pendula composita sunt.

Radium cylindri per ρ atque valores minimos et maximos ipsius p per h', h'' designantes habemus

$$A = \rho\left[\tfrac{4}{3}(h''^3 - h'^3) - \tfrac{8}{15}\rho^2(h'' - h') - \tfrac{12}{112}\rho^4\left(\frac{1}{h''} - \frac{1}{h'}\right) + \ldots\right]$$

$$A' = \frac{\pi}{6}\rho(h''^3 - h'^3)$$

$$A''' = \tfrac{3}{8}\rho(h''^4 - h'^4) + \tfrac{3}{2}\rho^3(h'' - h') + \ldots$$

$$B' = \tfrac{1}{2}\rho(h''^4 - h'^4)$$

$$B''' = \tfrac{1}{2}\rho(h''^4 - h'^4) + \tfrac{3}{2}\rho^3(h''^2 - h'^2)$$

Sit H centrum globi, cujus distantiam HC ab axe designemus per f, radium per r, angulum FHC per ψ. Habemus itaque:

$$\xi = \psi$$
$$\rho = r\sin\psi$$
$$p = f - r\cos\psi$$
$$\rho\cos\xi + p\sin\xi = f\sin\psi, \text{ ideoque}$$

$$A = \tfrac{4}{3}\int_0^\pi \left\{r^3 f^3 \sin\psi^4 \frac{1}{f - r\cos\psi} - \tfrac{3}{5}\frac{f^3 r^4 \sin\psi^6}{(f - r\cos\psi)^3} + \ldots\ldots\right\}d\psi$$
$$= \tfrac{1}{2}\pi r^2 f^2 - \tfrac{1}{16}\pi r^4 + \ldots$$

$$A' = \frac{\pi}{2}\int_0^\pi r^2 f^2 \sin\psi^3\,d\psi = \tfrac{2}{3}\pi r^2 f^2$$

$$A''' = 2\int_0^\pi f r^2 \sin\psi^2\left\{f - r\cos\psi + \tfrac{1}{3}\frac{r^2\sin\psi^2}{f - r\cos\psi} - \ldots\right\}d\psi = \pi r^2 f^2 + \tfrac{3}{16}\pi r^4 + \ldots$$

$$B' = \tfrac{4}{3}\int_0^\pi r^3 f^3 \sin\psi^4\,d\psi = \tfrac{1}{2}\pi r^2 f^3$$

$$B''' = \int_0^\pi r^3 f \sin\psi^2\left[2(f - r\cos\psi)^2 + \tfrac{4}{3}r^2\sin\psi^2\right]d\psi = \pi r^2 f^3 + \tfrac{1}{4}\pi r^4 f$$

Distantiam cacuminis coni ab axe penduli per h' designando erit:

Digitized by Google

$$\rho = (p-h')\,cotg\,\xi$$

$$A' = \int \frac{(p-h'\cos\xi^2)^3}{\sin\xi^5}\left\{\tfrac{4}{3}\frac{(p-h')\cos\xi}{p} - \frac{8}{3.5}\frac{(p-h')^3\cos\xi^3}{p^3\sin\xi^3} + \ldots\right\} dp = \tfrac{1}{3}h'^2(h''-h')^3\sin 2\xi + \ldots$$

$$A'' = \frac{\pi}{2}\int \frac{(p-h')(p-h'\cos\xi^2)\cos\xi}{\sin\xi^4}\,dp$$

$$= \frac{\pi}{4}(h''-h')^2\left\{h'^2\cos\xi + \tfrac{4}{3}h'(h''-h)\frac{\cos\xi}{\sin\xi^2} + \tfrac{1}{2}(h''-h')^2\frac{\cos\xi}{\sin\xi^4}\right\}$$

$$A''' = 2\int \frac{(p-h')(p-h'\cos\xi^2)\cos\xi}{\sin\xi^3}\left\{p + \tfrac{1}{3}\frac{(p-h')^2}{p}\,cotg\,\xi^2 + \ldots\right\} dp$$

$$= h'^2(h''-h')^2\,cotg\,\xi$$

$$B' = \tfrac{4}{3}\int \frac{(p-h')(p'-h'\cos\xi^2)\cos\xi}{\sin\xi^5}\,dp = \tfrac{1}{3}(h''-h')^2\left[h'^3\sin 2\xi + 2h'^2(h''-h')\frac{\sin 2\xi}{\sin\xi^2} + \tfrac{3}{5}h'(h''-h')^2\frac{\sin 2\xi}{\sin\xi^4} + \tfrac{2}{5}(h''-h')^3\frac{\sin 2\xi}{\sin\xi^6}\right]$$

$$B'' = \int \frac{(p-h')(p-h'\cos\xi^2)\cos\xi}{\sin\xi^3}\left[2p^2 + \tfrac{4}{3}(p'-h)^2\,cotg\,\xi^2\right] dp = h'^3(h''-h')^2\,cotg\,\xi + \ldots.$$

7.

Sit longitudo penduli simplicis ad minuta secunda oscillantis $= \lambda$, et penduli simplicis aequali tempore cum composito oscillationes peragentis longitudo $= h$, atque brevitatis gratia $\frac{\pi^2\lambda}{h} = b$, $\frac{\Delta'\alpha''A^{(n)}}{hMs} = m$, $\frac{\Delta'\beta''B^{(n)}}{hMs} = m'$.

Tunc mutatur aequatio motus penduli §. 5 in hanc:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + b\sin\varphi + m\frac{d\varphi}{dt} + m'\frac{d\varphi^2}{dt^2} = 0$$

unde sequitur, angulo penduli cum perpendiculo initio motus, quando $\frac{d\varphi}{dt} = 0$, per $-\alpha$ designato

$$\frac{d\varphi^2}{2dt^2} = b(\cos\varphi - \cos\alpha) - \int_{-\alpha}^{\varphi}\left(m\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)d\varphi + m'\frac{d\varphi^2}{dt^2}\,d\varphi\right)$$

$$= b(\cos\varphi - \cos\alpha) - m\int_{-\alpha}^{\varphi}\sqrt{\left[2b(\cos\varphi - \cos\alpha) - 2m\int_{-\alpha}^{\varphi}\frac{d\varphi}{dt}\,d\varphi - 2m'\int_{-\alpha}^{\varphi}\frac{d\varphi^2}{dt^2}\,d\varphi\right]}\,d\varphi$$

$$- m'\int_{-\alpha}^{\varphi}\left[2b(cvs\,\varphi - \cos\alpha) - 2m\int_{-\alpha}^{\varphi}\frac{d\varphi}{dt}\,d\varphi - 2m'\int_{-\alpha}^{\varphi}\frac{d\varphi^2}{dt^2}\,d\varphi\right]d\varphi$$

$$= b(\cos\varphi - \cos\alpha) - m\sqrt{(2b)}\int_{-\alpha}^{\varphi}\sqrt{(\cos\varphi - \cos\alpha)}\,d\varphi - 2m'b(\sin\varphi + \sin\alpha) + 2m'b\cos\alpha(\varphi + \alpha)$$

$$+ m^2\int_{-\alpha}^{\varphi}\frac{\int_{-\alpha}^{\varphi}\sqrt{(2b(\cos\varphi - \cos\alpha))}\,d\varphi}{\sqrt{(2b(\cos\varphi - \cos\alpha))}}\,d\varphi$$

$$+ 2mm'\int_{-\alpha}^{\varphi}\left[\int_{-\alpha}^{\varphi}\sqrt{(2b(\cos\varphi - \cos\alpha))}.d\varphi\right]d\varphi + 2mm'b\int_{-\alpha}^{\varphi}\frac{\sin\varphi + \sin\alpha - (\varphi+\alpha)\cos\alpha}{\sqrt{(2b(\cos\varphi - \cos\alpha))}}.d\varphi$$

$$+ 4bm'^2\left[\cos\alpha - \cos\varphi + (\varphi+\alpha)(\sin\alpha - \alpha\cos\alpha) - \cos\alpha\frac{\varphi^2 - \alpha^2}{2}\right]$$

$$+ \ldots.$$

Si valor ipsius φ ad finem oscillationis, quando $\frac{d\varphi}{dt}$ iterum evanescit, per α' significatur et secundae altioresque resistentiae potestates negliguntur, mutatur aequatio superior in:

$$0 = b(\cos\alpha' - \cos\alpha) - 2m\pi\sqrt{b}\sin\tfrac{1}{2}\alpha^2\left\{1 + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2})^2\sin\tfrac{1}{2}\alpha^2 + \tfrac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\sin\tfrac{1}{2}\alpha^4 + \tfrac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\sin\tfrac{1}{2}\alpha^6 + \ldots.\right\}$$

$$- 4m'b\sin\alpha + 4m'b\alpha\cos\alpha,$$

sive, neglectis tertiis et altioribus potestatibus anguli α,

$$\alpha' = \alpha - \frac{m\pi}{2\sqrt{(b)}}\alpha - \tfrac{4}{3}m'\alpha^2$$

Digitized by Google

8.

Hujus formulae ope per methodum a clar. *Besselio* ad functiones repetitas profectam quicunque angulus oscillationis primo determinari potest. Sint enim $u^{(n)}$, $u^{(n+1)}$, $u^{(n+2)}$, ... termini se mutuo sequentes illarum functionum; statuatur praeterea

$$\begin{aligned} u^{(n+1)} - u^{(n)} &= \Delta_1 \\ u^{(n+2)} - 2u^{(n+1)} + u^{(n)} &= \Delta_2 \\ u^{(n+3)} - 3u^{(n+2)} + 3u^{(n+1)} - u^{(n)} &= \Delta_3 \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \end{aligned}$$

erit: $$n = \int \frac{du'^{(n)}}{\Delta_1 - \frac{1}{2}\Delta_2 + \frac{1}{3}\Delta_3 - \ldots}$$

Sit jam $x^{(n+1)} = x^{(n)} + hfx^{(n)}$

designante h quantitatem perexiguam et f functionem quamcunque, habetur:

$$x^{(n+2)} = x^{(n)} + 2hfx^{(n)} + h^2 \frac{d.fx^{(n)}}{dx^{(n)}} fx^{(n)} + \ldots$$

$$x^{(n+3)} = x^{(n)} + 3hfx^{(n)} + \frac{2.3}{1.2} h^2 . \frac{d.fx^{(n)}}{dx^{(n)}} fx^{(n)} + \ldots$$

$$x^{(n+4)} = x^{(n)} + 4hfx^{(n)} + \frac{3.4}{1.2} h^2 . \frac{d.fx^{(n)}}{dx^{(n)}} fx^{(n)} + \ldots$$

$$\vdots$$

unde sequitur:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= hfx^{(n)} + \ldots \\ \Delta_2 &= h^2 \frac{d.fx^{(n)}}{dx^{(n)}} fx^{(n)} + \ldots \\ &\vdots \end{aligned}$$

quibus in aequatione superiora substitutis, prodit:

$$n = \int \frac{dx^{(n)}}{hfx^{(n)} - \frac{1}{2}h^2 \frac{d.fx^{(n)}}{dx^{(n)}} . fx^{(n)} + \ldots}$$

Haec formula in aequationem ultimam paragraphi antecedentis translata, neglectis terminis ultra primam resistentiae potentiam, dabit:

$$n = \int \frac{-d\alpha'^{(n)}}{\frac{m\pi}{2\sqrt{b}} . \alpha^{(n)} + \frac{4}{3} m' \alpha^{(n)2}}$$

$$= Const - \frac{2\sqrt{b}}{m\pi} log \frac{\frac{m\pi}{2\sqrt{b}} \alpha^{(n)}}{\frac{m\pi}{2\sqrt{b}} + \frac{4}{3} m' \alpha^{(n)}}$$

sive, cum n pro $\alpha^{(n)} = \alpha$ evanescat,

$$n = \frac{2\sqrt{b}}{m\pi} log \frac{\frac{m\pi}{2\sqrt{b}} + \frac{4}{3} m' \alpha^{(n)}}{\frac{m\pi}{2\sqrt{b}} + \frac{4}{3} m' \alpha} \cdot \frac{\alpha}{\alpha^{(n)}}$$

Statuendo brevitatis gratia $\frac{m\pi}{2\sqrt{b}} = \mu$, $\frac{4}{3} m' = \mu'$ mutatur haec formula in $\mu n = log \frac{\mu + \mu' \alpha'^{(n)}}{\mu + \mu' \alpha} \cdot \frac{\alpha}{\alpha^{(n)}}$,

unde sequitur $\alpha^{(n)} = \frac{\frac{\mu}{\mu'} \alpha}{\left(\frac{\mu}{\mu'} + \alpha\right) e^{\mu n} - \alpha}$.

9.

Designatis quatuor arcubus oscillando descriptis per α, β, α', β', numero oscillationum inter primum et secundum per n, inter tertium et quartum per n', habebimus

$$\mu n = log \frac{\mu + \mu'\beta}{\mu + \mu'\alpha} \cdot \frac{\alpha}{\beta}, \quad \mu n' = log \frac{\mu + \mu'\beta'}{\mu + \mu'\alpha'} \cdot \frac{\alpha'}{\beta'}$$

unde eliminato μ', sequitur

$$(\alpha' - \alpha)\beta\beta' e^{(n+n')\mu} - (\alpha' - \beta)\alpha\beta' e^{n'\mu} + (\alpha - \beta')\alpha'\beta e^{n\mu} - (\beta - \beta')\alpha\alpha' = 0$$

quae aequatio, ponendo $n = n'$, transit in hanc:

$$(\alpha' - \alpha)\beta\beta' e^{2n\mu} + [(\alpha' + \beta')\alpha\beta - (\alpha + \beta)\alpha'\beta'] e^{n\mu} - (\beta - \beta')\alpha\alpha' = 0$$

sive

$$(\alpha' - \alpha)\beta\beta' e^{2n\mu} + [\beta - \beta')\alpha\alpha' - (\alpha' - \alpha)\beta\beta'] e^{n\mu} - (\beta - \beta')\alpha\alpha' = 0$$

ergo $$e^{n\mu} = \frac{(\beta - \beta')\alpha\alpha'}{(\alpha - \alpha')\beta\beta'}$$

ideoque $$\mu = \frac{1}{n} log \frac{(\beta - \beta')\alpha\alpha'}{(\alpha - \alpha')\beta\beta'}$$

$$\mu' = \mu \frac{\alpha - e^{n\mu}\beta}{\alpha\beta(e^{n\mu} - 1)} = \mu \frac{\alpha' - e^{n\mu}\beta'}{\alpha'\beta'(e^{n\mu} - 1)}$$

Simulac μ et μ' eruta sunt, habentur α'' et β'' per aequationes:

$$\alpha'' = \frac{Mshm}{\Delta' A} = \frac{2 Ms\sqrt{\lambda}\sqrt{h}}{\Delta' A} \mu$$

$$\beta'' = \frac{Mshm'}{\Delta' B} = \frac{3 hMs\,\mu'}{4\Delta' B}$$

Densitas aeris determinari potest per formulam

$$\Delta' = \frac{\beta}{337{,}006.770.488\,(1 + \tau .0{,}001614)\,(1 + b' .{,}00375)}$$

ubi β significat altitudinem barometri lineis Parisiensibus expressam, τ centigradus, quos vocant, thermometri barometro affixi atque b' temperaturam aeris (V. *Bessel*, Untersuch. über die Länge des einfachen Secundenpendels p. 39).

10.

Cum singulas observationes Regiomontanas in calculum vocare et admodum operosum et minus necessarium sit, media ex iis formavi, quae cum observatis valoribus in sequentibus tabulis exhibentur:

Digitized by Google

A. *Observationes excerptae ex opere: „Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels."*

1. *Prima series observationum, globi ex aurichalco facti ope institutarum:*

a. Longioris penduli.

Num. oscill.		0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	β	τ	l
												°	°
I.	a	38,3	33,8	29,8	26,4	23,6	20,9	18,8	16,9	15,4	336,81	+ 3,1	+ 3,51
	b	39,0	34,2	30,1	26,8	23,8	21,3	19,2	17,2	15,5	336,80	5,3	4,87
	c	39,5	34,6	30,5	26,8	23,9	21,6	19,3	17,3	15,7	336,40	7,5	6,72
	f	39,9	34,6	30,4	27,1	24,1	21,5	19,3	17,3	15,5	332,19	9,6	7,865
II.	a	39,3	34,1	30,0	26,4	23,5	20,9	18,5	16,4	14,6	340,10	4,6	4,39
	b	39,7	34,8	30,5	26,9	24,0	21,4	19,3	17,3	15,5	340,34	5,2	4,87
	c	38,6	33,9	29,9	26,6	23,6	21,2	19,0	17,1	15,4	342,42	4,8	4,925
	f	40,3	34,9	30,8	27,2	24,2	21,8	19,5	17,4	15,6	343,00	6,5	5,70
III.	a	39,9	35,2	31,0	27,5	24,4	21,9	19,6	17,6	15,9	338,94	8,4	7,225
	b	39,1	34,3	30,3	26,9	23,9	21,4	19,3	17,3	15,6	338,16	10,3	8,005
	c	39,2	34,5	30,5	27,1	24,2	21,8	19,4	17,5	15,7	333,22	10,3	8,97
	f	38,5	34,0	30,2	27,0	24,0	21,5	19,3	17,3	15,5	332,20	12,2	9,52
IV.	a	39,1	34,2	30,2	27,0	24,0	21,5	19,2	17,3	15,5	335,67	11,8	10,52
	b	37,7	33,3	29,3	26,2	23,4	20,9	18,7	16,7	15,2	335,72	13,3	11,095
	c	39,7	34,7	30,6	27,1	24,1	21,6	19,4	17,3	15,6	337,08	12,0	10,55
	f	39,0	34,1	30,1	26,5	24,0	21,4	19,2	17,2	15,5	336,96	13,7	11,22
V.	a	41,6	36,6	32 3	28,6	25,5	22,7	20,3	18,1	16,3	336,52	21,3	18,92
	b	39,4	34,5	30,4	27,1	24,1	21,6	19,4	17,3	15,6	336,38	19,7	18,43
	c	39,4	34,4	30,3	26,9	24,0	21,5	19,2	17,1	15,4	338,19	18,7	16,66
	f	38,6	33,4	29,9	26,7	23,6	21,4	19,2	17,2	15,4	338,90	18,1	16,715
VI.	a	39,3	34,2	30,0	26,3	23,2	20,5	18,3	16,3	14,6	334,28	19,4	19,155
	b	39,9	34,9	30,9	27,5	24,4	21,9	19,7	17,6	15,8	335,21	21,3	19,815
	c	39,6	35,0	30,9	27,5	24,3	21,7	19,5	17,3	15,5	338,23	19,7	18,50
	f	39,0	34,5	30,5	27,1	24,1	21,5	19,3	17,3	15,5	339,48	18,3	16,71
VII.	a	39,8	34,8	30,7	27,2	24,2	21,8	19,4	17,4	15,6	338,94	18,2	16,63
	b	38,8	34,0	30,2	26,9	24,0	21,4	19,2	17,2	15,4	339,24	18,5	16,80
	c	38,7	34,3	29,9	26,4	23,5	21,1	18,9	16,8	15,2	340,39	19,0	18,02
	f	38,7	34,1	30,0	26,6	23,6	21,2	19,0	16,9	15,3	340,61	20,7	18,74
VIII.	a	39,3	34,7	30,2	27,0	24,1	21,5	19,3	17,3	15,5	340,29	22,3	19,83
	b	39,2	34,2	30,3	27,0	23,9	21,4	19,3	17,2	15,5	341,45	22,0	20,06
	c	39,0	34,1	30,1	26,8	23,7	21,3	19,2	17,2	15,4	340,52	23,9	21,74
	f	39,7	34,9	30,8	27,2	24,3	21,7	19,4	17,4	15,6	340,43	23,6	21,71
Med.		39,275	34,4315	30,3625	26,9469	23,975	21,4625	19,2375	17,2094	15,4750	337,971	+14°48	+13°149 (1)

b. Brevioris penduli.

												β	τ	l
I.	c	14,65	13,7	12,8	11,9	11,0	10,3	9,6	8,9	8,3	7,8	7,3	337,52	7,6	5,70
	d	13,5	12,7	11,9	11,0	10,3	9,7	9,0	8,4	7,9	7,4	7,0	335,97	9,1	6,25
II.	c	12,4	11,6	10,9	10,2	9,6	9,0	8,5	8,0	7,5	7,1	6,7	341,57	4,7	4,55
	d	12,3	11,5	10,8	10,1	9,5	8,9	8,4	8,0	7,5	7,0	6,5	341,47	5,6	5,18
III.	c	11,6	10,9	10,3	9,7	9,1	8,6	8,15	7,7	7,3	6,9	6,4	336,60	9,3	8,045
	d	12,2	11,5	10,9	10,3	9,7	9,1	8,5	8,1	7,7	7,2	6,8	335,50	11,4	8,625
IV.	c	12,3	11,7	11,0	10,4	9,8	9,2	8,75	8,3	7,9	7,45	7,0	337,02	12,3	11,01
	d	12,7	11,95	11,3	10,7	10,15	9,5	8,9	8,4	8,0	7,6	7,2	336,39	12,0	10,69
V.	c	12,8	12,0	11,3	10,7	10,2	9,7	9,1	8,6	8,1	7,7	7,2	336,61	20,0	18,305
	d	12,9	12,1	11,4	10,8	10,3	9,8	9,2	8,8	8,2	7,8	7,4	337,67	18,3	16,655
VI.	c	10,9	10,3	9,7	9,2	8,7	8,2	7,7	7,2	6,8	6,4	6,0	338,40	20,1	18,91
	d	13,2	12,5	11,8	11,2	10,6	9,9	9,3	8,8	8,3	7,85	7,45	338,16	18,7	17,93
VII.	c	13,3	12,5	11,8	11,1	10,5	9,8	9,2	8,7	8,2	7,7	7,3	337,62	20,3	18,115
	d	11,3	10,5	9,8	9,3	8,8	8,3	7,8	7,2	6,8	6,4	6,1	337,57	20,3	18,555
VIII.	c	12,5	11,7	10,9	10,2	9,6	9,0	8,5	8,0	7,6	7,2	6,8	340,93	22,8	20,82
	d	11,8	11,1	10,4	9,8	9,2	8,7	8,2	7,7	7,3	6,8	6,4	339,77	24,7	22,455
Med.		12,5219	11,7656	11,0625	10,4125	9,8156	9,23125	8,675	8,175	7,7125	7,26875	6,8469	338,048	14,82	13,237...(2)

Digitized by Google

Numerus oscillationum.

I.	c	648	1296	1946	2596	3246	3895	4545	5195	5846	6497
	d	648	1297	1947	2596	3247	3898	4549	5199	5851	6502
II.	c	617	1236	1853	2470	3089	3708	4326	4945	5563	6181
	d	618	1237	1857	2476	3097	3717	4337	4957	5578	6197
III.	c	563	1125	1688	2252	2816	3380	3944	4508	5072	5637
	d	563	1127	1691	2256	2821	3386	3951	4515	5080	5644
IV.	c	559	1117	1676	2235	2794	3353	3913	4471	5031	5591
	d	560	1119	1679	2239	2799	3359	3919	4480	5041	5602
V.	c	552	1103	1654	2206	2757	3310	3863	4416	4968	5521
	d	552	1103	1654	2206	2757	3310	3861	4411	4963	5516
VI.	c	560	1119	1680	2241	2800	3361	3921	4483	5044	5604
	d	560	1121	1682	2243	2804	3366	3928	4489	5051	5613
VII.	c	562	1125	1688	2251	2814	3377	3940	4504	5068	5633
	d	562	1124	1686	2248	2810	3372	3934	4496	5058	5621
VIII.	c	600	1199	1798	2398	2998	3598	4198	4798	5399	5999
	d	601	1201	1801	2401	3002	3602	4202	4802	5403	6003
Med.		582 $\frac{13}{16}$	1165 $\frac{9}{16}$	1748 $\frac{3}{4}$	2332 $\frac{1}{8}$	2915 $\frac{11}{16}$	3499 $\frac{1}{2}$	4083 $\frac{5}{16}$	4666 $\frac{13}{16}$	5251	5835 $\frac{1}{16}$....(2)

Pendula dependebant a cylindro.

2. *Secunda series observationum, ejusdem globi ope institutarum.*

a. Longioris penduli.

		0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	β	τ	l
												°	°
IX.	a	40,4	35,0	31,1	27,4	24,6	22,1	19,6	17,6	16,0	334,76	+ 3,9	+ 3,845
X.	a	39,9	34,8	30,8	27,4	24,4	21,9	19,8	17,9	16,1	334,75	4,7	4,07
XI.	a	40,4	35,4	31,1	27,4	24,4	21,9	19,6	17,5	15,9	335,91	3,6	3,31
IX.	c	37,7	33,6	29,7	26,2	23,4	20,8	19,0	17,0	15,5	337,58	3,2	3,28
X.	c	38,8	34,7	30,5	27,1	24,2	21,6	19,4	17,4	15,8	338,05	4,2	3,78
XI.	c	38,4	33,9	29,9	26,6	23,6	21,2	19,0	17,2	15,5	340,02	4,6	4,11
IX.	d	39,3	34,6	30,6	27,0	24,2	21,5	19,5	17,5	15,9	341,05	5,7	4,61
X.	d	38,0	33,2	29,5	26,2	23,4	20,8	18,8	16,9	15,3	343,20	4,8	4,39
XI.	d	37,9	33,2	29,4	26,0	23,3	20,8	18,7	16,9	15,3	343,19	6,7	4,995
IX.	f	39,5	34,7	30,7	27,3	24,3	21,6	19,4	17,5	15,8	338,67	10,6	8,65
X.	f	39,0	33,9	30,2	26,6	23,7	21,2	19,1	17,2	15,4	338,57	12,4	10,02
XI.	f	39,6	34,1	30,3	26,8	23,8	21,3	19,1	17,1	15,5	339,20	11,3	9,70
Med.		39,075	34,258	30,317	26,833	23,942	21,392	19,250	17,308	15,667	338,746	+ 6,31	+ 5,397....(3)

(Die Fortsetzung folgt.)

Beobachtungen mit dem *Steinheil*schen Prismenkreise.

Herr *G. v. Fuſs*, den wir das Vergnügen haben jetzt an unsern Beobb. auf der Altonaer Sternwarte Theil nehmen zu sehen, hat mit dem *Steinheil*schen Kreise, den er bis dahin noch nicht gebraucht hatte, folgende Beobb. gemacht.

Er hat sich des angequickten Quecksilberhorizontes bedient, der hier ausschliefslich gebraucht wird, und den niemand der ihn kennt verlassen wird.

Die Beobb. sind von Refraction und Parallaxe befreit, und auf den Meridian reducirt. (I) bedeutet die direct gemessene Höhe, (II) die auf der andern Seite des Nullpuncts gemessene Höhe. φ ist die Polhöhe die aus den Beobb. folgt.

Sonne.

1834.	Ober. Rd.		Unt. Rd.		φ
Jul. 2.	(I) 59°48′ 27″8		(I) 59°17′ 3″7		53°32′ 39″4
—	24,8		(II)	4,6	
(II)	24,0			3,0	
—	24,9				
	59 48 25,4		59 17 3,8		

Nullpunct des Kreises 0° 0′ 0″9
Halbmesser 15′ 40″8.

Digitized by Google

1834.	Ober. Rd.	Unt. Rd.	φ
Jul. 24.	(II) 56°40′ 33″2	(II) 56° 8′ 50″9	53°32′ 47″5
	16,4	64,8	
	(I) 50,9	(I) 71,5	
	44,2	62,7	
	35,0		
	56 40 35,9	56 8 62,5	
	Nullpunct	0 0 14,0	
	Halbmesser 15′ 47″0		
Jul. 26.	(I) 56 14 (87,7)	(I) 55 43 41,8	53 32 40,0
	57,4	37,3	
	(II) 60,0	(II) 35,5	
	63,6	36,6	
	53,9	34,7	
	56 14 58,7	55 43 37,2	
	Nullpunct	0 0 1,1	
	Halbmesser 15′ 41″2		
Jul. 27.	(II) 56 1 45,5	(II) 55 30 9,4	53 32 43,5
	43,6	19,7	
	51,3	7,8	
	(I) 30,5	(I) 3,5	
	30,5	29 53,3	
	56 1 40,3	55 30 6,7	
	Nullpunct	359 59 44,9	
	Halbmesser 15′ 47″2$_4$		
Jul. 31.	(II) 55 5 7,9	(II) 54 33 39,5	53 32 46,9
	3,6	30,5	
	(I) 7,6	(I) 45,0	
	14,8	44,5	
	21,7	32,7	
	55 5 11,2	54 33 38,4	
	Nullpunct	0 0 7,3	
	Halbmesser 15′ 46″9.		

Polaris.

Hier sind die Polhöhen welche aus jeder Beobachtung folgen angegeben.

Sept. 17.	53°32′ 48″	Sept. 19.	53°32′ 55″5
	48		44,2
	55		62,0
	39		54,8
	46		46,1
	55		47,6
	53		46,6
	53 32 49,5		34,0
			53 32 48,8

Wir haben also folgende Uebersicht

		φ
Sonne	Jul. 2.	53°32′ 39″4
	— 24.	— — 47,5
	— 26.	— — 40,0
	— 27.	— — 43,5
	— 31.	— — 46,9
Polaris	Sept. 17.	— — 49,5
	—19.	— — 48,8
		53°32′ 45″1.

Auf dem Stationspuncte in meinem Hause hat Herr *v. Fuss* folgende Winkel zwischen irdischen Gegenständen beobachtet. Die Zahlen unter der Rubrik Correction, sind daran anzubringen, um die richtigen Werthe dieser Winkel zu erhalten, wie sie aus den Dreiecken der Gradmessung folgen.

		Correction.
Harburg — Wilhelmsburg	21°35′ 40″0	— 6″4
Harburg — Ochsenwerder	35 23 5,0	+ 4,6
Harburg — Buxtehude	79 43 32,5	— 3,9
Harburg — Lüneburg	28 21 27,5	— 2,8
Harburg — Kirch-Steinbeck	66 59 11,0	—10,5

S.

C. A. Matthiessens Tafel zur bequemen Berechnung der Logarithmen der Summe oder Differenz zweyer Gröfsen, welche selbst nur durch ihre Logarithmen gegeben sind.

Folgende Druckfehler in der Tafel meines verstorbenen Vaters sind mir gütigst von Herrn *Th. Clausen* mitgetheilt worden. Ich ersuche Sie ganz ergebenst, diese Correction in den A. N. bekannt machen zu wollen.

bey A. =	0,0708,	P P.	statt	332	lies 432.
" "	0,1142 bis 0,1149 incl.		ist die Columne B et C. um 10 zu vermindern.		
" "	0,1973,	B et C	statt	881	lies 891.
" "	0,2044,	P. P4	"	164	" 154.
" "	0,2596	B et C	"	459	" 449.
" "	0,2597	B et C	"	105	" 095.
" "	0,2598	B et C	"	750	" 740.
" "	0,2807	B	"	9	" 29.
" "	0,4795	P. P	"	C	" B.
" "	0,5171	P. P	"	406	" 460.
bey A. =	1,0605	B	statt	0,0862	lies 0,0362.
" "	1,0840	C	"	939	" 933.
" "	1,1428	B et C	"	759	" 859.
" "	1,1429	B et C	"	692	" 792.
" "	1,1765	B	"	0,2080	" 0,0280.
" "	1,2900	C	"	1,3217	" 1,3117.
" "	1,3160	C	"	1,3964	" 1,3364.
" "	1,3342	B	"	0,0198	" 0,0196.
" "	1,3555	B	"	0,0287	" 0,0187.
" "	1,4856	B	"	0,0136	" 0,0139.
" "	1,5390	B	"	0,0128	" 0,0123.
" "	1,5589	B	"	0,0113	" 0,0118.
" "	1,6575	B	"	0,0194	" 0,0094.
" "	1,7313	B	"	0,0070	" 0,0079.
" "	2,528	P. P. B	"	3	" 8.

Altona. den 20. Nov. 1834. *C. Matthiessen.*

Inh. zu Nr. 268. Noch etwas über die nächste Wieder-Erscheinung des *Halley*schen Cometen. Von Herrn Dr. u. Ritter *Olbers*. p. 57. Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Svanberg* aus Upsala an den Herausgeber. p. 63. — Mondculminationen, beobachtet in Dorpat vom Observ. *Preufs*. p. 65. — Schreiben des Hrn. Directors der Königl. Provinzial-Gewerbschule in Danzig, *Anger*, an den Herausgeber. p. 69. — *P. Helle* Reise nach Wardoe, u. seine Beobachtung des Venus-Durchganges im J. 1769 etc. p. 71.
zu Nr. 269. De motu pend. in aere resistente auct. *C. A. F. Peters*. p. 73. — Beobb. mit dem *Steinheil*schen Prismenkreise. p. 85. Druckfehler in *C. A. Matthiessens* Tafel zur bequemen Berechnung der Logarithmen der Summe etc. p. 87.

Altona 1834. December 19.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 270.

C. A. F. Peters Ph. Doctoris Disquisitio

De motu penduli in aere resistente. (Beschluſs.)

b. Brevioris penduli.

												β	τ	ℓ
IX.	b	13,8	12,9	12,05	11,3	10,65	10,0	9,35	8,8	8,25	7,8	7,45	335,80	+3,7	+3,645
X.	b	12,0	11,5	10,8	10,05	9,5	8,9	8,3	7,8	7,3	6,9	6,5	335,27	3,2	3,17
XI.	b	12,75	11,8	11,0	10,3	9,8	9,2	8,8	8,2	7,8	7,4	7,0	335,03	3,8	3,615
IX.	c	11,8	11,0	10,3	9,7	9,1	8,5	8,0	7,6	7,2	6,7	6,3	342,25	8,2	6,885
X.	c	11,3	10,7	10,0	9,3	8,8	8,3	7,8	7,4	6,9	6,5	6,0	341,91	9,9	7,65
XI.	c	13,4	12,7	12,0	11,3	10,7	10,1	9,6	9,0	8,6	8,1	7,7	340,38	9,2	7,99
Med.		12,5083	11,767	11,025	10,325	9,7583	9,16667	8,64167	8,1333	7,6753	7,2333	6,825	338,44	+6,333	+5,4925...(4)

Numerus oscillationum.

IX.	b	642	1284	1926	2568	3212	3855	4498	5141	5784	6427
X.	b	641	1280	1920	2560	3202	3843	4484	5125	5765	6406
XI.	b	548	1096	1644	2193	2742	3291	3840	4387	4937	5486
IX.	c	640	1281	1922	2563	3203	3844	4485	5126	5769	6410
X.	c	631	1262	1894	2526	3159	3793	4425	5058	5690	6324
XI.	c	550	1101	1652	2202	2753	3304	3856	4407	4957	5508
Med.		608⅔	1217½	1826½	2435½	3045⅙	3655	4264⅔	4874	5483⅔	6093½....(4)

Pendula per IX, X, XI designata pendebant resp. ab acie, instrumento coarctandi et cylindro.

3. *Tertia series observationum, globi eburnei ope institutarum.*

a. Longioris penduli.

					β	τ	ℓ
XII	a	36,4	22,0	13,2	332,90	+3,9	+4,785
	b	38,9	22,7	14,3	332,47	4,8	5,33
	c	38,6	22,7	14,3	331,92	4,8	5,385
	d	38,9	22,9	14,5	332,11	3,8	4,58
XIII	a	37,8	22,6	14,3	331,84	3,3	3,915
	b	37,9	22,4	14,0	333,12	3,3	3,755
	c	39,2	22,4	13,7	333,53	3,7	4,14
	d	37,5	21,7	12,9	332,90	3,2	3,45
XIV.	a	38,5	22,3	14,2	338,23	+3,0	+2,95
	b	38,4	22,0	14,0	342,86	2,8	3,14
	c	37,1	21,1	13,4	342,91	2,8	3,20
	d	37,3	21,8	13,9	338,95	3,0	3,395
XV.	a	37,3	21,7	13,8	338,56	3,8	4,20
	b	36,8	21,7	13,4	338,65	3,9	4,36
	c	36,9	22,1	13,9	339,47	4,0	4,335
	d	34,7	20,6	13,0	339,54	4,0	4,42
Med.		37,6375	22,04375	13,80	336,2475	+3,631	+4,084..(5)

b. Brevioris penduli.

							β	τ	ℓ	Numerus oscillationum.			
XII.	a′	16,0	11,8	8,8	6,8	5,2	332,90	+3,9	+4,915	614	1230	1846	2464
	b′	16,8	12,5	9,4	7,1	5,5	332,47	4,8	5,38	614	1229	1844	2458
	c′	16,6	12,1	9,2	7,0	5,5	331,88	4,8	5,52	602	1203	1806	2407
	d′	12,3	9,3	7,2	5,7	4,3	332,02	3,7	4,515	601	1203	1802	2404
XIII.	a′	13,6	10,0	7,8	5,9	4,3	331,78	3,5	4,03	624	1248	1872	2499
	b′	14,0	10,1	7,8	5,8	4,3	333,32	3,3	3,915	623	1245	1868	2492
	c′	13,1	9,9	7,5	5,7	4,5	333,22	3,5	4,17	586	1173	1759	2345
	d′	14,9	10,9	8,0	6,0	4,5	332,95	3,4	3,75	623	1246	1869	2493
XIV.	a′	14,3	10,7	8,0	6,0	4,6	338,65	3,2	3,255	622	1244	1864	2486
	b′	13,1	9,6	7,0	5,4	4,1	342,92	2,8	3,195	627	1253	1880	2504
	c′	18,0	13,0	9,5	7,1	5,5	342,70	2,9	3,255	627	1253	1880	2504
	d′	16,3	12,2	9,1	7,0	5,2	338,95	3,0	3,70	626	1255	1881	2510
XV.	a′	14,0	10,4	8,0	6,1	4,5	338,68	3,9	4,31	607	1216	1827	2437
	b′	13,0	9,9	7,4	5,9	4,4	338,64	4,1	4,42	632	1264	1896	2528
	c′	13,1	10,0	7,3	5,8	4,5	339,46	4,0	4,42	630	1258	1888	2519
	d′	16,0	12,0	9,0	6,8	5,1	339,68	4,2	4,47	629	1260	1890	2523
Med.		14,69375	10,90	8,1875	6,25625	4,75	336,264	+3,69	+4,201	617$\frac{15}{16}$	1236¼	1854¼	2473$\frac{5}{16}$.....(6)

Pendula XII et XIII pendebant a cylindro, reliqua ab acie.

Digitized by Google

B. *Observationes quas habet dissertatio.* *Versuche über die Kraft mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht.*

Omnibus his observationibus pendula ab acie pendebant

1. Observationes longioris penduli.

a.

										β	τ	ℓ	Materies cylindri inclusi.
1	Apr. 27	41,4	34,1	28,7	24,5	20,8	18,1	15,7	13,9	342,19	+ 9,6	+ 9,385	Ferrum
1	—— 29	43,4	36,4	30,9	26,5	22,6	19,9	17,2	15,1	342,15	11,7	10,235	——
2	—— 29	41,5	34,8	29,4	25,2	21,9	19,1	16,7	14,7	338,20	11,6	10,32	Zincum
2	Maji 3	41,2	34,4	29,6	25,2	21,8	19,0	16,5	14,7	337,44	10,0	8,995	——
3	—— 3	42,7	35,3	30,1	25,8	22,3	19,3	16,8	14,8	337,64	9,3	8,83	Plumbum
3	—— 6	40,7	34,0	29,0	24,7	21,6	18,8	16,1	14,3	336,35	12,3	10,15	——
4	—— 6	43,3	36,3	30,6	26,2	22,3	19,4	16,9	14,8	335,77	12,3	11,205	Argentum
4	—— 9	42,5	35,6	30,4	26,2	22,6	19,6	17,1	15,0	335,06	14,7	12,47	——
5	—— 9	41,5	34,9	29,9	25,7	22,3	19,2	16,8	14,8	337,09	12,0	11,645	Aurum
5	—— 11	42,8	35,9	30,6	26,1	22,5	19,6	17,2	15,1	338,12	13,0	11,77	——
8	—— 23	43,2	36,1	30,8	26,5	22,7	19,9	17,4	15,3	334,00	13,0	11,205	Ferr. aërium
8	—— 24	42,7	36,0	30,8	26,6	23,0	19,9	17,3	15,2	336,03	12,9	11,57	——
12	Junii 5	42,4	34,5	28,9	24,3	20,7	17,7	15,4	13,4	334,40	20,0	18,33	Aurich. I
12	—— 6	43,6	36,6	31,1	26,7	23,0	20,0	17,4	15,4	336,14	19,0	17,675	——
Med.		42,350	35,35	30,0571	25,7286	22,15	19,25	16,75	14,75	337,184	+12,97	+11,699	.....(7)

b.

							β	τ	ℓ	Mat. cyl. incl.
11	Junii 1	42,7	29,5	21,1	15,2		337,45	+19,8	+18,18	Aqua
		42,5	29,6	21,6	16,0					
11	—— 2	42,4	29,8	21,7	16,4		338,78	19,2	17,68	——
		39,9	28,4	20,9	15,6					
11	—— 3	41,0	28,5	20,7	15,5		337,83	19,2	17,845	——
		40,3	28,7	20,6	15,5					
11	—— 4	42,0	29,5	21,8	16,2		338,00	18,6	17,175	——
		42,8	30,4	22,3	16,7					
15	—— 22	42,7	30,3	22,2	16,6		337,68	20,2	18,135	——
		41,9	29,5	22,1	16,4					
15	—— 22	41,1	29,3	21,6	16,3		337,64	19,9	18,23	——
		41,1	29,2	21,6	16,3					
15	—— 24	39,6	28,2	20,9	15,8		337,70	19,5	18,205	——
		40,5	29,0	21,3	16,0					
15	—— 24	42,5	30,1	22,2	16,8		337,86	19,3	18,23	——
		42,1	29,8	22,0	16,6					
19	Julii 4	41,6	29,9	22,1	16,7		338,33	21,3	19,79	——
		40,6	29,4	21,6	16,3					
19	—— 4	42,5	30,6	22,4	16,8		338,27	21,7	19,955	——
		42,5	30,6	22,4	16,9					
19	—— 5	42,1	30,2	22,2	16,8		336,96	23,0	21,10	——
		41,2	29,7	22,0	16,7					
19	—— 6	41,5	29,9	22,1	16,8		336,34	24,3	21,96	——
		41,6	29,9	22,0	16,8					
Med.		41,6125	29,5833	21,725	16,3208		337,737	20,50	18,874	.....(8)

c.

								β	τ	ℓ	Mat. cyl. incl.
6	Maji 13	39,2	31,3	25,5	21,3	17,5	14,6	12,0	337,99	+10,3	+ 9,675	Lapis aërius
6	—— 14	41,5	32,6	26,7	21,9	18,0	15,2	12,7	337,70	10,9	10,46	——
6	—— 14	41,6	32,8	26,7	21,6	17,7	14,9	12,3	337,65	10,0	9,705	——
6	—— 15	44,0	34,9	28,0	23,1	19,2	16,0	13,3	338,14	10,8	10,16	——
Med.		41,575	32,9	26,725	21,975	18,1	15,175	12,575	337,87	10,5	10,00	....(9)

d.

									β	τ	ℓ	
7	Maji 19	42,9	33,0	26,4	21,3	17,4	14,4		334,76	+ 9,7	+ 8,875	Aurich. II
7	—— 20	39,9	31,3	25,1	20,2	16,5	13,6		335,87	10,5	9,18	——
7	—— 21	42,0	32,8	26,1	21,0	17,4	14,3		336,14	11,5	9,65	——
7	—— 22	42,0	32,4	26,0	20,9	17,1	14,3		335,50	12,9	10,175	——

Digitized by Google

									β	τ	l	
9	Maji	27	43,8	33,7	26,6	21,2	17,3	14,4	336,60	+17,3	+15,42	Marmor
9	——	28	40,5	32,0	25,7	20,9	17,3	14,5	336,10	18,3	16,065	——
9	——	29	43,3	33,3	27,0	21,7	17,8	15,0	337,31	18,9	17,05	——
9	——	29	43,7	34,7	27,6	22,4	18,5	15,2	337,38	18,0	16,34	——
Med.			42,2625	32,9	26,3125	21,2	17,4125	14,4625	336,207	+14,64	+12,844	.....(10)

							c.	β	τ	l	
10	Maji	30	40,4	30,7	23,3	17,8	14,1	337 29	+19,0	+17,165	Argilla
			41,5	31,0	23,7	18,6	14,9				
10	——	30	43,7	32,9	25,4	19,8	15,9	337,72	18,9	17,33	——
10	——	30	41,4	31,5	24,3	19,2	15,2				
13	Junii	7	41,1	29,4	21,7	16,6	12,9	336,06	19,6	18,205	Aurich. III
			44,9	32,2	24,1	18,2	14,2				
13	——	9	40,7	30,0	22,2	16,7	13,1	338,41	17,0	16,505	——
			41,8	30,3	22,6	17,2	13,5				
14	——	10	43,2	31,7	24,1	18,5	14,6	338,43	16,0	15,465	Quarzum
			44,0	31,9	24,1	18,5	14,5				
14	——	10	42,9	31,5	23,6	18,0	13,9	336,80	15,1	14,81	——
			42,8	31,0	23,2	17,8	13,6				
16	——	24	42,0	29,7	22,3	16,9	13,4	338,95	18,3	17,315	Aurich. III
			43,3	30,6	22,8	17,5	13,7				
16	——	27	43,3	31,3	23,4	17,6	13,9	339,40	20,3	18,635	——
			43,3	31,0	23,5	17,8	14,0				
17	——	27	41,6	30,4	22,8	17,3	13,6	338,33	19,0	17,76	——
			42,4	30,8	23,1	17,7	13,7				
17	——	29	40,8	29,8	22,6	17,0	13,4	337,48	19,3	17,815	——
			42,1	30,7	23,1	17,5	13,8				
18	Julii	1	42,5	31,0	23,2	18,0	14,1	334,68	19,9	18,76	——
			42,2	30,7	23,0	17,7	13,9				
18	——	3	41,3	30,5	22,6	17,7	13,9	336,50	21,0	19,23	——
			41,6	30,7	23,0	17,6	13,9				
Med.			42,2833	30,8875	23,2375	17,8	13,9875	337,504	18,62	17,416	.....(11).

2. *Observationes oscillationum brevioris penduli.*

							a.			β	τ	l	
1	Apr.	28	16,0	13,4	11,4	9,6	8,2	7,0	6,0	342,64	+11,3	+10,11	Ferrum
1	——	28	15,5	13,0	11,0	9,2	7,9	6,85	5,8	342,70	10,0	9,565	——
2	Maji	1	15,7	13,0	11,1	9,5	8,0	7,0	6,0	332,45	9,8	9,23	Zincum
2	——	2	16,1	13,3	11,3	9,5	8,0	6,8	5,8	334,70	10,2	9,40	——
3	——	4	16,1	13,5	11,5	9,8	8,2	7,1	6,1	337,09	10,2	9,495	Plumbum
3	——	5	14,1	11,8	9,9	8,3	7,0	6,0	5,1	335,92	9,3	8,485	——
4	——	7	16,0	13,0	11,0	9,2	7,8	6,7	5,7	335,16	13,1	11,54	Argentum
4	——	8	15,6	13,3	11,6	10,0	8,7	7,4	6,4	336,05	14,4	12,035	——
5	——	10	14,8	12,4	10,3	8,8	7,5	6,4	5,4	338,57	12,4	11,855	Aurum
5	——	10	14,0	12,1	10,2	8,75	7,4	6,25	5,5	338,77	11,7	11,01	Aurum
8	——	23	16,1	13,8	11,5	9,8	8,2	7,1	6,1	335,40	12,7	11,29	Ferr. aerium
8	——	23	14,0	11,8	10,0	8,4	7,3	6,2	5,3	334,03	12,9	11,505	——
12	Junii	6	16,8	14,0	12,0	10,2	8,8	7,7	6,7	336,20	19,6	17,955	Aurich. I
12	——	6	14,3	12,0	10,0	8,4	7,2	6,0	5,1	336,10	20,0	18,245	——
Med.			15,3643	12,8857	10,9143	9,2464	7,8714	6,7500	5,7857	336,841	12,69	11,561	

Numerus oscillationum.

1137	2278	3420	4566	5711	6859	1048	2100	3154	4208	5262	6316
1175	2352	3534	4713	5895	7082	1161	2323	3488	4654	5822	6991
1126	2256	3390	4525	5660	6796	1129	2261	3394	4539	5673	6810
1195	2393	3591	4789	5993	7190	1159	2321	3484	4649	5812	6975
1142	2283	3427	4573	5719	6868	1126	2252	3379	4506	5634	6766
1202	2409	3617	4826	6035	7246	1088	2179	3273	4365	5461	6554
1265	2532	3805	5079	6356	7632	1186	2374	3564	4757	5950	7143
						$1152\frac{11}{14}$	$2308\frac{1}{14}$	$3466\frac{4}{7}$	$4624\frac{13}{14}$	$5784\frac{8}{14}$	$6944\frac{6}{7}$ ...(12)

Digitized by Google

b.

								β	τ	l	Mat.cyl.incl.	Numerus oscillationum.			
11	Junii 2	15,7	10,9	7,7	5,5	3,9		339,00	+19,3	+17,82	Aqua	1179	2364	3551	4738
11	— 3	12,6	8,8	6,1	4,3	3,1		337,75	19,0	17,595	——	1187	2378	3572	4761
10	Maji30	14,0	10,8	8,0	6,2	4,8		336,96	19,0	17,37	Argilla	1158	2319	3484	4650
10	— 30	14,3	10,9	8,2	6,2	4,9		336,77	19,8	17,73	——	1174	2349	3527	4705
12	Junii 7	15,6	11,4	8,2	6,0	4,7		336,30	17,9	17,065	Aurich.III	1137	2278	3421	4567
13	— 8	13,9	9,6	7,0	5,0	3,8		336,64	18,0	17,175	———	1254	2504	3761	5019
14	— 10	14,9	10,3	7,3	5,2	3,8		336,44	14,9	14,63	Quarzum	1320	2651	3983	5318
16	— 25	15,1	10,0	6,9	4,8	3,3		339,05	18,8	17,65	Aurich.III	1440	2889	4339	5791
Med.		14,5125	10,3375	7,425	5,40	4,0375		337,364	+18,34	+17,129		1231⅛	2466½	3704¾	4943⅝...(13)

c.

							β	τ	l	Mat. cyl. incl.	Num. oscill.		
15	Junii23	13,0	8,3	5,2	3 3		337,00	+20,0	+18,095	Aqua	1540	3087	4635
15	— 23	19,0	12,7	7,3	4,7		336,97	20,1	18,37	——	1554	3122	4697
16	— 26	17,2	11,0	7,1	4,8		339,91	19,2	18,01	Aurich. III	1654	3322	5001
17	— 28	15,7	10,3	6,9	4,8		338,40	19,6	18,23	———	1442	2891	4342
17	— 28	17,6	10,9	7,0	4,6		338,11	19,3	18,245	———	1663	3330	5006
Med.		16,5	10,64	6,7	4,44		338,078	+19,64	+18,19		1570,6	3150,4	4736,2.....(14)

d.

								β	τ	l		Numerus oscillationum.				
14	Junii10	17,8	13,5	10,0	7,7	5,9	4,4	338,27	+15,8	+15,49	Quarzum	1056	2115	3180	4245	5308
18	Julii 2	13,0	9,9	7,8	6,0	4,7	3,7	334,64	20,9	19,29	Aurich.III	970	1945	2922	3901	4881
19	— 4	15,0	11,2	8,6	6,7	5,0	3,9	338,54	21,0	19,875	Aqua	932	1865	2800	3736	4674
19	— 4	17,8	13,3	9,9	7,7	5,9	4,4	338,52	21,7	20,18	——	931	1867	2803	3741	4677
Med.		15,9	11,975	9,075	7,025	5,375	4,1	337,492	+19,85	+18,709		972¼	1948	2926¼	3905¾	4885..(15)

e.

									β	τ	l	
6	Maji 13	15,4	12,0	9,4	7,6	6,0	4,9	4,0	337,95	+10,5	+10,15	Lapis aerius
6	——14	13,0	10,8	8,3	6,7	5,5	4,5	3,6	337,81	10,3	9,94	———
9	——29	15,4	12,3	9,7	7,8	6,2	5,1	4,0	337,25	18,8	16,63	Marmor
Med.		14,6	11,7	9,1333	7,3667	5,9	4,8333	3,8667	337,67	13,2	12,24	

Numerus oscillationum.

1220	2441	3670	4897	6126	7356
1156	2317	3479	4642	5807	6972
1161	2325	3490	4657	5826	6995
1179	2361	3546⅛	4732	5919⅜	7107⅜.....(16)

f.

								β	τ	l	
7	Maji 20	15,0	11,7	9,0	7,1	5,7	4,5	336,20	+ 9,1	+ 8,845	Aurich. II
7	— 20	15,5	11,9	9,0	7,0	5,5	4,2	336,10	10,2	9,235	———
9	— 28	12,0	8,9	7,1	5,9	4,7	3,7	336,50	18,1	16,45	Marmor
Med.		14,1667	10,8333	8,3667	6,6667	5,3	4,1333	336,267	+12,47	+11,51	

Numerus oscillationum.

1196	2396	3597	4800	6006
1281	2570	3864	5160	6456
1158	2320	3486	4656	5827
1211⅓	2428⅔	3649	4872	6096⅓.....(17)

g.

18	Julii2	15,0	11,5	9,0	7,2	5,8		334,66	+21,0	+19,48	Aurich.III	889	1782	2678	3575.....(18)

h.

							β	τ	l		Num. oscillat.		
20	Julii 7	13,7	9,4	6,8	4,8		337,21	+22,8	+21,625	Aurich.IV	896	1795	2693
20	— 7	11,7	8,2	5.8	4,7		337,27	22,7	21,57	———	891	1780	2671
21	— 8	13,0	9,1	6,7	4,8		338,28	22,8	20,88	———	888	1777	2669
21	— 8	12,3	8,8	6,1	4,4		338,18	23,0	21,045	———	897	1795	2695
Med.		12,675	8,875	6,35	4,675		337,735	+22,82	+21,28		893	1786¾	2682...(19)

11.

Amplitudines oscillationum scala observatae converti possunt in angulos ope formularum § 11 operis „Untersuchungen etc.“, quibus sequitur, designando per u et u' longioris et brevioris penduli angulos oscillando descriptos et per μ amplitudinem observatam, observationibus per XI et XII significatis esse

Digitized by Google

$$tg\,u = \frac{143\,\mu}{2.144.1277}, \quad tg\,u' = \frac{10\,\mu}{2.11.413},$$

omnibus reliquis vero:

$$tg\,u = \frac{143\,\mu}{2.144.1276{,}5}, \quad tg\,u' = \frac{10\,\mu}{2.11.412{,}5}.$$

Hoc modo prodit:

1. *Pro pendulis long.*

Num. osc.	1	3	5	7	8	9	10	11
0	52′ 30″9	52′ 14″4	50′ 18″9	56′ 37″5	55′ 38″4	55′ 35″4	56′ 30″5	56′ 32″2
500	46 2,4	45 48,1	29 28,2	47 16,0	39 33,8	43 59,5	43 59,5	41 18,0
1000	40 35,9	40 31,9	18 27,0	40 11,4	29 3,0	35 44,1	35 11,0	31 4,3
1500	36 1,9	35 52,5		34 24,2	21 49,4	29 23,1	28 20,9	23 48,1
2000	32 3,5	32 0,6		29 37,1		24 12,1	23 17,0	18 42,2
2500	28 41,9	28 36,0		25 44,4		20 17,5	19 20,3	
3000	25 43,4	25 44,2		22 23,9		16 48,9		
3500	23 0,7	23 8,5		19 43,4				
4000	20 41,6	20 56,8						

2. *Pro pendulis brev.*

2		4		6		12		13		14	
Num. osc.	Arcus.	Num. osc.	Arcus.	Num. osc.	Arcus.	Num. osc.	Arcus.	Num. osc.	Arcus.	Num. osc.	Arcus.
0	47′ 25″9	0	47′ 21″7	0	55′ 37″4	0	58′ 11″8	0	54′ 58″3	0	62′ 29″9
582$\frac{13}{16}$	44 34,0	608$\frac{3}{8}$	44 33,2	617$\frac{15}{16}$	41 15,9	1152$\frac{11}{14}$	48 48,6	1231$\frac{1}{6}$	39 9,5	1570,6	40 18,3
1165$\frac{9}{16}$	41 54,2	1217$\frac{1}{4}$	41 44,7	1236$\frac{1}{8}$	30 59,8	2308$\frac{1}{14}$	41 20,6	2466$\frac{1}{2}$	28 7,6	3150,4	25 22,8
1748$\frac{3}{8}$	39 26,5	1826$\frac{1}{8}$	39 5,7	1854$\frac{1}{8}$	23 41,1	3465$\frac{5}{7}$	35 1,5	3704$\frac{3}{4}$	20 27,4	4736,2	16 49,2
2332$\frac{1}{2}$	37 10,9	2435$\frac{1}{8}$	36 56,9	2473$\frac{5}{16}$	17 59,0	4624$\frac{13}{14}$	29 49,0	4943$\frac{3}{8}$	15 17,7		
2915$\frac{1}{16}$	34 58,1	3045$\frac{1}{8}$	34 42,5			5784$\frac{9}{14}$	25 34,2				
3499$\frac{1}{8}$	32 51,7	3655	32 43,2			6944$\frac{6}{7}$	21 55,0				
4083$\frac{3}{16}$	30 58,0	4264$\frac{3}{8}$	30 47,8								
4666$\frac{13}{16}$	29 12,9	4874	29 3,6								
5251	27 32,1	5483$\frac{3}{8}$	27 23,3								
5835$\frac{1}{16}$	25 56,2	6093$\frac{1}{2}$	25 50,6								

15.		16		17		18		19	
Num. osc.	Arcus.	Num. osc.	Arcus.	Num. osc.	Arcus.	Num. osc.	Arcus.	Num. osc.	Arcus.
0	60′ 13″5	0	55′ 18″1	0	53′ 39″7	0	56′ 49″0	0	48′ 0″7
972$\frac{1}{4}$	45 21,6	1179	44 19,1	1211$\frac{3}{8}$	41 2,2	889	43 33,7	893	33 37,1
1948	34 22,6	2361	34 35,8	2428$\frac{3}{8}$	31 41,6	1782	34 5,5	1786$\frac{3}{4}$	24 3,3
2926$\frac{1}{4}$	26 36,7	3546$\frac{1}{8}$	27 54,3	3649	25 15,2	2678	27 16,4	2682	17 42,6
3905$\frac{3}{4}$	20 21,7	4732	22 21,0	4872	20 4,6	3575	21 58,3		
4885	15 31,9	5919$\frac{3}{4}$	18 18,5	6096$\frac{1}{2}$	15 39,5				
		7107$\frac{3}{8}$	14 38,8						

Observationibus post Jul. 1 institutis, propter filum praeter consuetudinem tenue, exclusis, evanescunt series 18 et 19; 8, 11, 15 autem mutantur in has:

Num. osc.	8	11	Num. osc.	
0	55′ 34″9	56′ 38″3	0	67′ 25″2
500	39 15,7	41 20,7	1056	51 8,2
1000	28 48,0	31 9,0	2115	37 52,8
1500	21 33,2	23 48,9	3180	29 10,1
2000		18 42,8	4245	22 21,0
			5308	16 40,1

12.

Facile perspicitur neque aciem, neque lamellam ullius esse momenti ad valores ipsorum A et B niti logarithmi *Briggici* ad plus quam quinque decimales adhibeantur. Valent igitur in pendula longiora, quorum oscillationum observationes in opere „Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels“ datae sunt, haec corpora:

1) Filum, $h = 17{,}94$, $h'' = 427{,}09$, $\rho = 0{,}043$.
2) Cylindrus coincidens $h' = 412{,}8$, $h'' = 414{,}8$, $\rho = 0{,}625$.
3) Cochlea globi $h' = 427{,}09$, $h'' = 429{,}09$, $\rho = 1{,}1$.
4) Globus $f = 441$, $\rho = 12{,}0734$ pro globo ex aurichalco $\rho = 12{,}047$ pro globo eburneo. (facto.

In pendulum brevius valent sequentia:

1) Filum $h' = 17{,}44$, $h'' = 1291{,}09$, ρ ut supra.
2) Cylindrus coincidens $h' = 1276{,}8$, $h'' = 1278{,}8$.
3) Cochlea globi $h' = 1291{,}09$, $h'' = 1293{,}09$.
4) Globus $f = 1305$.

Porro habebimus:

$log\,Ms$	$= 7{,}17357$	pro pendulo longo cum globo ex aurichalco
	$6{,}51151$	— — — — — eburneo. (facto.
	$6{,}70228$	— — — — breve cum globo ex aurichalco
	$6{,}03997$	— — — — — — — eburneo. (facto.

Quibus valoribus in formulis supra datis substitutis prodit:

$log\frac{A}{Ms} = 1{,}46857$,	$log\frac{A'}{Ms} = 1{,}58785$,	$log\frac{A''}{Ms} = 1{,}75735$,	$log\frac{B'}{Ms} = 4{,}57344$,	$log\frac{B''}{Ms} = 4{,}86472$ p. p. l c. g. e. a. f.
2,12897	2,24824	2,41772	5,23378	5,52505 — — — eburneo.
0,96837	1,09080	1,26401	3,60869	3,90531 p. p. br. c. g. e. a. f.
1,62888	1,75130	1,92447	4,26919	4,56579 — — — eburneo.

Digitized by Google

Designemus distantiam inter aciem et centrum cylindri longioris penduli, quo clar. *Besselius* ad determinandam attractionem terrae usus est per 1303, $4+i$, brevioris per 439, $7+i$, habebimus:

pro filo $h''=1289{,}38+i$, $\rho=0{,}043$ ad Jul. 1 usque (deinde $\rho=0{,}032$) in pend. long. valentia.
$425{,}68+i$ ——— brev. ———

pro cylindro coincidente $h'=1276{,}8$, $h''=1278{,}8$, $\rho=0{,}625$
$412{,}8$ $414{,}8$

pro cono $h'=1289{,}38+i$, $h''=1289{,}94+i$, $\rho=1{,}40$
$425{,}68+i$ $426{,}24+i$

pro cochlea cylindri $h'=1289{,}94+i$, $h''=1291{,}34+i$, $\rho=1{,}40$
$426{,}24+i$ $427{,}64+i$

pro cylindro $h'=1291{,}34+i$, $h''=1315{,}46+i$, $\rho=11{,}972$
$427{,}64+i$ $451{,}76+i$

pro cuspide $h'=1315{,}46+i$, $h''=1317{,}17+i$, $\rho=1{,}405$
$451{,}76+i$ $453{,}47+i$

pro segmento globi $h'=1317{,}17+i$, $h'=1317{,}25+i$, $\rho=1{,}405$
$453{,}47+i$ $453{,}55+i$

unde sequitur:

$$\frac{A}{10000}=70788+112i,\quad \frac{A'}{10000}=83421+132i,\quad \frac{A''}{10000}=106314+168i \text{ pro pend. long.}$$

$$\frac{A}{1000}=77367+358i,\quad \frac{A'}{1000}=91176+421i,\quad \frac{A''}{1000}=116195+536i \text{ pro pend. br.}$$

$$\frac{B'}{10000000}=90887+213i,\quad \frac{B''}{10000000}=736500+320i \text{ pro pend. long.}$$

$$\frac{B'}{100000}=338526+2366i,\quad \frac{B''}{100000}=508413+3553i \text{ pro pend. br.}$$

Ipsorum *Ms* valores erunt:

	Pro pend. long.	Pro pend. br.
pro Aurich. I	$14919950+11447i$	$5031689+11445i$
——— II	$10266850+7877i$	$3461973+7875i$
——— III	$7756410+5951i$	$2615078+5949i$
Ferro	$14920000+11447i$	$5031706+11445i$
Zinco	$14920200+11447i$	$5031772+11445i$
Plumb.	$14919480+11446i$	$5031529+11444i$
Argent.	$14927880+11453i$	$5034363+11451i$
pro Auro	$14896010+11428i$	$5023511+11426i$
Ferr. aër.	$15257130+11706i$	$5145434+11704i$
Lap. aër.	$11321640+8685i$	$3817465+8683i$
Marm.	$10673990+8189i$	$3599318+8187i$
Argilla	$8938166+6857i$	$3013741+6855i$
Quarzo	$8328490+6390i$	$2808068+6388i$
Aqua I	$7227886+5545i$	$2436781+5543i$
—— II	$7236345+5552i$	$2439635+5550i$

Hinc colligimus:

	$\log\frac{A}{Ms}$	$\log\frac{A'}{Ms}$	$\log\frac{A''}{Ms}$	$\log\frac{B'}{Ms}$	$\log\frac{B''}{Ms}$
pro serie 7	1,67502	1,74633	1,85165	4,78370	4,96084
—— 8	1,99055	2,06186	2,16717	5,09894	5,27558
—— 9	1,79607	1,86738	1,97270	4,90464	5,08128
—— 10	1,83007	1,90138	2,00670	4,93860	5,11524
—— 11	1,94169	2,01300	2,11833	5,05012	5,22676
—— 12	1,18567	1,25700	1,36230	3,82687	4,00350
—— 13	1,45938	1,53070	1,63600	4,10032	4,27695
—— 14	1,48274	1,55407	1,65937	4,12337	4,30000
—— 15	1,44010	1,51144	1,61674	4,08109	4,25772
—— 16	1,31533	1,38666	1,49196	3,95640	5,13303
—— 17	1,34359	1,41491	1,52021	3,98462	4,16125

13.

Valores ipsorum μ μ', α'', β'' longioris penduli, ope formularum § 9, ex singulae serici § 11 primo, ultimo et medio vel duobus mediis arcubus oscillationum computavi. Brevioris penduli inaequalia arcuum intervalla per interpolationem in aequalia mutavi et si numerus arcuum par erat, medium interpolando derivavi. Sic inveni:

Ser. 1. $n=2000$, $\alpha=53'\,30''9$, $\beta=\alpha'=32'\,3''5$, $\beta'=20'\,41''6$, $\log\mu=6{,}23492$, $\log\mu'=2{,}48214$
$\log\alpha''=0{,}85486$ (hyp. 1), $0{,}73558$ (hyp. 2), $0{,}56607$ (hyp. 3), $\log\beta''=9{,}12145$ (hyp. 1 et 2), $8{,}83016$ (hyp. 3)

— 2. $n=2000$, $\alpha=52'\,14''4$, $\beta=\alpha'=32'\,0''6$, $\beta'=20'\,56''8$, $\log\mu=6{,}19081$, $\log\mu'=2{,}56198$
$\log\alpha''=0{,}79695$, $0{,}67767$, $0{,}50816$, $\log\beta''=9{,}18745$, $8{,}89616$

— 3. $n=500$, $\alpha=50'\,18''9$, $\beta=\alpha'=29'\,28''2$, $\beta'=18'\,27''0$, $\log\mu=6{,}86432$, $\log\mu'=3{,}16357$
$\log\alpha''=0{,}81108$, $0{,}69181$, $0{,}52233$, $\log\beta''=9{,}12982$, $8{,}83858$

— 4. $n=2915\frac{11}{16}$, $\alpha=47'\,25''9$, $\beta=\alpha'=34'\,58''1$, $\beta'=25'\,56''8$, $\log\mu=5{,}98255$, $\log\mu'=1{,}53961$
$\log\alpha''=0{,}86739$, $0{,}74496$, $0{,}57175$, $\log\beta''=8{,}67303$, $8{,}37640$

— 5. $n=3045\frac{1}{8}$, $\alpha=47'\,21''7$, $\beta=\alpha'=34'\,42''6$, $\beta'=25'\,51''1$, $\log\mu=5{,}91260$, $\log\mu'=1{,}92006$
$\log\alpha''=0{,}78412$, $0{,}66169$, $0{,}48848$, $\log\beta''=9{,}04010$, $8{,}74347$

— 6. $n=1236\frac{31}{32}$, $\alpha=55'\,37''4$, $\beta=\alpha'=30'\,59''4$, $\beta'=17'\,59''0$, $\log\mu=6{,}59841$, $\log\mu'=2{,}48223$
$\log\alpha''=0{,}80994$, $0{,}68752$, $0{,}51434$, $\log\beta''=8{,}94226$, $8{,}64565$

— 7. $n=1500$, $\alpha=56'\,37''5$, $\beta=34'\,24''2$, $\alpha'=29'\,37''1$, $\beta'=19'\,43''4$, $\log\mu=6{,}29416$, $\log\mu'=2{,}70763$
$\log\alpha''=0{,}70608$, $0{,}63477$, $0{,}52945$, $\log\beta''=9{,}13488$, $8{,}95824$

Digitized by Google

Ser. 8. $n = 500$, $\alpha = 55'\,34''9$, $\beta = 39'\,15''7$, $\alpha' = 28'\,48''0$, $\beta' = 21'\,33''2$, $\log\mu = 6{,}65083$, $\log\mu' = 2{,}94565$
$\log\alpha'' = 0{,}75635$, 0,68504, 0,57973, $\log\beta'' = 9{,}06670$, 8,89006

— 9. $n = 1500$, $\alpha = 55'\,35''4$, $\beta = \alpha' = 29'\,23''1$, $\beta' = 16'\,48''9$, $\log\mu = 6{,}48770$, $\log\mu' = 2{,}68248$
$\log\alpha'' = 0{,}77479$, 0,70348, 0,59816, $\log\beta'' = 8{,}98497$, 8,80833

— 10. $n = 1000$, $\alpha = 56'\,30''5$, $\beta = 35'\,11''0$, $\alpha' = 28'\,20''9$, $\beta' = 19'\,20''3$, $\log\mu = 6{,}44909$, $\log\mu' = 2{,}85643$
$\log\alpha'' = 0{,}70903$, 0,63772, 0,53240, $\log\beta'' = 9{,}13182$, 8,95518

— 11. $n = 1000$, $\alpha = 56'\,38''3$, $\beta = \alpha' = 31'\,9''0$, $\beta' = 18'\,42''8$, $\log\mu = 6{,}59093$, $\log\mu' = 2{,}91465$
$\log\alpha'' = 0{,}74390$, 0,67259, 0,56726, $\log\beta'' = 9{,}08311$, 8,90647

— 12. $n = 3472\frac{1}{2}$, $\alpha = 58'\,11''8$, $\beta = \alpha' = 34'\,59''5$, $\beta' = 21'\,55''0$, $\log\mu = 6{,}06458$, $\log\mu' = 2{,}04855$
$\log\alpha'' = 0{,}73014$, 0,65881, 0,55351, $\log\beta'' = 8{,}96103$, 8,78440

— 13. $n = 2471\frac{3}{4}$, $\alpha = 54'\,58''3$, $\beta = \alpha' = 28'\,7''6$, $\beta' = 15'\,17''7$, $\log\mu = 6{,}33657$, $\log\mu' = 2{,}36000$
$\log\alpha'' = 0{,}73672$, 0,66539, 0,56009, $\log\beta'' = 9{,}00726$, 8,83065

— 14. $n = 2368{,}1$, $\alpha = 62'\,29''9$, $\beta = \alpha' = 47'\,36''2$, $\beta' = 16'\,49''2$, $\log\mu = 6{,}40794$, $\log\mu' = 2{,}01353$
$\log\alpha'' = 0{,}78540$, 0,71408, 0,60878, $\log\beta'' = 8{,}63829$, 8,46165

— 15. $n = 2654$, $\alpha = 67'\,25''2$, $\beta = \alpha' = 33'\,3''6$, $\beta' = 16'\,40''1$, $\log\mu = 6.39387$, $\log\mu' = 1{,}85894$
$\log\alpha'' = 0{,}80957$, 0,73823, 0,63293, $\log\beta'' = 8{,}52184$, 8,34520

— 16. $n = 3553\frac{5}{6}$, $\alpha = 55'\,18''1$, $\beta = \alpha' = 27'\,52''1$, $\beta' = 14'\,38''8$, $\log\mu = 6{,}22650$, $\log\mu' = 2{,}00853$
$\log\alpha'' = 0{,}76244$, 0,69111, 0,58581, $\log\beta'' = 8{,}79151$, 8,61488

— 17. $n = 3048\frac{1}{8}$, $\alpha = 53'\,39''7$, $\beta = \alpha' = 28'\,9''6$, $\beta' = 15'\,39''5$, $\log\mu = 6{,}23097$, $\log\mu' = 2{,}24390$
$\log\alpha'' = 0{,}73927$, 0,66794, 0,56264, $\log\beta'' = 8{,}99927$, 8,82262.

Arcus oscillationum his valoribus computati et cum observatis comparati, exhibentur in tabula sequente:

1.	Diff.		2.	Diff.		3.	Diff.		4.	Diff.		5.	Diff.		6.	Diff.	
	in arcu.	in part. sec. τ		in arcu.	in part. sec. τ		in arcu.	in part. sec. τ		in arcu.	in part. sec. τ		in arcu.	in part. sec. τ		in arcu.	in part. sec. τ
53 30,9	0	0,00	52 14,4	0	0,00	50 18,9	0	0,00	47 25,9	0	0,00	47 21,7	0	0,00	55 37,4	0	0,00
46 4,7	−2″3	−0,03	45 49,2	−1″1	−0,01	29 28,2	0	0,00	44 36,0	−1″1	0,00	44 26,1	+7″1	+0,03	41 14,6	+1″3	+0,01
40 39,5	−3,6	−0,04	40 26,8	+5,1	+0,06	18 27,0	0	0,00	41 57,1	−2,9	−0,01	41 43,9	+0,8	0,00	30 59,9	−0,1	0,00
36 1,8	+0,1	0,00	35 54,0	−1,5	−0,02				39 28,3	−1,8	−0,01	39 13,0	−7,3	−0,03	23 31,7	+9,4	+0,04
32 3,5	0	0,00	32 0,5	+0,1	0,00				37 8,8	+2,1	+0,01	36 53,0	+3,9	+0,02	17 59,0	0	0,00
28 37,2	+4,7	+0,06	28 39,3	−3,3	−0,04				34 58,1	0	0,00	34 42,5	0	0,00			
25 37,4	+6,0	+0,07	25 44,4	−0,2	0,00				32 55,6	−3,9	−0,02	32 40,8	+2,4	+0,01			
23 0,1	+0,6	+0,01	23 11,3	−2,8	−0,03				31 0,6	−2,6	−0,01	30 47,7	+0,1	0,00			
20 41,6	0	0,00	20 56,7	+0,1	0,00				29 12,7	+0,2	0,00	29 2,0	+1,6	+0,01			
									27 31,4	+0,7	0,00	27 23,0	+0,3	0,00			
									25 56,2	0	0,00	25 50,6	0	0,00			

7.			8.			9			10.			11.			12.		
56 37,5	0	0,00	55 34,0	0	0,00	56 35,4	0	0,00	56 30,5	0	0,00	56 38,3	0,0	0,00	58 11,8	0	0,00
47 24,3	−8,3	−0,10	39 15,8	−0,1	0,00	44 22,1	−22,6	−0,28	44 5,0	− 5,5	−0,07	41 21,4	−0,7	−0,01	48 51,0	−2,4	−0,01
40 11,2	+0,2	0·00	28 43,0	+5,0	+0,06	35 54,7	−10,6	−0,13	35 11,0	0	0,00	31 8,9	+0,1	0,00	41 15,7	+4,9	+0,02
34 24,2	0	0,00	21 29,8	+3,4	+0,04	29 23,0	+ 0,1	0,00	28 33,0	−12,1	−0,15	23 57,6	−8,7	−0,11	35 1,4	+0,1	0,00
29 41,3	−4,2	−0,05				24 15,7	− 3,6	−0,04	23 27,4	−10,4	−0,13	18 42,8	0	0,00	29 51,3	−2,3	−0,01
25 47,5	−3,1	−0,04				20 8,2	+ 9,3	+0,12	19 27,7	− 7,4	−0,09				24 38,0	−3,8	−0,02
22 31,6	−7,7	−0,10				16 48,9	0	0,00							21 55,0	0	0,00
19 46,0	−2,6	−0,03															

13.			14.			15.			16.			17.		
54 58,3	0	0,00	62 29,9	0	0,00	67 25,2	0	0,00	55 18,1	0	0,00	53 39,7	0	0,00
38 54,4	+15,1	+0,07	39 49,4	+28,9	+0,13	50 31,8	+36,4	+0,16	43 45,7	+33,4	+0,15	41 10,6	−8,4	−0,04
28 7,5	+0,1	0,00	25 45,6	−22,8	−0,10	38 5,7	−12,9	−0,06	34 51,4	−15,6	−0,07	31 54,4	−12,8	−0,06
20 37,8	−10,4	−0,05	16 49,2	0	0,00	28 49,1	+21,0	+0,09	27 54,6	− 0,2	0,00	24 57,4	+17,8	+0,09
15 17,7	0	0,00				21 53,0	+28,0	+0,12	22 26,7	− 5,7	−0,02	19 42,5	+22,1	+0,10
						16 40,0	0	0,00	18 6,4	+12,2	+0,05	15 39,5	0	0,00
									14 38,8	0,0	0,00			

14.

Quamquam differentiae valorum ipsorum α'' et β'' (§13) inter se, non solis ex erroribus observationum ortae sint, sed etiam frictione aliqua in puncto suspensionis vel aliis causis ignotis, eos tamen, neglectis his perturbationibus, in medios contrahere non alienum erit. Designando igitur per r errorem probabilem observatae amplitudinis, per k longitudinem penduli inter centrum suspensionis et scalam, per ν numerum observationum, erit error probabilis ipsius α'':

$$e = \frac{206264{,}7\,\alpha''r}{kn\mu\sqrt{\nu}}\sqrt{\left\{\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}+\frac{1}{\alpha'^2}+\frac{1}{\beta'^2}+\frac{2}{(\alpha-\alpha')^2}+\frac{2}{(\beta-\beta')^2}\right\}}$$

vel $$\frac{206264{,}7\,\alpha''r}{kn\mu\sqrt{\nu}}\sqrt{\left\{\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta'^2}+\frac{2}{(\alpha-\beta)^2}+\frac{2}{(\beta-\beta')^2}\right\}}$$

prout quatuor vel tribus arcubus α'' computatum sit. Statuendo porro brevitatis gratia $e = \frac{206264{,}7\,\alpha''r}{kn\mu\sqrt{\nu}}\cdot R$, erit error probabilis ipsius $\log\frac{\beta'}{\alpha''}$

Digitized by Google

$$e' = \frac{206264{,}7 \cdot r \times \text{Mod.}}{k\sqrt{\nu}} \sqrt{\left\{\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{2}{(\alpha-\beta e^{n\mu})^2} + \left(\frac{e^{n\mu}}{\alpha-\beta e^{n\mu}}\right)^2 (1+R^2\beta^2) + R^2\left(\frac{e^{n\mu}}{1-e^{n\mu}}\right)^2\right\}}$$

Sin autem arcus medius interpolando ex ceteris elicitus est, habebitur:

$$e = \frac{206264{,}7 \cdot \alpha'' r}{k n \mu \sqrt{\nu}} \sqrt{\left\{\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta'^2} + \frac{3}{2(\alpha-\beta)^2} + \frac{3}{2(\beta-\beta')^2}\right\}}$$

$$e' = \frac{206264{,}7 \cdot r \times \text{Mod.}}{k\sqrt{\nu}} \sqrt{\left\{\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{2\beta^2} + \frac{1}{(\alpha-\beta e^{n\mu})^2} + \left(\frac{e^{n\mu}}{\alpha-\beta e^{n\mu}}\right)^2 (\tfrac{1}{2}+R^2\beta^2) + R^2\left(\frac{e^{n\mu}}{1-e^{n\mu}}\right)^2\right\}}$$

Unde statim pondera haec eruuntur:

	Pondus ipsius α''.	Pondus ipsius $\log\frac{\beta''}{\alpha''}$		Pondus ipsius α''.	Pondus ipsius $\log\frac{\beta''}{\alpha''}$		Pondus ipsius α''.	Pondus ipsius $\log\frac{\beta''}{\alpha''}$		Pondus ipsius α''.	Pondus ipsius $\log\frac{\beta''}{\alpha''}$
Ser. 1	3,1079	78,72	Ser. 6	0,6110	2,74	Ser. 10	1,2086	37,54	Ser. 14	0,3982	0,67
— 2	1,1950	35,83	— 7	2,1729	67,08	— 11	4,0041	103 65	— 15	0,0942	0,10
— 3	2,0295	46,04	— 8	1,4156	40,39	— 12	0,4284	3,07	— 16	0,1628	0,42
— 4	0,0719	0,09	— 9	0,9589	16,72	— 13	0,3823	2,60	— 17	0,1590	1,04
— 5	0,0309	0,20									

Combinando haec pondera cum valoribus ipsorum a'' et β'' paragraphi antecedentis sequitur:

	Hyp. 1.	Hyp. 2.	Hyp. 3.	Pond. ips. α''.		Hyp. 1 et 2	Hyp. 3.	Pond. ips. $\log\frac{\beta''}{\alpha''}$	
$\log\alpha'' =$	0,83062,	0,71134,	0,54184	6,3324	$\log\beta'' =$	9,13980,	8,84854	160,59	pro pend. l. cum globo.
	0,81502,	0,69259,	0,51941	0,7138		8,94582,	8,64921	3,03	— — br. — —
	0,73661,	0,66530,	0,55998	9,7601		9,09776,	8,92112	265,37	— — l. — cylindro.
	0,75474,	0,68341,	0,57811	1,6249		8,95301,	8,77638	7,91	— — br. — —
			Medium ex omnibus						
	0,77581,	0,68429,	0,55397			9,11113,	8,89055.		

C. A. F. Peters.

Ueber die Länge von Peking von Herrn *G. v. Fuss.*

Im 8ten Bande der Astr. Nachr. Nr. 181. sind Resultate der Berechnungen der Länge des Collegii Lusitanorum zu Peking, aus 10 verschiedentlichen Beobachtungen, als: Sonnenfinsternissen, Sternbedeckungen, Jupiterstrabantenverfinsterungen und Venusdurchgang vor der Sonne, die in die Jahre 1770—1776 fallen, von *Wurm* mitgetheilt worden. Die endliche Länge dieses Ortes setzt er, bis auf etliche Secunden sicher, $= 7^h\ 36'\ 21''{,}4$ von Paris an. Zehn von mir daselbst beobachtete Culminationen des ersten Mondrandes, konnten mit Zuziehung der auf festen Sternwarten angestellten correspondirenden Beobachtungen berechnet werden, und geben die Länge des magnetischen Hauses im südlichen russischen Kloster von Paris folgendermafsen an:

$7^h\ 36'\ 26''7$	$7^h\ 36'\ 20''0$
14,5	22,7
22,7	16,9
12,1	25,6
14,2	11,2

Jede dieser Bestimmungen hat die Sicherheit von 3'',6 und ihr Mittel $= 7^h\ 36'\ 18''{,}7$ die von 1'',14. Wegen Vergrösserung des Mondshalbmessers im Fernrohre (es hatte 13 Z. Länge, 13 L. im Objectiv und 30 Vergrösserung) müssen hievon 8'',8 abgezogen werden, daher die richtige Länge:

$= 7^h\ 36'\ 9''9$

Die Polhöhe des Hauses ist $= 39°\ 54'\ 15''2$

Reducirt man beyde Resultate auf die Kaiserl. Sternwarte, indem vom ersten 12''9 abgezogen, zum andern 7''2 hinzuaddirt wird, so verwandelt sie sich

das erste in $7^h\ 36'\ 8''5$
das zweite in $7\ 36\ 17{,}1$ Unterschied $= 8''{,}6$.

Verwirft man aber von den Beobachtungen in den Jahren 1770 alle die denen *Wurm* nur halben Werth beylegt, so wird die erste Länge $= 7^h\ 36'\ 11''{,}4$ und das Resultat der Beobachtung, die unter allen das gröfste Gewicht zu haben scheint, die Bedeckung der Spica wird $7^h\ 36'\ 16''5$ fast gleichstimmend mit dem von mir gefundenen.

Die Berechnung einer Bedeckung des Sterns γ Libr. vermittelst Vergleichung des Beobachtungsmomentes mit den Berliner Ephemeriden, mit der angenommenen Länge von Berlin $= 6^h\ 52'$, gab die Correction dieser Länge $= +12''7$. Durch Vergleichung der Ephemeride mit Greenwicher Mondsbeobachtungen erhielt ich folgende Berichtigungen des Mondsorts.

Mai 1831 Greenw. Beob.	AR. d. Monds- Centri berechnet.	Aus Beob.	Correction.	Decl d. Monds- Centri berechnet.	Aus Beob.	Correction.
	° ′ ″	″	″	h ′ ″	″	″
24,485	223 12 19,5	13,2	—6,3	11 25 45,6 S.	44,9	—0,7
25 516	235 20 11,1	5,2	—5,9	14 30 51,9 S.	51,9	0,0

Die Zeit der Bedeck. erhält demnach die Correct. —6''0 u. —0''3. Die erste dieser Correctionen macht das Eintrittsmoment in Berl. mittlerer Zeit später eintreffen, ist also subtractiv, die zweite aber, da der Stern im ersten Quadranten, vom Nordpuncte eintrat, früher, und ist additiv; die vollständige Correction der corrigirten Länge wird daher $= -11''29 + 0''27 = -11''0$ und die Länge des Klosters von Berlin $= 6^h\ 52'\ 1''7$ oder der Sternwarte von Paris $= 7^h\ 36'\ 21''5$ um 4''4 gröfser. Aus diesen Untersuchungen folgt, dafs die von *Wurm* angesetzte Länge um ungefähr 10'' zu gering sey.

Altona den 28 Nov. 1834.

G. v. Fuss.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 271.

Auflösung der Aufgabe, die Rectascension und Declination eines Weltkörpers aus seinen gemessenen Distanzen von zwei bekannten Fixsternen zu finden.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

1. Sind α, α' und δ, δ' die bekannten Rectascensionen und Declinationen zweier Fixsterne S, S' und θ, ρ die Declination und Rectascension eines Weltkörpers, dessen Distanzen Δ, Δ' von den beiden Sternen S, S' gemessen worden sind; so ist nach Principien der sphärischen Trigonometrie, wie leicht erhellet,

$$\cos\Delta = \sin\delta\sin\theta + \cos\delta\cos\theta\cos(\rho-\alpha)$$
$$\cos\Delta' = \sin\delta'\sin\theta + \cos\delta'\cos\theta\cos(\rho-\alpha'),$$

Zwei Gleichungen, aus denen θ und ρ gefunden werden müssen. Um nun zuerst θ zu finden, haben wir:

$$\frac{\cos\Delta}{\cos\delta} = \operatorname{tang}\delta\sin\theta + \cos\theta\cos(\rho-\alpha)$$
$$\frac{\cos\Delta'}{\cos\delta'} = \operatorname{tang}\delta'\sin\theta + \cos\theta\cos(\rho-\alpha'),$$

und hieraus durch Addition und Subtraction nach einigen leichten Verwandlungen:

$$\cos\Delta\cos\delta' + \cos\Delta'\cos\delta = \sin(\delta+\delta')\sin\theta + 2\cos\delta\cos\delta'\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha')\cos\theta\cos\left(\rho-\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right),$$

$$\cos\Delta\cos\delta' - \cos\Delta'\cos\delta = \sin(\delta-\delta')\sin\theta + 2\cos\delta\cos\delta'\sin\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha')\cos\theta\sin\left(\rho-\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right);$$

folglich

$$\cos\left(\rho-\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right) = \frac{\cos\Delta\cos\delta'+\cos\Delta'\cos\delta-\sin(\delta+\delta')\sin\theta}{2\cos\delta\cos\delta'\cos\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')\cos\theta}$$

$$\sin\left(\rho-\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right) = \frac{\cos\Delta\cos\delta'-\cos\Delta'\cos\delta-\sin(\delta-\delta')\sin\theta}{2\cos\delta\cos\delta'\sin\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')\cos\theta},$$

oder wenn wir

$$a = \frac{\cos\Delta\cos\delta'+\cos\Delta'\cos\delta}{2\cos\delta\cos\delta'\cos\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')}, \quad b = \frac{\sin(\delta+\delta')}{2\cos\delta\cos\delta'\cos\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')};$$

$$a' = \frac{\cos\Delta\cos\delta'-\cos\Delta'\cos\delta}{2\cos\delta\cos\delta'\sin\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')}, \quad b' = \frac{\sin(\delta-\delta')}{2\cos\delta\cos\delta'\sin\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')}$$

setzen:

$$\cos\left(\rho-\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right) = \frac{a-b\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\sin\left(\rho-\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right) = \frac{a'-b'\sin\theta}{\cos\theta},$$

woraus sich zur Bestimmung von θ auf der Stelle folgende Gleichung ergiebt:

$$(a-b\sin\theta)^2 + (a'-b'\sin\theta)^2 = \cos\theta^2.$$

Setzen wir in dieser Gleichung nun $\cos\theta^2 = 1-\sin\theta^2$ und lösen dieselbe, in Bezug auf $\sin\theta$ als unbekannte Gröfse, wie eine quadratische Gleichung auf, so erhalten wir

$$\sin\theta = \frac{ab+a'b'}{b^2+b'^2+1}\left\{1 \pm \sqrt{\left(1-\frac{(a^2+a'^2-1)(b^2+b'^2+1)}{(ab+a'b')^2}\right)}\right\},$$

wodurch also $\sin\theta$ und damit auch der gesuchte Winkel θ gefunden ist.

2. Zuerst wollen wir nun zeigen, wie die Gröfsen a, b, a', b' mit Leichtigkeit berechnet werden können. Weil man immer annehmen kann, dafs der absolute Werth des Bruchs

$$\frac{\cos\Delta'}{\cos\Delta}\frac{\cos\delta}{\cos\delta'}$$

kleiner als die Einheit ist, indem man im entgegengesetzten Falle leicht überall α, δ, Δ und α', δ', Δ' gegen einander vertauschen könnte; so ist es verstattet

$$\cos\varphi = \frac{\cos\Delta'\cos\delta}{\cos\Delta\cos\delta'}$$

zu setzen. Hat man hieraus den Hülfswinkel φ gefunden, so findet man a, a', b, b' leicht mittelst der folgenden Formeln:

$$a = \frac{\cos\Delta\cos\frac{1}{2}\varphi^2}{\cos\delta\cos\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')}, \quad a' = \frac{\cos\Delta\sin\frac{1}{2}\varphi^2}{\cos\delta\sin\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')};$$

$$b = \frac{\sin(\delta+\delta')}{2\cos\delta\cos\delta'\cos\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')}, \quad b' = \frac{\sin(\delta-\delta')}{2\cos\delta\cos\delta'\sin\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')};$$

wobei man sich auch noch die Relationen

$$a' = a\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\varphi^2\cot\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha'),$$

$$b' = b\cot\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha')\frac{\sin(\delta-\delta')}{\sin(\delta+\delta')};$$

so wie auch die Gleichung

$$a\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha') + a'\sin\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha') = \frac{\cos\Delta}{\cos\delta}$$

merken kann.

Digitized by Google

3. Setzen wir nun ferner der Kürze wegen

$$\frac{ab+a'b'}{b^2+b'^2+1}=\mu, \quad \frac{ab+a'b'}{a^2+a'^2-1}=\mu';$$

so ist nach dem Obigen

$$\sin\theta=\cos(90^\circ-\theta)=\mu\left\{1\pm\sqrt{\left(1-\frac{1}{\mu\mu'}\right)}\right\};$$

also, wenn wir die beiden dieser Gleichung entsprechenden Werthe von $90^\circ-\theta$ durch θ' und θ'' bezeichnen:

$$\cos\theta'=\mu\left\{1+\sqrt{\left(1-\frac{1}{\mu\mu'}\right)}\right\},$$

$$\cos\theta''=\mu\left\{1-\sqrt{\left(1-\frac{1}{\mu\mu'}\right)}\right\},$$

woraus sich leicht

$$2\cos\tfrac{1}{2}\theta'^2=1+\mu+\mu\sqrt{\left(1-\frac{1}{\mu\mu'}\right)}$$

$$2\cos\tfrac{1}{2}\theta''^2=1+\mu-\mu\sqrt{\left(1-\frac{1}{\mu\mu'}\right)};$$

$$2\sin\tfrac{1}{2}\theta'^2=1-\mu-\mu\sqrt{\left(1-\frac{1}{\mu\mu'}\right)},$$

$$2\sin\tfrac{1}{2}\theta''^2=1-\mu+\mu\sqrt{\left(1-\frac{1}{\mu\mu'}\right)};$$

also

$$2\cos\tfrac{1}{2}\theta'\cos\tfrac{1}{2}\theta''=\sqrt{\frac{\mu+\mu'+2\mu\mu'}{\mu'}},$$

$$2\sin\tfrac{1}{2}\theta'\sin\tfrac{1}{2}\theta''=\sqrt{\frac{\mu+\mu'-2\mu\mu'}{\mu'}},$$

folglich

$$2\cos\tfrac{1}{2}(\theta'\pm\theta'')=\sqrt{\frac{\mu+\mu'+2\mu\mu'}{\mu'}}\mp\sqrt{\frac{\mu+\mu'-2\mu\mu'}{\mu'}},$$

oder

$$2\cos\tfrac{1}{2}(\theta'\pm\theta'')=\sqrt{\frac{\mu+\mu'+2\mu\mu'}{\mu'}}\cdot\left\{1\mp\sqrt{\frac{1-\frac{2\mu\mu'}{\mu+\mu'}}{1+\frac{2\mu\mu'}{\mu+\mu'}}}\right\}$$

ergiebt.

Nun ist aber nothwendig zugleich

$$\frac{\mu+\mu'+2\mu\mu'}{\mu'}>0, \quad \frac{\mu+\mu'-2\mu\mu'}{\mu'}>0,$$

weil sonst $\cos\frac{1}{2}(\theta'\pm\theta'')$ keinen reellen Werth hätte. Also haben die Gröfsen

$$\mu+\mu'+2\mu\mu' \quad \text{und} \quad \mu+\mu'-2\mu\mu'$$

jederzeit einerlei Vorzeichen, und es ist folglich immer

$$(\mu+\mu'+2\mu\mu')(\mu+\mu'-2\mu\mu')>0,$$
$$(\mu+\mu')^2-4\mu^2\mu'^2>0, \quad (\mu+\mu')^2>4\mu^2\mu'^2,$$

so dafs also stets der absolute Werth von

$$\frac{2\mu\mu'}{\mu+\mu'}$$

kleiner als die Einheit ist, und daher

$$\frac{2\mu\mu'}{\mu+\mu'}=\sin\omega$$

gesetzt werden kann. Dann ist nach dem Vorhergehenden

$$2\cos\tfrac{1}{2}(\theta'\pm\theta'')=\sqrt{\frac{\mu+\mu'+2\mu\mu'}{\mu'}}\cdot\left\{1\mp\sqrt{\frac{1-\sin\omega}{1+\sin\omega}}\right\}.$$

Aber

$$1\mp\sqrt{\frac{1-\sin\omega}{1+\sin\omega}}=1\mp\tang(45^\circ-\tfrac{1}{2}\omega)$$
$$=\frac{\cos(45^\circ-\frac{1}{2}\omega)\mp\sin(45^\circ-\frac{1}{2}\omega)}{\cos(45^\circ-\frac{1}{2}\omega)};$$

folglich

$$1-\sqrt{\frac{1-\sin\omega}{1+\sin\omega}}=\frac{\sin\frac{1}{2}\omega\cdot\sqrt{2}}{\cos(45^\circ-\frac{1}{2}\omega)}$$
$$1+\sqrt{\frac{1-\sin\omega}{1+\sin\omega}}=\frac{\cos\frac{1}{2}\omega\cdot\sqrt{2}}{\cos(45^\circ-\frac{1}{2}\omega)}.$$

Also

$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta'+\theta'')=\frac{\sin\frac{1}{2}\omega}{\cos(45^\circ-\frac{1}{2}\omega)\cdot\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\frac{\mu+\mu'+2\mu\mu'}{\mu'}},$$

$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta'-\theta'')=\frac{\cos\frac{1}{2}\omega}{\cos(45^\circ-\frac{1}{2}\omega)\cdot\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\frac{\mu+\mu'+2\mu\mu'}{\mu'}}.$$

Aber

$$\frac{\mu+\mu'+2\mu\mu'}{2\mu\mu'}=1+\frac{\mu+\mu'}{2\mu\mu'}=\frac{1+\sin\omega}{\sin\omega}=\frac{2\cos(45^\circ-\frac{1}{2}\omega)^2}{\sin\omega},$$

$$\sqrt{\frac{\mu+\mu'+2\mu\mu'}{\mu'}}=\frac{2\cos(45^\circ-\frac{1}{2}\omega)}{\sqrt{\sin\omega}}\cdot\sqrt{\mu}.$$

Also

$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta'+\theta'')=\frac{\sin\frac{1}{2}\omega}{\sqrt{\sin\omega}}\cdot\sqrt{(2\mu)},$$

$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta'-\theta'')=\frac{\cos\frac{1}{2}\omega}{\sqrt{\sin\omega}}\cdot\sqrt{(2\mu)},$$

oder, wie man nach leichter Rechnung findet,

$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta'+\theta'')=\sqrt{(\mu\tang\tfrac{1}{2}\omega)},$$
$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta'-\theta'')=\sqrt{(\mu\cot\tfrac{1}{2}\omega)}.$$

Mittelst dieser Formeln kann man $\frac{1}{2}(\theta'+\theta'')$ und $\frac{1}{2}(\theta'-\theta'')$, also auch θ' und θ'', d. i. die beiden Werthe von $90^\circ-\theta$, folglich auch die beiden Werthe der Declination θ leicht berechnen, wenn man μ und ω hat.

4. Der Hülfswinkel ω wird nach dem Vorhergehenden mittelst der Formel

$$\frac{2\mu\mu'}{\mu+\mu'}=\sin\omega$$

gefunden. Dazu mufs man μ und μ' haben. Die Rechnung läfst sich aber auf folgende Art erleichtern. Nach dem Obigen ist

$$\mu=\frac{ab+a'b'}{b^2+b'^2+1}, \quad \mu'=\frac{ab+a'b'}{a^2+a'^2-1}.$$

Dies giebt

$$\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu'}=\frac{\mu+\mu'}{\mu\mu'}=\frac{a^2+a'^2+b^2+b'^2}{ab+a'b'}.$$

Digitized by Google

Also ist

$$\sin w = \frac{2(ab+a'b')}{a^2+a'^2+b^2+b'^2};$$

$$1-\sin w = \frac{(a-b)^2+(a'-b')^2}{a^2+a'^2+b^2+b'^2}, \quad 1+\sin w = \frac{(a+b)^2+(a'+b')^2}{a^2+a'^2+b^2+b'^2};$$

$$\tang(45^\circ - \tfrac{1}{2}w) = \frac{a-b}{a+b}\sqrt{\frac{1+\left(\frac{a'-b'}{a-b}\right)^2}{1+\left(\frac{a'+b'}{a+b}\right)^2}}$$

Berechnen wir nun die Hülfswinkel ψ, ψ' mittelst der Formeln

$$\tang\psi = \frac{a'-b'}{a-b}, \quad \tang\psi' = \frac{a'+b'}{a+b};$$

so erhalten wir

$$\tang(45^\circ - \tfrac{1}{2}w) = \frac{(a-b)\sec\psi}{(a+b)\sec\psi'} = \frac{(a-b)\cos\psi'}{(a+b)\cos\psi},$$

und die Rechnung würde sich nun überhaupt auf folgende Art stellen:

$$\cos\varphi = \frac{\cos\Delta'\cos\delta}{\cos\Delta\cos\delta'};$$

$$a = \frac{\cos\Delta\cos\tfrac{1}{2}\varphi^2}{\cos\delta\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha')}, \quad a' = \frac{\cos\Delta\sin\tfrac{1}{2}\varphi^2}{\cos\delta\sin\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha')};$$

$$b = \frac{\sin(\delta+\delta')}{2\cos\delta\cos\delta'\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha')}, \quad b' = \frac{\sin(\delta-\delta')}{2\cos\delta\cos\delta'\sin\tfrac{1}{2}(\alpha-\alpha')};$$

$$\tang\psi = \frac{a'-b'}{a-b}, \quad \tang\psi' = \frac{a'+b'}{a+b},$$

$$\tang(45^\circ - \tfrac{1}{2}w) = \frac{(a-b)\cos\psi'}{(a+b)\cos\psi};$$

$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta'+\theta'') = \sqrt{(\mu\ \tang\tfrac{1}{2}w)},$$

$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta'-\theta'') = \sqrt{(\mu\cos\tfrac{1}{2}w)};$$

$\theta' = \frac{1}{2}(\theta'+\theta'') + \frac{1}{2}(\theta'-\theta'')$, $\theta'' = \frac{1}{2}(\theta'+\theta'') - \frac{1}{2}(\theta'-\theta'')$, woraus denn ferner auch leicht die beiden Werthe der Declination θ gefunden werden können. Hat man *Matthiessens* treffliche Tafeln zur Hand, so braucht man bei dieser Rechnung blofs $\log a$, $\log a'$, $\log b$, $\log b'$, nicht a, a', b, b' selbst, zu berechnen, und braucht überhaupt nie zu einem Logarithmus die Zahl aufzuschlagen. Schwierigkeit macht aber noch die Berechnung der Gröfse

$$\mu = \frac{ab-a'b'}{b^2+b'^2+1},$$

welche sich indefs auf verschiedene Arten, am einfachsten vielleicht auf folgende Weise, heben läfst. Berechnet man nämlich die drei Hülfswinkel ξ, ξ', ξ'' aus den Formeln

$$\tang\xi = \frac{a'}{a}, \quad \tang\xi' = \frac{b'}{b}, \quad \tang\xi'' = b\sec\xi';$$

so ist, wie man leicht findet

$$\mu = \frac{ab\cos(\xi-\xi')\cos\xi''^2}{\cos\xi\cos\xi'}$$

5. Hat man die Declination θ, so ergiebt sich die Rectascension ρ auf folgende Art. Aus den beiden Hauptgleichungen in (1) folgt nämlich

$$\cos\Delta = \cos\theta\cos\delta + \sin\theta\sin\delta - \cos\theta\cos\delta[1-\cos(\rho-\alpha)],$$
$$\cos\Delta = -\cos\theta\cos\delta + \sin\theta\sin\delta + \cos\theta\cos\delta[1+\cos(\rho-\alpha)];$$
$$\cos\Delta = \cos(\theta-\delta) - 2\cos\theta\cos\delta\sin\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha)^2,$$
$$\cos\Delta = -\cos(\theta+\delta) + 2\cos\theta\cos\delta\cos\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha)^2;$$
$$\cos\Delta - \cos(\theta-\delta) = -2\cos\theta\cos\delta\sin\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha)^2,$$
$$\cos\Delta + \cos(\theta+\delta) = 2\cos\theta\cos\delta\cos\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha)^2;$$
$$\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\Delta-\delta)\sin\tfrac{1}{2}(\theta+\Delta-\delta) = -\cos\theta\cos\delta\sin\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha)^2,$$
$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta+\Delta+\delta)\cos\tfrac{1}{2}(\theta-\Delta+\delta) = \cos\theta\cos\delta\cos\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha)^2,$$

und ganz eben so

$$\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\Delta'-\delta')\sin\tfrac{1}{2}(\theta+\Delta'-\delta') = -\cos\theta\cos\delta'\sin\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha')^2;$$
$$\cos\tfrac{1}{2}(\theta+\Delta'+\delta')\cos\tfrac{1}{2}(\theta-\Delta'+\delta') = \cos\theta\cos\delta'\cos\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha').$$

Hieraus erhält man zur Berechnung von ρ die Formeln:

$$\sin\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha) = \sqrt{\left(-\frac{\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\Delta-\delta)\sin\tfrac{1}{2}(\theta+\Delta-\delta)}{\cos\theta\cos\delta}\right)},$$

$$\cos\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha) = \sqrt{\left(\frac{\cos\tfrac{1}{2}(\theta+\Delta+\delta)\cos\tfrac{1}{2}(\theta-\Delta+\delta)}{\cos\theta\cos\delta}\right)},$$

$$\tang\tfrac{1}{2}(\rho-\alpha) = \sqrt{\left(-\frac{\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\Delta-\delta)\sin\tfrac{1}{2}(\theta+\Delta-\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}(\theta+\Delta+\delta)\cos\tfrac{1}{2}(\theta-\Delta+\delta)}\right)},$$

wo man auch Δ', δ', α' für Δ, δ, α setzen kann.

Dr. *Grunert.*

Note on the Astronomical Refractions.

Von Herrn *James Ivory*.

(Von dem Herrn Verfasser unter dem 15. Decbr. 1834 mitgetheilt.)

The purpose of this Note is to compare the Table of Refractions in the Phil. Transact. for 1824 with the Tables published by Mr. *Bessel* in his two works „Fundamenta Astronomiae" and „Tabulae Regiomontanae."

And, first, with respect to the „Fundamenta Astronomiae," which appeared in 1818, the comparison is already made in part at p. 483, Phil. Transact. for 1824. The two Tables compared being supposed to represent the same series of refractions, the numbers answering to the same altitude will have constantly the same proportion, or the difference of their log. will be a constant log. and this constant log. will be best deduced from the refraction at 45°; because these are not affected by particular suppositions respecting the constitution of the atmosphere. In the case of the two Tables under consideration the constant log. is 0,00651: and the inspection of the short Table at p. 483 Phil. Trans. for 1824, will show that, as far as 85° from the zenith, the greatest discrepancy of the refractions is at

Digitized by Google

the zenith-distance 82°½. The quantity of this discrepancy is thus found,

Log. of R^n. at 82°½ in Fund. Astr.	2,61478	
	+00651	
	2,62129	num. 418″11
R^n. at 82°½ in the other Table		418,59
		0,48

Thus, as far as 85° from the zenith, the greatest discrepancy of the two Tables is less than 0″5.

For zenith-distances greater than 85°, it will be sufficient to compare the refractions at every half-degree. For this purpose it is only necessary to add 0,00651 to the log. in *Bessels* Table, and to compare the resulting numbers with the refractions in the other Table.

	Bessel. Log.	num.	J. I.	Diff.
85°	2,77334	593″39	593″84	— 0″45
85½	2,81016	645,89	646,03	— 0,14
86	2,84972	707,49	707,15	+ 0,34
86½	2,89249	780,71	779,51	+ 1,20
87	2,93897	868,90	866,04	+ 2,86
87½	2,98974	976,65	970,89	+ 5,76
88	3,04554	1110,6	1099,6	+11,00
88½	3,10732	1280,3	1259,6	+20,7
89	3,17642	1500,5	1461,8	+38,7
89½	3,25388	1794,2	1720,8	+73,4

As observed in the Phil. Trans. the two Tables begin to diverge from one another at 86° from the zenith: and the discrepancy continually increases as the distance from the zenith becomes greater.

In the „Tabulae Regiomontanae“ of the same author, published in 1830, there are two Tables of refraction. The first extends to 85° of zenith-distance and the numbers in it are obtained by multiplying the like numbers in the „Fundamenta astronomiae“ by the factor 1,003282, or by adding the constant log. 0,00142. According to what is already said this Table is equivalent to the like part of that in the Phil. Trans. for 1824, the respective numbers being always in the same proportion. The second, or Supplemental Table contains the refractions at every half degree for all zenith-distances from 85° to 89°½. The numbers in this Table are not computed by a formula; they are the results of many observations. It is with this experimental Table that the part of the other Table for the like altitudes is to be compared.

The log. of the refraction at 45° in the first of the two Tables in „Tab. Reg.“ is

	1,76104
in the other tables	1,76611
	0,00507;

And this number 0,00507 must be added to the logarithms in *Bessel's* supplemental Table to reduce the refractions to the other Table.

	Log. *)	Num.	J. I.	Diff.
85°	2,77332	593″38	593,84	— 0″46
85½	2,81097	647,10	646,03	+ 1,07
86	2,84951	707,15	707,15	0,00
86½	2,89062	777,36	779,51	— 2,15
87	2,93681	864,59	866,04	— 1,45
87½	2,98776	972,21	970,89	+ 1,32
88	3,04193	1101,40	1099,60	+ 1,80
			Sum	+ 0,13
88½	3,10230	1265,6	1259,6	+ 6,00
89	3,17079	1481,8	1461,8	+20,0
89½	3,24649	1764,0	1720,8	+43,2

The differences of the first seven refractions evidently arise from the irregularity of *Bessel's* experimental quantities; which are sometimes above, and sometimes below, the true values, but such that upon the whole the defects compensate the excesses. It appears that the Table of mean refractions in the Phil. Trans. for 1824 may be reckoned equivalent to the two Tables of *Bessel* in the „Tabulae Regiomontanae“ as far as 88° from the zenith.

The quantity f used in the construction of the Table in the Phil. Trans. seems to be determined with considerable exactness: for a small variation of its value would materially alter the refractions at low altitudes.

At altitudes less than 2°, the Table in the Phil. Trans. diverges from *Bessel's* corrected quantities. But it is not impossible that there may be some uncertainty in *Bessel's* determinations at such low altitudes. In order to throw some light on this point, 10 observations of Capella by *Carlini*, extracted from a Memoria of M. *Plana* **), are subjoined and calculated by the Table in Phil. Trans.

1811.	Zen. dist. ° ′ ″	Bar.	Ther	Obs. Refr. ′ ″	Calc Refr. ′ ″	Diff.
March 11	84 24 10,6	29,79	46	20 20,5	20 30,8	— 9,7
—— 17	23 26,0	29,82	37	21 5,3	20 59,8	+ 5,5
—— 18	23 30,7	29,80	37	21 0,6	20 59,3	+ 1,3
—— 19	23 29,9	29,81	41	21 1,5	20 45,4	+16,1
—— 20	23 57,9	29,82	41	20 33,5	20 48,5	—15,0
—— 26	24 13,5	29,54	50,5	20 18,3	20 4,8	+13,5
—— 28	23 17,5	29,91	36	21 14,4	21 7,0	+ 7,4
—— 31	23 48,6	29,61	42	20 43,5	20 35,1	+ 8,2
June 5	25 26,5	29,62	69	19 13,7	19 12,8	+ 0,9
July 14	26 12,6	29,60	78	18 31,5	18 46,5	—15,0
Mean	88 24 9,4	29,73	47,75	20 24,3	20 23	

*) This Log. is taken from the first Table.

**) Acad. de Turin Tom. 32.

Digitized by Google

Here the mean of the calculated, agrees with the mean of the observed quantities, although, according to *Bessel's* corrected Table, there should be a difference of 5″ or 6″. It is therefore not well ascertained how far the Table in the Phil. Trans. agrees with the observed mean refractions. But it seems to be established, both by *Bessel's* Tables and by Dr. *Brinckley's* observations of the star Lyra at the zenith-distance 87° 42′ *), that the table is almost identical with observation as far as 88° from the zenith.

The discrepancies of the individual refractions from the mean quantity, are not to be ascribed to any peculiarity in the construction of the Table in the Phil. Trans., or entirely to variations of the quantity f: for similar discrepancies, that have not been explained, are found to take place at zenith-distances, such as 80° or even 75°, at which the refractions are the same in all Tables and the quantity f has no influence.

*) Phil. Trans. 1824 p. 485, 486.

If attention be paid to the construction of the Table in the Phil. Trans. it will appear that it determines the refractions only so far as they depend upon two principles, namely, the refractive power of the air, and the rate, expressed by $(1-f)$, at which the density decreases in ascending at the surface of the earth. Now these are not hypothetical, but real, quantities that may be found experimentally. If it were exactly ascertained how far the Table agrees with the true mean refractions, it would not be difficult to add to the formula other independent terms which, being made to coincide with observation, would complete the solution of the problem. Very little progress has been made in acquiring a knowledge of the constitution of the atmosphere: and there appears to be no way of freeing the problem of the mean refractions from arbitrary suppositions, and of bringing into view the true quantities on which it depends, except that which has just been pointed out.

James Ivory.

Schreiben des Herrn Professors *Santini* Directors der Sternwarte zu Padua an den Herausgeber.

Padova 1834. Decbr. 1.

Dopo la relazione, che mi presi la libertà di inviare a V. S. intorno alle ricerche da me instituite sulla Cometa Periodica di *Biela* inserite nel Nr. 251 delle Notizie Astronomiche, intrapresi a correggere quei risultati dalle equazioni più forti trascurate nel calcolo delle Longitudini di Giove, le quali avevano una piccola influenza; siccomo fino da quell' epoca le accennai. I risultamenti così corretti (dai primi in vero poco differenti) vennero da me inseriti nel nostro Giornale (annali delle Scienze 1° bimestre 1834), ove anco ho fatto parola di una ricerca levi calamo instituita intorno alla resistenza dell' etere, adottando in via ipotetica il costante determinato già dal *Ch. Encke* per l'altra Cometa periodica di 3¼ anni, dalla quale risulta, che il tempo del ritorno al perielio dal 1825 al 1832 sarebbe soltanto accelerato di $0^g,03$; almeno ritenendo il costante $\frac{1}{752,73}$ dato da *Encke*, il quale in vero può essere diverso. Ciò non dimeno non mi sembrò potersi questo aumentare fino a rappresentare una differenza di circa $0^g,4$ esistente fra il ritorno calcolato, ed il ritorno osservato, e sembrommi piuttoste doversi questa ripetere da una leggera incertezza nell' asse maggiore assunto per il 1826, o da qualche piccola inesattezza nelle calcolate perturbazioni, le quale erano difficili a rappresentarsi con tutta la precisione, per la gran vicinanza della Cometa da Giove nel Maggio del 1831. Essendomi in seguito proposto di determinare col calcolo gli elementi ellittici di questa Cometa per il suo prossimo ritorno al Perielio nel Luglio 1839, ho stimato conveniente adattare l'asse maggiore ai passaggi al perielio da me osservati negli anni 1826, 1832 avendo l'opportuno riguardo alle perturbazioni già calcolate dipendenti dalla Terra, da Giove, e da Saturno, ed a quelle in seguito aggiunte (quantunque piccolissime) dipendenti da Venere, e da Marte. I risultamenti parziali essendo inseriti nel citato giornale, mi contenterò di qui riferirle i finali dipendenti dall' azione riunita dei Pianeti nel moto medio, e nell' Anomalia media; trascegliendo quell' corrispondenti alla massa di Giove $\frac{1}{1009}$ determinata dal Sig^r *Airy*, adoperata per il calcolo delle perturbazioni fra il 1832, ed il 1839, giacchè da questi dipende l'asse maggiore dell' orbita.

Trovai pertanto

la variazione del moto medio $\delta n = +5'',776184$

la variazione dell' anomalia media $\delta Z = +1°\,28'\,15'',003$

ora i passaggi al perielio dedotti dalle mie osservazioni nel 1826, e nel 1832 in tempo medio dal principio di ciascheduno anno sotto il meridiano di Padova furono

per il 1826..... in $77^g,450\,463$

per il 1832..... in $331,153\,170$

Digitized by Google

Quindi la differenza T fra i due passaggi fu $= 2444^g,702707$; donde si formerà il moto medio

$$\text{per il 1826} = n = \frac{360^\circ - \delta Z}{T} = 527'',9599;$$

e per il 1832 sarà $n' = n + \delta n = 533'',736084$.

Rappresentando ora per a, a' i semiassi maggiori corrispondenti alle due medesime epoche, si avrà $\log a = 0{,}5516037$; $\log a' = 0{,}5484533$.

Indicando per q, q' le distanze perielie della Cometa date dalle osservazioni negli anni 1826, 1832; per φ, φ' gli angoli di eccentricità corrispondenti ai dati valori di a, q; a', q' saranno questi determinati dalle equazioni

$$\cos(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi) = \sqrt{\left(\frac{q}{2a}\right)}, \quad \cos(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi') = \sqrt{\left(\frac{q'}{2a'}\right)}$$

I valori di $\log q$, $\log q'$ corrispondenti agli elementi ricavati dalle osservazioni, erano

$$\log q = 9{,}9554798; \quad \log q' = 9{,}9439962.$$

Quindi si otterrà

$$\varphi = 48^\circ\,17'\,35'',6; \quad \varphi' = 48^\circ\,42'\,34'',96.$$

In tal guisa gli elementi da me altre volte determinati colle osservazioni pel 1826, 1832 si cambiano nei seguenti, ridotti all' equinozio medio

			P'er l'epoca 0 Gennajo 1826	0 Gennajo 1833.
Passaggio al perielio	τ	=	1826 in $77^g,450463$	.....1832, in $331^g,153170$ T. M. in Padova
Longitud. del perielio	ϖ	=	109°45′ 58″	.....110° 0′ 55,05
Longitud. del Nodo	ω	=	251 28 14	.....248 15 36,09
Inclinaz. all' eclit.	i	=	13 33 56	..... 13 13 0,92
Angolo di eccentr.	φ	=	48 17 35,6	..... 48 42 34,96
	$\log a$	=	0,5516037	..... = 0,5484533
Moto diurno sider. medio	n	=	527″9599	..... = 533″,736084.

A vero dire, variato avendo l'asse maggiore, e l'eccentricità, devono anche gli altri elementi subire una leggera modificazione per rappresentare le osservazioni; questa però è molto piccola, e può trascurarsi, quando non si abbia in vista che la ricerca degli elementi corrispondenti al 1839. In fatti la maggiore variazione di questi due elementi cade nell' apparizione del 1826; calcolando pertanto le equazioni di condizione per le osservazioni instituite in quell' anno nelle sere 9 Marzo, 25 Maggio, 15 Aprile, 1 Maggio dalle quali furono da me dedotti i superiori elementi (*Nuovi saggi dell' Acc. di Pad. Vol. III. pag.* 328), e risolvendole di nuovo col metodo dei minimi quadrati, trovo per essi le seguenti piccolissime correzioni

$$d\tau = -0{,}005311; \quad d\varpi = -8'',25; \quad d\omega = -1'',65;$$
$$di = -4'',82; \quad d\varphi = +4'',10.$$

Le quali aggiunte col loro segno agli elementi superiori del 1826, danno un nuovo sistema, in cui le osservazioni fondamentali sono rappresentate all' incirca allo stesso modo di prima; le correzioni residue essendo per ordine le seguenti

in longitudine	$+0'',5$:	$+2'',2$,	$-1'',8$;	$-0'',8$
in latitudine	$-2,5$;	$+25,2$;	$-41,7$;	$+24,0$

dove si può osservare, che gli errori in latitudine devonsi ripetere dalla incertezza delle declinazioni, le quali erano molto difficili a determinarsi per la indecisione del nucleo della Cometa.

Nel 1832, le variazioni indotte sugli elementi a, φ sono all' incirca la quarta parte di quelle corrispondenti al 1826; donde si può concludere, che le correzioni degli altri elementi si possono con ogni sicurezza trascurare. Partendo pertanto dal sopra riferito sistema, e calcolando le variazioni dipendenti dall' azione di Giove, di Saturno, e della Terra adottando per Giove la massa $\frac{1}{1049}$, ho ottenuto i risultati seguenti.

1°. $\int dp$;	da Giove	$= +44'',438$;	2°. $\int dq$	$= +87'',117$;
	da Saturno	$= + 0,837$		$= + 1,199$
	dalla Terra	$= + 0,261$		$= + 0,177$
	$\int dp$	$= +45'',536$	$\int dq$	$= +88'',493$
3°. $\int d\varphi$;	da Giove	$= +56,361$;	4°. $\int d\varpi$	$= +32'',214$;
	da Saturno	$= - 6,791$		$= -23,833$
	dalla Terra	$= - 7,730$		$= - 3,920$
	$\int d\varphi$	$= +41'',840$	$\int d\varpi$	$= + 4'',461$
5°. $\int dn$;	da Giove	$= +0,143906$	6°. $\int dZ$	$= -1177'',995$
	da Saturno	$= -0,005511$		$= + 118,089$
	dalla Terra	$= +0,063928$		$= + 142,021$
	$\int dn$	$= +0'',202323$	$\int dZ$	$= - 917'',885.$

Quindi si otterrà la variazione dT della rivoluzione siderale $= + \frac{917'',885}{533'',7361} = + 1^g,7197$. Ora risultando dall' ellisse per il 1832 la detta rivoluzione $T' = 2428,1662$, sarà $T' = T + \delta T = 2429,8859$, il ritorno al perielio cadrà così in $204^g,03907$ dell' anno 1839, tempo medio al meridiano di Padova.

Dietro i superiori risultati, coi precetti conosciuti, formasi il seguente sistema di elementi ellittici, riferendosi all' equinozio dell' anno 1839 per il 23 di Luglio.

Digitized by Google

Passaggio al perielio, come sopra 1839 in 204,03907 T.M. in Padova.
Longitudine del periclio.....= 110° 6′ 16″33
del nodo.....= 248 13 18,59
Inclinazione all' ecclittica.....= 13 12 24,49
Angolo di eccentricità.....= 48 43 16,80
Moto diurno siderale medio.....= 533″938407
Log. semiasse maggiore.....= 0,5483436.

Dietro questi elementi, è stata da me calcolata la seguente piccola effemeride, la quale dimostra, che poca speranza rimane di potere osservare la Cometa nel suo ritorno al perielio per il 1839, giacchè si manterrà sempre molto lontana, dalla terra, e molto vicina alla sua congiunzione col sole.

Posizione Geocentriche, della Cometa Periodica Biela, per il suo ritorno al perialio nel 1839 *calcolate per* 12^h di *Tempo Medio in Padova.*

1839. Mesi—Giorni.	AR. app.	Decl. app.	Log. dist. dal Sole.	Log. dist. dalla Terra.
	° ′	° ′		
Maggio 20	41 53,7	+20 33,2	0,11338	0,35337
24	45 39,4	21 11,7	0,09986	0,34553
28	49 31,4	21 47,9	0,08590	0,33726
Giugno 1	53 34,6	22 18,7	0,07190	0,32948
5	57 47,2	22 44,5	0,05788	0,32194
9	62 9,1	23 3,4	0,04388	0,31473
13	66 41,5	23 16,0	0,03000	0,30790

1839. Mesi—Giorni.	AR. app.	Decl. app.	Log. dist. dal Sole.	Log. dist. dalla Terra.
	° ′	° ′		
Giugno 17	71 22,5	+23 20,7	0,01638	0,30150
21	76 11,5	23 16,4	0,00324	0,29565
25	81 5,9	23 3,4	9,99084	0,29043
29	86 7,4	22 41,1	9,97930	0,28559
Luglio 3	91 12,9	22 7,2	9,96896	0,28187
7	96 20,7	21 24,1	9,96002	0,27874
11	101 30,1	20 31,1	9,95290	0,27643
15	106 38,2	19 28,6	9,94796	0,27489
19	111 44,8	18 17,4	9,94456	0,27416
23	116 47,6	16 58,1	9,94368	0,27434
27	121 45,7	15 31,6	9,94506	0,27533
31	126 38,0	14 0,0	9,94868	0,27707
Agosto 4	131 24,5	12 24,0	9,95440	0,27962
8	136 2,3	10 44,2	9,96198	0,28306
12	140 33,5	9 3,1	9,97122	0,28708
16	144 56,8	7 20,5	9,98184	0,29179
20	149 11,8	5 37,9	9,99360	0,29708
24	153 18,9	3 56,5	0,00622	0,30293
28	157 18,5	2 16,5	0,01946	0,30928
Settemb. 1	161 10,5	+ 0 39,0	0,03314	0,31693
5	164 54,6	— 0 56,1	0,04706	0,32322
9	168 32,2	2 28,0	0,06112	0,33042
13	172 2,3	3 56,6	0,07516	0,33792
17	175 26,6	5 21,8	0,08912	0,34557
21	178 44,5	6 43,2	0,10292	0,35323
25	181 56,6	8 1,5	0,11652	0,36093
29	185 3,0	9 15,0	0,12980	0,36857
Ottobre 3	188 4,2	—10 25,4	0,14278	0,37168

Giovanni Santini.

Schreiben des Herrn *Henderson* an den Herausgeber.

Edinburgh Observatory December 8. 1834.

Sir,

Mr. *Dunlop* has transmitted to this Country the observations made by him of two Telescopic Comets which he discovered at Paramatta, the one in September 1833 and the other in March 1834. The observations have been communicated to the Royal Astronomical Society. The observed places of the Comets are as follows.

First Comet.

Date. 1833.	Sidereal time at Paramatta.	Right Ascension.	Declination.
	h m s	° ′ ″	° ′ ″
October 1	20 41 44	223 20 47	— 19 5 8
2	20 14 16	225 28 28	— 19 37 7
3	20 20 2	227 37 49	— 20 5 35
4	20 27 26	229 48 14	— 20 34 10
6	20 59 33	234 12 44	— 21 25 24
7	21 2 58	236 24 0	— 21 47 36
8	21 11 41	238 35 11	— 22 7 20
9	21 13 55	240 44 47	— 22 27 23
11	21 9 45	245 1 49	— 22 59 29
12	20 58 8	247 7 12	— 23 11 30

Date. 1833.	Sidereal time at Paramatta.	Right Ascension.	Declination.
	h m s	° ′ ″	° ′ ″
October 14	21 9 28	251 18 14	— 23 31 2
15	21 40 45	253 23 23	— 23 37 33
16	21 43 9	255 24 40	— 23 42 34
1834	Second Comet.		
March 21	16 56 43	326 21 53	— 12 55 15
22	17 6 7	328 2 32	— 12 9 12
24	17 24 22	331 17 12	— 10 40 22
25	17 18 50	332 49 49	— 9 52 54
26	17 6 44	334 21 20	— 9 9 32
April 1	18 6 26	343 1 16	— 4 57 26
2	18 5 50	344 22 2	— 4 19 48
4	18 0 16	347 3 44	— 3 1 31
6	18 8 48	349 41 43	— 1 49 39
14	18 42 54	359 35 47	+ 2 39 49

The observations were made partly with a Circular Micrometer partly with a Wire Micrometer. The place of the Stars with which the Comet was compared, were taken from the Catalogues of *Piazzi*, *Pond*, and the Astronomical Society, the Histoire Céleste Française and *Bessel's* Zones.

Digitized by Google

I have as the first rough approximations obtained the following Elements of the Comet's Orbits. Want of time has prevented me from carrying the investigations further.

First Comet.

Perihelion passage 1833 Septbr. 11d,054 reckoned from Mean noon at Greenwich.
Perihelion distance 0,4888
Longitude of Perihelion 229° 4′ 50″
Longitude of Ascending Node 324 58 18
Inclination 7 0 50
Motion direct.

Second Comet.

Perihelion Passage 1834 April 11d,262 reckoned from Mean noon at Greenwich.
Perihelion distance 0,7750
Longitude of Perihelion 323°18′ 32″
Longitude of Ascending Node 269 56 29
Inclination 6 9 22
Motion direct.

Whether the second Comet be the same as the one which was seen at Marseilles in the early part of this year, I am unable to say, not having received the Astronomische Nachrichten so late a date.

T. Henderson.

Nachschrift des Herausgebers.

Dafs der *Gambart*sche am 8. März 1834 in Marseille entdeckte Comet identisch mit dem zweiten *Dunlop*schen sei, war mir auch gleich wahrscheinlich. Indessen gab ein nach Herrn *Hendersons* Elementen berechneter Ort etwa 8° Differenz in Länge, und 4° Differenz in Breite. Da aber Herr *Henderson* selbst bemerkt, dafs seine Elemente nur als eine erste rohe Annäherung zu betrachten sind, so waren zuvörderst aus den Beobb. selbst schärfere Elemente zu berechnen. Herr *Petersen*, Assistent bei der Altonaer Sternwarte, und Herr Dr. *Peters*, Assistent bei der Hamburger Sternwarte, übernahmen, jeder für sich, diese Arbeit. Die ersten Elemente, welche ich hier übergehe, zeigten schon die vermuthete Identität. Beide Herren legten anfangs ihren Elementen nur die *Dunlop*schen Beobachtungen zum Grunde. Als letzte verbesserte Bahn aus diesen fand Herr *Petersen*

Durchgangszeit 1834 April 2,70053 mittl. Berliner Zeit
Perihel..... 276° 33′ 49″25 } vom scheinb. Aequin.
Aufsteigender Knoten 226 48 52,15 } April 2
Neigung..... 5 56 52,5
log. q 9,7118304 Rechtläufig.

Diese Elemente stellen die Beobachtungen so dar:

	Differenz in Länge.	Differenz in Breite.		Differenz in Länge.	Differenz in Breite.
Gambart März 9	−4′16″	+6′51″	April 1	+0′54″	+1′34″
—21	+0 27	+0 4	— 2	−0 53	+0 44
—22	+0 1	−0 42	— 4	+0 34	+2 26
—24	−0 35	−3 29	— 6	−0 20	+0 32
—25	+0 15	−0 24	—14	+0 34	+0 51
—26	+1 6	−0 44			

Herr Dr. *Peters* entschlofs sich darauf eine Bahn aus der *Gambart*schen Beobachtung in Verbindung mit den *Dunlop*schen zu berechnen. So erhielt er als letzte Näherung

Durchgangszeit 1834 April 2,858 mittl. Berl. Zeit.
Perihel..... 276° 26′ 45″ } vom scheinb. Aequin.
Aufsteigender Knoten 226 1 13 } April 2.
Neigung..... 5 59 48
log q 9,70966. Rechtläufig.

Diese Elemente stellen die Beobachtungen mit folgenden Differenzen dar.

	in Länge.	in Breite.		in Länge.	in Breite.
Gambart März 9	+0′ 2″	+0′ 1″	April 1	+0′49″	+0′ 9″
—21	0 0	−0 25	— 2	−0 55	−0 41
—22	−0 34	−1 19	— 4	+0 35	+1 1
—24	−1 13	−4 22	— 6	−0 19	−0 49
—25	−0 19	−1 25	—14	+0 4	0 0
—26	+0 32	−1 50			

Bei beiden Vergleichungen ist auf Aberration Rücksicht genommen, die unbedeutende Parallaxe aber vernachlässigt. Es ist also gewifs, dafs Herrn *Dunlops* Comet derselbe ist, den Herr *Gambart* schon 8 Tage früher in Marseille entdeckt hatte. Die Bahn für den Augenblick mehr auszufeilen scheint unnöthig, und wir müssen dazu erst Herrn *Dunlops* Originalbeobb. erwarten. Beide Bahnen bezeichnen die Beobachtung vom 24. März als fehlerhaft.

Ueber den gegenseitigen Werth beider Bahnen ist es noch nicht gut thunlich ein Urtheil zu fällen. Es hängt davon ab bis zu welchem Grade genau Herr *Gambart* seine Beobachtung schätzt. Schliefst man die Marseiller Beobachtung aus, so hat Herrn *Petersens* Bahn das Uebergewicht, nimmt man sie mit so ist der Vortheil entschieden auf Herrn Dr. *Peters* Seite.

S.

N o t i z e n.

Sr. Majestät der Kaiser von Rufsland haben dem ausgezeichneten Künstler Herrn *T. Ertel* in München das Ritterkreuz 4ter Klasse des Wladimir-Ordens als Anerkennung seiner Verdienste zu verleihen geruht.

Herr Geheimer Rath *Bessel* hat mich ersucht bekannt zu machen, dafs er sein früheres Versprechen, über den von Herrn Dr. *Peters* jetzt in diesen Blättern (Nr. 269. 270) behandelten Gegenstand eine Abhandlung zu liefern, durch die Arbeit des Herrn Dr. *Peters* als erledigt betrachte.

Herr *Baily* ist jetzt mit der Herausgabe von *Flamsteeds* Werken eifrig beschäftigt, und die Arbeit naht sich ihrem Ende.

Herrn Dr. *Svanberg* aus Upsala haben wir von seinen Reisen zurückgekehrt wieder das Vergnügen diesen Winter hier in Altona zu besitzen, wo er an den Arbeiten auf der Sternwarte Theil nimmt. *S.*

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 272.

Ueber die Aberration der Planeten und Kometen.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel*.

Ich beabsichtige, die Theorie der Aberration, unabhängig von der Voraussetzung, dafs der Himmelskörper, welcher ihr unterworfen ist, unbeweglich sei, zu entwickeln. Obgleich *Gaufs* denselben Gegenstand erläutert hat (Theoria mot. C. C. p. 68), so komme ich doch darauf zurück, nur um diejenigen kleinen Unterschiede an den Tag zu legen, welche aus den verschiedenen Ansichten hervorgehen, denen man, in Beziehung auf die Art der Fortpflanzung des Lichtes folgen kann. Ferner werde ich Formeln für die Aberration der Planeten und Kometen mittheilen, welche dann eine Anwendung finden können, wenn es aus irgend einem Grunde nicht angemessen ist, die in den meisten Fällen bequemste Art die Aberration in Rechnung zu bringen, anzuwenden. Diese Art besteht bekanntlich in der Berechnung derjenigen Zeit, für welche ein berechneter wahrer Ort eines Himmelskörpers sein scheinbarer ist.

1.

Ich werde zuerst die *Newton*sche Ansicht zum Grunde legen, nach welcher ein leuchtender Punkt dadurch gesehen wird, dafs er, mit einer gewissen Geschwindigkeit, Theilchen von sich stöfst, welche, wenn sie in das Auge gelangen, das Dasein, und durch die Richtung der geraden Linie, auf welcher sie sich bewegen, auch die Richtung des Punktes, fühlbar machen. Die Geschwindigkeit dieser sogenannten Lichttheilchen, die mittlere Zeitsecunde als Zeiteinheit und die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne als Maafseinheit angenommen, werde ich durch $\frac{1}{k}$, oder die Anzahl der mittleren Secunden, welche ein Lichttheilchen anwendet, um die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne zu durchlaufen, durch k bezeichnen.

Das bewegte Gestirn, dessen Aberration untersucht werden soll, werde ich als selbstleuchtend annehmen und seine auf ein festes Axensystem bezogenen Coordinaten durch x, y, z, so wie die des Auges durch X, Y, Z, die Zeit wozu beide gehören durch t bezeichnen. Ferner werde ich durch ρ die Entfernung des Gestirns vom Auge, durch δ den Winkel der von diesem nach jenem gezogenen geraden Linie mit der Ebene der xy, durch α den Winkel ihrer Projection auf diese Ebene mit der Axe der x andeuten, so dafs man hat:

$$\left.\begin{aligned} \rho\cos\delta\cos\alpha &= x-X \\ \rho\cos\delta\sin\alpha &= y-Y \\ \rho\sin\delta &= z-Z \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [1].$$

Wenn das Licht, welches zur Zeit t zum Auge gelangt, zur Zeit $t-\theta$ von dem Gestirne ausgegangen ist, so sind die Coordinaten des Gestirns zu dieser Zeit, unter der Voraussetzung der Gleichförmigkeit seiner Bewegung zwischen beiden Zeiten,

$$x-\theta\frac{dx}{dt}, \qquad y-\theta\frac{dy}{dt}, \qquad z-\theta\frac{dz}{dt}.$$

Von dem durch diese Coordinaten gegebenen Punkte des Raumes sendet das Gestirn Lichttheilchen nach allen Richtungen, mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{k}$, und eins davon trifft das Auge zur Zeit t, also den Punkt des Raumes, dessen Coordinaten durch X, Y, Z bezeichnet worden sind.

Die Bewegung dieses Lichttheilchens im Raume ist aber verschieden von der Bewegung, welche es, beziehungsweise auf das Gestirn von welchem es ausgeht besitzt. Die Bewegung dieses letzteren, welcher es vor seiner Abtrennung gefolgt ist, bleibt ihm auch nach derselben und es gelangt zum Auge indem es beiden Bewegungen zugleich folgt.

Wenn das Lichttheilchen das Gestirn zur Zeit $t-\theta$, in dem Punkte d verläfst, um sich in einer Richtung dd' zu bewegen, so dafs es, wenn das Gestirn im Raume fest wäre, in der Zeit θ den Punkt d' erreichen würde, so gelangt es, wenn das Gestirn sich in derselben Zeit nach c bewegt, nicht nach d', sondern nach dem vierten, das Parallelogram ergänzenden Punkte a. Es durchläuft also, während der Zeit θ, wirklich die Diagonale da, und die Richtung derselben ist die Richtung, in welcher das Gestirn vom Punkte a, zur Zeit t gesehen wird.

Digitized by Google

Nimmt man a für den Punkt, in welchem das Auge sich zur Zeit t befindet, bezeichnet man die Richtung der Linie ad durch die den oben angewandten analogen Zeichen $\delta_{,}$ und $\alpha_{,}$, ihre Länge durch $\rho_{,}$, so erhält man, der eben gegebenen Darstellung gemäfs, diese drei Gröfsen aus den Formeln:

$$[2]\ldots\ldots\begin{cases}\rho_{,}\cos\delta_{,}\cos\alpha_{,} = x - X - \theta\dfrac{dx}{dt}\\ \rho_{,}\cos\delta_{,}\sin\alpha_{,} = y - Y - \theta\dfrac{dy}{dt}\\ \rho_{,}\sin\delta_{,} = z - Z - \theta\dfrac{dz}{dt}\end{cases}$$

Eine Bewegung des Auges bringt aber eine Aenderung der durch $\delta_{,}$ und $\alpha_{,}$ angegebenen Richtung des Gestirns hervor, oder man sieht dasselbe nicht in seiner wahren, sondern in einer andern Richtung. Wenn das in der Richtung da sich bewegende Lichttheilchen zu einer Zeit $t-\theta'$ in b, das Auge zu derselben Zeit in a' ist, die Entfernungen ba und $a'a$, jene vom Lichttheilchen, diese vom Auge, während der Zeit θ' mit gleichbleibenden Geschwindigkeiten durchlaufen werden und wenn $a'b$ eine beziehungsweise zum Auge feste gerade Linie ist, so ist sie diejenige dieser Linien, welcher das Lichttheilchen, während der Zeit θ', folgt, oder ihre Richtung ist die Richtung, in welcher das Gestirn gesehen wird. Bestimmt man diese Richtung, also den scheinbaren Ort des Gestirns, durch δ' und α' und bezeichnet man ba durch λ, ba' durch λ', so hat man, der Erklärung gemäfs:

$$\lambda'\cos\delta'\cos\alpha' = \lambda\cos\delta_{,}\cos\alpha_{,} + \theta'\frac{dX}{dt}$$
$$\lambda'\cos\delta'\sin\alpha' = \lambda\cos\delta_{,}\sin\alpha_{,} + \theta'\frac{dY}{dt}$$
$$\lambda'\sin\delta' = \lambda\sin\delta_{,} + \theta'\frac{dZ}{dt}$$

und wenn man aus diesen Formeln mittelst der vorigen $\delta_{,}$ und $\alpha_{,}$ wegschafft:

$$[3]\ldots\ldots\begin{cases}\rho_{,}\dfrac{\lambda'}{\lambda}\cos\delta'\cos\alpha' = \rho\cos\delta\cos\alpha - \theta\dfrac{dx}{dt} + \theta'\dfrac{\rho_{,}}{\lambda}\dfrac{dX}{dt}\\ \rho_{,}\dfrac{\lambda'}{\lambda}\cos\delta'\sin\alpha' = \rho\cos\delta\sin\alpha - \theta\dfrac{dy}{dt} + \theta'\dfrac{\rho_{,}}{\lambda}\dfrac{dY}{dt}\\ \rho_{,}\dfrac{\lambda'}{\lambda}\sin\delta' = \rho\sin\delta - \theta\dfrac{dz}{dt} + \theta'\dfrac{\rho_{,}}{\lambda}\dfrac{dZ}{dt}\end{cases}$$

Die in diesen Formeln vorkommende Zeit θ ist die, welche das Lichttheilchen gebraucht um von d nach a (Fig. 1) zu gelangen, dieselbe welche es, wenn der Punkt von welchem es ausgeht unbeweglich wäre, verwenden würde, um $da = ca = \rho$ zu beschreiben, also $= k\rho$; die Zeit θ' dagegen findet man aus der Proportion:

$$da : ba = \theta : \theta'$$
oder..... $\rho_{,} : \lambda = \theta : \theta'$

woraus sich

$$\rho_{,}\frac{\theta'}{\lambda} = \theta = k\rho$$

ergiebt. Setzt man diese Werthe von θ und θ' in die Formeln [3], so verwandeln sie sich in

$$\left.\begin{aligned}\rho_{,}\frac{\lambda'}{\lambda}\cos\delta'\cos\alpha' &= \rho\cos\delta\cos\alpha - k\rho\left(\frac{dx}{dt} - \frac{dX}{dt}\right)\\ \rho_{,}\frac{\lambda'}{\lambda}\cos\delta'\sin\alpha' &= \rho\cos\delta\sin\alpha - k\rho\left(\frac{dy}{dt} - \frac{dY}{dt}\right)\\ \rho_{,}\frac{\lambda'}{\lambda}\sin\delta' &= \rho\sin\delta - k\rho\left(\frac{dz}{dt} - \frac{dZ}{dt}\right)\end{aligned}\right\}\ldots[4]$$

Hierdurch ist die Richtung bestimmt, in welcher das Gestirn erscheint. Indem die ersten Theile dieser Formeln auf der rechten Seite der Gleichheitszeichen, nichts anders sind als $x-X$, $y-Y$, $z-Z$, die Ausdrücke auf dieser Seite also die Unterschiede der Coordinaten des Gestirns und des Auges für die Zeit $t-k\rho$ sind, so geht hervor, dafs der scheinbare Ort des Gestirns zur Zeit t mit dem wahren zur Zeit $t-k\rho$ übereinstimmt.

2.

In dem vorigen Art. ist der scheinbare Ort eines selbstleuchtenden Gestirns bestimmt worden, wie er der *Newton*schen Ansicht von der Fortpflanzung des Lichtes gemäfs ist. Ich werde dieselbe Ansicht jetzt, bei der Untersuchung des scheinbaren Ortes eines Gestirns, welches durch zurückgeworfenes Sonnenlicht sichtbar wird, verfolgen.

Der Unterschied dieses Falles von dem vorigen besteht darin, dafs das zurückgeworfene Licht im Allgemeinen eine andere Geschwindigkeit hat, als das von einem selbstleuchtenden Körper ausgehende. Dieses ist immer der Fall, wann der das Licht zurückwerfende Körper seine Entfernung von der Sonne verändert. Wenn die Geschwindigkeit dieser Entfernung durch $\frac{dr}{dt}$ bezeichnet wird, so ist die Geschwindigkeit mit welcher das Licht auf das Gestirn trifft

$$\frac{1}{k} - \frac{dr}{dt};$$

und da es mit derselben Geschwindigkeit wieder von ihm ausgeht, so erleiden die im vorigen Art. für den scheinbaren Ort eines selbstleuchtenden Gestirns gegebenen Formeln, in dem gegenwärtigen Falle nur die Aenderung, dafs

$$k' = \frac{k}{1 - k\frac{dr}{dt}}$$

statt k gesetzt wird.

Digitized by Google

3.

Die andere Ansicht von der Fortpflanzung des Lichtes, nämlich durch Wellen eines Lichtäthers, eignet den leuchtenden Körpern die Kraft an, diesen Aether in Bewegung zu setzen: die Bewegung desselben pflanzt sich im freien Raume so fort, dafs sie, in jedem Augenblicke, auf der ganzen Oberfläche einer um den leuchtenden Punkt gelegten Kugel statt findet; die Geschwindigkeit, mit welcher die Bewegung von kleineren Kugeloberflächen zu gröfseren gelangt, ist die des Lichtes $\left(=\frac{1}{k}\right)$; die Richtungen der Normalen der bewegten Oberflächen sind die Richtungen, in welchen der leuchtende Punkt gesehen wird; diese fallen also, wenn der Raum frei ist, in welchem Falle die bewegten Oberflächen Kugeloberflächen sind, mit den Radien derselben zusammen.

Dieser Ansicht gemäfs hat die Ruhe oder Bewegung des leuchtenden oder lichtzurückwerfenden Körpers keinen Einfluss auf die Bewegung des Lichts; denn diese ist alleinige Folge einer Störung des Gleichgewichtes des Aethers, ohne dafs die Ursache, welche diese Störung hervorbringt, dabei in Betracht kömmt. Da der leuchtende Punkt immer in der Normale auf die Oberfläche der Lichtwelle gesehen wird, so ist offenbar, dafs das Gestirn von dem Punkte a (Fig. 1), zur Zeit t, in der Richtung erscheint, in welcher es zur Zeit $t-\delta$ wirklich stand, d. h. in der Richtung ad: die Formeln [2] sind also nach beiden Ansichten völlig übereinstimmend. Aber auch die Formeln [3] erleiden keine Aenderung. Denn wenn man sich $a'b$ (Fig. 2) als eine unendlich dünne, beziehungsweise auf das Auge feste Röhre denkt, in welche, in dem Augenblicke des Durchganges ihrer Oeffnung b durch die Linie da eine Lichtwelle eintritt, so folgt diese Welle, bei ihrer ferneren Bewegung, der Axe der Röhre, indem diese durch die Bewegung des Auges so geführt wird, dafs ihre verschiedenen Punkte sich nach und nach in denselben Punkten des Raumes befinden, in welchen die Wellenbewegung vor sich geht. Beide Ansichten von der Fortpflanzung des Lichtes führen also auf die Formeln [3].

Allein die Zeiten δ und δ' enthalten, nach der gegenwärtigen Ansicht, Werthe, welche von den nach der früheren gefundenen verschieden sind. Beide sind nun die Zeiten, welche das Licht anwendet, um, vermöge seiner eigenthümlichen Geschwindigkeit, sich durch $da = \rho_1$ und durch $ba = \lambda$ zu bewegen, also

$$\delta = k\rho_1, \quad \delta' = k\lambda.$$

Durch die Substitution dieser Werthe in die Formeln [3] verwandeln sich dieselben in:

$$\left.\begin{aligned}
\rho_1 \frac{\lambda'}{\lambda} \cos\delta' \cos\alpha' &= \rho \cos\delta \cos\alpha - k\rho_1 \left(\frac{dx}{dt} = \frac{dX}{dt}\right) \\
\rho_1 \frac{\lambda'}{\lambda} \cos\delta' \sin\alpha' &= \rho \cos\delta \sin\alpha - k\rho_1 \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dY}{dt}\right) \\
\rho_1 \frac{\lambda'}{\lambda} \sin\delta' &= \rho \sin\delta - k\rho_1 \left(\frac{dz}{dt} - \frac{dZ}{dt}\right)
\end{aligned}\right\} \ldots [5]$$

Es geht also auf dieselbe Art wie das Aehnliche im 1sten Art. hervor, dafs der scheinbare Ort eines Gestirns zur Zeit t, mit dem wahren zur Zeit $t - k\rho_1$ übereinstimmt. Ich bemerke noch, dafs die Annahmen, welche ich der Kürze wegen gemacht habe, dafs ein Lichttheilchen nach der einen, oder eine Welle nach der anderen Vorstellung den Eindruck des Lichtes im Auge hervorbringen, ohne Aenderung des Resultats mit den Annahmen vertauscht werden können, dafs während jedes merklichen Zeittheilchens so viele Lichttheilchen, oder so viele Wellen aufeinander folgen, als erforderlich sind, den Eindruck des Lichtes zu erzeugen.

4.

Man sieht aus den vorigen 3 Artikeln, dafs keine der verfolgten Ansichten von der Fortpflanzung des Lichtes, die gewöhnliche Art die Aberration bewegter Gestirne in Rechnung zu bringen, vollkommen rechtfertigt. Diese Art besteht darin, dafs man für eine gewisse Zeit α, δ und ρ, nach den Formeln [1], berechnet und dann die Zeit, für welche α und δ den scheinbaren Ort des Gestirns angeben, durch Hinzufügung von $k\rho$ zu der Zeit, für welche man gerechnet hat, bestimmt. Wenn man der Schärfe nichts vergeben wollte, so sollte man für ρ nicht den für die frühere Zeit unmittelbar erhaltenen Werth, sondern den für die spätere Zeit stattfindenden setzen; so wie auch für ρ_1 die Entfernung des Punktes, welchen das Gestirn zur früheren Zeit einnahm, von dem Punkte, welchen das Auge zur späteren einnimmt. Die Unterschiede des gewöhnlichen Verfahrens, die Aberration in Rechnung zu bringen, von den für die drei untersuchten Fälle erhaltenen Formeln, zeigen sich aber nur in Gröfsen von der Ordnung kk und haben daher geringe oder keine practische Erheblichkeit.

Nichtsdestoweniger werde ich hier angeben was der Zeit, für welche man gerechnet hat, hinzugefügt werden mufs, um sie in die Zeit zu verwandeln für welche der berechnete Ort der scheinbare ist. Wenn ρ den unmittelbar berechneten Werth der Entfernung bedeutet, so ist diese Verbesserung der Zeit nach der Voraussetzung des ersten Art. oder für die Anwendung der *Newton*schen Ansicht auf ein selbstleuchtendes Gestirn

$$= k\rho\left[1 + k\left\{\frac{d(x-X)}{dt}\cos\delta\cos\alpha + \frac{d(y-Y)}{dt}\cos\delta\sin\alpha + \frac{d(z-Z)}{dt}\sin\delta\right\}\right]$$

Digitized by Google

nach der Voraussetzung des 2ten Art. oder für die Anwendung derselben Ansicht auf ein durch zurückgeworfenes Licht sichtbares

$$= k\rho\left[1 + k\left\{\frac{d(x-X)}{dt}\cos\delta\cos\alpha + \frac{d(y-Y)}{dt}\cos\delta\sin\alpha + \frac{d(z-Z)}{dt}\sin\delta + \frac{dr}{dt}\right\}\right]$$

endlich nach der Voraussetzung des 3ten Art., oder für die Ansicht der Fortpflanzung des Lichtes durch Wellenbewegung

$$= k\rho\left[1 - k\left\{\frac{dX}{dt}\cos\delta\cos\alpha + \frac{dY}{dt}\cos\delta\sin\alpha + \frac{dZ}{dt}\sin\delta\right\}\right].$$

Diese Angaben über die Ordnung kk hinaus fortzusetzen, würden kein Interesse gehabt haben. Die Ausdrücke der darin vorkommenden Differentialquotienten findet man unten.

(Der Beschluſs folgt.)

Schreiben des Herrn Dr. *Peters* an den Herausgeber.

Tatenberg 1835. Januar 3.

Aus den *Dunlop*schen Beobachtungen vom 1sten, 8ten und 16ten October habe ich folgende Elemente abgeleitet:

Durchgang durchs Perihel 1833 Sept. 10,061 mittl. Berl. Zeit.
Log. der kleinsten Entfernung = 9,65299
Länge des Perihels = 221°16′ 54″ } vom scheinb. Aequ.
—— — ☊ = 322 36 14 } Oct. 8.
Neigung der Bahn = 7 26 17
direct.

Aus der Vergleichung dieser Elemente mit den Beobachtungen sieht man, daſs sich die Beobachtungen noch bedeutend besser darstellen lassen; diese Elemente geben nemlich folgende Unterschiede:

	Diff. in Länge.	Diff. in Breite.
Oct. 1	+ 45″	+ 2″
2	+1′ 15	— 56
3	— 39	+ 5
4	—1 31	— 34
6	—1 42	— 52
7	—1 31	— 38
8	—1 33	+ 8
9	—1 28	—1′ 30
11	— 40	—2 26
12	—1 1	—1 56
14	— 14	—1 26
15	+ 2	— 32
16	+ 42	+ 3

Die Elemente haben einige Aehnlichkeit mit den unvollkommenen Elementen des Cometen Nr. 69 von 1766, welchen aber ziemlich stark von denen des Cometen Nr. 121 von 1819 ab.

Tatenberg 1835. Jan. 4.

Folgende Elemente stellen die *Dunlop*schen Beobachtungen noch etwas besser dar.

Durchgang durchs Perihel 1833 Sept. 10,223. mittl. Berl. Zeit.
Log. der kleinsten Entfernung = 9.66126
Länge des ☊ = 323° 0′ 51″ } vom scheinb. Aequ.
—— — Perihels = 222 51 17 } Oct. 8.
Neigung der Bahn = 7 21 2
direct.

	Diff. in Länge.	Diff. in Breite.
Oct. 1	— 12″	0″
2	+ 60	— 56
3	— 31	+ 6
4	— 57	— 32
6	— 29	— 47
7	— 6	— 33
8	— 4	+ 14
9	+ 2	—1′ 24
11	+ 37	—2 21
12	+ 2	—1 51
14	+ 10	—1 24
15	— 1	— 32
16	+ 11	+ 1

C. A. F. Peters.

Schreiben des Herrn Ministerialraths *Eckhardt* an den Herausgeber.

Darmstadt 1834. Novbr. 15.

Ich erlaube mir Ihnen anliegend einige Abdrücke meines Vortrags über die vorläufigen Resultate der geodätischen Arbeiten zwischen Strafsburg und Göttingen zu übersenden, welche meines Erachtens über Erwarten günstig ausgefallen sind. Ich habe diesen Exemplaren nun auch noch die Dreiecke anheften lassen, um Sie in den Stand zu setzen, über den Grad der Zuverlässigkeit dieser Arbeiten selbst ein Urtheil zu fällen. Diese Dreiecke bilden übrigens keinen integrirenden Theil des gröfsern Dreiecksnetzes, welches mit den Baierschen und Würtembergischen Dreiecken zusammenhängt, und worüber ich früher von Seeberg aus Ihnen einiges mitzutheilen die Ehre hatte; diese Dreiecke sind viel-

Digitized by Google

mehr eine Fortsetzung der Französischen von *Henry* und *Delcros*, und bilden daher auch nur wie diese eine einfache Kette, während alle meine spätern Netze aus Polygonen zusammengesetzt sind. Ich habe jedoch schon bei jenen frühern Dreiecken überall, wo es anging, den gyrus horizontis gemessen, um hierdurch eine weitere Bedingungsgleichung zu erhalten, die bei der spätern Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate berücksichtigt worden ist. Auf diese Weise sind die Correctionen der einzelnen Dreieckswinkel entstanden, die oft so grofs und noch gröfser sind, als die Fehlersumme der 3 Winkel selbst. Der mittlere Fehler des einzelnen Winkels folgt aus allen, nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung = 2″,365, welche Genauigkeit mit der der Französischen Gradmessung wohl gleich gesetzt werden kann, dagegen von den neuern Messungen mit *Reichenbach*'schen Kreisen übertroffen werden wird.

Die Uebereinstimmung der 4 Basen scheint mir ebenfalls genügend zu seyn, besonders wenn man bedenkt, dafs dabei so verschiedenartige Apparate in Anwendung gekommen sind.

Was endlich die Uebereinstimmung der astronomischen Beobachtungen, die von so ganz verschiedenen Beobachtern herrühren, betrifft, so erscheint mir diese im höchsten Grade merkwürdig. Seit jener ersten Berechnung, die sich in dem gedruckten Vortrag befindet, ist dieselbe mit aller möglichen Sorgfalt, und unter Beibehaltung aller Glieder von einigem Einfluss, nochmals wiederholt worden, und ich verfehle nicht, Ihnen dieses neueste Resultat hier mitzutheilen:

Breiten.	Berechnet.	Beobachtet.	ΔB.
Göttingen:	51°31′ 48″14	51°31′ 47″85	= +0″29
Seeberg:	50 56 05,99	50 56 07,09	= −1,10
Mannheim:	49 29 14,30	49 29 12,90	= +1,40
Speyer:	49 19 05,06	49 19 04,51	= +0,55
Strafsburg:	48 34 56,35	48 34 57,60	= −1,15

$b = 3260938^{t},35$

$\alpha = \frac{1}{309,97}$

Längen.	Berechnet.	Beobachtet.	ΔL
Göttingen:	27°36′ 30″37	27°36′ 29″69	= +0″68
Seeberg:	28 23 39,85	28 23 42,00	= −2,15
Mannheim:	26 07 29,14	26 07 30,00	= −0,86
Speyer:	26 06 29,32	26 06 27,00	= +2,32
Strafsburg:		?	

Azimuthe.		Berechnet.	Beobachtet.	$\Delta\alpha$
Göttingen:	Meridianzeichen	= 360°00′ 11″14	360°00′ 00″00	= +11″14
Seeberg:	südl. Ende der Basis	= 180 00 12,31	180 00 00,00	= +12,31
Mannheim:	Melibocus	= 25 38 47,04	25 38 49,34	= − 2,30
Strafsburg:	Rastadt	= 47 13 25,66	47 13 43,00	= −17,34
Darmstadt:	Melibocus	= 185 01 23,52	185 01 26,36	= − 2,84

Aus den Breiten und Längen allein folgt:

$b = 3260078^{t},95$ und $\alpha = \frac{1}{280,79}$

und aus den Breiten allein:

$b = 3256341^{t},35$; $\alpha = \frac{1}{197,18}$.

Dafs hier die allgemeine Abplattung der Erde nur aus der ersten Combination, wo Breite, Länge und Azimuth zugezogen worden, so folgt, wie sie seyn soll, welches ich übrigens bei dem Druck meines Vortrags noch nicht wufste, ist auffallend, und veranlafst mich zu dem Wunsche, dafs auch bei andern Gradmessungen die Längen und Azimuthe zugezogen werden möchten, weil namentlich die Azimuthe mit grofser Genauigkeit bestimmt werden können, und bei Bestimmung der Figur der Erde von wichtigem Einflusse sind.

Eckhardt.

Auszug aus Herrn Ministerialraths *Eckhardt* vorläufigen Nachricht von den geodätischen Operationen zur Verbindung der Observatorien Göttingen, Seeberg, Darmstadt, Mannheim, Speier und Strafsburg, die er in der Versammlung der Naturforscher in Stuttgart am 19ten Sept. 1834 vorgetragen hat.

Schon vor mehr als 30 Jahren hatte Herr *v. Zach* mehrfach den Wunsch ausgesprochen, dafs die Sternwarten Seeberg und Mannheim trigonometrisch mit einander verbunden werden möchten. Ich ergriff damals diese Idee mit jugendlichem Feuer, aber sehr beschränkten Mitteln, und brachte mit unsäglicher Mühe in den Jahren 1804—7 ein Dreiecksnetz zu Stande, welches sich von Rastadt südlich, bis zum Knill und Herzberg nördlich erstreckte. Ich habe von diesen Arbeiten öffentlich im Journal des Herrn *Berghaus* Rechenschaft abgelegt; sie waren als Grundlage der militairischen Karten des Majors *Haas*, wozu sie zunächst bestimmt waren, genau genug: allein zu höhern geodätischen Zwecken konnten sie nur als vorläufige Rekognoscirungen benutzt werden. Im Jahr 1807 mafs ich, meinem Hauptzweck näher rückend, in Gesellschaft meines Freundes *Schleiermacher* die Basis bei Darmstadt; das folgende Jahr verfertigte Freund *Röfsler* zu gleichem Zweck den ersten astronomischen Theodoliten nach meiner Angabe, womit die spätern Winkelmessungen der Hauptkette gröfsten-

Digitized by Google

theils angestellt worden sind, und welcher sich gegenwärtig auf dem Katasterbureau zu Münster befindet. Im Jahr 1809 wurde mir die Direction der Katastermessung des damals hessischen Herzogthums Westphalen übertragen, und von diesem Augenblick war das Gelingen meiner Lieblingsplane gesichert, weil die Hauptdreiecke, welche die drei Provinzen des Grofsherzogthums Hessen verbinden sollten, zu jenem Zweck benutzt werden konnten. In demselben Jahre erhielt ich den sehr erwünschten Auftrag, den grofsen geodätischen Operationen in den Vogesen und dem Rheinthale beizuwohnen, welche unter der Leitung der beiden ausgezeichneten Obristen *Henry* und *Tranchot* standen. Ich erkenne dankbar, dafs ich bei dieser Gelegenheit zuerst in die Geheimnisse der feinern Beobachtungskunst mit transportablen Instrumenten eingeweiht wurde; besonders hatte ich das Glück, mit Capitain *Deleros*, einem vielseitig gebildeten Officiere, in nähere freundschaftliche Verhältnisse zu kommen; wir beide kamen darüber überein, die französischen Dreiecke bis Strafsburg in das Hauptnetz aufzunehmen und die Fortsetzung bis Seeberg gemeinschaftlich auszuführen. Wir hatten uns schon in die Arbeiten getheilt und alle nothwendigen Verabredungen getroffen, als die Zeitereignisse uns, wie es scheint, für immer trennten; denn seitdem habe ich nur durch Zeitschriften von den fortwährenden Leistungen meines alten Freundes Nachrichten erhalten. Der gröfste Theil der hier benutzten Dreiecke von Strafsburg bis Mannheim ist von *Deleros* beobachtet, von da aber bis an die Basis von Darmstadt von uns beiden gemeinschaftlich fortgesetzt worden.

Von hier fangen die eigenthümlichen Dreiecke der grofsherzoglich-hessischen Vermessungen an, und erstrecken sich nördlich, wie die ältern, bis zum Knill. Die weitere Fortsetzung bis zum Herkules und Seeberg war von Sr. Exc. dem Freiherrn *von Müffling*, als Theil seiner Längengradmessung übernommen worden, und die Verbindung mit Göttingen wurde durch gütige Vermittelung Sr. Exc. des Freiherrn *v. Haglovich*, von Herrn *von Brand* im Jahre 1830 zu Stande gebracht.

Die astronomischen Beobachtungen, welche durch diese Triangulationen verbunden werden, rühren von den ersten Beobachtern in Deutschland her, und gehören unstreitig zu den genauesten, welche der gegenwärtige Stand der Wissenschaft darbieten kann. Die Formeln zur Einführung der kleinsten Quadrate bei geodätischen Rechnungen waren von *Schleiermacher*, nach eigenen Ansichten, mit einer Genauigkeit und Eleganz entwickelt worden, wie man sie von diesem gewandten Analysten nicht anders gewohnt ist, und der Wahrheit zur Steuer mufs ich bekennen, ohne jedoch ein Prioritätsrecht für meinen Freund hierdurch in Anspruch nehmen zu wollen, dafs alle diese Formeln bereits längst in meinen Händen waren, ehe diese Anwendung öffentlich zur Sprache kam. Nur die überaus weitläufigen Rechnungen, welche die Methode der kleinsten Quadrate bei Dreiecksnetzen von einiger Ausdehnung verursacht, hatten mich abgehalten, früher davon Gebrauch zu machen, bis ich endlich so glücklich war, in Herrn Dr. *Hügel* einen Gehülfen zu erhalten, der mit den nothwendigen theoretischen Kenntnissen ausgerüstet, die erforderliche Gewandtheit im Zahlenrechnen verband und Beharrlichkeit genug besafs, sich einer so langwierigen Arbeit mit Ausdauer hinzugeben.

Durch diese vereinten Kräfte ist nun ein Werk zu Stande gekommen, welches höchst interessante Resultate geliefert hat, und sich rücksichtlich der Genauigkeit wohl an die vorhandenen Gradmessungen anschliefsen kann. Zur Rechtfertigung dieser Behauptung erlaube ich mir zum Schlusse diese Resultate in aller Kürze anzuführen:

I. *Triangulation.*

A. Unsere Dreieckskreihe wird durch den seltenen Zufall begünstigt, dafs 4 mit Sorgfalt gemessene Basen integrirende Theile derselben ausmachen:

a. Die erste Basis ist die unsrige bei Darmstadt, mit einem hölzernen Apperate gemessen, welcher Aehnlichkeit mit dem des Generals *Roy* hatte. Ihre gemessene Länge war = 3976,088 Toisen
aus sämmtlichen 4 Basen folgte diese Länge im Mittel ..... = 3976,158 „
Unterschied = 0,070 T. *)
Mit dieser letztern Gröfse ist die definitive Rechnung des Dreiecknetzes vollzogen worden.

b. Die zweite Basis ist die südlichste zwischen Sansheim und Oberbergheim von Obrist *Henry* mit denselben Platinastäben gemessen, welche *Delambre* bei den Basen bei Melun und Perpignam gebraucht hatte. Ihre gemessene Länge war ..... = 9771,180 Toisen
aus der Rechnung folgte ..... = 9771,984 „
Unterschied = 0,804 T.

c. Die dritte Basis ist die zwischen Speier und Oggersheim, mit Eisenstäben, vom Steuerrath *Lämle* gemessen. Ihre gemessene Länge war ..... = 10156,266 Toisen
die trigonometrische Rechnung gibt... = 10156,341 „
Unterschied = 0,075 T.

d. Die vierte Basis ist endlich die ebenfalls mit Eisenstäben bei Seeberg gemessene des Freiherrn *von Zach*. Ihre gemessene Länge war ..... = 3014,229 Toisen
die trigonometrische Rechnung gab... = 3013,905 „
Unterschied = — 0,324 T.

B. Die Berechnung der Dreiecke wurde nach *Legendre's* Methode vollzogen und hierauf nach der Methode der kleinsten Quadrate dergestalt verbessert, dafs die corrigirten Gröfsen

*) trieb der Länge, 1 Toise auf den Grad.

Digitized by Google

die Beobachtung so gut als möglich darstellen, und diejenigen Bedingungen in aller Strenge erfüllen, welche nach der Natur der Sache erfüllt werden müssen. Zu letzteren gehört:

a. dafs die Dreiecke und Kreise zum Schlufs kommen.
b. dafs die gemeinschaftlichen Seiten bei der Rechnung einerlei Gröfse erhalten.

Aus diesen mit grofser Sorgfalt angestellten Rechnungen scheint mir mit grofser Gewifsheit der wichtige Satz zu folgen, dafs die Correctionen der einzelnen Winkel eines Dreiecks oft so grofs sind, als die ganze Fehlersumme, in welcher sich die positiven und negativen Fehler der einzelnen Winkel häufig ausgleichen; weswegen aus der Fehlersumme eines Dreiecks nie mit Sicherheit auf die Genauigkeit der einzelnen Winkel geschlossen werden kann. Die Correction des einzelnen Winkels betrug 1,23 Secunden im Mittel.

C. Die Coordinaten wurden sphärisch berechnet, unter Zugrundlegung des Krümmungshalbmessers für die mittlere Breite des Netzes. Wir sind hierbei von der Mittagslinie des *Reichenbach*schen Universal-Instruments auf dem südwestlichen Pavillon des Schlosses in Darmstadt ausgegangen, wovon das Azimuth des Melibocus auf den Thurm der Stadtkirche reducirt wurde. Die sphäroidischen Ordinaten der astronomisch bestimmten Punkte des Netzes sind folgende:

Göttingen	P. = +45812,39	M = +94993,93
Seeberg	P. = +74736,18	M = +61684,28
Darmstadt	0	0
Mannheim	P. = — 7301,38	M = —21954,19
Speier	P. = — 7946,21	M = —31607,13
Strafsburg	P. = —34286,30	M = —73384,59

II. *Astronomische Beobachtungen.*

Mit obigen Coordinaten wurde nun die Länge, Breite und die Convergenz der Meridiane von allen astronomisch bestimmten Punkten vorläufig mit den Elementen berechnet, welche Dr. *Eduard Schmidt* in Nr. 213 der A. N. bekannt gemacht hat. Hierauf wurde mit Hülfe der kleinsten Quadrate dasjenige Ellipsoid gesucht, welches die beobachteten Längen, Breiten und Azimuthe mit den kleinstmöglichen Abweichungen darstellt. Dies ist meines Wissens das erstemal, dafs Länge und Azimuth gleichzeitig mit der Breite zur Bestimmung des Erdellipsoids benutzt werden; ich hatte mich aber schon bei meinen frühern und unvollkommenen Arbeiten der Jahre 1804—1807 überzeugt, dafs man im Stande sey, brauchbare Resultate hierdurch zu erhalten, wenn man, wie es sich von selbst versteht, jeder Gattung von Beobachtungen dasjenige Gewicht beilegt, welches sie der Natur der Sache nach haben kann. Aus den bei den Breiten-, Längen- und Azimuthbestimmungen vorkommenden Differenzen habe ich die Quadrate der respectiven Gewichte dieser Bestimmungen wie 100:10:1 angenommen, und auf diese Weise ist folgendes merkwürdige Ellipsoid aus dieser Messung hervorgegangen:

Kleine Axe = 3260984,96 Toisen.
Abplattung = $\frac{1}{309,97}$.
Mittlerer Grad des gemessenen Bogens bei 49° 38′ 14″ der Breite = 57054,237 Toisen.
Meridiangrad unter 45° der Breite = 57006,509 Toisen, und hieraus Länge des Meters = 443‴,2826.

Es ist mir keine Gradmessung bekannt, bei welcher die einzelnen Bogenstücke das mittlere Resultat der gesammten Gradmessungen mit gleicher Annäherung geben, unstreitig haben wir diesen günstigen Erfolg nicht blofs dem Zufall, sondern hauptsächlich dem Umstande zu verdanken, dafs hier nur solche astronomische Bestimmungen zum Grunde liegen, die das Resultat langjähriger Beobachtung sind.

Eckhardt.

Die hier folgende Vergleichung der beobachteten und berechneten Längen, Breiten und Azimuthe bleibt weg, da sie in dem vorhergehenden Briefe noch schärfer als hier geführt ist. *S.*

Vermischte Nachrichten.

Von der vortrefflichen Mondkarte der Herren *Beer* und *Mädler* in Berlin, welche die Beobachter dem erhabenen Beschützer der astronomischen Wissenschaften dem Könige von Dännemark gewidmet haben, ist jetzt schon das 2te Viertheil erschienen. Ich habe das Werk bei meinem Aufenthalte in Berlin im Frühjahr 1834 schon so weit vorgerückt gesehen, dafs wir in kurzer Zeit die noch fehlende Hälfte zu erhalten hoffen können. Es scheint dafs der Muth und die Talente der beiden ausgezeichneten Astronomen welche diese grofse Arbeit unternommen haben, grade in den Schwierigkeiten die sie bekämpfen mufsten, nur den Sporn zu der bewundernswürdigen Thätigkeit fanden, mit der sie ihr kühnes Unternehmen durchführen.

Eine Recension dieser Karte, nach der, welche wir von *Bessels* Meisterhand in den Jahrbüchern für wissenschaftliche Litteratur besitzen, hier geben zu wollen, würde eben so verwegen als unnöthig seyn. Ich will mich deshalb nur auf eine kurze Anzeige beschränken.

Die Herren *Beer* und *Mädler* haben den Maafsstab von 3 Pariser Fufs für den Durchmesser des Mondes gewählt, denselben der bei Herrn *Lohrmanns* Karten, an deren Vollendung er durch äufsere Umstände gehindert ward, zu Grunde liegt. Ebenso haben sie ganz nach dem *Lohrmann*schen Plan gearbeitet, was auch abgesehen davon dafs es der einzig zweckmäfsige zu seyn scheint, schon für die Vergleichungen beider Arbeiten Interesse hat. Die eine kann hier als unmittelbare Controle der andern betrachtet werden. Die Projection der Karte ist die orthographische und gilt für mittlere Libration *). Die Erhöhungen und Vertiefungen

*) Dass man einen Weltkörper, der sich uns immer unter verschiedenen Ansichten zeigt, nicht durch eine einzige Zeichnung so darstellen kann, wie er sich in jeder Ansicht zeigt, ist an und für sich evident genug.

Digitized by Google

sind nach der *Lehmann*schen Methode bezeichnet, doch so dafs erst 90° Neigung durch volles Schwarz gegeben ist. Die Bergzüge erhalten dadurch freilich kein so kräftiges und in die Augen fallendes Ansehen, als wenn 45° Neigung durch volles Schwarz bezeichnet wäre, indessen wird das Bild naturgetreuer.

Noch vor Beendigung der Karte wird, dem Versprechen der Herren *Beer* und *Mädler* gemäfs ein Werk von ihnen erscheinen, welches die mathematischen und physischen Resultate ihrer Beobb. die Topographie der Mondslandschaften und eine möglichst populair gehaltene Darstellung der Verhältnisse des Mondes als Glied des Erd- und Sonnensystems enthalten soll.

Der noch geltende Subscriptionspreis dieser aus 4 Sectionen bestehenden Karte (wovon wie anfangs erwähnt ist, schon 2 erschienen sind) ist auf 5 Thaler festgesetzt, wovon ¼ beim Empfange jedes Blatts entrichtet wird. Man subscribirt in jeder guten Buchhandlung, und der Herausgeber dieser Blätter ist gern bereit für Ausländer, die sich deshalb an ihn wenden wollen, die Subscription zu besorgen. Der nachherige Preis wird erhöht werden.

Die verwittwete Frau Hofräthin *Harding* hat sich entschlossen die ihr übrig gebliebenen Exemplare des Himmels-Atlas Ihres verstorbenen Herrn Gemahls, der bisher 28 Thaler kostete, zu 3 Louisd'or zu verkaufen. Jeder Liebhaber der Astronomie der das classische Werk noch nicht besitzt, wird gewifs die günstige Gelegenheit benutzen, es sich für einen so mäfsigen Preis zu erwerben. Man wendet sich direct an die Frau Hofräthin *Harding* in Göttingen, oder an den Herausgeber dieser Blätter, der jeden ihm gegebenen Auftrag gern besorgen wird.

Herr *Mädler* in Berlin schreibt mir unter dem 29. Nov. v. J. dafs sich seit dem 3ten desselben Monats auf der Jupitersscheibe aufser andern Flecken, zwei sehr schwarze, und scharf begränzte in sehr geringer Entfernung von der nördlichen Aequatorzone zeigen. Aus den bis damals ihm gelungenen 9 Beobb. des einen, und 6 des andern, hat er vorläufig die Rotationszeit des Planeten = 9h 55' 28'',2 etwa auf ein paar Secunden genau gefunden. Indefs werden die Flecken, wenn sie anders stehen bleiben, noch die ersten Monate dieses Jahres hindurch beobachtet werden können, weshalb Hr. *Mädler* noch mit dem definitiven Resultate wartet.

Als ich zu anderen Zwecken neulich die alten Bände des Berliner Jahrbuchs durchsah, fand ich im Jahrbuche für 1778 dafs *Fontana* schon vor 1775 die Niveaux mit Aether gefüllt, und das Fadenkreuz in den Fernröhren aus Spinnefäden gemacht hat. Es wird auf Saggio del Real Gabinetto di Fisica a Firenze. Roma 1775 verwiesen.

Der angequickte Quecksilberhorizont, bei weitem der vorzüglichste von allen künstlichen Horizonten, ist von Herrn *v. Schönau* vor 1804 erfunden. Er brauchte Kupfer auf das er Schaidewassar und Quecksilber schüttete, und beides so lange rieb bis es angequickt war. Berlin. Jahrbuch 1807 p. 158. Man mufs bei dem Gebrauche dieser Horizonte aber nicht vergessen, sie unmittelbar vor der Beobachtung mit Quecksilber abzuwaschen. Dies geschieht am besten indem man sie schief hält, und das Quecksilber aus der engen Oeffnung der hölzernen Flasche darüber laufen läfst, wodurch aller Schmutz und alles Oxyd weggenommen wird. Ich verdanke diesen Handgriff dem Hrn. Mechanicus *Pouelsen* in Copenhagen. Früher nahm ich immer den Schmutz mit einem ladernen Lappen von der Oberfläche des Quecksilbers, welcher aber langsamer geht, und niemals eine so schöne und reine Oberfläche liefert als man bei Herrn *Pouelsens* Verfahrungsart erhält. Soll der Horizont vorzüglich ausfallen, so mufs die Schaale von sehr reinem Kupfer gemacht werden.

Herr Münzmeister *Breithaupt* in Kassel hat die Gefälligkeit gehabt mir die Zeichnung eines von ihm gebaueten Theodoliten einzusenden, der im Wesentlichen mit dem *Reichenbach*schen sogenannten astronomischen Theodoliten übereinstimmt. Herr *Breithaupt* hat aber keinesweges den grofsen Meister ängstlich copirt, sondern manche Veränderungen, theils eigene, theils solche die schon früher auf englischen und französischen Instrumenten vorkommen, in der Absicht seinem Instrumente eine gröfsere Vollkommenheit zu geben, angebracht. Unter diesen gefällt mir die Art wie Herr *Breithaupt* Nonien und Theilung durch übergelegte Glasplatten und einen den Kreis umgebenden Faden gegen Beschädigung, Anlaufen und Staub schützt, am meisten. Es wird dazu natürlich erfordert, dafs Kreis und Alhidade nicht durchbrochen sondern voll seyn müssen. Dies ist freilich die bekannte Construction der kleinern englischen Theodoliten, bei der aber Theilung und Nonien blofs liegen, dagegen ist das von mir Angeführte, soviel ich weifs, Herrn *Breithaupt* eigen, und verdiente allgemeiner eingeführt zu werden.

Um die Leistungen dieses Theodoliten zu würdigen, ist aus den Kön. Preufsischen Katastervermessungen ein Dreieck erster Ordnung mit den Nebenwinkeln jeder Station, welches mit diesem Instrumente gemessen ist, von dem Herrn Director *Stierlin*, und dem Hrn. Obergeometer *Vorlaender* in Detail beigefügt. Die Summe der Fehler der 3 Winkel des Dreiecks ist = 0,366 Centesimalsecunden. Natürlich ist eine solche Genauigkeit mit keinem bisher bekannten Instrumente zu verbürgen, allein soviel ist gewifs dafs nur gute Instrumente so vom Glücke begünstigt zu werden pflegen.

Herr *Breithaupt* hat auch die Beschreibung eines kleinen Theodoliten, er nennt ihn Compensationstheodolit, für Feldmesser beigelegt, der mit dem dazu gehörigen Apparate sich in einen Mefstisch eine Boussole und ein Nivellirinstrument verwandeln läfst. Er kostet mit dem angeführten vollständigen Apparate 135 Thaler; die vier Instrumente einzeln genommen würden 324 Thaler kosten. Es scheint ein kleines zweckmäfsiges Instrument zu seyn; ich enthalte mich aber der näheren Beschreibung, da Herr *Breithaupt* es seit 1827, in welchem Jahre die Beschreibung erschien, bedeutend verbessert hat, und es bald in seiner jetzigen Gestalt beschreiben wird.

Hinter der Beschreibung des Compensationstheodolitan sind die Preise mehrerer Mefsapparate aufgeführt, die sehr billig gestellt sind. Da seit 1827 wahrscheinlich mehrere Instrumente angekommen sind, so will ich den jetzigen Preiscourant erwarten, und sobald ich ihn erhalte für diese Blätter daraus einen Auszug der wichtigsten Instrumente machen. *S.*

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 273.

Ueber die Aberration der Planeten und Kometen.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel*.

(Beschluss.)

5.

Ich werde jetzt Formeln entwickeln, nach welchen $\alpha'-\alpha$ und $\delta'-\delta$ unmittelbar berechnet werden können, sie aber nicht über die erste Potenz der Aberration hinaus fortsetzen. Durch diese Beschränkung werden die in den 3 ersten Artikeln erhaltenen Gleichungen übereinstimmend miteinander und man kann

$$P\cos\delta'\cos\alpha' = \cos\delta\cos\alpha - k\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dX}{dt}\right)$$

$$P\cos\delta'\sin\alpha' = \cos\delta\sin\alpha - k\left(\frac{dy}{dt}-\frac{dY}{dt}\right)$$

$$P\sin\delta' = \sin\delta - k\left(\frac{dz}{dt}-\frac{dZ}{dt}\right)$$

dafür annehmen (P für $\frac{\rho_1\lambda'}{\rho\lambda}$ gesetzt).

Die Multiplication der ersten mit $\cos\alpha$, der zweiten mit $\sin\alpha$ und die Addition der Producte ergiebt:

$$P\cos\delta'\cos(\alpha'-\alpha) = \cos\delta - k\left\{\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dX}{dt}\right)\cos\alpha+\left(\frac{dy}{dt}-\frac{dY}{dt}\right)\sin\alpha\right\};$$

ferner ergiebt die Multiplication der ersten mit $-\sin\alpha$, der zweiten mit $\cos\alpha$ und die Addition der Producte:

$$P\cos\delta'\sin(\alpha'-\alpha) = k\left\{\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dX}{dt}\right)\sin\alpha-\left(\frac{dy}{dt}-\frac{dY}{dt}\right)\cos\alpha\right\}$$

Dividirt man diese Formel durch jene, läfst man kk und die höheren Glieder weg und schreibt man ($\omega = 206264'',8$)

$$\frac{\alpha'-\alpha}{\omega} \text{ für } tang(\alpha'-\alpha)$$

so erhält man:

$$\alpha'-\alpha = \omega k\left\{\frac{d(x-X)}{dt}\sin\alpha-\frac{d(y-Y)}{dt}\cos\alpha\right\}\sec\delta$$

Durch eine ganz gleiche Behandlung der beiden Gleichungen:

$$P\cos\delta' = \cos\delta - k\left\{\frac{d(x-X)}{dt}\cos\alpha+\frac{d(y-Y)}{dt}\sin\alpha\right\}$$

$$P\sin\delta' = \sin\delta - k\frac{d(z-Z)}{dt}$$

erhält man ferner

$$\delta'-\delta = \omega k\left\{\frac{d(x-X)}{dt}\cos\alpha\sin\delta+\frac{d(y-Y)}{dt}\sin\alpha\sin\delta-\frac{d(z-Z)}{dt}\cos\delta\right\}$$

Beide Formeln kann man in zwei Theile zerlegen, deren einer nur die Differentialquotienten der Coordinaten des Gestirns, der andere nur die Differentialquotienten der Coordinaten des Auges enthält. Der letzte Theil ist offenbar nichts anders als die von der Bewegung des Auges herrührende Aberration eines Gestirns, dessen Ort durch α und δ bestimmt wird; er ist den Planeten und Kometen und den Fixsternen gemein, so wie sein obiger Ausdruck auch nothwendig mit dem Ausdrucke der Aberration der Fixsterne übereinstimmt (z. B. Tab. Reg. P. XVIII). Man darf aber nicht übersehen, dafs die aus diesem Ausdrucke abgeleiteten Formeln für die Aberration der Fixsterne, durch die Weglassung eines, in die Excentricität der Erdbahn multiplicirten Gliedes abgekürzt worden sind, indem dieses von α und δ abhängige, aber von dem Orte der Sonne unabhängige Glied sich mit den mittleren Werthen von α und δ vereinigt, und es kein Interesse haben würde, diese davon zu befreien. Für ein bewegliches Gestirn ist aber dieses Glied nicht von beständiger, sondern von veränderlicher Gröfse, indem α und δ veränderlich sind; man darf es also hier nicht weglassen, es sei denn, dafs man es, wegen seiner geringen Gröfse, vernachlässigen wollte. Indessen ist hierzu keine Veranlassung vorhanden, da man es, wie aus dem Folgenden hervorgehen wird, ohne Vermehrung der Rechnung vollständig berücksichtigen kann.

6.

Die Coordinaten werde ich jetzt auf den Aequator beziehen, also unter α die Geradeaufsteigung und unter δ die Abweichung des Gestirns verstehen. Die Neigung seiner Bahn gegen den Aequator bezeichne ich durch I, die Länge des aufsteigenden Knotens derselben auf der dem Aequator parallel, durch die Sonne gelegten Ebene durch N, die Entfernung des Perihels vom aufst. Knoten durch Π, die wahre

Digitized by Google

Anomalie und den Radiusvector des Gestirns durch v und r. Dadurch hat man

$$x = r[\cos N \cos(\Pi+v) - \sin N \sin(\Pi+v) \cos I]$$
$$y = r[\sin N \cos(\Pi+v) + \cos N \sin(\Pi+v) \cos I]$$
$$z = r \sin I \sin(\Pi+v).$$

Die in den Formeln für $\alpha'-\alpha$ und $\delta'-\delta$ vorkommenden Differentialquotienten von x, y, z hängen, wie diese Ausdrücke zeigen, von den Differentialquotienten von $r\cos(\Pi+v)$ und $r\sin(\Pi+v)$ ab; man darf nur den ersten Ausdruck des ersten von beiden suchen und, um den des zweiten zu erhalten, darin $\Pi-90°$ für Π setzen. Wenn man den halben Parameter der Bahn des Gestirns durch p und ihre Excentricität durch e bezeichnet, also

$$r = \frac{p}{1+e\cos v}$$

setzt, so erhält man

$$\frac{dr}{dv} = \frac{rre}{p}\sin v$$

und hiermit

$$\frac{d[r\cos(\Pi+v)]}{dt} = -[r\sin(\Pi+v) + \frac{dr}{dv}\cos(\Pi+v)]\frac{dv}{dt}$$
$$= -\frac{rr}{p}\frac{dv}{dt}[\sin(\Pi+v) + e\sin\Pi]$$

Wenn man die von *Gauss* in seinem bewunderungswürdigen Werke über die Planetenbahnen (P. 2) eingeführte, daselbst durch k bezeichnete Zahl, hier, wo dasselbe Zeichen schon eine andere Bedeutung hat, durch K bezeichnet und unter μ die Masse des Gestirns, die der Sonne als Einheit angenommen, versteht, so hat man

$$rr\frac{dv}{dt} = K\sqrt{p}\sqrt{(1+\mu)}$$

und erhält dadurch

$$\frac{d[r\cos(\Pi+v)]}{dt} = -[\sin(\Pi+v) + e\sin\Pi]\frac{K\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{p}}$$
$$\frac{d[r\sin(\Pi+v)]}{dt} = [\cos(\Pi+v) + e\cos\Pi]\frac{K\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{p}}$$

Wenn man $\varkappa$ für $\omega k K$ schreibt, so ergeben sich hieraus und aus den angeführten Ausdrücken von x, y, z die Ausdrücke ihrer Differentialquotienten, nämlich:

$$\omega k\left(\frac{dx}{dt}\right) = -[(\sin(\Pi+v)+e\sin\Pi)\cos N + (\cos(\Pi+v)+e\cos\Pi)\sin N\cos I]\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{p}}$$
$$\omega k\left(\frac{dy}{dt}\right) = -[(\sin(\Pi+v)+e\sin\Pi)\sin N - (\cos(\Pi+v)+e\cos\Pi)\cos N\cos I]\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{p}}$$
$$\omega k\left(\frac{dz}{dt}\right) = [\cos(\Pi+v)+e\cos\Pi]\sin I\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{p}}:$$

Wenn man in diesen Formeln statt $\Pi+v$ die Länge der Erde $= 180°+\odot$, statt Π die Länge des Perihels der Erdbahn $= 180°+P$, statt I die Schiefe der Ecliptik $= \omega$, $N=0$ und statt e, p und μ die sich auf die Erdbahn beziehenden Werthe der ähnlichen Gröfsen $= e'$, p', μ' setzt, so ergeben sie:

$$\omega k\left(\frac{dX}{dt}\right) = [\sin\odot + e'\sin P]\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu')}}{\sqrt{p'}}$$
$$\omega k\left(\frac{dY}{dt}\right) = -[\cos\odot + e'\cos P]\cos\omega\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu')}}{\sqrt{p'}}$$
$$\omega k\left(\frac{dZ}{dt}\right) = -[\cos\odot + e'\cos P]\sin\omega\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu')}}{\sqrt{p'}}$$

7.

Die unmittelbare Berechnung der Aberration für einen Planeten wird sehr leicht, wenn man den Tafeln für denselben eine Tafel hinzufügt, welche die Werthe von

$$a = -[\sin(\Pi+v)\cos N + \cos(\Pi+v)\sin N\cos I + e(\sin\Pi\cos N + \cos\Pi\sin N\cos I)]\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{p}}$$
$$b = -[\sin(\Pi+v)\sin N - \cos(\Pi+v)\cos N\cos I + e(\sin\Pi\sin N - \cos\Pi\cos N\cos I]\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{p}}$$
$$c = [\sin(\Pi+v)\sin I + e\cos\Pi\sin I]\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu)}}{\sqrt{p}}$$

für alle Werthe seiner Länge in der Bahn angiebt, und wenn man ferner eine ähnliche Tafel für die Erde berechnet, welche

$$a' = -[\sin\odot + e\sin P]\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu')}}{\sqrt{p'}}$$
$$b' = [\cos\odot + e\cos P]\cos\omega\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu')}}{\sqrt{p'}}$$
$$c' = [\cos\odot + e\cos P]\sin\omega\frac{\varkappa\sqrt{(1+\mu')}}{\sqrt{p'}}$$

für die Mittage des fingirten Jahrs (Tabb. Reg. P. XXIV)

Digitized by Google

enthält. Wenn man die Aberration des Planeten für eine gegebene Zeit sucht, für welche man seine Länge in der Bahn berechnet hat, so nimmt man, indem man mit dieser Länge in die erste Tafel eingeht, aus derselben a, b, c, was ohne Mühe geschieht wenn man der Tafel eine hinreichende Ausdehnung gegeben hat; ferner nimmt man aus der zweiten Tafel, indem man mit der verbesserten Zeit in sie eingeht (Tabb. Reg. Tabula I) die Werthe von a', b', c'. Bezeichnet man dann

$$\begin{aligned} a + a' &\text{ durch } A \\ b + b' &\text{ durch } B \\ c + c' &\text{ durch } C \end{aligned}$$

so hat man die Aberration:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= A \sin\alpha \sec\delta - B \cos\alpha \sec\delta \\ \delta' - \delta &= A \cos\alpha \sin\delta + B \sin\alpha \sin\delta - C \cos\delta \end{aligned}$$

Dieselben Vorschriften, welche ich hier für die Berechnung der Aberration in Geraderaufsteigung und Abweichung gegeben habe, können auch für die Länge und Breite angewandt werden. Wenn dieses geschehen soll, so werden nur I, N, Π auf die Ecliptik bezogen, und statt ω wird v gesetzt, wodurch c' verschwindet; α und δ bedeuten dann Länge und Breite.

Der Werth der Constante $\varkappa$ ist $= 20''252$. So erhält man ihn, wenn man den Werth von $\varkappa = 493'',15$, oder in Theilen des, der *Gaufs*ischen Zahl K als Zeiteinheit zum Grunde liegenden Tages ausgedrückt,

$$= \frac{493'',15}{86,400},$$

annimmt, nach welcher Annahme die Tabulae Regiomont. berechnet worden sind.

Obgleich man die Aberration eines Planeten oder Cometen nach diesen Vorschriften sehr leicht berechnen kann, so wird doch selten Veranlassung vorhanden seyn, sie anzuwenden, denn die gebräuchliche Reduction der Zeit ist in der That noch leichter. Mir ist aber zuweilen der Fall vorgekommen, einen einzelnen Ort eines Planeten aus den Tafeln berechnen zu müssen, ohne die Entfernung desselben von der Erde, oder seine tägliche geocentrische Bewegung mit hinreichender Genauigkeit zu kennen. In einem solchen Falle sind Vorschriften zur unmittelbaren Berechnung der Aberration nothwendig; ich glaube daher, dafs die Construction der vorgeschlagenen Hülfstafeln für die Planeten und die Erde nicht ganz überflüssig seyn würde.

8.

Ich mache noch darauf aufmerksam, dafs die Formeln sich für den Fall der parabolischen Bewegung zusammenziehen. Indem dann $e = 1$ ist, wird

$$\begin{aligned} \sin(\Pi + v) + e\sin\Pi &= 2\sin(\Pi + \tfrac{1}{2}v)\cos\tfrac{1}{2}v \\ \cos(\Pi + v) + e\cos\Pi &= 2\cos(\Pi + \tfrac{1}{2}v)\cos\tfrac{1}{2}v \end{aligned}$$

Wenn man $\mu = 0$ annimmt, so findet man leicht

$$\begin{aligned} a &= -[\sin(\Pi + \tfrac{1}{2}v)\cos N + \cos(\Pi + \tfrac{1}{2}v)\sin N\cos I]\frac{\varkappa\sqrt{2}}{\sqrt{r}} \\ b &= -[\sin(\Pi + \tfrac{1}{2}v)\sin N - \cos(\Pi + \tfrac{1}{2}v)\cos N\cos I]\frac{\varkappa\sqrt{2}}{\sqrt{r}} \\ c &= \cos(\Pi + \tfrac{1}{2}v)\sin I\,\frac{\varkappa\sqrt{2}}{\sqrt{r}}. \end{aligned}$$

Es wird aber kaum eine Veranlassung vorhanden seyn, diese Formeln anzuwenden, indem man gewöhnlich eine Ephemeride des Cometen berechnen wird, welche die Entfernung desselben von der Erde und dadurch die bequemere Reduction der Zeit ergiebt.

Bessel.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Gambart*, Directors der Marseiller Sternwarte, an den Herausgeber.

Marseille 1835. Januar 13.

Vous ne vous êtes pas trompé en jugeant que la nouvelle que vous me donniez dans votre dernière lettre, exciterait mon intérêt; je puis vous dire même, que depuis long tems je n'avais pas éprouvé de satisfaction aussi viva qu'en apprenant que cette comète du mois de mars, que je croyais décidément perdue pour nous, avait été observée et pour tout de bon, dans l'autre hémisphère. Je crois vous avoir dit que j'avais pensé dans le tems, qu'il pourrait y avoir une réapparition à l'occident, vers le mois de mai; depuis que ce dernier espoir avait été deçu, le souvenir de cette comète m'était bien des fois revenu comme un desagreable arrière gout. Grace à Dieu et à Mr. *Dunlop*, m'en voilà quitte.

J'adopte plus que personne votre opinion *) sur le choix à faire des observations pour le calcul de l'orbite, puisque je sais mieux que qui que soit ce que valent les résultats que peut donner mon ancienne machine parallactique, quand

*) Ich hatte Herrn *Gambart* gefragt, ob es nicht vielleicht am sichersten wäre bei der Berechnung der Bahn nur *Dunlop*sche Beobachtungen zu brauchen, da er selbst die Marseiller als wenig genau angiebt. 8.

Digitized by Google

on l'emploie comme j'ai été forcé de le faire pour déterminer les différences d'α et de δ; il n'y a pas à compter, en définitif, sur une exactitude plus grande que 5′ sur chacune des deux coordonnées. Vous concevrez que dans un pareil état de choses, je m'inquiète fort peu da l'effet des réfractions; aussi la position que je vous ai envoyée dans le tems en est elle affectée. On peut l'en dépouiller et avoir une position tout à fait définitive.

Com.

	h m s
Heure de la pend. mérid ...	16 34 27
Erreur de la pendule.....	— 1 42
Tems sidéral.....	16 32 45
Angle horaire à la machine	20 22 56
	20 9 49
Effet de la réfraction en α..	+ 17,8
α suivant la machine.....	20 10 6,8
Erreur de la machine.....	— 21,1
α Com.....	20 9 45,7

	° ′
δ par la lecture à la mach.	—22 21
Effet de la réfr. en δ.....	— 5 32
δ suiv. la machine.....	—22 26 32
Erreur de la machine.....	— 6 59
δ Com.....	—22 33 31

4ème du Capricorni.

	h m s
Heure pend. mérid.....	16 39 12
Erreur pend.....	— 1 42
Tems sidéral.....	16 37 30
Angle hor. à la machine.....	20 29 10
	20 8 20
Effet de la réfraction.....	+ 15.5
α suivant la machine.....	20 8 35,5
α app. de l'astre.....	20 8 14,4
Erreur de la mach en α.....	— 21,1

	° ′
δ par la lecture.....	—22 7
Effet de la réfraction.....	— 4 59
δ à la machine.....	—22 11 59
δ appar. de l'astre.....	22 18 58
Erreur de la machine en δ..	—6 59

En ne tenant pas compte de la réfraction, vous tomberiez juste sur la position que vous avez déjà, et dont celle-ci ne diffère que de une $\frac{1}{4}$′ tant en α qu'en δ.

Gambart.

Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Cracauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Cracau 1835. Jan. 22.

Ich übersende Ihnen hiebei die im verflossenen Jahre an der hiesigen Sternwarte beobachteten Mondsterne und Sternbedeckungen, so wie einige Planeten-Beobachtungen. Ich hoffe, dafs das Wetter in diesem Jahre uns günstiger seyn wird, anfangs schien es auch so; wir hatten im Anfange dieses Monathes einige sehr schöne Tage, und ich war so glücklich, den 5. drei und den 6. vier Sternbedeckungen zu erhalten, von denen nur eine im Berl. Jahrb. angezeigt war. Einen der bedeckten Sterne verglich ich vor seinem Eintritte mit einem andern nahen Sterne am Aequatoreal, ich fand dann beide Sterne in meinem Kataloge, und hatte dia Freude zu sehen, dafs schon bei einer einzigen Vergleichung die Beobachtung genau mit dem Kataloge stimmte. Den ersten Band dieses Kataloges habe ich, nachdem ich nach dem Wunsche *Bessels* und der kaiserl. Academie der Wissenschaften zu St. Petersburg die ursprüngliche Einrichtung abgeändert hatte, bereits vor längerer Zeit nach St. Petersburg eingeschickt, und ich hoffe, dafs schon daran gedruckt wird; in drei Monaten wird der zweite Band folgen. Dieser erste Band enthält 7477 verschiedene Sterne. In der Einleitung, in welcher ich auch alle von mir bearbeiteten und gebrauchten Hülfstafeln beilegte, habe ich hundert Sterne, die zweimal beobachtet waren, der Wahrscheinlichkeitsrechnung unterworfen, um den wahrscheinlichen Fehler einer AR. und einer Declination zu ermitteln. Ich fand erstern $= 0''{,}072$, letztern $= 0''{,}832$. Eigentlich wäre es aber nöthig gewesen, alle Sterne, die mehrmals beobachtet wurden, dieser Rechnung zu unterwerfen; da aber ihre Zahl so grofs ist, so unterliefs ich es. Nun habe ich es aber doch unternommen, alle in diesen ersten sechs Stunden mehrmals beobachteten Sterne zur genauen Ermittlung der wahrscheinlichen Fehler, der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu unterwerfen. Gerade heute habe ich diese mühsame Arbeit vollendet, und ich nehme mir die Freiheit, Ihnen die Resultate derselben mitzutheilen. Ich berechnete für jede einzelne Stunde die wahrscheinlichen Fehler sammt ihren Gränzen, und dann combinirte ich alle Beobachtungen zur Bestimmung der wahrscheinlichen Fehler für den ganzen ersten Band des Cataloges.

Die 0 Stunde enthält 122 Sterne, die mehrmals, nemlich 258mal beobachtet sind; diese 258 Beobachtungen gaben

Σe_0^2 in AR. $= 8{,}7549$, Σe_0^2 in Decl. $= 968{,}21$.

Digitized by Google

Die 1. Stunde enthält 229 Sterne, die mehrmals, nemlich in AR. 480, in Declination 478 mal beobachtet sind; hieraus ergab sich

$\Sigma\varepsilon_n^2$ in AR. = 18,5286, $\Sigma\varepsilon_n^2$ in Decl. = 1580,01.

Die 2. Stunde enthält 183 Sterne, die mehrmals; nemlich 401 mal beobachtet sind; sie gaben

$\Sigma\varepsilon_n^2$ in AR. = 12,5476, $\Sigma\varepsilon_n^2$ in Decl. = 1576,71.

Die 3. Stunde enthält 196 Sterne, die mehrmals, nemlich in AR. 420, in Declination 421 mal beobachtet sind; daraus folgte

$\Sigma\varepsilon_n^2$ in AR. = 14,1353, $\Sigma\varepsilon_n^2$ in Decl. = 1416,40.

Die 4. Stunde enthält 198 Sterne, die mehrmals, nemlich 408 mal beobachtet sind, sie gaben

$\Sigma\varepsilon_n^2$ in AR. = 32,6563, $\Sigma\varepsilon_n^2$ in Decl. = 1032,84.

Die 5. Stunde enthält 253 Sterne, die mehrmals, nemlich in AR. 526, in Declination 528 mal beobachtet sind; daraus ergab sich

$\Sigma\varepsilon_n^2$ in AR. = 44,2627, $\Sigma\varepsilon_n^2$ in Decl. = 1568,96.

Alle 2493 Beobachtungen in AR., 2494 in Declination von 1181 verschiedenen Sternen gaben

$\Sigma\varepsilon_n^2$ in AR. = 130,8854, $\Sigma\varepsilon_n^2$ in Decl. = 8143,13

Aus diesen Daten folgte der wahrscheinliche Fehler:

für die 0. Stunde in AR. = 0″1242, mit den Gränzen 0″1279 / 0,1205
in Decl. = 1,3066, —— —— 1,3454 / 1,2678
für die 1. Stunde in AR. = 0,1325, —— —— 0,1355 / 0,1295
in Decl. = 1,2263 —— —— 1,2530 / 1,1998
für die 2. Stunde in AR. = 0,1193 —— —— 0,1221 / 0,1165
in Decl. = 1,3238 —— —— 1,3553 / 1,2923
für die 3. Stunde in AR. = 0,1237, —— —— 0,1266 / 0,1209
in Decl. = 1,2371, —— —— 1,2659 / 1,2084
für die 4. Stunde in AR. = 0,1908, —— —— 0,1953 / 0,1863
in Decl. = 1,0732, —— —— 1,0988 / 1,0479
für die 5. Stunde in AR. = 0,1957, —— —— 0,1997 / 0,1916
in Decl. = 1,1626, —— —— 1,1868 / 1,1386

Alle Beobachtungen vereinigt gaben den wahrscheinlichen Fehler

in AR. = 0″1545 mit den Gränzen 0,1560 / 0,1531
in Decl. = 1,2188 —— —— 1,2304 / 1,2071

Bessel fand aus 194 Sternen (Astron. Nachr. 1. Bd.) erstern Fehler = 0,1548, letztern = 1″13.

Aus dieser Untersuchung des wahrscheinlichen Fehlers zeigt sich die Genauigkeit und Sorgfalt, mit der die Zonen-Beobachtungen angestellt wurden. Nur einige Zonen stimmen nicht genau mit den andern, so die 39. 140. 197. 270. für die AR., die 138. und 260. für die Declination. Hätte ich diese Zonen bei dieser Untersuchung vernachlässiget, so hätte ich sicher denselben wahrscheinlichen Fehler gefunden, wie aus den hundert Sternen, die ich der Einleitung beigefügt habe. Ich wollte aber nichts vernachlässigen, und erhielt auf diese Art den oben angezeigten gewifs sehr kleinen wahrscheinlichen Fehler. Ich werde das Verzeichnifs dieser 1181 Sterne sammt allen Resultaten nach St. Petersburg senden; vielleicht ist die Einleitung noch nicht gedruckt; in diesem Falle müfste dieses Verzeichnifs statt des mit 100 Sternen in der Einleitung abgedruckt werden.

Nun nehme ich mir noch die Freiheit, Sie mit einer Bitte zu belästigen. Ich wünschte gern für unsere Sternwarte eine gute Pendeluhr anzuschaffen. Ich habe in allen Bänden der Astron. Nachrichten nachgesucht, aber blofs in dem 2. Bande pag. 41 Preise von astronomischen Uhren, und zwar von *Kessels*, gefunden. Dort sind astronomische Pendeluhren mit Quecksilbercompensation mit 130 Ducaten notirt; auf diesen Preis könnte ich mich wohl einlassen. Wollten Sie wohl die Güte haben, mir eine solche Uhr bei *Kessels* zu bestellen *), oder mir Ihren Rath rücksichtlich vielleicht eines andern Künstlers gütigst mitzutheilen.

*) Ist schon für Herrn Prof. *Weisse* bei *Kessels* bestellt. *S.*

Dr. *Max Weisse.*

Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1834 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR. h ′ ″	Anzahl der Fäden.
1834 Jänner 3.	98 x Virginis	14 4 16,34	5
	Mond II	14 14 9,33	5
15.	30 r Piscium	23 53 25,24	2
	Mond I;	23 59 43,73	5
	20 m Ceti	0 44 30,60	5
1834 Jänner 16.	Mond I	0 44 28,29	5
	106 v Piscium	1 32 47,09	5
Febr. 2.	14 v Scorpii	16 2 20,15	5
	21 α Scorpii	16 19 13,16	5
	Mond II	16 42 16,46	5

Digitized by Google

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR. h ′ ″	Anzahl der Fäden.
1834 Febr. 16.	2 ξ Tauri	3 18 10,07	5
	Mond I	3 33 12,85	5
	54 γ Tauri	4 10 20,73	5
17.	54 γ Tauri	4 10 20,75	5
	Mond I	4 25 44,85	5
	87 α Tauri	4 26 23,40	1
	102 ι Tauri	4 53 10,39	4
	112 β Tauri	5 15 47,84	5
19.	1 H Geminorum	5 54 2,14	5
	7 η Geminorum	6 4 51,52	4
	Mond I	6 22 30,94	5
	43 ζ Geminorum	6 54 15,61	2
	53 δ Geminorum	7 10 12,51	4
20.	43 ζ Geminorum	6 54 15,91	1
	Mond I	7 25 49,90	3
	78 β Geminorum	7 35 9,44	1
23.	32 α Leonis	9 59 32,31	4
	47 ρ Leonis	10 24 4,74	5
	Mond I	10 37 16,94	5
	—— II	10 39 39,64	5
	63 χ Leonis	10 56 27,87	4
	78 ι Leonis	11 15 17,10	4
April 18.	77 ξ Cancri	8 59 48,52	4
	4 λ Leonis	9 22 14,38	3
	Mond I	9 37 21,64	3
	32 α Leonis	9 59 31,60	4
	41 γ Leonis	10 10 48,66	5
19.	32 α Leonis	9 59 31,91	5
	41 γ Leonis	10 10 49,10	3
	Mond I	10 36 35,77	5
	63 χ Leonis	10 56 27,76	4
	77 σ Leonis	11 12 35,46	5
20.	63 χ Leonis	10 56 28,14	4
	77 σ Leonis	11 12 35,46	4
	Mond I	11 34 38,25	5
	3 ν Virginis	11 37 20,62	4
	5 β Virginis	11 42 4,07	3
	15 η Virginis	12 11 26,44	5
21.	5 β Virginis	11 42 4,00	5
	9 ο Virginis	11 56 46,13	5
	15 η Virginis	12 11 26,20	5
	Mond I	12 31 56,89	5
	43 δ Virginis	12 47 16,05	5
	67 α Virginis	13 16 28,88	3
Mai 18.	3 ν Virginis	11 37 20,34	5
	5 β Virginis	11 42 3,61	5
	8 π Virginis	11 52 22,81	5
	Mond I	12 7 47,87	5
	29 γ′ Virginis	12 33 16,31	5
	43 δ Virginis	12 47 16,78	5
19.	29 γ′ Virginis	12 33 16,23	5
	43 δ Virginis	12 47 15,99	4
	Mond I	13 3 6,42	5
	67 α Virginis	13 16 28,75	4
	79 ζ Virginis	13 26 15,93	5

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR. h ′ ″	Anzahl der Fäden.
1834 Mai 20.	67 α Virginis	13 16 28,47	5
	79 ζ Virginis	13 26 15,53	4
	Mond I	13 59 0,71	5
	100 λ Virginis	14 10 9,59	5
	107 μ Virginis	14 34 20,60	5
	α¹ Librae	14 41 32,30	3
	9 α² Librae	14 41 43,74	3
22.	38 γ Librae	15 26 16,41	5
	44 η Librae	15 34 46,07	3
	Mond I	15 56 25,20	5
	—— II	15 58 48,30	5
	21 α Scorpii	16 19 15,89	5
Juni 19.	10 ω¹ Scorpii	15 57 7,53	1
	10 ω² Scorpii	15 57 42,41	4
	21 α Scorpii	16 19 16,29	5
	Mond I	16 29 49,81	5
	36 A Ophiuchi	17 5 10,85	5
	40 ρ Ophiuchi	17 10 5,72	3
Juli 16.	46 ϑ Librae	15 44 24,47	5
	Mond I	16 8 5,28	5
	21 α Scorpii	16 19 15,95	5
	35 η Ophiuchi	17 0 53,61	5
17.	21 α Scorpii	16 19 15,75	5
	35 η Ophiuchi	17 0 53,28	5
	Mond I	17 7 28,64	5
18.	46 Sagittarii	17 49 41,42	4
	Mond I	18 8 11,69	5
	27 φ Sagittarii	18 35 19,17	5
	34 σ Sagittarii	18 45 0,35	5
Sept. 12.	41 π Sagittarii	18 59 55,28	5
	52 h² Sagittarii	18 26 38,24	5
	Mond I	19 29 21,28	5
	62 c Sagittarii	19 52 28,91	4
	α¹ Capricorni	20 8 28,70	5
	6 α² Capricorni	20 8 52,36	5
13.	62 c Sagittarii	19 52 28,94	5
	α¹ Capricorni	20 8 28,83	5
	6 α² Capricorni	20 8 52,69	5
	Mond I	20 26 14,51	5
	22 η Capricorni	20 54 59,40	5
	25 χ′ Capricorni	20 59 5,22	4
14.	22 η Capricorni	20 54 59,08	5
	25 χ′ Capricorni	20 59 4,71	5
	Mond I	21 20 16,07	5
	49 δ Capricorni	21 37 54,51	5
	33 ι Aquarii	21 57 30,24	5
15.	49 δ Capricorni	21 37 54,84	5
	33 ι Aquarii	21 57 30,39	5
	Mond I	22 11 17,14	5
	76 δ Aquarii	22 45 52,60	5
16.	76 δ Aquarii	22 45 52,77	5
	Mond I	22 59 35,33	5
	20 n Piscium	23 39 27,15	5

Digitized by Google

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR. h ′ ″	Anzahl der Fäden.
1834 Octbr. 9.	27 φ Sagittarii	18 35 18,12	5
	34 σ Sagittarii	18 44 59,62	5
	Mond I	19 10 28,67	5
	62 c Sagittarii	19 52 28,35	5
	α^1 Capricorni	20 8 28,28	5
	6 α^2 Capricorni	20 8 52 24	5
10.	62 c Sagittarii	19 52 28,23	5
	α^1 Capricorni	20 8 28,21	2
	Mond I	20 8 53,09	5
	16 ψ Capricorni	20 36 17,21	5
	m Capricorni	20 43 18,37	5
14.	91 ψ^4 Aquarii	23 7 13,99	4
	95 ψ^3 Aquarii	23 10 21,95	5
	Mond I	23 31 9,46	5
	30 r Piscium	23 53 29,54	5
	33 s Piscium	23 56 52,84	4
15.	30 r Piscium	23 53 29,53	5
	33 s Piscium	23 56 52,96	4
	Mond I	0 16 4,33	5
	20 m Ceti	0 44 34,53	4
Novbr. 6.	Mond I	19 49 45,51	5
	α^1 Capricorni	20 8 27,83	5
	6 α^2 Capricorni	20 8 51,77	5
	16 ψ Capricorni	20 36 17,12	3
7.	α^1 Capricorni	20 8 27,90	4
	6 α^2 Capricorni	20 8 51,78	5
	16 ψ Capricorni	20 36 16,88	5
	Mond I	20 44 42,15	5
	39 e Capricorni	21 27 48,65	5
1834 Novbr. 9.	45 D Aquarii	22 10 7,89	4
	57 σ Aquarii	22 21 53,56	5
	Mond I	22 28 53,20	5
	92 χ Aquarii	23 8 16,88	5
10.	92 χ Aquarii	23 8 16,82	5
	Mond I	23 16 10,29	5
25.	5 β Virginis	11 41 24,03	4
	Mond II	12 13 40,05	5
Decbr. 6.	49 δ Capricorni	21 37 53,67	5
	51 μ Capricorni	21 44 15,66	5
	Mond I	22 9 11,05	5
7.	71 τ^2 Aquarii	22 40 49,41	5
	76 δ Aquarii	22 45 51,65	5
	Mond I	22 58 25,14	5
	96 Aquarii	23 10 49,12	4
	20 n Piscium	23 39 26,53	5
8.	96 Aquarii	23 10 49,31	5
	20 n Piscium	23 39 26,50	5
	Mond I	23 44 50,68	5
	33 s Piscium	23 56 52,35	5

NB. Den 3. Jänner und den 25. November sind blofs die Durchgangszeiten durch den Meridian-Faden angegeben worden, weil an diesen Tagen keine Zeitbestimmung erhalten werden konnte.

(Der Beschluss folgt.)

Vermischte Nachrichten.

Se. Majestät der Kaiser von Rufsland haben den Herrn Staatsrath *v. Struve*, Director der Dorpater Sternwarte, zum wirklichen Staatsrathe ernannt, ein Rang mit dem in Rufsland der Titel *Excellenz* verbunden ist.

Herr Dr. *Peters* hat bei Vergleichung seiner letzten Elemente des *Gambart*schen Cometen, mit den Beobb. bei der Berechnung der Aberration die früheren Elemente gebraucht. Berechnet man diese nach den letzten Elementen, so ergeben sich folgende Abweichungen

	In Länge.	In Breite.
März 9	— 13″	— 1″
—— 21	— 10	— 26
—— 22	— 44	— 80
—— 24	— 82	—263
—— 25	— 27	— 86
—— 26	+ 24	—111
April 1	+ 43	+ 9
—— 2	— 61	— 41
—— 4	+ 29	+ 61
—— 6	— 24	— 49
—— 14	+ 1	0

Herr Geheimerrath *v. Pastorf* meldet mir unter dem 9. Januar, mit dem Ersuchen es in den A. N. anzuzeigen, dafs er 6mal im vergangenen Jahre zwei neue Körper, die er Asteroiden nennt, vor der Sonne in verschiedenen Richtungen und mit verschiedener Geschwindigkeit hat vorübergehen gesehen. Der gröfsere hat circa 3″ Durchmesser, der kleinere 1″ bis 1½″. Beide beschreibt er als auf das deutlichste abgerundet. Bald geht der kleinere, bald der gröfsere vorauf. Die Zeichnung beider Fälle, die er beifügt, gibt ihren Abstand zu 1′ 16″ an, welches der gröfste beobachtete Abstand ist. Oft sind sie auch ganz nahe aneinander. Der Vorübergang währt wenige Stunden. Beide sollen ebenso rabenschwarz wie Mercur vor der Sonne erscheinen, und eine scharf abgerundete Kreisgestalt haben, was doch vorzüglich bei dem kleinern schwer zu bestimmen seyn mufs. Herr *v. Pastorf* schliefst mit dem Wunsche, dafs Astronomen mit den stärksten Fernröhren versehen diese unregelmäfsig bald in kurzen bald in längeren Perioden in verschiedenen Richtungen vor der Sonne erscheinenden Körper ihrer Aufmerksamkeit würdigen mögen. Sonnenflecke, sagt er, sind diese Körper auf keinen Fall, denn Sonnenflecke sind weit blässer, und haben ihre regelmäfsige Bewegung. Diese Körper

Digitized by Google

sind aber oft schon nach 8 bis 48 Stunden verschwunden, treten bald an diesem bald an jenem Puncte des Sonnenrandes mit Rabenschwärze ein, und beschreiben ihren Lauf verändert vor der Sonne.

Obgleich ich glaube, dafs bei diesen Beobachtungen des Herrn *v. Pastorff* wie schon aus den Angaben wahrscheinlich wird, die beobachteten Körper nicht das sind, wofür er sie zu halten scheint, so war es doch meine Pflicht als Herausgeber dieses Blattes, dem Verlangen eines unbescholtenen Mannes zu folgen, und das was er gesehen hat, bekannt zu machen.

Es ist übrigens sehr zu bedauern, dafs Herr *v. Pastorff* nicht jedesmal seine Körper auch nur durch das Feld des Fernrohrs, als Kreismicrometer gebraucht, mit den Sonnenrändern verglichen hat.

In Bezug auf den Cometen der in dem Tagebuche von *Sainovics* vorkommt, ersuchte ich Herrn Observetor *Pedersen* auf der Copenhagener Sternwarte, in den Journälen nachzusehen, ob irgend etwas darüber dort sich finde. Er hat mir folgenden Extract gesandt.

Aus dem Journal der Copenhagener Sternwarte für 1770.

Mart. 20. Coelum ab occasu Solis ad h. 10 saepius visitavi, sed per totam vesperam vaporibus repletum erat, adeo ut accurate perlustrari minime posset, nihilominus tamen languide prominuerunt stellae. Quod autem Cometa his temporibus sit conspectus, valde dubito, coelum anim tota hac hyeme freqnentissime visitavi, ita ut vix me fugere posset, si novum quoddam phaenomenon incideret. *Karup.*

Coelum ab h. 10 ad h. 12 nubibus obductum. *Soröe.*

Mart. 21. H. 7½ paucae stellae circa zenith conspiciebantur, h. 8½ et h. 9½ coelum iterum visitatum, quo tempore etiam paucae in zenith apparebant stellae; sed h. 10 totnm coelnm nubibus obductum fuit, quare Cometa, siqnidam in coelo sit ejnsmodi stella, detegi non potuit. *K.* et *S.*

Mart. 22. Post occasum Solis usque ad h. 12 coelum fuit continne spissis nubibus obductum.

Mart. 23. Coelum post occasum Solis nsque ad h. 12 fnit continua spissis nubibus obductum.

Mart. 24. Coelnm post occesum Solis serenum per totam vesperam frequentissime e *P. H.*, *K.* et *S.* fuit perlustratum, sed nullus Comete visus fuit, quare fama de novo Cometa sine dubio falsa est.

Mart. 25. Coelum post occasum Solis frequantissime a *K.* et *S.* fuit perlustratum, h. 11. *K.* quoque tubo Dollond 3′ attente visitavit sed nullum Cometae vestigium deprehensum, eodem tempore nebulosem Cancri consideravit, quae in tubo clarissima apparuit.

Mart. 26. Coelum h. 2 et 2½ undique serenum a *K.* diligenter perlnstratum sed nullus Cometa deprehensus.

Nota, P. H. bazeichnet wahrscheinlich Prof. *Peter Horrebow.*

Da es nach der Bemerkung bei März 20. 24 den Anschein hat, als wenn nach Copenhagen Nachricht von einem damals sichtbaren Cometen gekommen sey, so durchging ich die ersten Monate des Jahrgangs 1770 des Hamburger unpartheiischen Correspondenten, aber ohne eine Spur zu finden. Herr Dr. *Olbers* bemerkt, dafs dieser Auszug aus dem Copenhagener Journal bis März 25 incl. nichts gegen *Hells* Cometen beweise, *Hell*, und *Sainovics* sahen den Cometen am 19ten Abends um 11 Uhr in Nordosten. Der Comet hatte also eine grofse nördliche Declination, und eine westliche Elongation von vielleicht 110° bis 130° von der Sonne. Ging er nun, wie es wahrscheinlich ist, zur Sonne, so mufste sich sowohl seine Declination, als auch seine Elongation verkleinern: der Comet also immer später über dem östlichen Horizont aufgehen. Bald wird er also erst nach Mitternacht aufgegangen seyn; die Copenhagener Astronomen suchten ihn aber (mit Ausnahme von März 26) blofs bis Mitternacht wo er noch nicht über dem Horizonte war. Am 26sten, wo *Karup* morgens den Cometen suchte, war es wohl schon zu spät. Auf jeden Fall hätte er bis zur Morgendämmerung seine Nachforschungen fortsetzen sollen.

S.

Astron. Nachr. N. 275 S. 784

Inhalt.

(zu Nr. 270.) *C. A. F. Peters* Ph. Doct. Disquisitio de motu penduli in aera resistente (Beschlufs). p. 89. — Ueber die Länge von Peking von Herrn *G. v. Fuss.* p. 103.

(zu Nr. 271.) Auflösung der Aufgabe, die Rectascension und Declination eines Weltkörpers aus seinen gemessenen Distanzen von zwei bekannten Fixsternen zu finden. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald. p. 105. — Note on the Astronomical Refractions. Von Herrn *James Ivory.* p. 109. — Schreiben des Herrn Prof. *Santini* Directors der Sternwarte zu Padua an den Herausgeber. p. 113. — Schreiben des Herrn *Henderson* an den Herausgeber. p. 117. — Nachschrift des Herausgebers. p. 119. Notizen. p. 119.

(zu Nr. 272.) Ueber die Aberration der Planeten und Cometen. Von Herrn Gebeimen Rath und Ritter *Bessel.* p. 121. — Schreiben des Herrn Dr. *Peters* an den Herausgeber. p. 127. — Schreiben des Herrn Ministerialraths *Eckhardt* an den Herausgeber. p. 127 — Auszug aus Herrn Ministerialraths *Eckhardt* vorläufigen Nachricht von den geodätischen Operationen etc. p. 129. Vermischte Nachrichten. p. 133.

(zu Nr. 273.) Ueber die Aberration der Planeten und Cometen. Von Herrn Gebeimen Rath und Ritter *Bessel* (Beschlufs.) p. 137. Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Gambart* Directors der Marseiller Sternwarte an den Herausgeber. p. 141. — Schreiben des Herrn Prof. *Weisse* Directors der Cracauer Sternwarte an den Herausgeber. p. 143. — Mondsterne auf der Crac. Sternwarte im Jahre 1834. p. 147. — Vermischte Nachrichten. p. 151.

Altona 1835. Februar 11.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 274.

Bestimmung der Lage und Gröfse des Saturns-Ringes und der Figur und Gröfse des Saturns.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel*.

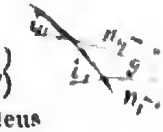
Die im Jahre 1833 beobachteten Durchgänge der Erde durch die Ebene des Saturns-Ringes und die seit 1830, mit dem Heliometer gemachten Beobachtungen der Positionswinkel der grofsen Axe der Ringellipse setzen mich jetzt in den Stand, die Lage der Ebene des Ringes genauer zu bestimmen als früher möglich war. Bekanntlich wurde die Neigung des Ringes gegen die Ecliptik früher viel zu grofs angenommen. Der Fehler dieser Annahme zeigte sich im J. 1811 durch einige Messungen beider Axen der damals weit geöffneten Figur des Ringes, welche ich mit dem Objectiv-Micrometer eines 16zolligen *Dollond*schen Fernrohrs anstellte und welche später, als Saturn in die Nähe der Knotenlinie des Ringes gekommen war, durch den, mit demselben Instrumente beobachteten Positionswinkel der grofsen Axe der Ringellipse insoweit bestätigt wurden, als Beobachtungen mit einem so kleinen Instrumente zu erwarten berechtigten. Obgleich durch diese Versuche, die Lage der Ebene des Ringes genauer zu bestimmen, der bis dahin vorhandene grofse Fehler entfernt wurde, so war doch zu erwarten, dafs man der Bestimmung, durch Anwendung des grofsen Heliometers der Königsberger Sternwarte, einen beträchtlich gröfseren Grad von Sicherheit werde geben können. Ich habe daher die Positionswinkel des Ringes, seit 5 Jahren, häufig beobachtet und auf diese Beobachtungen, verbunden mit den seit dem Anfange des vorigen Jahrhunderts wahrgenommenen Verschwindungs- und Wiedererscheinungszeiten des Ringes, die neue Untersuchung der Lage seiner Ebene gegründet, welche ich jetzt mittheile. Ich benutze diese Gelegenheit, meine bisherigen, zur Bestimmung der Gröfsen des Ringes und des Planeten, so wie auch der Figur des letzteren dienenden Messungen bekannt zu machen.

1.

Die Lage der Ebene des Saturnsaequators ist Veränderungen unterworfen, welche unserer Vorrückung der Nachtgleichen ganz ähnlich sind. Sie durchschneidet eine feste Ebene, welche mit der Ebene der Saturnsbahn zu einer gegebenen Zeit zusammenfällt, unter einem sehr nahe beständigen Winkel, und ihre Durchschnittslinien mit dieser Ebene bewegen sich, sehr nahe der Zeit proportional, gegen die Ordnung der Zeichen. Indem die beträchtliche Abplattung des Saturns und die Nähe des Ringes verursachen, dafs die Ebene des Ringes sich immer sehr nahe in der Ebene des Aequators erhält, wird die Bewegung der gemeinschaftlichen Knotenlinie beider Ebenen aus der Einwirkung der Sonne auf beide Körper zusammengesetzt; ihre Gröfse kann aber noch nicht aus der Theorie bestimmt werden, indem die dazu nothwendige Kenntnifs der inneren Beschaffenheiten des Saturns und seines Ringes noch fehlen. Ich werde sie daher als unbekannte Gröfse in die Untersuchung einführen und ihre Bestimmung durch die Beobachtungen versuchen.

Um die Lage der Ebene des Saturnsringes gegen die Ecliptik durch die veränderlichen Gröfsen, welche Einfluss darauf haben, auszudrücken, werde ich sie zuerst auf die Ecliptik von 1750 beziehen und die Länge des aufsteigenden Knotens und die Neigung in Beziehung auf diese Ebene durch $n_,$ und $i_,$ bezeichnen; die ähnlichen Bestimmungsstücke der Ebene der Saturnsbahn für 1750 durch N und I; die Länge des aufsteigenden Knotens der Ringebene auf der Ebene der Saturnsbahn für 1750 durch $n_{,,}$, die Neigung beider Ebenen gegen einander durch $i_{,,}$. Das sphärische Dreieck zwischen den diesen drei Ebenen entsprechenden gröfsten Kreisen der Kugel ergiebt $n_,$ und $i_,$ durch $n_{,,}$ und $i_{,,}$, nämlich:

$$\begin{aligned} \sin i_, \sin (n_, - N) &= \sin i_{,,} \sin (n_{,,} - N) \\ \sin i_, \cos (n_, - N) &= \cos i_{,,} \sin I + \sin i_{,,} \cos I \cos (n_{,,} - N) \\ \cos i_, &= \cos i_{,,} \cos I - \sin i_{,,} \sin I \cos (n_{,,} - N) \end{aligned}$$



Um aus $n_,$ und $i_,$ die Länge des aufsteigenden Knotens der Ringebene auf der beweglichen Ebene der Ecliptik $= n$ und die Neigung beider gegeneinander $= i$ zu erhalten, werde ich für die Länge des aufsteigenden Knotens und die Neigung dieser Ebene, in Beziehung auf die Ebene der Ecliptik von 1750, die gebräuchlichen Zeichen Π und π, so wie für die Entfernung der Durchschnittslinie des Aequators und der festen Ecliptik von 1750, von der Nachtgleichenlinie von 1750 angerechnet, das Zeichen ψ, anwenden. Das sphärische Dreieck zwischen der Ecliptik von 1750, der beweglichen Ecliptik und der Ebene des Ringes ergiebt dann:

Digitized by Google

$$\sin i \sin(n-\Pi-\psi_{,}) = \sin i_{,} \sin(n_{,}-\Pi)$$
$$\sin i \cos(n-\Pi-\psi_{,}) = \cos i_{,} \sin\pi + \sin i_{,} \cos\pi \cos(n_{,}-\Pi)$$
$$\cos i = \cos i_{,} \cos\pi - \sin i_{,} \sin\pi \cos(n_{,}-\Pi)$$

Durch diese Formeln wird die Lage der Ebene des Saturnsringes gegen die bewegliche Ecliptik bekannt, wenn $i_{,}$ und $n_{,}$ bekannt sind. Betrachtet man die Neigung der Ringebene gegen die Saturnsbahn von 1750 als unveränderlich und bezeichnet man die jährliche Veränderung der Knotenlinie jener auf dieser durch $-m$, so erhält man durch die Entwickelung der ersten Formeln, für $1750+t$:

$$n_{,} = n' - \left[\cos I - \frac{\sin I}{tg\, i'} \cos(n'-N)\right] mt$$
$$i_{,} = i' + \sin I \sin(n'-N)\, mt$$

wo n' und i' die Lage der Ringebene gegen die Ecliptik für die Zeit 1750 bestimmen. Ferner ergiebt die ähnliche Entwickelung der letzten Formeln:

$$n = n_{,} + \psi + \frac{\pi}{tg\, i_{,}} \sin(n_{,}-\Pi)$$
$$i = i_{,} - \pi \cos(n_{,}-\Pi)$$

Die Verbindung beider ergiebt endlich:

$$n = n' + \psi_{,} - \left[\cos I - \frac{\sin I}{tg\, i'} \cos(n'-N)\right] mt + \frac{\pi}{tg\, i'} \sin(n'-\Pi)$$
$$i = i' + \sin I \sin(n'-N)\, mt - \pi \cos(n'-\Pi).$$

Durch eine vorläufige Berechnung einiger der Beobachtungen, deren vollständige Untersuchung ich im Folgenden mittheilen werde, habe ich Näherungswerthe von n und i für 1833 erhalten, nämlich

$$n = 167°\,21' \qquad i = 28°\,9'\,30''.$$

Herr *Bouvard* giebt in seinen Tafeln des Saturns;

$$N = 111°\,30'\,13'',8, \qquad I = 2°\,29'\,43'',63$$

und nach den Tabulis Reg. P. V ist

$$\Pi = 171°\,36'\,10'' \qquad \pi = +\,0'',48892 \cdot t$$
$$\psi_{,} = 50'',211 \cdot t.$$

Unter Voraussetzung dieser Bestimmungen und wenn man den angenommenen Näherungswerthen von n und i noch die Verbesserungen δn und δi hinzufügt, erhält man, durch die eben gegebenen Formeln:

$$n = 167°21'\ 0'' + \delta n + [50''125 - 0{,}95206\, m]\,(t-83)$$
$$i = 28\ 9\ 30 + \delta i - [\ 0{,}487 - 0{,}03553\, m]\,(t-83)$$

Die vorhandenen Beobachtungen werde ich jetzt mit diesen Formeln vergleichen, um dadurch die drei unbekannten Grösen δn, δi und m zu bestimmen.

2.

Ich werde die beobachteten Positionswinkel zugleich mit ihrer Vergleichung mit den eben gegebenen Ausdrücken von n und i mittheilen. Die Beobachtungen sind von dem Fehler des Index und der Theilungen des Positionskreises schon befreiet; auch habe ich bei denselben eine Verbesserung angebracht, von welcher in der Theorie des Heliometers, welche man in der XV. Abtheilung der Beobachtungen auf der Königsberger Sternwarte findet, noch nicht die Rede gewesen ist, indem ihre Nothwendigkeit erst später, im J. 1833, bemerkt worden ist. Diese Verbesserung entsteht aus einer Biegung, welche eine Drehung des Fernrohrs um seine Längenaxe erzeugt, also den Indexfehler des Positionskreises veränderlich macht; ihr Maximum habe ich, im Mittel aus 4 Bestimmungen $= 2'\,34''$ gefunden; ihr Einfluss auf die Beobachtungen in jeder Lage des Instruments kann vollständig berechnet werden, wie ich an einem anderen Orte zeigen werde.

Wenn man die geocentrische Geradeaufsteigung und Abweichung des Planeten durch α und δ bezeichnet, die Länge des aufsteigenden Knotens der Ringebene auf dem Erdequator genommen durch N, ihre Neigung gegen denselben durch I, die Breite der Erde über der Ringebene durch b, den Positionswinkel des folgenden Theils der Ringellipse durch p, so hat man:

$$\cos b \cos p = \sin I \cos(\alpha - N)$$
$$\cos b \sin p = \cos I \cos\delta + \sin I \sin\delta \sin(\alpha - N)$$
$$\sin b = -\cos I \sin\delta + \sin I \cos\delta \sin(\alpha - N)$$

und zur Berechnung von N und I die Formeln:

$$\sin I \sin N = \sin i \sin n$$
$$\sin I \cos N = \cos i \sin\varpi + \sin i \cos\varpi \cos n$$
$$\cos I = \cos i \cos\varpi - \sin i \sin\varpi \cos n$$

in welchen ϖ die Schiefe der Ecliptik bedeutet.

1830	p	Bedingungsgleichungen.			Beobb.
	° ′				
Jan. 12	82 41,3	$0 = +4{,}3 + 0{,}2239\,\delta n - 0{,}9200\,\delta i + 0{,}73\, m$			2
19	43,5	$+0{,}6 + 0{,}2276$	$-0{,}9171$	$+0{,}74$	1
21	38,7	$+5{,}0 + 0{,}2288$	$-0{,}9163$	$+0{,}74$	1
25	54,6	$-11{,}8 + 0{,}2311$	$-0{,}9144$	$+0{,}75$	2
26	40,9	$+1{,}7 + 0{,}2317$	$-0{,}9140$	$+0{,}76$	2
Febr. 1	32,6	$+8{,}7 + 0{,}2353$	$-0{,}9110$	$+0{,}76$	1
6	31,4	$+8{,}8 + 0{,}2384$	$-0{,}9084$	$+0{,}76$	1
9	23,4	$+16{,}1 + 0{,}2403$	$-0{,}9068$	$+0{,}76$	2
14	6,2	$+32{,}3 + 0{,}2433$	$-0{,}9042$	$+0{,}76$	1
15	22,1	$+16{,}2 + 0{,}2439$	$-0{,}9037$	$+0{,}76$	1
16	17,1	$+21{,}0 + 0{,}2445$	$-0{,}9031$	$+0{,}76$	1
März 1	18,9	$+16{,}8 + 0{,}2516$	$-0{,}8969$	$+0{,}76$	2
3	56,8	$-21{,}4 + 0{,}2526$	$-0{,}8960$	$+0{,}76$	2
10	13,2	$+21{,}2 + 0{,}2559$	$-0{,}8930$	$+0{,}77$	1
14	2,9	$+31{,}0 + 0{,}2575$	$-0{,}8914$	$+0{,}77$	2
15	22,1	$+11{,}7 + 0{,}2579$	$-0{,}8910$	$+0{,}77$	1
16	34,7	$-1{,}0 + 0{,}2582$	$-0{,}8907$	$+0{,}77$	1
17	20,3	$+13{,}2 + 0{,}2586$	$-0{,}8903$	$+0{,}77$	1
April 13	14,2	$+18{,}0 + 0{,}2634$	$-0{,}8853$	$+0{,}77$	1
19	50,0	$-17{,}7 + 0{,}2630$	$-0{,}8857$	$+0{,}76$	2
21	50,4	$-18{,}0 + 0{,}2626$	$-0{,}8860$	$+0{,}76$	1
1831					
Jan. 20	83 43,2	$-9{,}7 + 0{,}1171$	$-0{,}9825$	$+0{,}29$	1
Febr. 16	37,3	$-11{,}1 + 0{,}1319$	$-0{,}9772$	$+0{,}30$	1
19	42,0	$-16{,}8 + 0{,}1337$	$-0{,}9766$	$+0{,}31$	1

Digitized by Google

1831.	p	Bedingungsgleichungen.			Beobb.
	° ′				
März 24	83 6,3	0 = +10,0+0,1514δn	−0,9687δi	+0,32m	2
26	3,6	+12,3+0,1522	−0,9683	+0,32	2
28	14,1	+ 1,5+0,1530	−0,9679	+0,32	1
April 1	21,8	− 6,9+0,1544	−0,9672	+0,32	1
10	29,2	−15,5+0,1568	−0,9660	+0,32	1
11	12,1	+ 1,5+0,1570	−0,9659	+0,32	1
12	19,6	− 6,1+0,1572	−0,9658	+0,32	2
20	2,3	+10,7+0,1584	−0,9652	+0,31	1
21	12,8	+ 0,1+0,1585	−0,9651	+0,31	1
27	18,4	− 5,5+0,1587	−0,9649	+0,31	1
1832.					
Febr. 9	84 31,5	+ 0,4+0,0205	−1,0012	+0,05	2
11	29,5	+ 1,7+0,0215	−1,0012	+0,05	2
13	25,3	+ 5,2+0,0225	−1,0012	+0,05	1
14	56,1	−26,0+0,0230	−1,0012	+0,05	2
15	43,6	−13,8+0,0235	−1,0012	+0,05	2
16	31,9	− 2,5+0,0241	−1,0012	+0,05	2
17	48,3	−19,2+0,0246	−1,0011	+0,05	2
19	47,7	−19,4+0,0258	−1,0011	+0,05	2
22	43,1	−15,9+0,0274	−1,0011	+0,06	2
28	33,5	− 8,5+0,0308	−1,0010	+0,06	2
März 1	29,7	− 5,5+0,0320	−1,0009	+0,06	2
11	17,8	+ 2,7+0,0378	−1,0006	+0,06	2
15	24,7	− 5,6+0,0400	−1,0004	+0,06	2
16	33,5	−15,5+0,0406	−1,0003	+0,06	1
28	4,5	+10,3+0,0468	−0,9997	+0,06	2
31	9,6	+ 4,3+0,0482	−0,9996	+0,06	3
April 1	8,1	+ 5,5+0,0487	−0,9995	+0,06	4
May 5	83 45,2	+22,8+0,0579	−0,9982	+0,07	4
1833.					
Febr. 22	85 36,5	+17,4−0,0744	−0,9882	0,00	3
23	36,4	− 2,4−0,0739	−0,9882	0,00	3
—	40,1	+ 1,3−0,0739	−0,9882	0,00	3
27	46,7	+ 9,5−0,0719	−0,9889	0,00	3
März 29	25,7	+ 0,8−0,0550	−0,9932	0,00	3
April 5	31,9	+ 9,8−0,0513	−0,9941	0,00	3
12	16,7	− 2,9−0,0480	−0,9948	0,00	3
17	13,8	− 4,2−0,0457	−0,9953	0,00	3
1834.					
März 3	87 12,4	−17,5−0,1694	−0,9430	+0,15	2
7	18,0	−24,7−0,1672	−0,9445	+0,15	3
13	7,4	−16,7−0,1638	−0,9468	+0,14	3
18	86 55,8	− 7,4−0,1610	−0,9486	+0,14	3
29	33,4	+ 9,9−0,1548	−0,9523	+0,14	4
May 10	13,2	+13,5−0,1345	−0,9635	+0,12	4
12	28,8	− 2,6−0,1338	−0,9638	+0,12	4

Ich habe aus den, durch die Beobachtungen eines jeden der 5 Jahre erlangten Bedingungsgleichungen das arithmetische Mittel genommen und auf diese Art folgende 5 Gleichungen erlangt:

1830	29 Beobb.	0 = +6′07+0,2456δn	−0,9017δi	+0,76m
1831	16 ——	−1,21+0,1501	−0,9690	+0,31
1832	39 ——	−0,10+0,0356	−1,0002	+0,06
1833	24 ——	+3,66−0,0618	−0,9914	0,00
1834	23 ——	−4,23−0,1525	−0,9532	+0,14

Ich zweifle nicht, dafs den Beobachtungen der verschiedenen Jahre verschiedene, von der Oefnung der Ringellipse abhängige Werthe beigelegt werden sollten; allein theils ist der Unterschied derselben nicht so grofs, dafs er in den zufälligen Beobachtungsfehlern auffallend hervorgetreten wäre; theils ist es mir vorgekommen, als würden die Beobachtungen, während sich durch die Verkleinerung der kleinen Axe der Ringellipse der Scheitel derselben deutlicher auszeichnet, durch eine sehr geringe Breite der erleuchteten Fläche, deren beide Scheitel man durch das Heliometer in Berührung bringt, wiederum erschwert. Ich habe, in Ermangelung des richtigen Maafses des verhältnifsmäfsigen Werthes der Beobachtungen, alle in Ein Mittel vereinigt und dieses folgendermafsen gefunden:

131 Beobb. . . . 0 = +65″2+0,0452δn−0,9647δi+0,25m

3.

So wie die Neigung der Ebene des Saturnsringes durch diese Beobachtungen der Positionswinkel fast unabhängig von der Länge des Knotens und ihrer Veränderung bestimmt wird, so bestimmen die Beobachtungen der Verschwindungen und Wiedererscheinungen des Ringes, bei den Durchgängen der Sonne und der Erde durch seine Ebene, die beiden letzteren Elemente fast unabhängig von dem ersteren. Ich habe Herrn Dr. *Selander* in Upsala, während seines Aufenthalts in Königsberg, ersucht, alle vorhandene Beobachtungen dieser Art zu sammeln. Da er meine Bitte erfüllt hat, so bin ich im Stande, hier Alles dieser Art zusammenzustellen, was mir mehr oder weniger brauchbar zu seyn scheint.

Indem ein Beobachter nie die Zeit einer Verschwindung oder Wiedererscheinung des Saturnsringes, sondern nur den Tag angeben kann, an welchem er ihn zuletzt oder zuerst sah, so wie auch den Tag an welchem er ihn im ersten Falle nicht mehr, und im andern noch nicht sehen konnte, so bestimmen alle Beobachtungen dieser Art nur zwei Grenzen zwischen welchen die Zeit der Verschwindung oder Wiedererscheinung liegt. Eine dieser Grenzen wird nur dann als eine Annäherung an die Zeit der Verschwindung oder Wiedererscheinung angesehen werden können, wenn beide nahe bei einander liegen, was nur der Fall seyn kann, wenn der Beobachter keinen Tag ungenutzt gelassen hat und seine Aufmerksamkeit zugleich durch den Zustand des Himmels begünstigt worden ist. Wenn daher die Zeit der Verschwindung oder Wiedererscheinung des Ringes nur im Allgemeinen, nicht aber der bestimmte Tag der aufhörenden oder anfangenden Sichtbarkeit desselben angegeben ist, so kann man aus dieser, beider Grenzen entbehrenden Angabe keinen Nutzen ziehen. Wenn nur eine Grenze angegeben ist, oder die zweite der ersten nicht sehr nahe liegt, so kann die Angabe nur zur Ausschliefsung einer ihr widersprechenden

Digitized by Google

Lage der Ringebene dienen. Wenn endlich beide Grenzen angegeben und einander hinlänglich genähert sind, so erlangt die Angabe das Recht für die Lage der Ringebene mitzustimmen. Nach diesen Bemerkungen müssen die vorhandenen Angaben der Verschwindungen und Wiedererscheinungen des Ringes sorgfältig gesondert werden. Alle aus dem 17ten und einige aus dem 18ten Jahrhundert scheinen mir von der zuerst berührten Art zu seyn und sind daher bei der folgenden Untersuchung nicht berücksichtigt worden; unter 20 Angaben des 18ten und 19ten Jahrhunderts finden sich 5 einfache und 15 doppelt begrenzte, welches ich durch (*) und (**) andeuten werde. Ich theila diese 20 Angaben mit den zu ihrer Beurtheilung nöthigen Umständen und mit den Gründen sie in die eine oder die andere Classe zu versetzen, hier mit. Die Zeit der Erscheinung, welche eigentlich beobachtet werden sollte, werde ich immer so annehmen, dafs sie nie die Grenze der Sichtbarkeit des Ringes überschreiten kann, d. h. ich werde bei einer Verschwindung immer eine Zeit, zu welcher der Ring wirklich noch gesehen worden ist, dafür annehmen; bei einer Wiedererscheinung eine Zeit zu welcher er wirklich schon beobachtet wurde.

I. *Durchgang von* 1701.

Saturn wurde, während des Novembers, auf der Pariser Sternwarte aufmerksam beobachtet. Am 7ten sah man, statt der Henkel, nur noch einen schwachen Strahl; am 10ten stellt eine Zeichnung die Henkel durch einen schwachen Federstrich dar; am 11ten durch einen noch schwächeren. Endlich ist Saturn am 25sten als rund gezeichnet, durchschnitten von einer punktirten Linie, welche nur durch einen Punkt über die Scheibe hinausgeht und dadurch eine höchst schwache Spur des westlichen Henkels andeutet. Nachher findet man vor dem 20sten Decbr. keine Beobachtung (*Mém. de l'Acad.* 1789. P. 146).

Nach diesen Angaben kann die Sichtbarkeit des Ringes am 25sten Novbr. nicht bezweifelt werden; allein der Tag an welchem der Ring zuerst nicht gesehen ist, ist sehr entfernt, weshalb ich die Beobachtung unter die einseitig begrenzten versetze und sie folgendermafsen in die Untersuchung bringe:

(1).....1701 Nov. 25,25 Erde Südseite.

II. *Durchgänge von* 1714 *und* 1715.

Maraldi giebt (*Mém.* 1715 P. 12) an, dafs am 12ten October 1714 nur noch der westliche Henkel sichtbar gewesen, dann aber ein trüber Tag eingetreten, und am 14ten von dem Ringe nichts mehr gesehen sey. Hiermit stimmt nicht ganz überein, was *Cassini* (*Mém.* 1774 P. 8 und 1789 P. 147) als von *Maraldis* eigener Hand, in den Tagebüchern der Sternwarte angeschrieben, mittheilt: am 13ten October nämlich, habe man den Saturn in einigen Oefnungen der Wolken gesehen und die Henkel fast verschwunden gefunden; am 16ten aber habe das grofse Fernrohr von 34 Fufs den Planeten auf der rechten Seite völlig rund, auf der linken aber noch mit der Spur eines Henkels versehen gezeigt. Die Verschwindung des Ringes mufs also nicht auf den 12ten Oct. sondern auf den 16ten (Morgens) gesetzt werden.

Zur Zeit der Wiedererscheinung des Ringes war das Wetter vom 1sten bis 10ten Febr. 1715 ungünstig. Am Anfange dieses Zeitraums war von dem Ringe noch nichts zu sehen, am Ende desselben erschienen die Henkel sehr schmal und dunkel. Vermuthlich wäre der Ring schon vor dem 10ten Febr. gesehen worden, wenn der Himmel günstig gewesen wäre. Auf jeden Fall gehört die Angabe zu den einseitig begrenzten.

Die zweite Verschwindung kündigte sich am 21sten März durch beträchtliche Lichtschwächung der Henkel an; am 22sten sah man nur noch eine schwache Spur des westlichen, am 23sten auch diese nicht mehr. Man beobachtete nun den Saturn ohne Ring bis zum 11ten Juli incl.; allein am 12ten hatte er seine Henkel wiedererhalten (*Mém.* 1716. P. 173 und 1789 P. 148).

Diesen Beobachtungen zufolge nehme ich für die 4 Erscheinungen:

(2).....1714	Octbr. 15,75**.	Erde Südseite	*)
(3).....1715	Febr. 10,45.*	Sonne Nordseite.	
(4).....	März 22,5 **.	Erde	———
(5).....	Juli 12,375**	———	———

III. *Durchgang von* 1731.

Am 10ten Febr. konnte man, mit dem Fernrohre von 34 Fufs, von dem Ringe noch nichts bemerken, allein am 15ten zeigte Saturn sehr feine Henkel (*Mém.* 1789. P. 149).

Wegen der Zwischenzeit von 5 Tagen, welche zwischen beiden Beobachtungen liegt, mufs diese Angabe zu den nur einseitig begrenzten gezählt werden. Allein obgleich die Sichtbarkeit des Ringes am 15ten Februar nicht bezweifelt werden kann, so kann man seine Unsichtbarkeit am 10ten nicht für eben so sicher halten. Der Planet stand damals etwa 30° von der Sonne entfernt und am Ende der Abenddämmerung schon so niedrig, dafs eine schwächere Spur des Ringes wohl übersehen seyn kann, es also auch möglich ist, dafs die Wiedererscheinung des Ringes noch vor dem 10ten Febr. eingetreten ist. Ich ziehe aus der Beobachtung die Angabe:

(6).....1731 Febr. 15,25*. Erde Süd.

IV. *Durchgänge von* 1744.

Sie konnten nicht beobachtet werden, indem der Planet der Sonne zu nahe war.

*) Die Lesung dieser Angabe giebt im folgenden Artikel zu sagen, dass die Verschwindung in 1714 & 15 eine für einerlei Ansicht. Am 15 Oct. hat die Scheibe des Planeten [illegible]

V. *Durchgang von* 1760.

Lemonnier sah am 12ten May die Henkel so dunkel und so schwach, dafs er Mühe hatte, sich von ihrer wirklichen Sichtbarkeit zu vergewissern. Am 19ten May sah er ihre Enden „comme de petits points ronds et colorés" (*Mém.* 1774 P. 15 und 16).

Auch diese Beobachtung gehört zu den einseitig begrenzten. Die Beschreibung welche *Lemonnier* von dem Ansehen des sichtbarer gewordenen Ringes giebt, stimmt nicht mit den Beschreibungen der ähnlichen Erscheinung, welche andere Beobachter machen und läfst vermuthen, dafs er ein mittelmäfsiges Fernrohr angewandt hat, welches auch durch die Farbe angedeutet wird, welche er an den Enden der Henkel gesehen hat.

(7).....1760 May 11,7° Sonne Südseite.

VI. *Durchgänge von* 1773 *und* 1774.

Auf der Pariser Sternwarte sah man den Ring, vor der ersten Verschwindung bis zum 6ten Octbr. 1773; der Abbé *Rochon* glaubte noch am 10ten etwas davon zu sehen; *Messier* sah noch am 11ten eine schwache Spur des Ringes, welche aber am 12ten verschwunden war (*Mém. de Berlin.* 1776 P. 315). *St. Jacques de Sylvabelle* in Marseille sah den Ring noch am 12ten (Morgens) (*Mém.* 1774. P. 86). Nach einer in einer politischen Zeitung befindlichen Nachricht, versichert Pater *Mayer* in Mannheim, den Ring noch am 16ten (Morgens) gesehen zu haben; ich glaube aber, diese weniger authentische Angabe nicht berücksichtigen zu dürfen.

Vor der ersten Wiedererscheinung sah *Messier* den Planeten am 4ten Jan. 1774 ohne Ring; allein am 11ten Jan. (Morgens) waren beide Henkel erschienen, obgleich noch äufserst schwach und noch getrennt von der Scheibe des Planeten. Obgleich aus dieser Beschreibung hervorzugehen scheint, dafs der Ring nicht viel früher als am 11ten Jan. sichtbar gewesen ist, so setze ich diese Angabe doch unter die nur einseitig begrenzten.

Zur Zeit der zweiten Verschwindung sah *Messier* die Henkel noch am 3ten April; am 4ten war der Himmel bewölkt, und am 5ten Abends war jede Spur des Ringes verschwunden (*Mém. de Berlin* 1776 P. 320). *Francis Wollaston* sah den Ring noch am 4ten, am 5ten aber nicht mehr (*Phil. Tr.* 1775 P. 294). Hiermit stimmt die Angabe von *Tofino* in Cadix völlig überein. Dagegen glaubten *de Ratte* und *Poitevin* in Montpellier, den Ring noch am 10ten April zu sehen, sprechen sich aber nicht so bestimmt aus, dafs es rathsam erscheinen könnte, ihre Angabe den übereinstimmenden anderen vorzuziehen (*Mém.* 1774. P. 88).

Die zweite Wiedererscheinung des Ringes bemerkte *Messier* am 1sten Juli zwischen 9 und 10h Abends; damals erschien nur der östliche Henkel, und zwar äufserst schwach (*Mém. de Berlin* 1776. P. 322). *Tofino* in Cadix und *Francis Wollaston* in London sahen den Ring schon am 30sten Juni (*Phil. Tr.* 1775. P. 295 und *Mém.* 1774 P. 88).

(8).....1773 Octbr. 11,7°° Erde Südseite.
(9).....1774 Jan. 10,7° Sonne Nordseite.
(10)..... April 4,5°° Erde ——
(11)..... Juni 30,4°° —— ——

VII. *Durchgänge von* 1789 *und* 1790.

Méchain giebt in der *Conn. des Tems* 1792 einen sehr umständlichen Bericht über alle ihm bekannt gewordenen Beobachtungen, aus welchem das Folgende ausgezogen ist.

Die erste Verschwindung wurde in Paris, wegen des bewölkten Himmels verfehlt; am 6ten May sahen *Méchain* und *Messier* den Saturn ohne Ring. *Flaugergues* in Viviers war glücklicher, denn er sah den Planeten noch am 5ten (Morgens) mit äufserst schwachen Spuren des Ringes; am 6ten war der Himmel trübe; am 7ten konnte er vom Ringe nichts mehr unterscheiden.

Die erste Wiedererscheinung bemerkte *Méchain* zuerst am 27sten August, wo nur eine sehr schwache Spur des östlichen Henkels sichtbar wurde. *Messier* sah diesen Henkel am 28sten. *Maskelyne* setzt die Wiedererscheinung gleichfalls auf den 28sten. *Bernard* in Trans stimmt mit *Méchains* Angabe überein. Die Mayländer Astronomen sahen gleichfalls am 27sten schwache Spuren des Ringes.

Die zweite Verschwindung wurde von mehreren Astronomen am 3ten, 4ten, 5ten Octbr. gesehen; allein am 7ten sah man auf der Pariser Sternwarte noch eine Spur des Ringes, welche, bei sehr heiterem Himmel, am 10ten noch nicht, wohl aber am 11ten verschwunden war. Die Herren *Bernard*, Graf *Brühl* und *Bugge* sahen gleichfalls den Ring zuletzt am 10ten. Allein sogar am 15ten sah ihn noch *Darquier* in Toulouse. Obgleich ich durchaus keinen Grund habe, der Angabe dieses geübten Beobachters zu mifstrauen, so habe ich mich doch auch nicht entschliefsen können, ihr vor den übrigen den Vorzug einzuräumen.

Die zweite Wiedererscheinung sah *Messier* zuerst am 29sten Jan., wo der östliche Henkel anfing sichtbar zu werden. An demselben Tage fing auch *St. Jacques de Sylvabelle* an den Ring zu sehen. Mehrere Astronomen sahen ihn einen oder mehrere Tage später.

Die sehr vollständig gelungenen Beobachtungen dieser Durchgänge nehme ich folgendermafsen an:

(12).....1789 May 4,7°° Erde Nordseite.
(13)..... Aug. 27,5°° — ——
(14)..... Oct. 10,4°° Sonne ——
(15).....1790 Jan. 29,25°° Erde Südseite.

VIII. *Durchgänge von* 1802 *und* 1803.

Zur Zeit der ersten Verschwindung sah *Méchain* den Ring noch am 15ten Dec. 1802 (Morgens); am 20sten meinte er noch eine schwache Spur des östlichen Henkels zu sehen, war aber nicht sicher (*Monatl. Corresp.* VII. S. 187). *Flaugergues* setzt die Verschwindung des Ringes auf dieselbe Zeit, zu welcher *Méchain* den Ring noch gesehen hatte (*Conn des Tems* XV. P. 492, wo aber keine Einzelnheiten der Beobachtung angeführt sind).

Die erste Wiedererscheinung beobachtete *Harding* in Lilienthal 1803 Jan. 3. 14^h. Damals zeigte das lichtstarke 13füfsige Spiegelteleskop nur den westlichen Henkel; es ist nicht wahrscheinlich, dafs andere Fernröhre früher eine Spur des Ringes gezeigt haben sollten. (*Schroeter Chronograph. Fragmente* S. 55.)

Die zweite Verschwindung bemerkte *Schroeter* am 16ten Juni 9^h 55′, wo der östliche Henkel schon verschwunden und der westliche nur noch sehr schwach sichtbar war (ebendaselbst P. 209).

Die zweite Wiedererscheinung konnte nicht beobachtet werden, indem Saturn der Sonne zu nahe war. Diese Durchgänge liefern daher die folgenden drei Angaben:

(16).....	1802 Dec.	14,75**	Erde Südseite.
(17).....	1803 Jan.	3,6 **	—— ——
(18).....	Juni	16,4 **	Sonne ——

IX. *Durchgänge von* 1819.

Sie konnten, wegen der ungünstigen Stellung des Planeten nicht beobachtet werden.

X. *Durchgänge von* 1832 *und* 1833.

Die erste Verschwindung fiel am Ende Septembers 1832 vor, und die Stellung des Planeten gegen die Sonne erlaubte nicht sie zu beobachten.

Die erste Wiedererscheinung, welche sich Anfangs December ereignete, scheint von wenigen Astronomen beachtet, von denen aber, welche sie zu beobachten suchten, des schlechten Wetters wegen verfehlt zu seyn. In Königsberg sah ich am 28sten Novbr. den Planeten ohne Ring; als ich ihn aber am 12ten Decbr. wiedersah war der Ring schon sehr augenfällig. Herr *Schwabe* in Dessau glaubt, schon am 1sten Dec. eine Spur des Ringes gesehen zu haben (*Astr. Nachr.* Nr. 239), allein da auch ihm das Wetter höchst ungünstig war, so konnte er nicht sicher darüber werden. Wenn nicht noch andere Beobachtungen bekannt werden, so ist also diese Wiedererscheinung verloren.

Zur Zeit der zweiten Verschwindung hat Herr *Mädler* den Ring bis zum 25sten April gesehen, die Herren *v. Boguslawski*, *Bianchi* und *Petersen* bis zum 26sten und Herr *Schwabe* bis zum 27sten. Herr *Valz* in Nismes und ich in Königsberg haben ihn am 23sten zuletzt gesehen, allein hier waren alle Abende zwischen dem 23sten und dem 30sten trübe, an diesem Tage war aber vom Ringe nichts mehr sichtbar. Die Nachrichten der verschiedenen hier genannten Astronomen findet man in dieser Zeitschrift Nr. 243, 247, 249, 252.

Die zweite Wiedererscheinung sah Herr *v. Boguslawski* am 13ten Juni, wo nur eine sehr schwache Spur des Ringes bemerkbar war; Herr *Bianchi* glaubte ihn am 14ten zu sehen und überzeugte sich von der Wiedererscheinung völlig am 15ten, an welchem Tage auch Herr *Valz* den Ring sah. Diesen Angaben zufolge nehme ich an:

(19).....	1833 April	26,37**	Erde Nordseite
(20).....	Juni	13,37**	—— ——

4.

Die im vorigen Art. angeführten Verschwindungen und Wiedererscheinungen des Ringes sind theils durch Durchgänge der Sonne, theils durch Durchgänge der Erde durch seine Ebene erzeugt worden. Ich habe jeder der 20 Beobachtungen beigeschrieben, welche Art des Durchganges ihre Ursache war. Zugleich habe ich bemerkt, welche von beiden Seiten des Ringes, die Nord- oder die Südseite, verschwunden oder wiedererschienen ist.

Wenn man die Zeit einer Verschwindung oder Wiedererscheinung des Ringes so annimmt, wie ich sie hier angenommen habe, die erstere nicht nach, die letztere nicht vor der Zeit, zu welcher der Ring wirklich gesehen wurde, so liegt am Tage, dafs die Erde und die Sonne, zu jeder der angegebenen Zeiten, auf derselben Seite des Ringes gestanden haben müssen, und zwar auf der Seite, welche ich den Angaben (1) bis (20) beigeschrieben habe. Wenn also die Ansicht von der Beschaffenheit des Ringes, welche man früher hatte, richtig und derselbe demnach ein durch parallele Ebenen begrenzter Körper ist, von so geringer Dicke, dafs das von ihm reflectirte Licht auf der Erde nicht anders gesehen werden kann, als wenn es von einer der ebenen Seitenflächen kömmt, so mufs sich eine Ebene finden lassen, über welche die Erde sowohl als die Sonne, zu jeder der angegebenen 20 Zeiten, nach derselben und zwar der den Zeiten beigeschriebenen Seite erhoben waren. Ist keine Ebene, durch welche diese Bedingung erfüllt wird, vorhanden, so ist die der Bedingung zum Grunde liegende Ansicht unrichtig. Es geht dann hervor, dafs entweder die beiden Seiten des Ringes nicht durch parallele Ebenen begrenzt werden, oder dafs derselbe selbst dann noch sichtbar seyn mufs, wenn von seinen Seitenflächen kein Licht mehr zu uns gelangen kann. Dieses letztere kann man jedoch nicht annehmen, indem dann der Ring, so wie er für *Herschels* grofses Telescop

Digitized by Google

nicht verschwand, auch für andere Fernröhre nicht verschwinden könnte, während doch alle Astronomen, aufser *Herschel*, ihn aus dem Gesichte verloren haben; das erstere wird dagegen durch die, fast bei allen Verschwindungen und Wiedererscheinungen des Ringes bemerkte nicht gleichzeitige Unsichtbarkeit beider Henkel wahrscheinlich. In dem Falle, dafs es keine, der erwähnten Bedingung entsprechende Ebene giebt, kann man nur darauf ausgehen, die Ebene zu bestimmen, über welche die Erde oder Sonne, zu den angegebenen Zeiten, sich so wenig erhoben als möglich ist, unbekümmert um den Sinn in welchem die Erhebungen stattfinden. Obgleich dann der Saturnsring sich nicht in Einer Ebene befindet, so mufs die so bestimmte Ebene doch für die seinige angenommen werden.

Ich werde nun mittheilen, was aus der Berechnung der zwanzig Zeitangaben hervorgegangen ist. Wenn man den geocentrischen (oder heliocentrischen) Ort des Saturns in Beziehung auf die Ecliptik durch die Länge λ und Breite β bezeichnet, so erhält man die Erhebung der Erde (oder Sonne) über einer durch den Mittelpunkt des Saturns gehenden Ebene, deren Lage gegen die Ecliptik durch die Länge ihrer Knotenlinie $= n + \delta n$ und ihre Neigung $= i + \delta i$ gegeben ist, durch die Formel:

$$\begin{aligned} \sin b = &- \cos i \sin\beta + \sin i \cos\beta \sin(\lambda - n) \\ &- \sin i \cos\beta \cos(\lambda - n)\,\delta n \\ &+ [\sin i \sin\beta + \cos i \cos\beta \sin(\lambda - n)]\,\delta i \end{aligned}$$

Bei der Anwendung derselben habe ich, dem 1sten Art. zufolge:

$$n = 167°21'\ 0'' + \delta n + (50''125 - 0{,}95206\,m)(t - 83)$$
$$i = 28\ 9\ 30 + \delta i - (0{,}487 - 0{,}03553\,m)(t - 83)$$

gesetzt, jedoch statt der unbekannten Gröfse m, eine neue $m' = m - 10''$, von welcher ich glaubte, dafs ihr Werth kleiner ausfallen würde als der Werth von m, in die Rechnung eingeführt, so dafs die Beobachtungen mit den Formeln:

$$n = 167°21'\ 0'' + \delta n + (40''6044 - 0{,}95206\,m')(t - 83)$$
$$i = 28\ 9\ 30 + \delta i - (0{,}1317 - 0{,}03553\,m')(t - 83)$$

verglichen worden sind. Die dazu angewandten Werthe von λ und β habe ich aus *Bouvards* Tafeln für den Saturn und den meinigen für die Sonne berechnet und sie folgendermafsen gefunden:

	λ	β	
	° ′ ″	° ′ ″	
1701 Nov. 25,25	350 3 47,1	− 2 20 17,5	Geocentr.
1714 Oct. 15,75	169 17 13,2	+ 1 52 28,4	———
1715 Febr. 10,45	170 0 8,5	+ 2 8 2,7	Heliocentr.
März 22,5	170 11 1,4	+ 2 24 54,6	Geocentr.
Juli 12,375	169 48 51,2	+ 2 8 11,7	———
1731 Febr. 15,25	350 41 58,6	− 2 0 40,3	———
1760 May 11,7	351 1 33,4	− 2 8 47,6	Heliocentr.
1773 Oct. 11,7	170 29 4,4	+ 1 53 21,9	Geocentr.
1774 Jan. 10,7	170 41 25,5	+ 2 8 9,6	Heliocentr.
April 4,5	171 3 42,3	+ 2 26 6,7	Geocentr.
Juni 30,4	170 39 16,0	+ 2 11 32,9	———
1789 May 4,7	350 27 50,4	− 1 54 8,5	———
Aug. 27,5	350 59 43,0	− 2 20 25,9	———
Oct. 10,4	350 47 11,5	− 2 8 10,9	Heliocentr.
1790 Jan. 29,25	350 37 31,9	− 2 3 28,2	Geocentr.
1802 Dec. 14,75	170 27 36,1	+ 1 59 54,6	———
1803 Jan. 3,6	170 41 53,7	+ 2 5 24,1	———
Juni 16,4	170 46 16,9	+ 2 8 5,2	Heliocentr.
1833 April 26,37	171 52 29,5	+ 2 25 39,9	Geocentr.
Juni 13,37	171 37 2,9	+ 2 15 6,9	———

Die Ausdrücke von b habe ich endlich erhalten:

1	1701 Nov. 20	+ 5′ 8″,7	+0,4703 δn	−0,0836 δi	+59,09 m'	☿* −
2	1714 Oct. 15	− 6 37,8	−0,4710	+0,0657	−53,28	☿** −
3	1715 Febr. 10	− 0 15,9	−0,4705	+0,0788	−53,14	☉* +
4	März 22	−10 3,3	−0,4703	+0,0838	−53,09	☿* +
5	Juli 12	− 5 50,4	−0,4706	+0,0758	−52,95	☿** +
6	1731 Febr. 15	−20 49,0	+0,4702	−0,0857	+45,91	☿* −
7	1760 May 11	−13 33,0	+0,4702	−0,0867	+32,74	☉* −
8	1773 Oct. 11	+ 7 36,5	−0,4707	+0,0740	−26,69	☿** −
9	1774 Jan. 10	+ 0 17,3	−0,4705	+0,0791	−26,58	☉* +
10	April 4	− 5 8,8	−0,4701	+0,0872	−26,47	☿** +
11	Juni 30	− 3 51,9	−0,4705	+0,0790	−26,37	☿** +
12	1789 May 4	− 1 22,9	+0,4707	−0,0711	+19,68	☿** +
13	Aug. 27	+ 6 54,8	+0,4703	−0,0828	+19,53	☿** +
14	Oct. 10	+ 2 2,1	+0,4705	−0,0779	+19,48	☉** +
15	1790 Jan. 29	+ 2 31,1	+0,4706	−0,0747	+19,34	☿** −
16	1802 Dec. 14	− 8 9,4	−0,4708	+0,0695	−13,54	☿** −
17	1803 Jan. 3	− 6 17,5	−0,4706	+0,0739	−13,52	☿** −
18	Juni 16	− 6 43,8	−0,4706	+0,0753	−13,32	☉** −
19	1833 April 26	− 0 19,1	−0,4700	+0,0894	+ 0,14	☿** +
20	Juni 13	+ 1 23,3	−0,4702	+0,0840	+ 0,21	☿** +

Die letzte Spalte dieser Tafel bezeichnet die Art des Durchganges, die Vollständigkeit oder Unvollständigkeit der Beobachtung und die sichtbare Seite des Ringes.

5.

Die eben angeführten Rechnungen lassen nicht den mindesten Zweifel über die Unrichtigkeit der Annahme, dafs der Ring durch zwei parallele Ebenen begrenzt sey. Dieser Annahme wird in der That durch jeden der drei vollständiger beobachteten Durchgänge widersprochen: am 15ten October 1714 hätte die Erde, in Beziehung auf eine der Ebene des Ringes nahe entsprechende Ebene, südlicher seyn sollen als am 22sten März 1715; am 11ten Octbr. 1773 südlicher als am 4ten April 1774: am 4ten May 1789 nördlicher als am 29sten Jan. 1790; es war aber in allen drei Fällen genau entgegengesetzt. Früher bin ich, bei einer ähnlichen Untersuchung, schon auf dieselbe Bemerkung geführt worden; man wird

Digitized by Google

aber, wie ich glaube, ihre Bestätigung durch die gegenwärtige vollständigere Bearbeitung der Beobachtungen nicht ungern sehen.

Da durch diese Bemerkung klar wird, dafs man keine Ebene finden kann, über welche die Erhebungen der Erde und Sonne zu den angegebenen Zeiten die Zeichen erhalten, welche die letzte Spalte der Tafel für dieselben vorschreibt, so kann die Ebene, welche man für die Ebene des Ringes annehmen will, nur so bestimmt werden, dafs die Summe der Quadrate der zu den Zeiten der aufhörenden oder wiederanfangenden Sichtbarkeit stattfindenden Erhebung der Erde oder Sonne über ihr, den möglichst kleinen Werth erhält. Ich habe also die 15 beiderseitig begrenzten Angaben der Tafel nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt, und dadurch die Gleichungen zur Bestimmung von δn und m':

$$0 = + 1527{,}9 + 3{,}3205\,\delta n - 0{,}5486\,\delta i + 167{,}949\,m'$$
$$0 = +102776{,}0 + 167{,}949\,\delta n - 27{,}317\,\delta i + 12635{,}3\,m'$$

erhalten. Schreibt man darin $m - 10''$ für m' und verbindet man sie mit der, am Ende des 2ten Art., auf die Beobachtungen der Positionswinkel der Henkellinie gegründeten Gleichung:

$$0 = +65'',2 + 0{,}0452\,\delta n + 0{,}9647\,\delta i + 0{,}25\,m$$

so erhält man durch Auflösung derselben:

$$\delta n = -137''9$$
$$\delta i = + 63{,}1$$
$$m = + 3{,}848$$

und damit die Ausdrücke der Länge des aufsteigenden Knotens des Saturns-Aequators und seiner Neigung, für die Zeit T:

$$n = 166^\circ 53' 8''9 + 46''462\,(T - 1800)$$
$$i = 28\ 10\ 44{,}7 - 0{,}350\,(T - 1800)$$

Die so bestimmte Ebene des Saturns-Aequators stellt die einzelnen Jahrgänge der Beobachtungen der Positionswinkel des Ringes bis auf

1830	+ 4′ 36″	29 Beobb.
1831	− 2 33	16 ——
1832	− 1 14	39 ——
1833	+ 2 46	24 ——
1834	− 4 52	23 ——

dar und ist daher, in Beziehung auf ihre Neigung, destomehr als sehr gut bestimmt anzunehmen, da man nicht wissen kann, ob die Abweichungen des Ringes von ihr nicht auch in den Positionswinkeln Ungleichheiten erzeugen.

Die Abweichungen der Erde oder Sonne von derselben Ebene, zur Zeit jeder der 15 Angaben der Verschwindungen oder Wiedererscheinungen des Ringes, welche zur Grundlage der Untersuchung gemacht sind, finden sich;

		b	
1714	Oct. 15	− 0′ 1″	♄ −
1715	März 22	− 3 27	♄ +
	Juli 12	+ 0 45	♄ +
1773	Oct. 11	+11 30	♄ −
1774	April 4	− 1 16	♄ +
	Juni 30	0 0	♄ +
1789	May 4	− 4 33	♄ +
	Aug. 27	+ 3 45	♄ +
	Oct. 10	+ 1 8	☉ +
1790	Jan. 29	+ 0 35	♄ −
1802	Dec. 14	− 5 37	♄ −
1803	Jan. 3	− 3 45	♄ −
	Juni 16	− 4 12	☉ −
1833	April 26	+ 0 50	♄ +
	Juni 13	+ 2 32	♄ +

Die stärkste Abweichung der Erde von der bestimmten Ebene, sowohl der Gröfse als dem Zeichen nach, findet sich am 11ten October 1773, bei einer nicht dem geringsten Zweifel unterworfenen Beobachtung: diese Abweichung würde noch gröfser geworden seyn, wenn ich die Verschwindung nach *Christian Mayers* Angabe hätte annehmen wollen. Man sieht also aus dieser Zusammenstellung, dafs der Ring noch gesehen worden ist, während die Erde fast einen Viertelgrad unter der von der Sonne erleuchteten Seite derselben stand.

Die 5 übrigen, nur einseitig begrenzten Angaben zeigen folgende Abweichungen der Erde und Sonne von der bestimmten Ebene:

1701	Nov. 25	− 2′ 6″	♄ −
1715	Febr. 10	+ 6 21	☉ +
1731	Febr. 15	−26 42	♄ −
1760	May 11	−18 5	☉ −
1774	Jan. 10	+ 4 11	☉ +

Sie stimmen also alle mit dem Zeichen überein, welches die Abweichungen zu früh angegebener Verschwindungen, oder zu spät angegebener Wiedererscheinungen erhalten müssen; auch fallen die gröfsten Unterschiede auf die beiden Beobachtungen, von welchen sich, aus Gründen, welche ich im 3ten Art. angeführt habe, keine Sicherheit erwarten liefs. Diese Abweichungen sprechen daher nicht gegen die Richtigkeit der Bestimmung der mittleren Ebene des Ringes.

(Der Beschluſs folgt.)

Inh.: Bestimmung der Lage und Gröfse des Saturns-Ringes und der Figur und Gröfse des Saturns. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. p. 153.

Digitized by Google

Digitized by Google

image
not
available

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 275.

Bestimmung der Lage und Gröfse des Saturns-Ringes und der Figur und Gröfse des Saturns.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel*.

(Beschlufs.)

6.

Den Durchmesser des Ringes des Saturns und beide Durchmesser des Planeten selbst, habe ich so oft gemessen, als der Zustand des Himmels Erfolg dafür zu versprechen schien. Ich theile hier alle diese Messungen mit, so wie auch ihre Reduction auf die mittlere Entfernung des Saturns von der Sonne, deren Logarithmen ich = 0,9796480 angenommen habe. Die Messungen des Polardurchmessers erforderten, aufser der Reduction auf die mittlere Entfernung, noch die Reduction der gesehenen Projection des Sphäroids auf seine kleine Axe, welche man durch Multiplication des scheinbaren Polardurchmessers mit

$$\frac{\sqrt{(1-ee)}}{\sqrt{(1-ee\,\cos b^2)}}$$

erhält. Den Durchmesser des Ringes habe ich in den Jahren 1832 und 1833 nicht mehr gemessen, weil die geringe Oeffnung desselben mir nicht vortheilhaft dafür erschien.

	Ring-Durchm.	Aequat. Durchm.	Polar-Durchm.	Reduction auf die mittl. Entfernung			Anzahl d. Beobb.		
	"	"	"	"	"	"			
1829 Dec. 11	43,26	—	—	38,91	—	—	2	—	—
21	44,40	19,55	17,81	39,32	17,31	15,69	2	1	1
1830 Jan. 12	45,09	—	18,47	38,93	—	15,85	1	—	2
21	45,80	19,53	18,42	39,31	16,76	15,71	1	1	1
25	45,72	19,74	18,23	39,17	16,91	15,52	1	1	1
	45,56	19,82	18,28	39,04	16,98	15,57	1	1	1
26	46,20	19,82	18,68	39,57	16,98	15,90	1	1	1
	46,07	—	—	39 46	—	—	1	—	—
Febr. 1	45,93	19,95	18,31	39,30	17,07	15,56	1	1	1
6	45,62	19,74	18,52	39,03	16,89	15,74	1	1	1
9	45,96	19,58	18,55	39,35	16,76	15,78	1	1	1
	45,85	—	—	39,25	—	—	1	—	—
14	45,64	—	18,07	39,14	—	15,39	1	—	1
15	46 01	19,74	18,36	39,47	16,93	15,64	1	1	1
16	45,77	19,87	18,49	39,29	17,06	15,76	1	1	1
März 1	45,38	19,63	18,31	39,32	17,01	15,75	1	1	1
	45,47	—	—	39,40	—	—	1	—	—
3	45,30	19,45	18,26	39,33	16,89	15,74	1	1	1
	45,24	—	—	39,28	—	—	1	—	—
10	45,27	19,58	18,02	39,62	17,13	15,65	1	1	1
1830 März 14	44,90	19,53	17,91	39,49	17,18	15,64	1	1	1
	44,79	19,47	17,97	39,40	17,13	15,69	1	1	1
15	44,69	19,18	17,78	39,36	16,89	15,54	1	1	1
16	44,45	19,42	17,89	39,20	17,13	15,66	1	1	1
17	44,63	19,32	17,70	39,42	17,06	15,52	1	1	1
April 13	42,57	18,65	—	39,30	17,22	—	1	1	—
18	42,81	—	—	39,41	—	—	1	—	—
19	42,25	18,15	16,77	39,43	16,94	15,53	1	1	1
	42,25	—	—	39,43	—	—	1	—	—
21	42,02	18,10	16,75	39,36	16,95	15,57	1	1	1
1831 Jan. 20	44,50	19,24	17,40	39,02	16,87	15,22	1	1	1
Febr. 16	45,11	19,78	—	39,01	17,10	—	1	1	—
19	44,93	19,50	17,57	38,86	16,86	15,15	1	1	1
März 24	44,63	19,34	—	39,51	17,12	—	2	2	—
28	44,11	19,10	—	39,21	16,98	—	1	1	—
April 1	43,82	19,21	—	39,17	17,17	—	1	1	—
10	43,71	18,67	16,99	39,60	16,91	14,99	1	1	1
12	43,51	18,75	16,88	39,54	17,04	15,28	2	2	2
21	42,76	18,08	16,75	39,45	17,39	15,40	1	1	1
27	42,60	18,39	16,81	39,72	17,15	15,61	1	1	3
1832 Febr. 9	—	19,15	17,03	—	16,89	15,03	—	2	2
11	—	19,26	16,88	—	16,97	14,87	—	2	2
13	—	19,21	16,99	—	16,91	14,95	—	1	1
14	—	19,26	17,29	—	16,94	15,20	—	2	2
15	—	19,54	17,33	—	17,18	15,23	—	2	2
17	—	19,64	17,41	—	17,25	15,28	—	2	2
20	—	19,63	17,37	—	17,22	15,24	—	1	1
März 1	—	19,42	17,54	—	17,00	15,35	—	3	3
11	—	19,52	17,63	—	17,12	15.45	—	3	3
16	—	19,26	—	—	16,93	—	—	1	—
31	—	19,40	17,25	—	17,25	15,34	—	3	3
1833 Febr. 22	—	18,99	16,85	—	16,97	15,06	—	3	3
23	—	19,12	17,05	—	17,07	15,23	—	3	3
	—	18,98	17,00	—	16,95	15,18	—	3	3
27	—	19,24	16,92	—	17,14	15,07	—	3	3
März 29	—	19,39	17,25	—	17,26	15,36	—	3	3

Die mittleren Resultate dieser Messungen sind:

Durchmesser des Ringes.....	39,311	44 Beobb.
Aequatoreal-Durchmesser des Saturns	17,053	70 ——
Polar-Durchmesser des Saturns.....	16,381	68 ——

Digitized by Google

7.

Bekanntlich hat Sir *William Herschel* eine Eigenthümlichkeit der Figur des Saturns zu bemerken geglaubt und sie auch durch seine Messungen bestätigt gefunden. Nach dem übereinstimmenden Zeugnisse des Augenscheins und der Messungen nahm er an, dafs der gröfste Durchmesser des Planeten nicht seinem Aequator, sondern der Breite von 43° 20′ entspreche: wenn er ihn = 36 setzte, so fand er den Durchmesser des Aequators = 35; den Polardurchmesser der Figur, welche im J. 1805 die Projection des Sphäroids des Saturns war = 32. *Herschel* glaubte, dafs eine solche Eigenthümlichkeit der Figur des Planeten von der Anziehung der Ringe herrühren könne, welche Meinung jedoch durch eine theoretische Untersuchung des Einflusses der Ringe auf die Figur des Planeten, welche ich im XV. Bande von *v. Zach's* Monatl. Correspondenz mitgetheilt habe, nicht bestätigt worden ist. *Herschel* machte diese Wahrnehmung im J. 1805, als der Ring schon beträchtlich geöffnet war und daher eine Abweichung des Planeten von der ellipsoidischen Figur nicht mehr so augenfällig hervortreten konnte, als zur Zeit des Durchganges der Erde durch die gemeinschaftliche Ebene des Ringes und des Aequators, zu welcher Zeit *Herschel* selbst und andere Astronomen die Eigenthümlichkeit der Figur nicht bemerkt hatten. Das Zusammentreffen des theoretischen Grundes gegen die *Herschel*sche Wahrnehmung mit dem Umstande, dafs sie nicht zu der Zeit, als sie am vortheilhaftesten hätte gemacht werden können, sondern erst dann gemacht wurde, als das Anstofsen der Henkel an die Scheibe des Planeten den Umfang derselben an vier Stellen unterbrach und dadurch die Beurtheilung der Figur durch den Augenschein erschweren mufste, liefsen mich glauben, dafs der zuletzt erwähnte Umstand eine Täuschung verursacht haben könne, welcher durch die Schwierigkeit, mit einem Apparate wie der *Herschel*sche war, genau zu messen, nur eine zufällige Bestätigung erhalten habe. Allein ich lege jeder Wahrnehmung von *Herschel* ein zu grofses Gewicht bei, um die Veranlassung die Figur des Planeten von neuem zu untersuchen, welche der Besitz des grofsen Heliometers und die letzten Durchgänge der Erde durch die Ebene des Saturnsaequators darboten, unbeachtet vorübergehen zu lassen. Ich habe daher günstige Zustände der Luft, welche am 20ᵗᵉⁿ Febr., 1ᵗᵉⁿ und 31ᵗᵉⁿ März 1832 eintraten, benutzt, um die Durchmesser des Planeten in den Winkeln 0, 22° 30′, 45°, 67° 30′, 90° gegen den Aequator desselben, zu messen. Diese Messungen haben ergeben:

	Febr. 20 1 Beob.	März 1 3 Beobb.	März 31 3 Beobb.
	″	″	″
Aequator	19,632	19,421	19,400
22°30′	18,998	18,929	18,886
45 0	18,574	18,474	18,325
67 30	17,992	17,802	17,506
90 0	17,373	17,542	17,251

Nach der Reduction auf die mittlere Entfernung des Planeten von der Sonne werden diese Zahlen:

	″	″	″
Aequator	17,217	16,999	17,254
22°30′	16,661	16,568	16,797
45 0	16,290	16,170	16,298
67 30	15,779	15,582	15,570
90 0	15,236	15,354	15,343

und ihre arithmetischen, mit Rücksicht auf die Anzahl der Beobachtungen genommenen Mittel, finden sich

	″
Aequator	17,139
22°30′	16,679
45 0	16,242
67 30	15,605
90 0	15,332

Die Erhebung der Erde über der Ebene des Saturnsaequators, zu der diesen arithmetischen Mitteln entsprechenden Zeit, war = 4° 54′; hieraus folgen die grofse und die kleine Axe der gemessenen Projection, den Angaben des vorigen Art. gemäfs:

= 17″,053 und 15″,394

und diesen Axen entsprechen die Durchmesser, welche, in der elliptischen Hypothese, in den fünf Richtungen hätten gemessen werden sollen:

	″
Aequator	17,053
22°30′	16,777
45 0	16,160
67 30	15,607
90 0	15,394

Sie sind den wirklich gemessenen so nahe gleich, dafs diese der *Herschel*schen Figur bestimmt widersprechen. Bei der Sicherheit der Messungen, welche das Heliometer gewährt, war die öftere Wiederholung von Beobachtungen, welche nur eine Entscheidung zwischen zwei weit von einander entfernten Hypothesen herbeiführen sollten, nicht nöthig.

Bessel.

Digitized by Google

Sternbedeckungen im Jahre 1834 auf der Cracauer Sternwarte beobachtet.

(Siehe Astr. Nachr. Nr. 273. p. 143.)

1834.	Eintritt in den dunkeln Mondsrand.	Sternzeit.	
		h ′ ″	
Febr. 13.	eines Sterns 8.9^{r}	4 54 39,26	sehr gut.
April 13.	(282) Tauri	10 40 30,81	sehr gut.
—— 20.	3 ν Virginis	11 54 30,45	sehr gut.
Octbr. 7.	Ophiuchi (Piazzi 70. 17^{h})	19 49 36,92	gut.
—— 7.	33 Scorpii	19 55 29,92	gut.
—— 7.	44 b Ophiuchi	20 29 36,01	sehr gut.
—— 8.	22 λ Sagittarii	21 18 10,04	sehr gut.
—— 14.	eines Sterns 8.9	21 9 30,71	gut.
Novbr. 3.	24 Ophiuchi	20 19 40,30	ziemlich gut.
—— 9.	eines Sterns 7.8	23 1 58,35	gut.
Decbr. 7.	eines Sterns 9.	23 30 5,60	auf 1″ unsicher.

Bemerkung. Der am 14ten Octbr. bedeckte Stern wurde den 14ten und 15ten Octbr. d. J. beim Meridiankreis beobachtet und mit 91 ψ^{1} Aquar. und 95 ψ^{3} Aquar. verglichen. Die mittlere Position dieses Sterns für den Anfang des Jahres 1834 ist $\alpha = 23^{h}\,29'\,38'',03$. $\delta = -9°\,32'\,41'',7$ gefunden worden.

Planetenbeobachtungen zur Zeit ihrer Culmination im Cracauer Meridian im Jahre 1834 angestellt.

Datum.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
	Vesta.	
	h ′ ″	° ′ ″
1834 Novbr. 30.	3 37 21,92	+11 18 56,6
Decbr. 4.	3 33 28,61	+11 17 52,8
7.	3 30 44,48	+11 18 16,6
	Pallas.	
Februar 2.	8 44 46,71	−22 1 20,4
3.	8 44 1,45	−21 43 7,2
4.	8 43 16,21	−21 24 20,2
9.	8 39 40,50	−19 42 39,0
10.	8 38 59,26	−19 20 49,0
12.	8 37 39,88	−18 35 54,5
13.	8 37 1,93	−18 12 56,6
17.	8 34 40,91	−16 36 54,5
19.	8 33 38,65	−15 47 3,0
23.	8 31 51,56	−14 4 14,9
24.	8 31 28,76	−13 38 1,5
26.	8 30 47,84	−12 45 8,6
27.	8 30 30,22	−12 18 34,2
März 5.	8 29 20,69	− 9 38 0,6
	Ceres.	
Februar 13.	10 24 37,33	+26 53 7,3
17.	10 21 6,58	+27 20 44,4
19.	10 19 19,20	+27 34 17,9
23.	10 15 43,19	+27 56 24,3
27.	10 12 10,09	+28 15 57,1
März 1.	10 10 26,13	+28 24 13,5
5.	10 7 4,45	+28 37 46,6
April 18.	9 54 30,92	+27 6 58,7
19.	9 54 50,64	+27 0 57,8

Datum.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
	Saturnus.	
	h ′ ″	° ′ ″
1834 April 11.	12 27 27,74	− 0 2 39,5
20.	12 25 7,31	+ 0 11 49,2
21.	12 24 52,44	+ 0 13 12,0
28.	12 23 14,91	+ 0 22 49,1
30.	12 22 49,08	+ 0 25 20,3
Mai 18.	12 19 49,12	+ 0 41 21,8
19.	12 19 42,38	+ 0 41 50,0
20.	12 19 35,43	+ 0 42 18,3
	Uranus.	
Septbr. 14.	21 44 29,79	−14 24 51,7
15.	21 44 21,70	−14 25 26,9
16.	21 44 14,35	−14 26 6,2
Octbr. 14.	21 41 32,65	−14 39 5,6
30.	21 40 59,19	−14 41 19,6
Novbr. 3.	21 40 58,60	−14 41 12,1
6.	21 41 0,36	−14 40 55,0
7.	21 41 1,49	−14 40 40,8
9.	21 41 3,81	−14 40 34,8
10.	21 41 5,32	−14 40 25,0
21.	21 41 35,31	−14 37 26,3
22.	21 41 38,96	−14 37 4,3
29.	21 42 11,91	−14 34 6,5
Decbr. 6.	21 42 53,60	

Bemerkung. Bei allen Planeten gelten die obigen Angaben fürs Centrum. Die Beobachtungen wurden mit dem Meridiankreise gemacht.

Max Weisse.

Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber.

Kremsmünster 1835. Jan. 16.

Ich übersende hiemit die noch übrigen im verflossenen Jahre auf hiesiger Sternwarte angestellten Planetenbeobachtungen zur gütigen Aufnahme in Ihre Astr. Nachr. Denselben füge ich die beobachteten Mondesculminationen, mit *Damoiseau's* Tafeln verglichen, die Mondsterne und einige Sternbedeckungen bei, die ich Ihnen noch nicht mittheilte.

Digitized by Google

Saturn.

1834.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Declin.	dα	dδ
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
März 22	12 33 9,38	12 33 5,62	— 0 38 59,0	+ 0,62	—19,0
April 13	11 0 30,42	12 26 55,34	+ 0 0 52,0	+ 0,31	—20,8
18	10 39 32,85	12 25 37,43	———	+ 0,16	——
19	10 35 21,33	12 25 22,02	0 10 28,4	+ 0,37	—25,0
20	10 31 10,15	12 25 6,95	0 11 53,8	+ 0,25	—19,7
25	10 10 19,54	12 23 55,10	0 19 4,6	+ 0,41	—21,7

Uranus.

1834.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Declin.	dα	dδ
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Aug. 28	11 20 17,77	21 46 54,75	—14 12 36,6	+ 3,03	+ 3,2
30	11 12 7,99	21 46 36,84	14 14 7,7	+ 2,86	+ 2,4
Sept. 4	10 51 44,69	21 45 52,63	14 17 56,0	+ 2,83	+ 6,7
5	10 47 40,27	21 45 44,05	14 18 36,1	+ 2,73	+ 3,1
8	10 35 26,98	21 45 18,32	———	+ 2,89	——
11	10 23 14,61	21 44 53,53	———	+ 3,00	——
12	10 19 10,38	21 44 45,30	14 23 30,6	+ 2,96	+ 4,7
14	10 11 2,77	21 44 29,45	14 24 50,4	+ 2,88	+ 5,4

1834.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Declin.	dα	dδ
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Sept. 16	10 2 55,20	21 44 13,86	—14 26 4,9	+ 2,94	+ 3,2
17	9 58 51,80	21 44 6,33	14 26 39,8	+ 2,87	+ 0,6
18	9 54 48,62	21 43 59,02	14 27 20,6	+ 2,68	+ 4,6

Vesta.

Nov. 3	13 13 43,04	4 4 47,98	———	+ 0,82	——
5	13 4 2,82	4 2 58,95	+11 56 17,8	+ 0,73	—17,5
6	12 59 11,29	4 2 3,23	11 54 6,3	+ 0,32	—14,5
7	12 54 18,15	4 1 5,78	11 51 57,2	+ 0,58	—12,1
8	12 49 24,44	4 0 7,60	11 49 57,0	+ 0,69	—16,6
14	12 19 45,87	3 54 3,73	11 38 24,0	+ 0,76	—17,1
15	12 14 48,01	3 53 1,36	11 36 38,5	+ 0,55	—16,5
20	11 49 52,59	3 47 44,56	11 28 48,4	+ 0,49	—13,5
21	11 44 52,86	3 46 40,62	11 27 31,0	+ 0,77	—16,8
Dec. 7	10 26 3,38	3 30 43,41	11 18 27,4	——	——
15	9 48 14,41	3 24 20,60	11 24 28,3	—	——

Beobachtungen des Mondes.

1834.	AR. des Mondes im Merid.	Decl. des Mondes-centr. im Merid.	dα	dδ
	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Jan. 21	4 53 43,18	+20 39 52,8	— 0,33	+ 1,4
Febr. 17	4 27 45,97	+19 29 7,6	— 0,84	— 3,0
18	5 24 18,87	+22 41 56,5	— 0,86	— 6,5
20	7 28 5,28	+23 19 6,4	— 0,22	+ 7,3
23	10 39 27,42	———	+ 0,09	——
März 22	10 6 27,73	+16 7 33,3	— 0,72	+ 4,9
April 18	9 39 31,30	+18 17 15,2	— 0,21	+ 4,2
19	10 38 42,48	+13 38 10,7	— 0,32	+ 2,6
20	11 36 43,48	+ 8 0 33,6	— 0,23	+ 6,9
Mai 19	13 5 8,24	— 1 35 43,1	— 0,05	+ 6,0
20	14 1 12,62	— 7 44 52,4	— 0,08	+ 7,2
22	15 58 35,60	—18 13 56,4	— 0,39	+ 3,8
Sept. 11	18 32 26,03	—24 31 44,0	+ 0,59	+ 1,3
12	19 31 27,24	—24 11 46,8	+ 0,44	+ 1,8

1834.	AR. des Mondes im Merid.	Decl. des Mondes-centr. im Merid.	dα	dδ
	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Sept. 15	22 13 9,07	—15 58 13,9	+ 0,83	+ 2,1
16	23 1 22,90	—11 35 34,7	+ 0,90	+ 0,8
17	23 47 31,68	— 6 47 13,1	+ 0,49	+ 1,4
Oct. 9	19 12 38,75	—24 42 45,1	— 0,47	+ 3,4
13	22 46 31,06	—13 9 25,3	+ 0,48	+ 6,4
14	23 32 55,10	— 8 26 42,9	+ 0,43	— 2,4
Nov. 6	19 48 54,74	———	+ 0,89	——
7	20 46 44,59	—22 6 43,8	+ 0,99	— 5,3
8	21 40 34,92	—18 51 16,7	+ 0,72	— 5,8
14	2 16 28,83	+ 9 56 41,0	+ 0,44	+ 3,9
15	3 3 8,98	+14 32 46,6	+ 0,23	+ 1,0
Dec. 6	22 11 5,78	—16 35 42,0	+ 0,49	+ 2,9
7	23 0 14,36	—12 5 17,3	+ 0,86	— 2,1

Beobachtungen der Mondsterne.

1834.	Gestirn.	Sternzeit der Culmination.	Fäden-zahl.
		h ′ ″	
Jan. 21	74 s Tauri	4 18 55,69	5
	87 α Tauri	4 26 24,02	5
	Mond I	4 52 33,50	5
	112 β Tauri	5 15 48,43	5
	123 ζ Tauri	5 27 43,88	5
Febr. 17	54 γ Tauri	4 10 20,75	5
	Mond I	4 26 38,45	5
	102 ι Tauri	4 53 10,45	5
	112 β Tauri	5 15 47,90	5
18	102 ι Tauri	4 53 10,54	5
	112 β Tauri	5 15 48,00	5
	Mond I	5 23 8,73	5
	1 H Geminorum	5 54 1,85	5
	7 η Geminorum	6 4 51,62	5

1834.	Gestirn.	Sternzeit der Culmination.	Fäden-Zahl.
		h ′ ″	
Febr. 20	43 ζ Geminorum	6 54 15,81	5
	55 δ Geminorum	7 10 12,45	5
	Mond I	7 26 52,14	5
	78 β Geminorum	7 35 9,32	5
	83 φ Geminorum	7 43 19,96	5
	9 μ′ Cancri	7 56 28,08	5
23	32 α Leonis	9 59 31,75	3
	47 ρ Leonis	10 24 4,55	5
	Mond II	10 40 38,94	5
	63 χ Leonis	10 56 27,65	5
	78 ι Leonis	11 15 16,62	5
März 22	27 ν Leonis	9 49 18,08	5
	32 α Leonis	9 59 32,42	5
	Mond I	10 5 15,91	5

Digitized by Google

1834.	Gestirn.	Sternzeit der Culmination. h ′ ″	Fäden-zahl.
März 22	47 ρ Leonis	10 24 4,88	5
	53 l Leonis	10 40 32,63	5
April 18	77 ξ Cancri	8 59 48,13	5
	4 λ Leonis	9 22 14,44	5
	Mond I	9 38 20,29	5
	32 α Leonis	9 59 31,99	5
	41 γ Leonis	10 10 48,77	5
19	32 α Leonis	9 59 32,08	5
	41 γ Leonis	10 10 48,90	5
	Mond I	10 37 32,28	5
	63 χ Leonis	10 56 27,72	5
	77 σ Leonis	11 12 36,48	5
20	63 χ Leonis	10 56 27,90	5
	Mond I	11 35 33,98	5
	5 β Virginis	11 42 3,88	4
	9 o Virginis	11 56 46,14	5
	15 η Virginis	12 11 25,79	5
Mai 19	29 γ′ Virginis	12 33 15,97	5
	43 δ Virginis	12 47 15,60	5
	Mond I	13 4 0,00	5
	67 α Virginis	13 16 28,57	5
	79 ζ Virginis	13 26 15,41	5
20	67 α Virginis	13 16 28,74	4
	79 ζ Virginis	13 26 15,33	5
	Mond I	14 0 3,65	5
	100 λ Virginis	14 10 9,65	5
	107 μ Virginis	14 34 20,25	5
	9 α^2 Librae	14 41 43,62	5
22	38 γ Librae	15 26 16,59	5
	44 η Librae	15 34 46,11	5
	Mond I	15 57 24,21	5
	21 α Scorpii	16 19 16,03	5
Sept. 11	13 μ′ Sagittarii	18 3 51,64	5
	Mond I	18 31 14,94	5
	41 π Sagittarii	18 59 55,02	5
	52 h^2 Sagittarii	19 26 37,86	5
12	41 π Sagittarii	18 59 55,15	5
	52 h^2 Sagittarii	19 26 37,87	3
	Mond I	19 30 17,23	5
	62 c Sagittarii	19 52 28,60	5
	6 α^2 Capricorni	20 8 52,30	4
14	22 η Capricorni	20 54 59,08	5
	25 χ^1 Capricorni	20 59 4,68	5
	Mond I	21 21 6,71	4
	49 δ Capricorni	21 37 54,47	5
	33 ι Aquarii	21 57 30,26	5
15	49 δ Capricorni	21 37 54,55	5
	33 ι Aquarii	21 57 30,16	5
	Mond I	22 12 4,79	5

1834.	Gestirn.	Sternzeit der Culmination. h ′ ″	Fäden-zahl.
Sept. 17	20 n Piscium	23 39 26,81	5
	Mond I	23 46 30,18	5
	—— II	23 48 33,17	3
Oct. 9	27 φ Sagittarii	18 35 18,60	1
	34 σ Sagittarii	18 44 59,74	5
	Mond I	19 11 26,50	5
	62 c Sagittarii	19 52 28,39	5
	6 α^2 Capricorni	20 8 52,18	4
13	57 σ Aquarii	22 21 53,88	5
	Mond I	22 45 28,01	5
	91 ψ^1 Aquarii	23 7 13,84	5
	95 ψ^3 Aquarii	23 10 21,86	5
14	91 ψ^1 Aquarii	23 7 13,65	5
	95 ψ^3 Aquarii	23 10 21,78	5
	Mond I	23 31 53,09	5
	30 r Piscium	23 53 29,37	4
	33 s Piscium	23 56 52,93	5
Nov. 6	Mond I	19 47 43,44	5
	16 ψ Capricorni	20 36 16,84	5
7	6 α^2 Capricorni	20 8 51,59	4
	16 ψ Capricorni	20 36 16,82	5
	Mond I	20 45 35,75	5
	34 ζ Capricorni	21 17 12,47	5
	39 ε Capricorni	21 27 48,24	5
8	34 ζ Capricorni	21 17 12,31	5
	39 ε Capricorni	21 27 48,22	5
	Mond I	21 39 28,64	5
	45 D Aquarii	22 10 7,46	5
	57 σ Aquarii	22 21 53,37	5
14	111 ξ Piscium	1 45 0,87	5
	113 α Piscium	1 53 30,56	5
	Mond I	2 15 27,06	5
	87 μ Ceti	2 36 1,59	5
15	87 μ Ceti	2 36 1,59	5
	Mond I	3 2 5,82	3
	2 ξ Tauri	3 18 13,92	4
Dec. 6	49 δ Capricorni	21 37 53,61	5
	51 μ Capricorni	21 44 15,81	5
	Mond I	22 10 0,16	5
	71 τ^2 Aquarii	22 40 49,68	5
	76 δ Aquarii	22 45 51,79	5
7	71 τ^2 Aquarii	22 40 49,64	5
	76 δ Aquarii	22 45 51,96	4
	Mond I	22 59 10,96	5
	96 Aquarii	23 10 49,57	5
	20 n Piscium	23 39 26,63	5

Sternbedeckungen.

		Eintr. mittl. Zeit Kremsm.	
1831 Febr. 19.	48 Tauri	8^h 3′ 18″80	Beob. zweifelhaft.
Jun. 19.	(270) Virg.	6 17 2,65	
1832 Febr. 15.	α Leonis	18 17 20,78	(Rd. sehr wal-
Sept. 4.	* 8r Gr.	8 50 39,50	lend, nahe am Hor.
	39 o Sagittarii	8 59 12,00	
1834 Jan. 21.	106 l Tauri	11 6 33,17	

		Eintr. mittl. Zeit Kremsm.	
1834 April 20.	3 ν Virginis	9^h 24′ 3″62	
Sept. 14.	ε Capricorni	12 57 34,72	
Oct. 7.	33 Scorpii	6 23 34,60	
	44 b Ophiuchi	6 58 52,73	
8.	22 λ Sagittarii	7 42 55,90	

M. Koller.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Dr. *Lamont*, Observators auf der Sternwarte in Bogenhausen, an den Herausgeber.

Bogenhausen 1835. Januar 30.

Ein Band meiner Beobachtungen (1833) ist Ihnen wahrscheinlich schon zugekommen, und *Soldners* Beobachtungen von 1822 werden bald folgen. Sollten Sie den erstern Band durchsehen und mir gelegentlich Ihre Bemerkungen darüber gütigst mittheilen wollen, so würde ich dieſs mit gröfstem Danke anerkennen, und bei künftigen Jahrgängen zu benutzen suchen.

Meine Mondbeobachtungen werde ich in Kurzem übersenden, und zugleich ein Versehen bemerken, welches bei der Reduktion einiger Mondbeobachtungen von 1833 (Astron. Nachr. Nr. 257) vorgefallen war.

Der grofse Refraktor von 10½ P. Zoll Oeffnung und 15 Fufs Brennweite wird nächstens an die Sternwarte abgeliefert werden. Wer ihn gebrauchen wird, ist noch unentschieden.

Ich setze ein Paar Oppositionen hieher: sämmtliche Beobachtungen sind im vorigen Winter bei nebeliger Luft gemacht worden, und daher nicht besonders zuverlässig.

Pallas.

1834.	Mittl. Zeit.	AR.	Decl.	Δα	Δδ
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Jan. 31	12 3 29,35	8 46 16,87	−22 35 35,4	+19,37	−13,0
Febr. 1	11 58 49,65	8 45 30,97	22 18 27,0	19,68	13,8
3	11 49 27,30	8 44 0,34	21 42 30,0	19,74	15,0
6	11 35 26,69	8 41 47,09	20 44 31,9	19,80	16,4
9	11 21 31,57	8 39 39,34	19 41 57,8	19,59	19,2
10	11 16 54,74	8 38 58,30	19 20 11,2	19,54	18,7
11	11 12 18,65	8 38 18,02	18 57 56,9	19,63	19,0
12	11 7 43,63	8 37 38,86	18 35 16,5	19,58	19,5
14	10 58 37,00	8 36 23,81	17 48 47,6	19,41	16,5
16	10 49 34,90	8 35 13,48	17 0 44,5	19,28	19,0
18	10 40 37,85	8 34 8,22	16 11 25,3	19,24	18,5
20	10 31 47,00	8 33 8,88	15 20 57,4	18,92	17,9
		Ceres.			
Febr. 9	13 9 32,85	10 27 58,45	+26 23 12,2	+1,02	−13,7
10	13 4 47,64	10 27 9,01	26 30 54,8	1,06	12,4
11	13 0 1,81	10 26 18,95	26 38 33,7	0,95	15,2
12	12 55 15,02	10 25 27,93	26 45 57,5	1,07	11,1
16	12 36 2,46	10 21 58,58	26 14 18,9	1,14	13,5
17	12 31 13,53	10 21 5,41	27 20 53,3	0,94	8,7
18	12 26 24,09	10 20 11,73	27 27 21,9	0,96	9,8
20	12 16 44,65	10 18 23,81	27 39 42,8	1,05	10,4

Lamont.

Comet von *Pons* 1835. *)

Für die Wiederkehr im Jahre 1835 war es nicht möglich die Störungsrechnungen vollständig durchzuführen. Indessen werden die nach folgenden Elementen berechneten Oerter doch sehr nahe richtig seyn, wenigstens kann der Fehler nicht so grofs seyn, dafs die Wiederauffindung des Cometen, wenn sonst nicht die ungünstige Stellung desselben sie unmöglich machen sollte, dadurch erschwert werden dürfte.

1835. Aug. 4,5. Mittl. Berl. Zeit.

Epoche der mittleren Anomalie	353°28′ 45″
mittl. tägl. sid. Bewegung....	1070,865
Länge des Perihels.....	157°24′ 10″
☊.....	334 24 50
Neigung.....	13 21 20
Excentricitätswinkel.....	57 40 50

Es gründen sich diese Elemente auf die Verbesserung der Bahn vermittelst der Beobachtungen von 1832. Die Störungsrechnungen sind vollständig bis 1832 Jul. 30,5 für alle Planeten berechnet. Nach dieser Epoche werden die obern Planeten bis zu Mars keinen merklichen Einfluſs mehr auf die Zeit des Perihels von 1835 äufsern. Von 1832 Juli 30,5 sind aber blofs die Jupiterstörungen von 100 zu 100 Tagen berechnet. Da der Comet immer sehr entfernt vom Jupiter blieb, so wird diese Rechnung trotz der grofsen Intervalle nicht merklich ungenau seyn. Um übrigens anzudeuten, dafs die Elemente nicht streng voraus berechnet sind, habe ich überall nur runde Zahlen angesetzt.

Als der Comet im Jahre 1825 am 16ten Septbr. in die Sonnennähe kam, konnte er vom 12ten Aug. bis 6ten Septbr. beobachtet werden. Jetzt wo er am 26sten Aug. durchgeht durch das Perihel, wird es bei weitem weniger wahrscheinlich, dafs er gesehen werden kann. Immer wäre es zu wünschen, dafs ein Versuch gemacht würde.

*) Ist der *Encke*sche Comet, dem die Bescheidenheit des berühmten Verfassers dieses Aufsatzes nicht den Namen geben will, mit dem ihn alle anderen Astronomen bezeichnen. *S.*

Digitized by Google

Fü Berlin sind die Zeiten des Aufgangs für den

		Cometen.	Sonne.
		h ′	h ′
Jun.	1	13 41	15 45
	17	12 56	15 38
Jul.	3	12 21	15 44
	19	12 18	16 2
Aug.	4	13 33	16 26

für das Vorgebirge der guten Hofnung die Zeiten des Unterganges:

		Comet.	Sonne.
		h ′	h ′
Sept.	13	7 42	5 45
	29	9 0	5 56
Oct.	15	9 45	6 8
	31	10 0	6 22

Ephemeride 1835.

12h Mittl.Berl.Zt.		AR. Com.			Decl. Com.			Log. Entfern. des Com. von ☿	Log. Entfern. des Com. von ☉
		°	′	″	°	′	″		
Jun.	1	34	57	0	+20	53	4	0,379967	0,210998
	5	37	32	56	21	50	21	0,366746	0,197122
	9	40	18	6	22	48	12	0,352991	0,182462
	13	43	13	43	23	46	26	0,338719	0,166938
	17	46	21	14	24	44	42	0,323948	0,150456
	21	49	42	13	25	42	32	0,308715	0,132907
	25	53	18	28	26	39	15	0,293066	0,114162
	29	57	11	54	27	33	57	0,277073	0,094074
Jul.	3	61	24	44	+28	25	27	0,260837	0,072460
	7	65	59	17	29	12	7	0,244492	0,049104
	11	70	57	53	29	51	53	0,228212	0,023750
	15	76	22	41	30	22	6	0,212214	9,996082
	19	82	15	23	+30	39	28	0,196772	9,965724
	23	88	36	49	30	40	0	0,182211	9,932202
	27	95	26	35	30	19	14	0,168924	9,894962
	31	102	42	49	29	32	16	0,157326	9,853348
Aug.	4	110	22	7	+28	14	20	0,147855	9,806658
	8	118	19	59	26	21	4	0,140850	9,754318
	12	126	31	37	23	49	1	0,136447	9,696444
	16	134	52	45	20	36	3	0,134362	9,635304
	20	143	19	50	16	42	13	0,133634	9,578450
	24	151	47	56	12	22	33	0,132584	9,541802
	28	160	8	5	7	20	32	0,129699	9,542614
Sept.	1	168	10	30	+ 2	15	19	0,125185	9,580428
	5	176	51	57	— 2	17	59	0,120880	9,637696
	9	183	15	4	6	41	38	0,118630	9,698802
	13	190	23	27	10	42	5	0,119479	9,756482
	17	197	19	4	14	17	22	0,123764	9,808596
	21	204	2	14	17	26	29	0,131311	9,855074
	25	210	32	9	20	9	23	0,141721	9,896504
	29	216	47	25	22	26	57	0,154473	9,933584
Oct.	3	222	46	44	—24	20	49	0,169033	9,966968
	7	228	29	8	25	53	12	0,184903	9,997216
	11	233	54	1	27	6	35	0,201649	0,024784
	15	239	1	23	28	3	31	0,218906	0,050054
	19	243	51	34	28	46	23	0,236382	0,073340
	23	248	25	10	29	17	22	0,253838	0,094890
	27	252	43	3	29	38	23	0,271103	0,114924
	31	256	46	11	29	51	4	0,288045	0,133618

Encke.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains *Zahrtmann* an den Herausgeber.

Mit der Redaction einer neuen Karte von der Ostsee beschäftigt, ward ich auf den totalen Mangel an bekanntgemachten zuverlässigen Ortsbestimmungen längs der Küste von Mecklenburg aufmerksam, indem es mir zugleich einleuchtend ward, wie ganz unzuverlässig die absoluten Positionen nicht allein in den *Schmettau*schen Special-Karten seyn mufsten, sondern auch in der von ihnen sehr abweichenden General-Karte. Eine Mittheilung dessen was ich darüber gesammelt habe möchte demnach vielleicht einiges Interesse gewähren.

Die Lage von Wismar ward während der dänischen Triangulirung in Holstein im Jahre 1796 bestimmt: Ribnitz und andere östliche Grenz-Punkte wurden es durch die in späteren Jahren vorgenommene preufsische Triangulirung von Pommern, deren Resultate mir von den betheiligten Authoritäten gütigst mitgetheilt worden. Diesen Bestimmungen zufolge ist der Längenunterschied zwischen Wismar und Ribnitz 58′ 22″ in Bogen, wohingegen die *Schmettau*sche Karte 57′ 43″,5 angiebt. Beachtend diesen Fehler zu corrigiren, habe ich aus der nemlichen Karte die Längen von Rostock und Warnemünde interpolirt, während mir die beobachteten Breiten dieser Oerter von Herrn Professor *Karsten*, durch den dänischen Consul in Rostock mitgetheilt wurden. Die Resultate dieser verschiedenen Bestimmungen werden demnach:

	Breite.			östl. Länge v. Paris.		
	h	′	″	h	′	″
Wismar, gröfster Thurm	53	53	29,9	0	36	29,49
Biendorf, Kirchthurm	54	4	28,0	0	37	26,24
Warnemünde, Kirchthurm	54	10	15,3	0	39	0,07
Rostock, Hauptkirche?	54	5	45,0	0	39	9,60
Ribnitz, Kirchthurm	54	14	42,8	0	40	22,93
Wustrow, Kirchthurm	54	20	48,1	0	40	55,17

Zahrtmann.

Digitized by Google

Verzeichnifs einiger Instrumente die bei Herrn *Breithaupt* in Cassel verfertigt werden.

1. Ein magnetischer Apperat, nach Herrn Hofrath und Ritter *Gauss's* Angabe, mittelst welchem auf das Genaueste die Schwingungen der Magnetnadel, in Rücksicht des Orts der Aufstellung, beobachtet werden können. Der statt der Magnetnadel hierzu erforderliche Magnetstab ist 20—24 Zoll lang. $1\frac{1}{2}$ Zoll breit und 4 Linien dick (pariser Maafs), wird an einem Kupferdraht, oder an einer aus mehreren Cocon-Fäden zusammengesetzten Schnur aufgehängt. Die zwei dazu gehörigen Vorrichtungen sind in Messing gearbeitet, durch einen derselben wird der Draht oder die Coconschnur aufgewickelt, sie hat die Einrichtung an der Decke eines Zimmers befestigt werden zu können, in dem anderen befindet sich der Magnetstab, so wie ein 4zölliger graduirter, und mit einer Alhidade versehener Kreis, um die Torsionskraft des Drahtes oder der Schnur ausmitteln zu können. Der zu diesem Apparat erforderliche genau parallel geschliffene Spiegel, $2\frac{1}{2}$ Zoll lang und $2\frac{1}{2}$ Zoll hoch, ist durch eine Vorrichtung, die alle nur irgend nöthigen Correctionen besitzt, am äufsersten Ende des Magnetstabes befestigt. Die papierne Scale ist in Millimeter getheilt und 127 Centimeter lang. 45 Rthlr.
   a. Wird noch ein vorräthiger Spiegel, nebst der dazu gehörigen Vorrichtung verlangt. 18 Rthlr.
   b. Wird zu den Beobachtungen der Schwingungen des Magnetstabes ein achromatisches Fernrohr von 15 Linien Oeffnung mit einem messingenen Stativ verlangt, 30 Rthlr.

   Bemerkung. Uebrigens ist auch jedes Winkelmefsinstrument welches einen soliden Bau und ein gutes Fernrohr besitzt, zu diesem Behuf anzuwenden.

1. Ein Heberbarometer mit Stöpselverschlufs (durch die runde Form seines Gehäuses bequem zu transportiren), dessen Röhre 3—4 Linien im Durchmesser hat. Die Scale derselben befindet sich auf einer schmalen Tafel Messing, deren Länge sich bis zum Nullpunct erstreckt; die Eintheilung in halbe Pariser Linien nimmt bei 20 Zoll ihren Anfang und gehet hinauf bis zu 30 Zoll. Durch einen Nonius, welcher mit Getriebe und dem nöthigen Visir zum Beobachten der oberen Quecksilberkuppe versehn ist, kann man bis auf $\frac{1}{50}$ Linie unmittelbar ablesen. Neben dieser Scale nach Pariser Maas befindet sich noch eine zweite nach Metre-Maas, die in Millimeter getheilt ist, und einen Nonius besitzt, der Zehntel derselben angiebt. Da die Röhre festliegt, so ist obige Tafel durch ein zweites Getriebe verstellbar. Zu dem Ende ist auf dem Nullpunct der Scalen ebenfalls ein Visir befestigt, durch welches die Tangirung der untern Quecksilberkuppe geschiehet. Aufserdem ist auf der Tafel ein Thermometer zur Beobachtung deren Temperatur, und ein zweiter in dem Gehäuse befindlich, dessen Kugel in einem mit Quecksilber angefüllten Gefäfse stehet. Beide Thermometer erhalten die Eintheilung nach *Reaumur* und *Celsius*. Preis defür mit der Vorrichtung zum Aufhängen des Barometers 40 Rthlr.
2. Derselbe mit 2 feststehenden Mikroskopen, jedes mit 2 convexen Gläsern, und im Inneren eine Blendung mit einem Horizontalfaden versehen. Ferner ist an jedem Mikroskop ein grünes Blendglas angebracht, wodurch die Convexität der Quecksilbersäule einen grünen Schein erhält, und so von den Farben des Glases in dem leeren Raum vollkommen scharf abgeschnitten wird, so dafs ein aufserordentlich sicheres und genaues Beobachten derselben möglich ist. Statt des Getriebes hat der Nonius eine Mikrometerschraube. 47 Rthlr.
3. Derselbe, die Scale und Röhre von solcher Länge, dafs ein Quecksilberstand von 30 und 16 Zollen beobachtet werden kann, mit den hierzu erforderlichen 2 Schiebern zur Verlängerung des Gehäuses, im Uebrigen dem vorigen gleich. 52 Rthlr.
4. Derselbe, die Messingtafel und Quecksilberröhre im Gehäuse nicht zum Verstellen, dagegen aber an dem untern Ende der Röhre ebenfalls eine Scale mit Pariser Zollen und einer Metretheilung, die mit einer Mikrometerschraube versehen ist. 60 Rthlr.

   Bemerkung. Werden bei den Barometern Nr. 2. und 3 die Scale und Nonien auf Silber verlangt, und dafs letztere statt den 50sten den 100ten Theil einer Linie angeben, so erhöht dies den Preis um 9 Rthlr.
   Bei Nr. 4 um 12 Rthlr.
   Sind die Scalen der genannten Barometer nur mit einer Theilung versehen, so betragen die Kosten, wenn die Theilung auf Silber verlangt wird, nur um die Hälfte mehr.

Zu den unter Nr. 1 bis 4 angeführten Heberbarometern ein Stativ von Holz, welches der Art konstruirt ist, dafs es bequemer transportirt werden kann, und man auch eines senkrechten Hängens der ersteren versichert ist. 12 Rthlr.

Notizen.

Herr Geheimerrath *v. Pastorff* hat mir gemeldet, dafs er einen vortreflichen 10zolligen Sextanten von *Ramsden* besitze, den er zu 90 Thlr. Pr. Crt. abzustehen geneigt sey. Bekanntlich sind Sextanten von *Ramsden* jetzt ziemlich selten. Ich erinnere mich nur eines einzigen, den ich bei Sr. Excellenz Herrn Geheimenrath *v. Humboldt* gesehen habe.

Es ist der bei Herrn *v. Pastorff* verkäufliche, derselbe Sextant den der Hauptmann *v. Textor* bei seinen Vermessungen gebraucht hat, und von dem er an mehreren Stellen in seiner Beschreibung des Verfahrens bei der trigonometr.-topographischen Vermessung von Ost- und West-Preufsen (z. B. p. 32. 35 39) mit vielem Lobe spricht.

Liebhaber können sich direct an Herrn Geh. R. *v. Pastorff* auf Buchholz bei Drossen pr. Frankfurt a. d. O., oder wenn es ihnen bequemer ist, auch an mich wenden.

Bei dem Abdrucke der Nachrichten über den von den PP. *Hell* und *Sainovics* in Wardöhuus gesehenen Cometen, (A. N. Nr. 273.) ist es vergessen die Stelle aus dem Originaljournal des Pater *Sainovics*, welche ich der gütigen Mittheilung des Herrn Dr. *Littrow* verdanke, und ohne die Herrn Dr. *Olbers* Bemerkungen nicht zu verstehen sind, gleichfalls abzudrucken. Ich trage sie hier nach.

Mart. 19. Lunae. Fest. S. *Josephi* Prandium cum PP. apud *Zober*, post musica. Egregie niuxit: post coenam redeuntes vidimus Cometam in N. O. Sed donec Breviarium oravimus, totum coelum nebulis obductum est.

Auf diese Stelle beziehen sich Herrn Dr. *Olbers* Bemerkungen (A. N. Nr. 273. p. 152.) *S.*

Verbesserung.

Nr. 273 p. 145. Zeile 21 von oben lies $\Sigma\varepsilon_n^4$ statt $\Sigma\varepsilon_n^3$.

Bestimmung der Lage und Gröfse des Saturns-Ringes und der Figur und Gröfse des Saturns. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel* (Beschlufs) p. 169. — Sternbedeckungen u. Planetenbeobachtungen auf der Cracauer Sternwarte angestellt etc. p. 173. Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber, p. 173. — Schreiben des Herrn Dr. *Lamont* Observators auf der Sternwarte in Bogenhausen an den Herausgeber. p. 179. — *Enckescher* Comet 1835. p. 179. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains *Zahrtmann* an den Herausgeber. p. 181. — Verzeichnifs einiger Instrumente die bei Herrn *Breithaupt* in Cassel verfertigt werden. p. 183. — Notizen. p. 183. — Verbesserung. p. 183.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 276.

Beobachtungen der Variationen der Magnetnadel in Copenhagen und Mailand, am 5. und 6. Nov. 1834.

Mitgetheilt von Herrn Hofrath und Ritter *Gauss*.

(Mit einer Kupfertafel.)

Seit der Vollendung des hiesigen magnetischen Observatoriums werden hier unter andern regelmäfsig an gewissen im Voraus bestimmten Tagen die Variationen der magnetischen Declination ununterbrochen in kurzen Zeitintervallen beobachtet, wozu anfangs dieselben Termine gewählt waren, welche Herr *von Humboldt* schon vor mehreren Jahren angeordnet hatte. Seit dem vorigen Frühjahr haben sich schon ziemlich viele Astronomen und Physiker in den Besitz von ähnlichen Apparaten gesetzt, wie der hiesige ist, den ich an einem andern Orte hinlänglich beschrieben habe, und nehmen an jenen verabredeten Beobachtungen Theil. Gleich die ersten auf diese Weise gewonnenen gleichzeitigen Beobachtungen am 4ten und 5ten Mai, in Göttingen und Waltershausen (einem Gute in der Gegend von Schweinfurt, wo Herr *Sartorius* mit einem zwar kleinen, aber sonst dem hiesigen ganz ähnlichen Apparat beobachtete), zeigten eine überaus merkwürdige Harmonie in dem vielfach hin und her springenden Gange der Variationen, nicht blofs in den gröfsern, sondern auch in den geringern. Aehnliche Erfolge haben sich seitdem in den spätern Terminen, wo Leipzig, Berlin, Braunschweig und Copenhagen Theil genommen haben, schon vielfach wiederholt; einige Proben sind in graphischen Darstellungen in *Poggendorffs* Annalen mitgetheilt.

So wie sich die Theilnahme an diesen verabredeten Beobachtungen immer weiter verbreiten wird, stehen natürlich immer interessantere und fruchtbarere Resultate zu erwarten. Ich wiederhole daher hier die bereits anderwärts gemachte Anzeige, dafs wir, seitdem die Nothwendigkeit, in sehr kurzen Zeitintervallen zu beobachten, sich so klar herausgestellt hat, uns veranlafst gefunden haben, mit den Terminen eine Abänderung zu treffen, indem wir die Anzahl der Termine von 8 auf 6 im Jahr, und ihre Dauer von 44 auf 24 Stunden herabgesetzt haben. Die gegenwärtige Bestimmung ist der letzte Sonnabend jedes ungeraden Monats, vom Göttinger Mittag an bis zum Mittag des folgenden Tages. Es kommen zu diesen Hauptterminen noch jedesmal zwei Nebentermine, nemlich am nächstfolgenden Dienstag und Mittwoch Abends von 8 bis 10 Uhr. Umständlichere Nachricht, auch über die Beobachtungsweise, findet man in *Poggendorffs* Annalen Bd. 33. S. 426.

Das merkwürdigste bisher erhaltene Resultat bieten die gleichzeitigen Beobachtungen von Copenhagen und Mailand dar, am 5ten und 6ten November v. J., einem Termine nach dem frühern Arrangement, von dessen Abänderung die Beobachter an jenen Orten die Nachricht noch nicht erhalten hatten. In Copenhagen, wo jetzt unter Leitung des Herrn Etatsraths *Oersted* ein dem hiesigen ganz ähnliches magnetisches Observatorium errichtet ist, wurde eine Nadel von derselben Stärke, wie die hiesige, gebraucht (vier Pfund schwer); in Mailand beobachteten auf der dortigen Sternwarte die Herren *Sartorius* und Doctor *Listing*, unter Beistand des Herrn *Kreil*, Eleven der Sternwarte, mit der schon oben erwähnten kleinern Nadel. Ich gestehe, dafs ich, auch nach den vielen schon früher vorgekommenen Erfahrungen ähnlicher Art, doch durch die Gröfse der Uebereinstimmung an zwei mehr als 150 Meilen von einander entfernten Orten überrascht wurde. Der blofse Anblick der beigefügten graphischen Darstellung spricht hier für sich. Ich begleite dieselbe nur mit einigen Erläuterungen und Bemerkungen.

Da mir anfangs der Werth der Scalentheile in Copenhagen noch unbekannt war, so entwarf ich die Zeichnung nach solchem Maafsstabe, dafs die Anomalien ungefähr gleich grofs erscheinen, was ich erhielt, indem ich der Seite der Netzquadrate neun Scalentheile der Copenhagner, und drei der Mailänder Beobachtungen entsprechen liefs. Ein Scalentheil in Copenhagen beträgt übrigens 21″,576, einer in Mailand 29″,341. In Bogentheilen waren also die Copenhagner Bewegungen etwa 2,2 mal gröfser als die Mailänder. Will man hieraus auf das Verhältnifs der dabei thätigen Kräfte schliefsen, so mufs man nicht übersehen, dafs diese Erscheinungen nur als Störungen der horizontalen erdmagnetischen Kraft an beiden Orten zu betrachten sind, und dafs an einem Orte, wo letztere kleiner ist, eine gleiche störende Kraft gröfsere Aenderungen hervorbringen mufs, als an einem andern, wo jene gröfser ist. Das Verhältnifs der horizontalen Kraft des Erdmagnetismus in Copenhagen und Mailand

Digitized by Google

schätzte ich nach *Hansteens* schöner Karte im 7ten Bande der A. N. *) wie 1 zu 1,23; danach würde sich also das Verhältnifs der störenden Kräfte, die die beträchtlichsten Anomalien an jenen Tagen in Copenhagen und Mailand hervorgebracht haben, etwa wie 1,8 zu 1 schätzen lassen. Wie viel besser werden wir aber in Zukunft über solche räthselhafte Naturkräfte urtheilen können, wenn erst ähnliche gleichzeitige Beobachtungen von vielen weit von einander entlegenen Orten uns zu Gebote stehen werden!

Neben der überraschend grofsen Uebereinstimmung in dem Gange der Anomalien bemerken wir allerdings auch Verschiedenheiten. Aber es scheint, dafs wir nicht über diese uns zu verwundern haben, sondern vielmehr darüber, dafs die Unterschiede vergleichungsweise so klein sind. Wir kennen freilich die Ursachen der Erscheinungen noch gar nicht; aber gerade bei dem bunten Spiel ihres Wechsels scheint es unnatürlich, anzunehmen, dafs sie alle von Einem Punkt her wirkten: einige Ursachen mögen hier, andere dort ihren Sitz gehabt haben, und so mögen in den 44 Stunden auch wohl manche Kräfte von ganz andern Gegenden her, die ein ganz anderes Verhältnifs für die beiden Oerter hatten, ihr Spiel eingemischt haben. Dafs im Allgemeinen die Curve für Mailand viel krauser erscheint, als die für Copenhagen, erklärt sich übrigens von selbst durch den Umstand, dafs an ersterm Orte alle 5 Minuten, an letzterm alle 10 Minuten beobachtet wurde; bei den längern Zwischenzeiten mufsten folglich manche kleinere und schneller wechselnde Anomalien unbemerkt bleiben.

Wenn gleich das Interesse für diese Forschungen einer Verstärkung nicht bedarf, so glaube ich doch noch einen Umstand hervorheben zu müssen, der die Astronomen noch besonders berührt. Ob die bei diesen Bewegungen thätigen Kräfte eine mefsbare Zeit gebrauchen, um sich durch grofse Räume fortzupflanzen, wissen wir noch nicht; diese interessante Frage wird aber ohne Zweifel in Zukunft ihre Beantwortung finden. Ist die Zeit unmefsbar klein, so werden solche Beobachtungen schneller auf- und abgehender Bewegungen zu Längenbestimmung dienen können, die unter vortheilhaften Umständen selbst den schärfern zur Seite gestellt werden dürfen. Aus vorgekommenen Bewegungen in Göttingen und Leipzig habe ich schon mehreremale unter jener Voraussetzung den Längenunterschied auf eine halbe Zeitminute richtig ableiten können. Allein zuweilen zeigen sich so schnelle Bewegungen, dafs daraus noch viel schärfere Zeitbestimmungen abgeleitet werden können. Die stärksten Bewegungen, die mir bisher vorgekommen sind, fanden statt am 7ten Februar d. J., wo den ganzen Tag die Nadel überaus unruhig war. Ich beobachtete Bewegungen von 17 Scalentheilen oder 6 Bogenminuten in Einer Zeitminute, einige Minuten regelmäfsig andauernd, dann nach und nach langsamer werdend, und nachher in die entgegengesetzte übergehend. Dergleichen Erscheinungen an zwei Orten mit guten Apparaten (die selbst in einzelnen Beobachtungen eine Genauigkeit bis auf wenige Bogensecunden geben) sorgfältig verfolgt, könnten, wenn die Wirkung der Kräfte in unmefsbar kleiner Zeit geschieht, den Längenunterschied auf eine Zeitsecunde genau geben. Jedenfalls erhellet, wie wichtig es zur Aufklärung des Gegenstandes seyn wird, dafs alle Beobachter, denen die Mittel dazu zu Gebote stehen, immer für eine gute Zeitbestimmung Sorge tragen.

Schliefslich bemerke ich noch, dafs die Beobachter in Mailand die dortige Inclination mit einem *Lenoir*schen Inclinatorium am 2ten November = 63° 55′ 26″ gefunden haben.

Gaufs.

*) Im 9ten Bande der A. N. hat dieser hochverdiente Naturforscher uns auch mit einer allgemeinen Karte für die ganze Intensität beschenkt. So dankbar man diese schöne Arbeit anerkennen mufs, so kann ich doch die Bemerkung nicht unterdrücken, dafs eine allgemeine Karte für die horizontale Intensität in vielfacher Hinsicht noch ungleich nützlicher sein würde, namentlich auch, in Verbindung mit einer zuverlässigen allgemeinen Declinationskarte, zu einer durchgreifenden Begründung einer allgemeinen Theorie. Zu diesem Zweck ist die Bestimmung der magnetischen Kraft durch Angabe der ganzen Intensität, Inclination und Declination (die man wohl als die einfachste Wahl der Elemente zu betrachten gewohnt ist), gerade die am wenigsten brauchbare. Die weitere Entwickelung dieser Behauptung, die vielleicht manchem paradox scheinen könnte, mufs ich mir aber für einen andern Ort vorbehalten. Möchte nur jener Naturforscher uns aus der Fülle seiner gesammelten Schätze bald mit jenen Erfordernissen beschenken!

Berichtigung und Notiz, die Störungen des *Halley*schen Kometen betreffend.

Von Herrn Professor Dr. *O. A. Rosenberger* in Halle.

Denjenigen Astronomen, welche meinen bisherigen Untersuchungen über den *Halley*schen Kometen ihre Theilnahme nicht versagt haben, erlaube ich mir die Resultate meiner fortgesetzten Rechnungen über diesen Gegenstand im Folgenden kurz darzulegen. Herr Doctor *Olbers* hat bereits in Nr. 268 der A. N. die Gründe angegeben, welche mich ver-

Digitized by Google

anlassen mufsten die Beendigung der angefangenen Arbeit mit dem 296sten Grade der excentr. Anomalie vor der Hand abzubrechen; es geschah dies aber hauptsächlich auch darum, weil die Jupitersstörungen gerade im XIten Zeichen der exc. Anom. so ungewöhnlich grofs werden, dafs sie sich ohne eine genauere Kenntnifs der Elemente des Kometen, wie sie uns seine bevorstehende Wiedererscheinung in Kurzem verspricht, um so weniger mit der erforderlichen Sicherheit bestimmen lassen. Diese Störungen können jedoch den Zeitpunct seiner nächsten Sonnennähe nur um ein Weniges ändern, und so dürften die folgenden Angaben immerhin wenigstens das Interesse haben, die Vergleichung der wirklichen Wiederkehr des Kometen zu seiner Sonnennähe, sobald sie erfolgt seyn wird, mit einer ohne Rücksicht auf den möglichen Widerstand, welchen er in seinem Laufe erfahren mag, geführten Rechnung zu erleichtern.

Vorher mufs ich jedoch einen Fehler berichtigen, welchen ich leider gegen den Schlufs der Störungsrechnungen, von welchen in Nr. 250 der A. N. Bericht erstattet ist, oder vielmehr bei der Vereinigung ihrer beiden Theile zu einem Ganzen begangen habe. Ich habe nehmlich die Störungen der für das Perihelium des Jahres 1682 gültigen Elemente von 0° bisl 180° exc. Anomalie, und die Störungen der für das Perihelium von 1759 gültigen Elemente von 180° bis 360° exc. Anomalie von einander gesondert berechnet, jene auf das mittl. Aequinoct. des 15ten Septbr. 1682, diese auf das mittl. Aequin. des 13ten März 1759 bezogen. Um nun die ganze Aenderung der Elemente von 0° bis 360° zu erhalten mufste dazu noch die Aenderung hinzugefügt werden, welche dieselben blofs durch die Präcession der Nachtgleichen erleiden, und hier habe ich $\Delta\omega$ (oder die Aenderung der Länge des Perihelions vom aufsteigenden Knoten) mit verkehrtem Zeichen angewandt, so nehmlich, dafs die Angabe p. 176 meines erwähnten Aufsatzes, nicht $-108'',79$, sondern $+108'',79$ heifsen mufs. Dieses Versehen hat die pag. 178, 179 und 180 folgenden Zahlenangaben nothwendig fehlerhaft machen müssen, weshalb ich sie nach ihrer Berichtigung, hier nochmals zusammenstelle.

Die pag. 177 angeführten, mit A und B bezeichneten Elemente (welche sich mit der mittlern täglichen Bewegung für 0° und für 360° excentr. Anomalie $\nu = 45'',810976$ und $\nu = 46'',124027$ blofs aus den Beobachtungen des Jahres 1682 oder aber des Jahres 1759, für den Augenblick der Sonnennähe der genannten Jahre gültig, ergeben), bleiben ungeändert. Aus ihnen folgt die Aenderung der Elemente des Kometen vom Perihelio 1682 bis zum Perihelio 1759, den Einfluss der Präcession mit eingeschlossen:

$$\Delta e = -2451{,}5 \quad \Delta i = +6'\,30''43 \quad \Delta n = +2°\,50'\,0''85$$
$$\Delta\omega = +1°\,30'\,38'',98.$$

Meine Berechnung der Störungen giebt dagegen diese Aenderungen

$$\Delta e = -2358{,}3 \quad \Delta i = +7'\,53'',35 \quad \Delta n = +2°\,39'\,8'',75$$
$$\Delta\omega = +1°\,24'\,17'',64,$$

so dafs die Elemente (A), für das Perihelium von 1682, um $\Delta e = -93{,}2$ $\Delta i = -82'',92$ $\Delta n = +652'',10$ $\Delta\omega = +381'',34$ verändert werden müfsten, um sie mit den berechneten Störungen und mit den Beobachtungen von 1759 in Uebereinstimmung zu bringen.

Will man durch zwei Systeme von Elementen, welche genau um den Betrag der berechneten Störungen von einander verschieden sind, sowohl den Beobachtungen von 1682, als auch denen vom Jahre 1759 möglichst Genüge leisten, so finden sich:

für das Perihelium von 1682.

$\nu = 45'',810976$ $e = 0{,}9679201.9$ $-T = 1682$ Sept. 14,80155
$i = 162°\,15'\,14'',65$ $n = 51°\,11'\,18'',12$ $\omega = 109°\,15'\,41'',03$ } A
bezogen auf das mittl. Aequin. des 15ten Sept. 1682

und für das Perihelium von 1759.

$\nu = 46'',124027$ $e = 0{,}9676843.6$ $-T = 1759$ März 12,55827
$i = 162°\,23'\,8'',00$ $n = 53°\,50'\,26'',87$ $\omega = 110°\,39'\,58'',67$ } B
bezogen auf das mittl. Aequin. des 13ten März 1759.

Der mittlere Fehler einer von *Messier* im Aequator beobachteten Rectascension, welchen die Beobachtungen von 1759 $= 32'',23$ ergaben, wird durch diese Rücksicht auf die Erscheinung von 1682 auf $37'',70$ erhöht.

Sucht man endlich beide Erscheinungen durch Elemente darzustellen, welche um den Betrag der gefundenen planetarischen Störungen und um den Effect des nach der *Encke*schen Hypothese berechneten Widerstandes von einander verschieden sind, so findet man

für das Perihelium von 1682.

$\nu = 45'',804578$ $e = 0{,}9679231.5$ $-T = 1682$ Spt. 14,80150
$i = 162°\,15'\,14'',09$ $n = 51°\,11'\,18'',15$ $\omega = 109°\,15'\,40'',59$ } A'
bezogen auf das mittl. Aequin. des 15ten Sept. 1682

und für das Perihelium von 1759.

$\nu = 46'',130425$ $e = 0{,}9676813.9$ $-T = 1759$ Mrz 12,55819
$i = 162°\,23'\,8'',04$ $n = 53°\,50'\,26'',90$ $\omega = 110°\,39'\,58'',23$ } B'
bezogen auf das mittl. Aequin. des 13ten März 1759.

Ich hatte die Absicht bei meiner Berechnung der Störungen von 1759 bis 1835 von dem arithmetischen Mittel aus den mit B' und B'' bezeichneten Elementen auszugehen. Da ich indefs auf den eben berichtigten Irrthum erst im vorigen August (und zwar durch die Reduction der Elemente, welche ich für das im Juli 1797 eingetretene Aphelium erhalten hatte, auf das mittl. Aequin. des 7ten Novbr. 1835) aufmerksam wurde, so ist diese ganze Rechnung mit etwas davon abweichenden Elementen ausgeführt. Die Abweichungen sind aber so unbedeutend, dafs sich ein irgend

Digitized by Google

merklicher Einfluſs derselben auf das Resultat durchaus nicht erwarten läſst. Im Uebrigen bin ich ganz so verfahren, wie in meinem letzten Aufsatz Astr. Nachr. Nr. 250 angegeben worden ist, nur daſs die Masse des Jupiters gleich anfangs nach *Nicolai* $= \frac{1}{1058,924}$ vorausgesetzt wurde und daſs ich mir erlaubt habe vorläufig die Wirkung der kleinen Planeten auf die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems vom 30ſten Grade der excentr. Anomalie an, so wie vom 64ſten Grade der exc. Anomalie an gerechnet alle die kleinen Correctionen fortzulassen, von welchen in meinem oben angeführten Aufsatz die Rede ist. Diese Vernachlässigungen sind allem Anschein nach durchaus von keiner Erheblichkeit für das Endresultat und können namentlich den Zeitpunct des nächsten Periheliums höchstens um wenige Stunden verrücken.

Ich finde die Aenderung der Elemente des Kometen folgendermaſsen:

	$\Delta\nu$	Δe	$-\Delta T$	Δi	Δn	$\Delta\omega$
	"		Tage.	"	"	"
1) 0° bis 30°	+ 0,045952.6	− 254,22	− 0,00331	+ 4,77	+ 12,99	+ 26,15
2) 30° bis 64°	− 0,467289.0	+2755,70	+ 0,50088	+ 34,29	+ 759,64	+ 748,13
3) $r + R$	+ 0,570302.8	−1605,12	− 0,95717	+ 19,76	−1293,27	−1643,77
4) 64° bis 180°	+ 0,009182.5	+ 84,55	− 0,22910	− 18,13	+ 344,09	+ 305,89
5) Praec.				+ 17,48	+3954,38	+ 109,62

Bei den Angaben für die Excentricität trennt das Punctum die 7te von der 8ten Decimalstelle. Die Zeile 1) giebt die Aenderungen an, welche die Elemente des Kometen von 0° bis 30° exc. Anom. durch die Anziehung aller sieben Planeten erfahren. Die Zeile 2) enthält die Störungen, welche von 30° bis 64° exc. Anom. bloſs durch Jupiter, Saturn und Uranus hervorgebracht werden. Diese Quantitäten sind mit aller Sorgfalt und ohne irgend eine Vernachlässigung berechnet worden. Die Zeile 3) giebt die Reduction der Elemente des Kometen auf den Schwerpunct des Sonnensystems als Centrum seiner Bewegung betrachtet, welche für die vier kleinen Planeten bei 30° exc. Anom.; für Jupiter, Saturn und Uranus dagegen bei 64° oder bei 64°,28885 seiner exc. Anomalie (je nachdem man die Sonne oder den Schwerpunct unseres Planetensystems als Mittelpunct ansieht) vorgenommen wurde. Die Zeile 4) enthält die Aenderungen der auf den Schwerpunct des Sonnensystems bezogenen Elemente von dem zuletzt gedachten Zeitpunct an bis zu 180° exc. Anomalie. Die Zeile 5) endlich reducirt diese Elemente, welche bis dahin für das mittl. Aequinoctium des 13ten März 1759 gelten, auf das mittl. Aequinoctium des 7ten Nov. 1835.

Findet der *Halley*sche Komet keinen merklichen Widerstand bei seiner Bewegung, so ergeben sich hieraus nachstehende, auf den Schwerpunct unsers Planetensystems bezogene, und für den Augenblick seines gröfsten Abstandes von diesem gültige Elemente seiner Bewegung:

$\nu = 46''282176$ $e = 0{,}9677824.5$ $-T = 1759$ Mz. 11,86957
$i = 162° 24' 6''17$ $n = 54° 53' 24''70$ $\omega = 110° 32' 24''69$
bezogen auf das mittl. Aequin. des 7ten Novbr. 1835
Umlaufszeit 28002,14073 Tage,
nächstes Perihelium 1835 Novbr. 11,01030 $= -T'$ (a)

Der Effect des nach der *Encke*schen Hypothese berechneten Widerstandes beträgt von 0° bis 64° excentr. Anomalie (den unbedeutenden Ueberrest bis 180° habe ich vernachlässigt)

$\Delta\nu = +0''006385.0$ $\Delta e = -29{,}58$ $\Delta\omega = -0'',319$
$-\Delta T = 0{,}00002$ Tage.

Wollte man also diese Hypothese der Betrachtung zum Grunde legen, so würden sich anstatt der eben angeführten, nachstehende Elemente ergeben:

$\nu = 46''294959$ $e = 0{,}9677765.2$ $-T = 1759$ Mz. 11,86947
$i = 162° 24' 6''21$ $n = 54° 53' 24''73$ $\omega = 110° 32' 23''93$
bezogen auf das mittl. Aequin. des 7ten Novbr. 1835.
Umlaufszeit 27994,40870 Tage.
Nächstes Perihelium 1835 Novbr. 3,27817 $= -T'$. (b)

Die nachfolgenden Störungen können zwar den hierdurch näherungsweise erhaltenen Zeitpunct des nächsten Periheliums nicht mehr bedeutend ändern; indessen will ich auch diese Störungen, welche mit dem arithmetischen Mittel aus den Elementen (a) und (b) berechnet sind, insofern sie vom Jupiter, Saturn und Uranus abhängen, noch hier folgen lassen. Die Zeile 6) giebt die Aenderungen der auf den Schwerpunct bezogenen Elemente von 180° bis 296° der exc. Anom. Die Zeile 7) enthält die Reduction dieser Elemente auf die Sonne als Mittelpunct der Kometenbahn. Die Zeile 8) endlich giebt die Störungen des Kometen von diesem Augenblick bis zu seinem Perihelio 1835 nach *Damoiseau*, aber auf die von mir angewandten Planetenmassen reducirt an, welche wenigstens für die hier beabsichtigte Näherung hinlängliche Sicherheit gewähren werden.

Digitized by Google

		$\Delta\nu$	Δe	$-\Delta T'$	Δi	Δn	$\Delta\omega$
		"		Tage.	'	"	"
6)	180° bis 296°	− 0,013686	+ 210,8	− 0,38936	− 67,9	+ 326,1	+ 324,0
7)	Red.	+ 0,054093	−1812,8	+ 1,10571	− 64,7	+ 145,8	+ 18,2
8)	296° bis 360°	+ 0,186252	−2314,0	− 0,15092	− 318,0	+ 604,8	+ 135,8

woraus sich folgende auf das mittl. Aequin. des 7ten Novbr. 1835 bezogene Elemente für das nächste Perihelium ergeben würden, falls der Komet keinen merklichen Widerstand erfahren sollte:

$\nu = 46'',5088 \quad e = 0{,}967391 \quad -T' = 1835$ Nov. 11,576
$i = 162°16'35'',5 \quad n = 55°11'21'',4 \quad \omega = 110°40'22'',7$

oder, nach der *Encke*schen Hypothese,

$\nu = 46'',5280 \quad e = 0{,}967382 \quad -T' = 1835$ Nov. 3,844
$i = 162°16'35''5 \quad n = 55°11'21'',4 \quad \omega = 110°40'22'',3.$

Natürlich können die vorstehenden Angaben durchaus keinen Anspruch auf Sicherheit machen. Sie sollen nur zeigen, dafs wenigstens der Zeitpunct des nächsten Perihels sich schon aus den bis jetzt von mir erhaltenen Resultaten bis auf wenige Stunden zuverlässig bestimmen liefse, wenn man voraussetzen dürfte, dafs der Komet bei seiner Bewegung nur einen unmerklichen Widerstand findet und aufserdem eine ungefähre Ansicht von dem Einflufs eines solchen Widerstandes geben, wenn er statt finden sollte.

Ich führe noch die Störungen der mittleren täglichen Bewegung, der Excentricität und der Durchgangszeit durch das Perihelium, welche die kleinen Planeten von 0° bis 30° exc. Anom. hervorbringen, nebst der Reduction dieser Elemente auf den Schwerpunkt für jeden dieser Planeten besonders hier an. Ich finde nehmlich dieselbe

	Mercur.	Venus.	Erde.	Mars
Stör.	+0".000880.8	+8560.3	+22816.6	−278.0
Red.	+0,000085.1	+ 293.7	+ 3079.9	+846.5
$\Delta\nu =$	+0".000965.9	+8854 0	+25896.5	+568.5
Stör.	−5.227	−40.198	−114.062	+1,590
Red.	+0.851	+ 3.822	− 8.931	−4.083
$\Delta e =$	−4.38	−36.38	−122.99	−2.49
	Tage.			
Stör.	−0,00020.8	−70.5	− 28.4	0.0
Red.	+ 13.9	+56.0	+ 24.5	−5.6
$-\Delta T =$	−0,00007	−14	− 4	− 6

Es ergiebt sich hieraus, dafs zwar die Einwirkung der Erde auf den Kometen seine nächste Wiederkehr zum Perihelio um etwa 15⅔ Tage beschleunigt, wie schon *Damoiseau* und *Pontécoulant* gefunden haben (die Rechnung des ersteren giebt 12,33, die des letzteren 15,05 Tage vid. Conn. d. t. p. 1832 et 1833), dafs aber auch die Venus eine Beschleunigung dieser Wiederkehr von ungefähr 5½ Tagen und Mercur und Mars zusammengenommen gleichfalls eine Beschleunigung von fast einem ganzen Tage hervorbringen.

Auch bei der Revolution des Kometen von 1682 bis 1759 wurde nach meinen frühern Rechnungen seine Umlaufszeit durch die Störungen der vier kleinen Planeten zusammengenommen um etwa 8 Tage abgekürzt, doch habe ich damals den Einflufs jedes einzelnen nicht besonders berechnet.

Halle am 27sten Februar 1835. *O. A. Rosenberger.*

Beobachtungen des Mondes und der Mondsterne, angestellt auf der Königlichen Sternwarte bei München im Jahre 1834; nebst Vergleichung der beobachteten Mondörter mit den Tafeln von *Damoiseau.*

Von Herrn Dr. *Lamont.*

A) *Beobachtete Grade Aufsteigung des Mondes und der Mondsterne.*

1834.	Sterne.	Beob. AR.	Zeit.	$\Delta\alpha$	
		h ' "	"	"	
Jan. 4	Mond II R.	15 9 5,76	−0,40	−0,44	unruhig.
21	ε Tauri	4 18 55,94			
	α Tauri	4 26 24,19			
	Mond I R.	4 52 58,02	−0,45	−0,22	
	β Tauri	5 15 48,39			
	ζ Tauri	5 27 43,84			
Febr. 1	Mond II R.	15 47 35,87	−0,13	−0,86	Zeitbestimmung unsicher, Beob. sehr unzuverlässig.
	ν Scorpii	16 2 20,22			
	α Scorpii	16 19 13,11			
2	ν Scorpii	16 2 20,39			
	α Scorpii	16 19 13,02			
	Mond II R.	16 43 34,93	−0,25	−0,71	

1834.	Sterne.	Beob. AR.	Zeit.	$\Delta\alpha$	
		h ' "	"	"	
Febr. 3	Mond II R.	17 40 30,56	−0,25	−0,48	nebelig.
16	Mond I R.	3 34 23,50	−0,45	−0,26	bedeckt.
17	Mond I R.	4 27 1,17	−0,46	−0,54	
18	β Tauri	5 15 47,95			
	Mond I R.	5 23 33,54	−0,46	−0,83	nebelig.
	H Gemin.	5 54 1,78			
	η Gemin.	6 4 51,52			
29	H Gemin.	5 54 1,90			2 F.
	η Gemin.	6 4 51,60			
	Mond I R.	6 23 57,35	−0,46	−0,97	Himmel b (deck
	ζ Gemin.	6 54 16,01			
	δ Gemin.	7 10 12,44			
20	ζ Gemin.	6 54 15,94			
	δ Gemin.	7 10 12,57			

Digitized by Google

1834.	Sterne	Beob. AR. h ′ ″	Zeit. ″	Δα	
Febr. 20	Mond I R.	7 27 19,44	−0,46	−0,61	
	β Gemin.	7 35 9,27			
	Φ Gemin.	7 43 20,08			
	μ′ Cancri	7 56 28,24			
23	α Leonis	9 59 32,15			
	ρ Leonis	10 24 4,53			
	Mond II R.	10 41 5,07	−0,45	0,00	
	χ Leonis	10 56 27,73			
	i Leonis	11 15 16,74			
März 22	ν Leonis	9 49 17,70			
	α Leonis	9 59 31,98			
	Mond I R.	10 5 41,39	−0,10	−0,08	3 F.
	ρ Leonis	10 24 4,60			
	l Leonis	10 40 32,31			
April 20	Mond I R.	11 35 58,22	+0,04	+0,01	
	β Virginis	11 41 3,73			
	c Virginis	11 56 45,96			
	η Virginis	12 11 25,89			
May 15	Mond I R.	9 19 1,00	+0,09	+0,46	
19	Mond I R.	13 4 23,61	+0,03	−0,08	unt. Wol-
	α Virginis	13 16 28,58			(ken.
					dünne
20	α Virginis	13 16 28,60			3 F. Wolken.
	ζ Virginis	13 26 15,49			
	Mond I R.	14 0 27,73	+0,01	−0,04	Beobb. un-
	μ Virginis	14 34 20,74			(sicher.
Jun. 1	Mond II R.	0 59 15,12	+0,15	0,00	schwach.
14	Mond I R.	11 51 13,53	+0,24	−0,52	
18	α″ Librae	14 41 43,85			
	β Librae	15 8 5,63			
	Mond I R.	15 31 40,96	+0,33	−0,04	
	ω″ Scorpii	15 57 42,64			
	α Scorpii	16 19 16,31			
20	A Ophiuchi	17 5 11,04			doppelt; Mittel
	ρ Ophiuchi	17 10 55,56			
	Mond I R.	17 32 37,86	+0,34	−0,04	wankend.
	μ′ Sagitt.	18 3 52,20			
	λ Sagitt.	18 17 45,52			
Jul. 12	Mond I R.	12 28 59,86	−0,09	+0,26	
13	Mond I R.	13 22 36,68	−0,09	+0,20	
15	Mond I R.	15 12 4,05	−0,11	+0,36	
16	η Librae	15 34 46 16			
	ϑ Librae	15 44 24,63			
	Mond I R.	16 9 26,71	−0,11	+0,42	
	α Scorpii	16 19 16,32			
	η Ophiuchi	17 0 53,72			
17	α Scorpii	16 19 16,39			
	η Ophiuchi	17 0 53,82			
	Mond I R.	17 8 52,93	−0,12	+0,11	
Aug. 8	Mond I R.	12 10 4,30	+0,07	+0,65	Rand sehr
11	Mond I R.	14 55 4,91	+0,04	+0,35	(schwach.
12	Mond I R.	15 51 48,09	+0,03	+0,27	
13	Mond I R.	16 50 9,36	+0,03	+0,34	
14	ϑ Ophiuchi	17 11 51,05			
	D Ophiuchi	17 33 31,19			
	Mond I R.	17 49 46,09	+0,03	+0,48	
19	Mond II R.	22 31 12,99	+0,09	+0,24	
27	Mond II R.	4 47 7,03	+0,15	−0,18	Rand un-
29	Mond II R.	6 42 18,79	+0,16	+0,12	(eben.
30	Mond II R.	7 43 53,34	+0,16	+0,38	

1834.	Sterne.	Beob AR. h ′ ″	Zeit. ″	Δα	
Sept. 10	Mond I R.	17 31 34,38	+0,08	+0,25	
12	π Sagittarii	18 59 55,29			
	h² Capric.	19 26 38,08			
	Mond I R.	19 30 42,00	+0,09	+0,38	
	c Sagittarii	19 52 28,84			
	α″ Capric.	20 8 52,44			
13	Mond I R.	20 27 31,76	+0,09	+0,66	
14	η Capric.	20 54 59,34			
	χ Capric.	20 59 4,94			
	Mond I R.	21 21 29,03	+0,08	+1,22	Beobb.
15	δ Capric.	21 37 54,70			sehr unzu-
	ι Aquarii	21 57 30,19			verlässig.
	Mond I R.	22 12 25,90	+0,08	+0,76	
	δ Aquarii	22 45 52,50			
16	Mond I R.	23 0 40,62	+0,08	+0,59	
18	Mond II R.	0 33 39,97	+0,11	+0,39	
24	Mond II R.	5 20 30,88	+0,15	−0,44	
25	Mond II R.	6 17 8,51	+0,16	−0,24	
26	Mond II R.	7 16 14,46	+0,16	+0,06	
	β Gemin.	7 35 9,95			
Oct. 7	Mond I R.	17 9 4,78	+0,10	+1,36	
8	Mond I R.	18 11 3,93	+0,11	+1,05	
9	Mond I R.	19 11 51,63	+0,11	+0,90	
	α″ Capric.	20 8 52,09			
10	c Sagittarii	19 52,28,23			
	α″ Capric.	20 8 52,14			
	Mond I R.	20 10 12,11	+0,11	+0,46	
	ψ Capric.	2 36 17,42			
	m Capric.	20 43 18,46			
13	σ Aquarii	22 21 53,65			
	Mond I R.	22 45 47,56	+0,10	+0,56	
	ψ¹ Aquarii	23 7 13,80			
	ψ³ Aquarii	23 10 21,72			
14	ψ¹ Aquarii	23 7 14,08			
	ψ³ Aquarii	23 10 21,98			
	Mond I R.	23 32 12,75	+0,09	+0,46	Himmel be-
	r Piscium	23 53 29,38			(deckt.
	s Piscium	23 56 52,84			
Nov. 6	Mond I R.	19 38 8,71	−0,09	+1,05	
Dec. 5	Mond I R.	21 17 26,23	−0,38	+0,67	2 F.
	δ Capric.	21 37 53,68			
6	δ Capric.	21 37 53,72			
	Mond I R.	22 10 21,80	−0,37	+0,44	
	τ² Aquarii	22 40 49,67			Beobb.
	δ Aquarii	22 45 51,78			unsicher.
7	τ² Aquarii	22 40 49,48			
	δ Aquarii	22 45 51,91			
	Mond I R.	22 59 31,58	−0,35	+0,47	

B) *Beobachtete Declinationen des Mondes.*

1834.	Beob. Decl. ° ′ ″	Zeit. ″ ′	Δδ ′	
Jan. 21.	+19 58 21,8	— 0,45	+ 6,1	UR Rd.uneben.
Febr. 16.	+15 14 48,9	— 0,45	— 0,7	UR uneben.
17.	+18 47 40,1	— 0,46	— 2,7	UR
18.	+21 56 12,1	— 0,46	+ 2,0	OR uneben.
19.	+23 18 56,8	— 0,46	+ 5,6	OR bedeckt.
20.	+23 10 3,2	— 0,46	+ 7,3	OR
23.	+12 59 (53,1)	−48,00	+ 9,2	OR

Digitized by Google

1834.	Beob. Decl.	Zeit.	Δδ	
	° ′ ″	″	″	
März 19.	+23 40 33,7	− 0,10	+ 2,9 OR	
22.	+15 49 48,3	− 0,10	+ 9,2 OR	
April 20.	+ 7 35 17,9	+ 0,04	+ 3,1 OR	uneben.
May 15.	+19 31 25,7	+ 0,09	+ 7,7 OR	
19.	− 2 8 7,0	+ 0,03	+ 8,6 OR	Wolken.
20.	− 8 21 2,4	+ 0,01	+ 6,6 OR	
Jun. 14.	+ 6 11 49,0	+ 0,24	+ 6,3 OR	
18.	−16 55 1,6	+ 0,33	+ 7,0 OR	
20.	−24 15 52,2	+ 0,34	+ 3,3 UR	uneben.
Jul. 12.	+ 1 55 32,2	− 0,09	+ 8,2 OR	
13.	− 4 10 34,2	− 0,09	+ 4,8 OR	sehr unzu-
15.	−15 19 0,1	− 0,11	+ 5,3 OR	(verlässig.
16.	−19 41 37,3	− 0,11	+ 3,1 OR	
17.	−22 52 21,2	− 0,12	+ 3,2 OR	
Aug. 11.	−13 58 17,3	+ 0,04	+14,3 OR	*)
12.	−18 38 10,5	+ 0,03	+ 4,7 OR	
13.	−22 9 32,4	+ 0,03	+ 4,9 OR	
14.	−24 51 1,4	+ 0,03	+ 2,8 UR	
19.	−15 33 30,2	−25,65	− 1,1 UR	unter Wol-
Sept. 10.	−24 3 8,1	+ 0,08	− 1,6 OR	(ken.
12.	−25 20 26,9	+ 0,09	− 0,6 UR	
13.	−23 37 48,3	+ 0,09	− 3,2 UR	
14.	−20 46 28,9	+ 0,08	− 1,3 UR	unsicher.
15.	−17 0 54,6	+ 0,08	− 1,6 UR	
16.	−12 35 46,1	+ 0,08	− 0,2 UR	

*) 10″ vielleicht beym Ablesen übersehen.

1834.	Beob. Decl.	Zeit.	Δδ	
	° ′ ″	″	″	
18.	− 2 9 49,3	−20,09	− 1,5 OR	
24.	+22 58 6,0	−18,19	+ 6,3 OR	
25.	+24 24 14,6	−18,71	+ 5,7 OR	
26.	+23 56 11,4	−29,65	+ 7,4 UR	
Oct. 8.	−25 13 54,6	+ 0,11	− 4,5 OR	
9.	−25 52 34,7	+ 0,11	+ 0,6 UR	
10.	−24 32 9,0	+ 0,11	− 2,2 UR	
13.	−14 10 16,7	+ 0,10	− 4,2 UR	
14.	− 9 24 59,8	+ 0,09	− 1,6 UR	
Dec. 5	−21 33 40,5	− 0,38	− 5,9 UR	
6.	−17 39 37,3	− 0,37	− 3,0 UR	sehr unsi-
7.	−13 6 21,7	− 0,35	− 0,9 UR	(cher.

Anmerk. Der Durchgang des Mondes ist am 1sten Jun., 19ten, 27sten, 29sten, 30sten Aug., 18ten, 24sten, 25sten, 26sten Sept. und am 6ten November mit dem Mittagsfernrohr an 7 Fäden, sonst aber mit dem Meridiankreise an 5 Fäden beobachtet worden. Die Deklination vom 23sten Febr. beruht auf der Ablesung eines einzigen Verniers. Δx und Δδ bezeichnen diejenigen Zahlen, welche der Beobachtung hinzugefügt werden müssen, um sie den Angaben der Ephemeride gleich zu machen.

Lamont.

Observations astronomiques faites à l'Observatoire académique de Wilna en 1832 n. s.

Saturne.

Jour de l'observation.	Tems moy. du pass. à Wilna.	AR. apparentes.	Décl. appar.
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″
1832 26 Février	12 33 46,1	10 56 58,3	+ 9 0 46,7
27 ——	29 32,7	40,8	2 29,7
28 ——	25 19,5	23,3	4 29,1
29 ——	21 5,9	5,5	6 28,1
1 Mars	16 51,7	55 47,1	8 21,8
5 ——	11 59 59,2	54 36,0	15 56,5
8 ——	47 16,1	53 42,5	21 29,7
9 ——	43 2,9	25,2	23 16,9
10 ——	38 49,2	7,4	25 6,5
13 ——	26 9,1	52 14,8	30 26,9
14 ——	21 57,0	51 58,4	32 16,2
15 ——	17 43,7	41,2	34 2,9
16 ——	13 30,9	24,2	35 49,4
28 ——	10 23 9,7	48 13,3	54 39,9
29 ——	18 59,1	47 58,6	56 7,1
31 ——	10 39,1	30,3	58 55,4
1 Avril	6 29,3	16,4	+10 0 13,9
4 ——	9 54 1,8	46 36,5	4 5,9
9 ——	33 21,8	45 35,9	9 33,8
11 ——	25 7,8	13,7	11 34,7
12 ——	21 1,4	3,2	12 38,9
14 ——	12 9,6	44 42,9	14 24,3

Saturne a été comparé aux étoiles Nr. 1259, 49 Leonis Nr. 1322, Nr. 1254, 47 Leonis ρ du catalogue de Mr. *Baily* (New Tables for facilitating etc. London 1827 4to) dont les positions apparentes, tout aussi bien que celles des étoiles auxquelles les autres planètes ont été comparées, sont tirées.

Jour de l'observation.	Long héliocentr. observées	Diff. en Long.	Latit. héliocentr. observées.	Diff. en Latit.
	5s			
	° ′ ″		° ′ ″	″
1832 26 Févr.	11 32 6,3	+0,1	+1 53 33,9	−15,0
27 ——	34 18,3	−6,8	29,4	− 7,0
28 ——	36 24,0	−7,5	38,2	−12,2
29 ——	38 28,2	−6,7	45,9	−16,5
1 Mars	40 23,5	+3,0	45,8	−12,8
5 ——	48 50,8	−4,3	56,0	− 8,8
8 ——	54 57,9	+3,4	54 14,4	−16,6
9 ——	57 8,9	−2,6	14,0	−12,7
10 ——	59 11,2	0,0	17,8	−13,1
13 ——	12 5 21,3	+4,6	22,9	− 7,7
14 ——	7 34,9	−4,1	33,4	−14,7
15 ——	9 37,5	−1,8	38,4	−16,2
16 ——	11 41,0	−0,5	43,5	−15,8
28 ——	36 40,0	−1,4	55 19,7	−12,3
29 ——	38 41,9	+1,6	23,0	−12,2
31 ——	42 52,1	+1,0	35,9	−18,1

Digitized by Google

Jour de l'observation.		Long. hélioc. observées.	Diff. en Long.	Latit. hélioc. observées.	Diff. en Latit
		5s			
1832	1 Avril	12°44′ 56″6	+1″2	+1°55′ 38″5	−17″3
	4 ——	51 8,7	+3,4	52,9	−21,4
	9 ——	13 1 37,4	−1,7	56 2,3	−13,7
	11 ——	5 45,8	−0,7	10,1	−14,7
	12 ——	7 48,5	+1,3	19,0	−20,2
	14 ——	11 57,3	+1,9	23,4	−17,7
		Moyenne =	−0,7	Moyenne =	−14,4

Les différences en longitude et en latitude doivent être appliquées suivant leur signes aux longitudes et latitudes hélioc. observées pour obtenir les nombres du *Berl. Jahrbuch.*

L'opposition de Saturne tirée du *Berl. Astr. Jahrbuch* 1832 corrigé des erreurs, eût lieu à Wilna en 1832 le 1 Mars n. s. à $18^h\ 44'\ 43''3$ t. m. astr.

Lors de l'opposition:

Long. hélioc. de Saturne et celle de la terre = 5s 11°41′ 1″02

Latitude hélioc. de Saturne..... = +1 53 48,4

(Der Beschluss folgt.)

Notizen.

Herr *Beer* schreibt mir Folgendes:

„Herr *Mädler* zeigte Ihnen bereits an, dass wir uns jetzt eifrig mit Jupitersbeobachtungen beschäftigen, um zunächst dessen Rotetionsperiode, welche seit *Cassini* nicht untersucht worden, genau zu prüfen. Wir benutzen dazu die beiden marquanten Flecke seines nördlichen Streifens. Das Interessanteste was unsere Beobachtungen bis jetzt ergeben ist dass ganz bestimmt in der relativen Lage der Flecke eine Veränderung vorgegangen, so dass sie jetzt um etwa 2½ jovicentrische Grade weiter auseinander liegen als zu Anfang unserer Beobachtungen im vergangenen November. Wir wollen nun diese so weit es sich thun lassen wird, nehmlich bis zum Monat May fortsetzen, und hoffen dass bei Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate, und indem wir die Rotation für jeden Fleck einzeln berechnen, der Gang der Fehler uns vielleicht darüber belehren könne, ob wir diese Bewegung nur einem oder beiden Flecken zuzuschreiben haben.

Zur vollkommneren Darstellung einzelner Strahlensysteme auf dem Monde hat Herr *Mädler* eine, wie es mir scheint, recht sinnreiche Idee gehabt. Er zeichnet nehmlich die Landschaft nach *Lehmann*scher Terraindarstellung auf einem Blatte, und deren Vollmondsbild, wie es sich in Nature zeigt, auf einem andern. Diese Zeichnungen werden gestochen und auf beiden Seiten eines dazu geeigneten Papiers abgedruckt. Wenn man dann das Papier gegen des Licht hält, so hat man das vollkommen natürliche Bild des Strahlensystems im Vollmonde, und kann dennoch die Gestalt des Terrains genau erkennen. Am anwendbarsten ist diese Idee für die Gegend des Tycho; doch hat Hr. *Mädler* um zu sehen ob es überhaupt glückt den ersten Versuch beim Aristarch gemacht, da Tycho bei weitem mehr Mühe verursacht. Wenn die Sache gut ausfällt, so werde ich die Ehre haben Sie noch ferner davon zu unterhalten."

Herr Hofrath *Nicolai* meldet mir aus Mannheim, dass er mit seinem Fraunhofer (ich glaube von etwa 40 Linien Oeffnung) den *Halley*schen Cometen bereits an 5 Abenden (Dec. 26. 29. Jan. 2. 17. 23) wovon ein paar ganz ungemein heiter waren, auf das sorgfältigste gesucht, aber keine Spur von ihm habe entdecken können. Ebenso ist es Herrn *Petersen* hier, mit einem ähnlichen Fernrohr, an 3 Abenden in der ersten Hälfte des Februars gegangen.

Die Auction über die Bücher und Instrumente des verstorbenen Herrn Hofraths *Harding* wird am 4ten Mai in Göttingen gehalten. Unter den Büchern finden sich manche seltene astronomische Werke. Unter den Instrumenten zeichnete der Verstorbene ein 3füfsiges Spiegeltelescop mit Mahagonystativ, und verschliefsbarem Spiegelkasten von demselben Holze, und eine Pendeluhr von *Hanneck* mit Compensationspendel in Mahegony Gehäuse, ans. Das Telescop dürfte sich besonders für ein physicalisches Cabinet eignen. Herr Procurator *Schepeler* in Göttingen nimmt frei eingesandte Aufträge an.

Herr Dr. *Lamont*, Observator an der Bogenhausener Sternwarte hat mir unter dem 26sten Febr. angezeigt, dass bei den Mondsbeobb. von 1833 (A. N. Nr. 257) nebst einigen geringeren Veränderungen, welche durch eine genauere Reduction herbeigeführt werden, folgendes noch zu berichtigen sey. An den Tagen Jun. 1. 29. 30. Jul. 25. 26. 27. 28. 29, müssen die unter der Columne Zeit stehenden Zahlen heifsen, +16,02, +15,87, +16,10, +15,63, +15,94, +16,19, +16,40, +16,40; die entsprechenden Zahlen in der Columne $\Delta\delta$ werden dann −0,4, +3,9, +2,7, +7,4, +4,4, +3,4, +3,5, 0,0

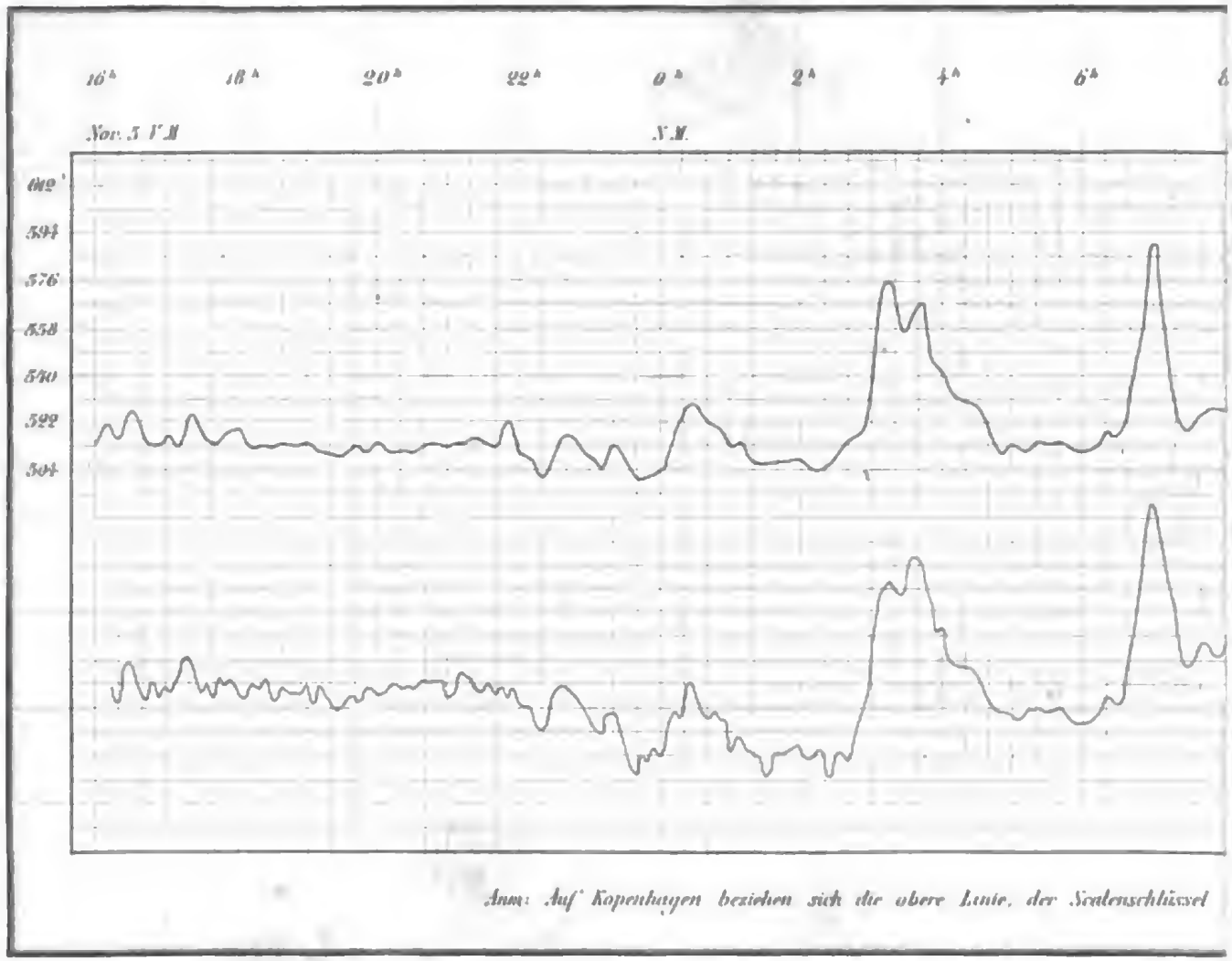
Der grofse Refractor ist in einem Zimmer der Sternwarte vorläufig aufgestellt. Ein zweites gleichgrofses Objectiv (10½ Z.) ist Herrn Dr. *Lamont* zur Prüfung übergeben; aber die Luft ist bis dahin ungünstig gewesen. S.

Beobachtungen der Variationen der Magnetnadel in Copenhagen und Mailand, am 5. und 6. Nov 1834. Mitgetheilt von Herrn Hofreth *Gauss*. p. 185. — Berichtigung und Notiz, die Störungen des *Halley*schen Kometen betreffend. Von Herrn Professor Dr. *O. A. Rosenberger* in Halle. p. 187. — Beobachtungen des Mondes und der Mondsterne, angestellt auf der k. Sternwarte bei München im Jahre 1834 etc. Von Hrn. Dr. *Lamont*. p. 193. — Observations astronomiques faites à l'Observatoire académique de Wilna en 1832 n. s. p. 197. — Notizen. p. 199.

Altona 1835. März 21. (Hiebei eine Kupfertafel.)

Digitized by Google

Beobachtete Variationen



Anm: Auf Kopenhagen beziehen sich die obere Linie, der Scalenschlüssel

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 277.

Ueber die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel*.

Hiebei eine Kupfertafel.

Die Figur in welcher wir einen Planeten sehen, der ein Rotations-Sphäroid ist, ist nur dann die Figur seiner Meridiane, wenn das Auge in der Ebene seines Aequators steht und wenn die Sonne sich auf der von dem Auge nach dem Planeten gelegten geraden Linie befindet. Im Allgemeinen zeigt der Planet eine andere Figur, deren nähere Untersuchung, von der Zeit an, der Mühe werth geworden ist, von welcher an, genauere Messungen des Planeten selbst und der relativen Lage seiner Satelliten möglich geworden sind. Instrumente wie das grofse Heliometer der Königsberger Sternwarte geben diesen Messungen einen Grad von Sicherheit, welcher nicht mehr erlaubt, die scheinbaren Figuren des Mars und des Jupiters mit den Figuren zu verwechseln, welche sie zeigen würden, wenn sie vollständig erleuchtet wären: man mufs also, um Messungen dieser Art, sie mögen die Bestimmung der beiden Axen des Sphäroids eines Planeten, oder die Bestimmung der Lage seines Aequators, oder die relative Lage seiner Satelliten zum Zwecke haben, mit der erforderlichen Richtigkeit berechnen zu können, die Figur des Planeten, so wie sie sich wirklich zeigt, kennen. Die Bestimmung dieser Figur und die Berechnungsart der davon abhängigen Beobachtungen ist daher das, was ich gegenwärtig mitzutheilen gedenke. Ein Theil davon ist ohne Schwierigkeit und auch schon bekannt, ein anderer verdient an sich mehr Aufmerksamkeit und ist neu; ich lasse aber auch den ersten Theil nicht weg, indem der zweite mit ihm in naher Verbindung ist.

1.

Ich werde damit anfangen, den scheinbaren Ort eines Punktes auf der Oberfläche des Planeten anzugeben, dessen Entfernungen von drei auf einander senkrechten, durch den Mittelpunkt des Planeten gelegten Ebenen durch x, y, z, so wie die Entfernungen des Auges von denselben Ebenen durch ξ, η, ζ bezeichnet werden. Die Axe der z soll mit der Drehungsaxe des Planeten zusammenfallen.

Gesichtslinien, nach dem Mittelpunkte des Planeten und nach dem Punkte auf der Oberfläche gelegt, bestimmen die Oerter beider an der Himmelskugel. Bezieht man diese Oerter auf den gröfsten Kreis, welcher der Ebene des Aequators des Planeten entspricht und bezeichnet man die von der Axe der x, auf diesem gröfsten Kreise gezählten Längen des Mittelpunktes des Planeten und des Punktes auf seiner Oberfläche durch λ und λ', ihre auf denselben gröfsten Kreis bezogenen Breiten durch β und β', ihre Entfernungen von dem Auge durch ρ und ρ', so hat man:

$$\left.\begin{aligned} \rho \cos\beta \cos\lambda &= -\xi \\ \rho \cos\beta \sin\lambda &= -\eta \\ \rho \sin\beta &= -\zeta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [1]$$

und

$$\left.\begin{aligned} \rho' \cos\beta' \cos\lambda' &= x-\xi \\ \rho' \cos\beta' \sin\lambda' &= y-\eta \\ \rho' \sin\beta' &= z-\zeta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [2]$$

Die scheinbare Entfernung des Punktes von dem Mittelpunkte des Planeten $= s$ und der Winkel des durch beide gelegten gröfsten Kreises mit dem Declinationskreise des letzteren $= p$, werden durch $\lambda, \lambda', \beta, \beta'$ durch die Formeln:

$$\begin{aligned} \sin s \sin(p-P) &= \cos\beta' \sin(\lambda'-\lambda) \\ \sin s \cos(p-P) &= \cos\beta \sin\beta' - \sin\beta \cos\beta' \cos(\lambda'-\lambda) \\ \cos s &= \sin\beta \sin\beta' + \cos\beta \cos\beta' \cos(\lambda'-\lambda) \end{aligned}$$

ausgedrückt, in welchen P den Positionswinkel des Pols des Aequators des Planeten bezeichnet. Multiplicirt man sie mit ρ' und substituirt man rechts von den Gleichheitszeichen die Ausdrücke [1] und [2], so verwandeln sie sich in:

$$\left.\begin{aligned} \rho' \sin s \sin(p-P) &= -x\sin\lambda + y\cos\lambda \\ \rho' \sin s \cos(p-P) &= -x\sin\beta\cos\lambda - y\sin\beta\sin\lambda + z\cos\beta \\ \rho' \cos s &= \rho + x\cos\beta\cos\lambda + y\cos\beta\sin\lambda + z\sin\beta \end{aligned}\right\} [3]$$

Da aber die Entfernung eines Punktes der Oberfläche eines Planeten von dem Mittelpunkte desselben, vergleichungsweise mit ρ, so klein ist, dafs Gröfsen von der Ordnung $\frac{xx}{\rho}$, $\frac{xy}{\rho}$, etc.... unmerklich werden, so kann man diese Formeln, durch Vernachlässigung der Gröfsen dieser Ordnung und höherer Ordnungen abkürzen und sie also:

$$\left.\begin{aligned} s \sin(p-P) &= \frac{\omega}{\rho}(-x\sin\lambda + y\cos\lambda) \\ s \cos(p-P) &= \frac{\omega}{\rho}(-x\sin\beta\cos\lambda - y\sin\beta\sin\lambda + z\cos\beta) \end{aligned}\right\} [4]$$

schreiben ($\omega = 206264'',8$).

Digitized by Google

Indem der Punkt auf der Oberfläche des Planeten liegt, findet zwischen x, y, z die Gleichung statt, welcher diese Oberfläche entspricht; oder man kann für x, y, z ihre, der Gleichung entsprechenden Ausdrücke durch zwei neue veränderliche Gröfsen setzen. Wenn die Oberfläche durch Drehung einer Ellipse, deren Axen $2a$ und $2b$ sind, um die letztere erzeugt wird, so dafs ihre Gleichung

$$[5]\ldots\ldots\ldots\ldots 1 = \frac{xx}{aa} + \frac{yy}{aa} + \frac{zz}{bb}$$

ist, so kann man

$$x = a\cos B\cos A$$
$$y = a\cos B\sin A$$
$$z = b\sin B$$

setzen, wo offenbar A den Winkel einer durch die Drehungsaxe und durch den zu bestimmenden Punkt gelegten Ebene, mit einer durch die erstere und die Axe der x gelegten und B die auf die einbeschriebene oder umbeschriebene Kugel reducirte Breite des Punktes bedeuten. Setzt man diese Ausdrücke von x, y, z in die Formeln [4] und schreibt man a' und b' für $\frac{\omega a}{\rho}$ und $\frac{\omega b}{\rho}$, oder versteht man unter a' und b' die in Secunden ausgedrückten Winkel, unter welchen die beiden halben Axen des Sphäroids in der Entfernung ρ erscheinen, so verwandeln die Formeln sich in:

$$\left.\begin{aligned} s\sin(p-P) &= a'\cos B\sin(A-\lambda) \\ s\cos(p-P) &= b'\cos\beta\sin B - a'\sin\beta\cos B\cos(A-\lambda) \end{aligned}\right\}\ldots[6]$$

Die hier vorkommenden β, λ, P folgen aus dem geocentrischen Orte des Planeten und der Lage der Ebene seines Aequators. Da die Ephemeriden von *Encke* und der Nautical-Almanac den ersteren durch Geradeaufsteigung und Abweichung angeben, so werde ich durch diese (α und δ bezeichnet), verbunden mit der auf den Aequator bezogenen Länge des aufsteigenden Knotens des Planetenaequators ($=n$) und seiner Neigung ($=i$), β, λ, P ausdrücken. Legt man die Axe der x in diesen aufsteigenden Knoten, oder zählt man λ und A von demselben an, so hat man:

$$\left.\begin{aligned} \sin\beta &= \cos i\sin\delta - \sin i\cos\delta\sin(\alpha-n) \\ \cos\beta\sin\lambda &= \sin i\sin\delta + \cos i\cos\delta\sin(\alpha-n) \\ \cos\beta\cos\lambda &= \cos\delta\cos(\alpha-n) \\ \cos\beta\cos P &= \cos i\cos\delta + \sin i\sin\delta\sin(\alpha-n) \\ \cos\beta\sin P &= \sin i\cos(\alpha-n) \end{aligned}\right\}\ldots[7]$$

oder alle drei gesuchten Gröfsen zugleich durch die *Gauss*ischen Formeln:

$$[8]\ldots\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} \cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}\beta)\cos\left(45^\circ+\frac{\lambda+P}{2}\right) &= \cos\left(45^\circ+\frac{\delta+i}{2}\right)\cos\left(45^\circ+\frac{\alpha-n}{2}\right) \\ \cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}\beta)\sin\left(45^\circ+\frac{\lambda+P}{2}\right) &= \cos\left(45^\circ+\frac{\delta-i}{2}\right)\sin\left(45^\circ+\frac{\alpha-n}{2}\right) \\ \sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}\beta)\cos\left(45^\circ+\frac{\lambda-P}{2}\right) &= \sin\left(45^\circ+\frac{\delta+i}{2}\right)\cos\left(45^\circ+\frac{\alpha-n}{2}\right) \\ \sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}\beta)\sin\left(45^\circ+\frac{\lambda-P}{2}\right) &= \sin\left(45^\circ+\frac{\delta-i}{2}\right)\sin\left(45^\circ+\frac{\alpha-n}{2}\right) \end{aligned}\right.$$

Wenn der Punkt auf der Oberfläche des Planeten fest ist, also der Drehung derselben folgt, so wächst A im Verhältnisse der Zeit, oder man hat

$$[9]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots A = s + mt$$

wo also s die Entfernung des Punktes von dem aufsteigenden Knoten des Aequators des Planeten auf dem Aequator der Erde, für den Augenblick von welchem man die Zeit anrechnet, und m die Gröfse der Drehung in der angenommenen Zeiteinheit bedeuten.

2.

Wenn man in die Formeln [4], für x, y, z die Coordinaten von Punkten der Planetenoberfläche setzt, welche durch Gesichtslinien berührt werden, so bestimmen diese Formeln Punkte der krummen Linie, welche die Projection des Sphäroids des Planeten auf eine Ebene ist, welche senkrecht auf der die Mittelpunkte der Erde und des Planeten verbindenden geraden Linie steht. Ich werde jetzt die Gleichung dieser krummen Linie aufsuchen.

Wenn Const. $= V$ die Gleichung einer Oberfläche ist, so ist bekanntlich die Bedingung, dafs eine durch einen Punkt dessen Coordinaten ξ, η, ζ sind gehende gerade Linie sie berühre, in der Gleichung:

$$0 = \frac{dV}{dx}(x-\xi) + \frac{dV}{dy}(y-\eta) + \frac{dV}{dz}(z-\zeta)$$

enthalten. Für das angenommene Sphäroid des Planeten [5] wird diese Gleichung:

$$0 = \frac{x(x-\xi)}{aa} + \frac{y(y-\eta)}{aa} + \frac{z(z-\zeta)}{bb}$$

oder

$$1 = \frac{x\xi}{aa} + \frac{y\eta}{aa} + \frac{z\zeta}{bb}\ldots\ldots\ldots\ldots[10]$$

Wenn man für ξ, η, ζ ihre Ausdrücke [1] setzt und die oben schon vernachlässigten Gröfsen auch hier nicht berücksichtigt, so verwandelt sie sich in:

$$0 = \frac{x\cos\beta\cos\lambda}{aa} + \frac{y\cos\beta\sin\lambda}{aa} + \frac{z\sin\beta}{bb}\ldots[11]$$

Durch diese Gleichung und durch die Gleichungen [4] werden x, y, z durch die Coordinaten $u = s\sin(p-P)$ und $v = s\cos(p-P)$ am Rande des Planeten liegender Punkte, ausgedrückt. Man erhält daraus:

$$\left(\frac{bb}{aa} = 1 - ss\right)$$

$$-x\sin\lambda + y\cos\lambda = \rho u$$

$$x\cos\lambda + y\sin\lambda = \rho v\frac{\sin\beta}{1-ss\cos\beta^2}$$

$$z = \rho v\frac{(1-ee)\cos\beta}{1-ss\cos\beta^2}$$

welche Ausdrücke, indem sie der Gleichung der Oberfläche entsprechen müssen, durch ihre Substitution in [5] die Gleichung der gesuchten krummen Linie:

$$[12]\ldots\ldots\ldots a'a' = uu + \frac{vv}{1-ss\cos\beta^2}$$

ergeben. Die Projection des Sphäroids ist also eine Ellipse, deren grofse Axe $= 2a'$, die kleine $= 2a'\sqrt{(1-ss\cos\beta^2)}$ ist.

3.

Diese Figur sieht man nur dann vollständig, wenn sie ganz erleuchtet ist; in allen anderen Fällen ist die sichtbare Figur des Planeten nur zur Hälfte durch die Ellipse [12], zur anderen Hälfte aber durch eine andere Ellipse, nämlich durch die Projection der Lichtgrenze auf die auf die Gesichtslinie senkrechte Ebene begrenzt. Ich werde diese zweite Ellipse jetzt bestimmen.

Wenn man die Sonne als einen Punkt ansieht, welches ich hier thun werde, so findet zwischen den Coordinaten der Punkte des Sphäroids, durch welche die Lichtgrenze geht, offenbar eine der Gleichung [10] ganz ähnliche Bedingungsgleichung statt, welche nur dadurch von jener verschieden ist, dafs sie statt ξ, η, ζ die Coordinaten der Sonne ξ', η', ζ' enthält. Bezeichnet man die heliocentrische Länge und Breite des Planeten, auf den Aequator desselben bezogen, durch λ' und β', so verwandelt sich die aus [10] abgeleitete Gleichung [11] in die zur Bestimmung der Lichtgrenze nothwendige:

$$0 = \frac{x\cos\beta'\cos\lambda'}{aa} + \frac{y\cos\beta'\sin\lambda'}{aa} + \frac{z\sin\beta'}{bb}\ldots.[13]$$

Diese Gleichung und die Gleichungen [4] bestimmen die Coordinaten in der Lichtgrenze liegender Punkte durch ihnen zugehörige u und v; die Substitution der Ausdrücke derselben durch diese Gröfsen in die Gleichung der Oberfläche, ergiebt die Gleichung zwischen u und v.

Führt man, statt β und β', davon abhängige $\beta_,$ und $\beta_,'$ in die Rechnung ein, indem man

$$\cos\beta = \frac{1}{\Delta}\cos\beta_,;\quad \frac{a}{b}\sin\beta = \frac{1}{\Delta}\sin\beta_,$$

$$\cos\beta' = \frac{1}{\Delta'}\cos\beta_,';\quad \frac{a}{b}\sin\beta' = \frac{1}{\Delta'}\sin\beta_,'$$

setzt, so verwandeln sich die drei Gleichungen, durch welche x, y, z bestimmt werden sollen, in:

$$0 = x\cos\beta_,'\cos\lambda' + y\cos\beta_,'\sin\lambda' + \frac{a}{b}z\sin\beta_,'$$

$$\rho u = -x\sin\lambda + y\cos\lambda$$

$$\frac{a}{b}\Delta\rho v = -x\sin\beta_,\cos\lambda - y\sin\beta_,\sin\lambda + \frac{a}{b}z\cos\beta_,$$

Durch Auflösung derselben findet man:

$$-x\sin\lambda + y\cos\lambda = \rho u$$

$$N(x\cos\lambda + y\sin\lambda) = \rho u\cos\beta_,\cos\beta_,'\sin(\lambda-\lambda') - \frac{a}{b}\Delta\rho v\sin\beta_,'$$

$$N\frac{a}{b}z = \rho u\sin\beta_,\cos\beta_,'\sin(\lambda-\lambda') - \frac{a}{b}\Delta\rho v\cos\beta_,'\cos(\lambda-\lambda')$$

wo N für

$$\sin\beta_,\sin\beta_,' + \cos\beta_,\cos\beta_,'\cos(\lambda-\lambda')$$

geschrieben ist. Oder, wenn man d und w nach den Formeln:

$$\cos d = \sin\beta_,\sin\beta_,' + \cos\beta_,\cos\beta_,'\cos(\lambda'-\lambda)$$

$$\sin d\cos w = \cos\beta_,\sin\beta_,' - \sin\beta_,\cos\beta_,'\cos(\lambda'-\lambda)$$

$$\sin d\sin w = \cos\beta_,'\sin(\lambda'-\lambda)$$

bestimmt und in die Rechnung einführt, erhält man:

$$\left.\begin{aligned}
\cos d\,[-x\sin\lambda + y\cos\lambda] &= \rho u\cos d\\
\cos d\,[x\cos\lambda + y\sin\lambda] &= -\rho u\sin d\sin w\cos\beta_, - \frac{a}{b}\Delta\rho v[\cos d\sin\beta_, + \sin d\cos w\cos\beta]\\
\cos d\,\frac{a}{b}z &= -\rho u\sin d\sin w\sin\beta_, + \frac{a}{b}\Delta\rho v[\cos d\cos\beta_, - \sin d\cos w\sin\beta]
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots.[14]$$

welche Ausdrücke, in [5] gesetzt,

$$\cos d^2\frac{aa}{\rho\rho} = uu\cos d^2$$
$$+[(u\sin w + \tfrac{a}{b}\Delta v\cos w)\sin d\cos\beta_, + \tfrac{a}{b}\Delta v\cos d\sin\beta]^2$$
$$+[(u\sin w + \tfrac{a}{b}\Delta v\cos w)\sin d\sin\beta_, - \tfrac{a}{b}\Delta v\cos d\cos\beta]^2$$

oder, wenn man $\rho a'$ für a schreibt, die drei Quadrate in zwei zusammenzieht und

$$\frac{1}{\sqrt{(1-ss\cos\beta^2)}} \text{ statt } \frac{a}{b}\Delta \text{ setzt},$$

$$a'a' = \left[u\cos w - \frac{v\sin w}{\sqrt{(1-ss\cos\beta^2)}}\right]^2 + \left[u\sin w + \frac{v\cos w}{\sqrt{(1-ss\cos\beta^2)}}\right]^2\sec d^2\ldots\ldots.[15]$$

Digitized by Google

ergeben. Dieses ist also die Gleichung der Ellipse, welche die Figur des Planeten an den Stellen begrenzt, an welchen der Rand der Projection des Sphäroids nicht erleuchtet ist.

Man bemerkt leicht die geometrische Bedeutung der hier in die Rechnung gebrachten Gröfsen. Ziehet man gerade Linien von dem Mittelpunkte des Planeten nach der Erde und nach der Sonne, und fället man von den Punkten, in welchen sie die Oberfläche des Planeten durchschneiden, Perpendikel entweder auf die Drehungsaxe oder auf die Ebene des Aequators, so sind $-\beta_{,}$ und $-\beta'_{,}$ die Breiten der dadurch auf die einbeschriebene oder umbeschriebene Kugel projicirten Punkte; Δ und Δ' sind die Radien des Sphäroids an diesen Punkten; d ist die Entfernung beider Punkte auf der einen oder anderen Kugel und ω der Winkel des durch beide gelegten gröfsten Kreises mit dem Meridiane des ersteren.

Die hier bestimmte Ellipse kann übrigens von der, welche die wirkliche Begrenzung einer Planetenscheibe ist, etwas abweichen. Die Sonne ist in der Rechnung als ein Punkt angenommen, während sie in den Entfernungen des Mars und des Jupiters noch von erheblicher Gröfse erscheint; auch hat auf die Strahlenbrechung auf dem Planeten, so wie auf die Lichtschwächung, welche nahe an der Lichtgränze, auf der der Sonne zugewandten Seite des Planeten, liegende Punkte wahrscheinlich unsichtbar macht, nicht Rücksicht genommen werden können. Es ist indessen nicht zu erwarten, dafs die Entfernung der wahren Lichtgrenze von der hier angenommenen so beträchtlich ist, dafs sie in der sie verkürzenden Projection, in welcher sie uns, bei den oberen Planeten, erscheint, noch bemerkbar sein sollte.

4.

Es ist noch nöthig zu bestimmen, welcher Theil der sichtbaren Figur des Planeten durch die Projection des Sphäroids, und welcher durch die Lichtgränze begrenzt wird. Der Unterschied beider Theile besteht darin, dafs für den ersten die Lichtgrenze auf der von der Erde unsichtbaren Seite des Planeten liegt, für den anderen auf der von der Erde sichtbaren. Ziehet man eine gerade Linie von der Erde nach einem Punkte der Lichtgränze, so durchschneidet sie entweder die Oberfläche des Planeten nicht nur an diesem Punkte, sondern noch an einem anderen, oder sie berührt dieselbe. Die Punkte an welchen das letztere stattfindet sind offenbar die beiden Ellipsen gemeinschaftlichen; liegt, an anderen Punkten, der zweite Durchschnitt der geraden Linie zwischen dem ersten und der Erde, so ist die Lichtgrenze unsichtbar; liegt er über den ersten hinaus, so ist sie sichtbar und begrenzt also die Figur des Planeten.

Wenn eine gerade Linie von der Erde nach einem Punkte der Planetenoberfläche, dessen Coordinaten x, y, z sind, gelegt und die Entfernung dieses Punktes von der Erde durch ρ bezeichnet wird, für den zweiten Durchschnittspunkt derselben Linie mit der Oberfläche des Planeten aber die Bezeichnungen x', y', z', ρ' angewandt werden, so ist

$$(x'-\xi)\rho = (x-\xi)\rho'$$
$$(y'-\eta)\rho = (y-\eta)\rho'$$
$$(z'-\zeta)\rho = (z-\zeta)\rho'$$

oder

$$x' = x - \frac{\rho'-\rho}{\rho}(\xi - x)$$
$$y' = y - \frac{\rho'-\rho}{\rho}(\eta - y)$$
$$z' = z - \frac{\rho'-\rho}{\rho}(\zeta - z)$$

welche Ausdrücke der Gleichung der Oberfläche des Sphäroids Genüge leisten müssen und dadurch $\rho'-\rho$ bestimmen. Setzt man sie in [5], so erhält man:

$$0 = -\frac{2(\rho'-\rho)}{\rho}\left[\frac{x(\xi-x)}{aa} + \frac{y(\eta-y)}{aa} + \frac{z(\zeta-z)}{bb}\right] + \frac{(\rho'-\rho)^2}{\rho\rho}\left[\frac{(\xi-x)^2}{aa} + \frac{(\eta-y)^2}{aa} + \frac{(\zeta-z)^2}{bb}\right]$$

Da das zweite Glied dieser Gleichung positiv ist, so mufs das erste negativ seyn, oder $\rho'-\rho$ und der andere Factor dieses Gliedes müssen gleiche Zeichen haben. Der Punkt, dessen Coordinaten durch x, y, z bezeichnet sind, ist also sichtbar oder unsichtbar, jenachdem

$$\frac{x(\xi-x)}{aa} + \frac{y(\eta-y)}{aa} + \frac{z(\zeta-z)}{bb}$$

positiv oder negativ ist. Die Sichtbarkeit eines Punktes auf der Planetenoberfläche erfordert also, dafs das erstere stattfinde, oder dafs

$$\frac{x\xi}{aa} + \frac{y\eta}{aa} + \frac{z\zeta}{bb} > 1$$

sei; welche Bedingung, in den Bezeichnungen des vorigen Artikels, nämlich:

$$\xi = -\frac{\rho}{\Delta}\cos\beta_{,}\cos\lambda$$
$$\eta = -\frac{\rho}{\Delta}\cos\beta_{,}\sin\lambda$$
$$\zeta = -\frac{b}{a}\frac{\rho}{\Delta}\sin\beta_{,}$$

ausgedrückt, die Form:

$$(x\cos\lambda + y\sin\lambda)\cos\beta_{,} + \frac{a}{b}z\sin\beta_{,} < \frac{\Delta aa}{\rho}$$

annimmt. Indem Gröfsen von der Ordnung des zweiten Gliedes hier als unmerklich betrachtet werden, so wird die Sichtbarkeit eines Punktes auf dem Planeten dadurch bedingt, dafs das erste Glied negativ ist.

Digitized by Google

Liegt der Punkt, dessen Coordinaten x, y, z sind, in der Lichtgrenze, so haben diese Coordinaten die Ausdrücke [14]. Multiplicirt man den zweiten derselben in $\frac{\cos\beta_,}{\cos d}$, den dritten in $\frac{\sin\beta_,}{\cos d}$, so ist die Summe der Producte:

$$(x\cos\lambda + y\sin\lambda)\cos\beta_, + \frac{a}{b}z\sin\beta_,$$
$$= -\rho\, tang\, d\left[u\sin w + \frac{v\cos w}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}}\right]$$

und es folgt daraus, dafs die Lichtgrenze für die Werthe von u und v sichtbar ist, für welche dieser Ausdruck negativ, oder

$$tang\, d\left[u\sin w + \frac{v\cos w}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}}\right]$$

positiv ist.

Drückt man u und v durch die Entfernung vom Mittelpunkte des Planeten und den Positionswinkel aus, oder setzt man

$$u = s\sin(p-P), \quad v = s\cos(p-P)$$

und ferner

$$\frac{\cos w}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}} = \delta\cos w'$$
$$\sin w = \delta\sin w'$$

so verwandelt der Ausdruck sich in:

$$s\delta\, tang\, d\, \cos(p-P-w')$$

Wenn d kleiner ist als 90°, so ist also die Lichtgrenze sichtbar für Werthe von p zwischen $P+w'-90°$ und $P+w'+90°$; wenn d gröfser ist als 90°, so fängt sie bei der zweiten Grenze an sichtbar zu werden und hört bei der ersten auf. In dem ersten Falle ist der Planet mehr, in dem zweiten weniger als halb erleuchtet.

5.

Die in den vorigen Artikeln gegebene Bestimmung der scheinbaren Figur des Planeten setzt uns in den Stand, die Berechnungsart aller Beobachtungen, welche auf Punkte an dem Rande des Planeten bezogen werden, aufsuchen zu können.

Ich werde zuerst die Gröfse des Durchmessers untersuchen, welche man mit einem Heliometer, oder einem anderen, doppelte Bilder gewährenden Instrumente, in einer gegebenen Richtung mifst. Diese Messungsart beruhet darauf, dafs eins der doppelten Bilder so weit verschoben wird, bis ein Punkt an seinem Rande einen anderen Punkt am Rande des nicht verschobenen Bildes berührt: die Gröfse der Verschiebung $= s$ ist der gemessene Durchmesser in der Richtung der Verschiebung, welche ich durch den Positionswinkel p angeben werde. Die aufzulösende Aufgabe ist also, die Relation zwischen s und den Axen des Sphäroids zu finden.

Um die Natur dieser Aufgabe vor ihrer Auflösung anschaulich zu machen, lege ich eine Zeichnung bei, welche die Projection des Sphäroids $a\,b\,d\,e$ und die Erleuchtungscurve $f\,g\,h\,i$, so wie auch Verschiebungen der letzteren darstellt. Jenachdem die Hälfte $u\,g\,t$ oder die Hälfte $t\,i\,u$ der Erleuchtungscurve sichtbar ist, ist $u\,g\,t\,e$ oder $u\,i\,t\,e$ die sichtbare Figur des Planeten. Die Verschiebung des Mittelpunkts der Erleuchtungscurve auf der willkürlich gelegten Linie $c\,c'c''$... bringt eine Berührung der Ränder t' hervor, wenn der Mittelpunkt in c' ist; eine zweite t'' und eine dritte t''' wenn der Mittelpunkt in c'' und in c''' ist. Offenbar entstehen aus gleichen Verschiebungen nach der entgegengesetzten Richtung ähnliche Berührungen. Die Bedingung, dafs die Ränder beider Ellipsen sich, durch eine Verschiebung in gegebener Richtung berühren, mufs also 6 Werthe von s ergeben, welche paarweise von gleicher Gröfse, aber im Zeichen verschieden sind. Dafs alle diese Werthe in jedem gegebenen Falle möglich, oder auch nur sichtbar seien, ist weder nöthig noch findet es statt.

Die beiden Gleichungen [12] und [15], welche die Ellipsen von welchen hier die Rede ist bestimmen, verlegen den Mittelpunkt der Coordinaten u und v in den Mittelpunkt des Planeten; wird eine der Ellipsen, nach der dem Positionswinkel p entsprechenden Richtung um die Gröfse s verschoben, so ist die daraus entstehende Veränderung des Ortes ihres Mittelpunkts, nach der Axe der $u = s\sin(p-P)$, nach der Axe der $v = s\cos(p-P)$. Die Gleichung der so verschobenen ersten Ellipse, auf die unveränderten Coordinatenaxen bezogen, ist also

$$a'a' = [u - s\sin(p-P)]^2 + \frac{[v - s\cos(p-P)]^2}{1-ee\cos\beta^2}$$

Um indessen die Gleichungen beider Ellipsen zu vereinfachen werde ich

$$\frac{v}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}} = v'$$
$$\frac{s\cos(p-P)}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}} = s'\cos\psi$$
$$s\sin(p-P) = s'\sin\psi$$

setzen, also die beiden Gleichungen

$$[16]\ldots \begin{cases} a'a' = [u\cos w - v'\sin w]^2 + [u\sin w + v'\cos w]^2 \sec d^2 \\ a'a' = [u - s'\sin\psi]^2 + [v' - s'\cos\psi]^2 \end{cases}$$

schreiben.

Die Bedingung der Aufgabe, dafs beide Ellipsen sich berühren sollen, fordert, dafs beide, an einem ihnen gemeinschaftlichen Punkte auch eine gemeinschaftliche Tangente haben, oder dafs $\frac{dv'}{du}$, an diesem Punkte, in beiden Ellipsen einen gleichen Werth erhalte. Differentiirt man demzufolge die beiden Gleichungen [16] so erhält man, durch die Gleich-

Digitized by Google

setzung des Differentialquotienten, die dritte zur Bestimmung der Aufgabe erforderliche Gleichung:

$$[17]\ldots\begin{cases}0 = (u\cos w - v'\sin w)(u\sin w + v'\cos w)\sin d^2\\ \quad + s'\cos(\psi-w)(u\cos w - v'\sin w)\cos d^2\\ \quad - s'\sin(\psi-w)(u\sin w + v'\cos w)\end{cases}$$

Wenn man u und v' aus diesen drei Gleichungen eliminirt, so bleibt eine Gleichung übrig, welche s' bestimmt. Ich werde, um durch eine einfache Rechnung zu diesem Ziele zu gelangen, eine neue unbekannte Gröfse x einführen welche mit u und v' durch die Formeln:

$$u\cos w - v'\sin w = a'\sin x$$
$$u\sin w + v'\cos w = a'\cos x\cos d$$

verbunden ist. Hierdurch wird die erste Gleichung erfüllt. Indem

$$u = a'[\sin x\cos w + \cos x\sin w\cos d]$$
$$v' = a'[-\sin x\sin w + \cos x\cos w\cos d]$$

ist, verwandeln sich die beiden anderen Gleichungen in:

$$s's' - 2a's'[\sin x\sin(\psi-w) + \cos x\cos(\psi-w)\cos d] = a'a'\sin d^2\cos x^2$$
$$s'[\cos x\sin(\psi-w) - \sin x\cos(\psi-w)\cos d] = a'\sin d^2\cos x\sin x$$

Ziehet man das Product der zweiten in $a'\,cotg\,x$ von der ersten ab und dividirt man den Rest durch s', so erhält man:

$$[18]\ldots s' = a'\left[\frac{1+\sin x^2}{\sin x}\sin(\psi-w) + \cos x\cos(\psi-w)\cos d\right]$$

und wenn man diesen Ausdruck in die letzte Gleichung setzt:

$$[19]\begin{cases}0 = \sin(\psi-w)^2\cos x^3\\ \quad + [2\sin(\psi-w)^2 - \cos(\psi-w)^2\cos d^2 - \sin d^2]\cos x\sin x^2\\ \quad - 2\sin(\psi-w)\cos(\psi-w)\cos d\sin x^3\end{cases}$$

In dieser Gleichung und in dem Ausdrucke von s'[18] ist die Auflösung der Aufgabe enthalten. Der Ausdruck, dessen verschwindender Werth die Gleichung bedingt, kann als das Product der Factoren:

$$\sin(\psi-w)^2[\cos x - \alpha\sin x][\cos x - \alpha'\sin x][\cos x - \alpha''\sin x]$$

angesehen werden; die in demselben vorkommenden α, α', α'' sind offenbar die Wurzeln der cubischen Gleichung:

$$[20]\begin{cases}0 = \sin(\psi-w)^2 z^3\\ \quad + [2\sin(\psi-w)^2 - \cos(\psi-w)^2\cos d^2 - \sin d^2]z\\ \quad - 2\sin(\psi-w)\cos(\psi-w)\cos d\ldots.\end{cases}$$

und diese Wurzeln ergeben drei, der Gleichung entsprechende Werthe von $tang\,x$, nämlich:

$$tang\,x = \frac{1}{\alpha},\quad tang\,x = \frac{1}{\alpha'},\quad tang\,x = \frac{1}{\alpha''}$$

also, da jede Tangente zweien, um 180° verschiedenen Winkeln zugehört, 6 Werthe von x, welche, in den Ausdruck von s' gesetzt, die 6 erforderlichen Auflösungen der Aufgabe, oder 3 Werthe von $\pm s'$ hervorbringen *).

In dem besonderen Falle $\sin(\psi-w) = 0$ verschwinden das erste und das letzte Glied der Gleichung [20], weshalb sie dann nur den Werth einer Wurzel, und zwar $\alpha = 0$ bestimmt. Man kann aber die Gleichung allgemein:

$$0 = [z\sin(\psi-w)]^3 + [2\sin(\psi-w)^2 - \cos(\psi-w)^2\cos d^2 - \sin d^2]z\sin(\psi-w) - 2\sin(\psi-w)^2\cos(\psi-w)\cos d$$

schreiben, und daraus folgern, dafs die 3 Werthe von $z\sin(\psi-w)$ sich den Wurzeln der Gleichung:

$$0 = y^3 - y$$

desto mehr näheren, je kleiner $\sin(\psi-w)$ wird. Diese Wurzeln sind aber 0, 1, −1, und es folgt hieraus, dafs die beiden Wurzeln, welche die Gleichung [20] in diesem Falle unbestimmt läfst, desto näher

$$\alpha' = \frac{1}{\sin(\psi-w)}\ \text{und}\ \alpha'' = \frac{-1}{\sin(\psi-w)}$$

werden, je kleiner $\sin(\psi-w)$ ist. Man hat also, da diese Wurzeln die Cotangenten der der Gleichung Genüge leistenden Werthe von x sind, desto näher je kleiner $\sin(\psi-w)$ ist:

$$tang\,x = \infty,\ tang\,x = \sin(\psi-w),\ tang\,x = -\sin(\psi-w)$$

Setzt man diese Werthe in den Ausdruck von s'[18], so erhält man für den Fall $\sin(\psi-w) = 0$,

$$\left.\begin{aligned}s' &= 0\\ s' &= \pm a'(1+\cos d)\\ s' &= \pm a'(1-\cos d)\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots[21]$$

Es geht hieraus zugleich hervor, dafs es, immer wenn $\sin(\psi-w)$ eine kleine Gröfse ist, zweckmäfsig ist $z\sin(\psi-w)$ zur unbekannten Gröfse der Gleichung zu machen.

6.

Wenn die cubische Gleichung [20] nur eine mögliche Wurzel hat, oder wenn nur ein Werth von $tang\,x$, also auch nur einer von $\pm s'$ möglich ist, so gehört dieselbe zu der äufseren Berührung beider Ellipsen, indem diese offenbar immer möglich ist. Wenn auch die beiden anderen Wurzeln möglich sind, so gehören sie, da nur eine äufsere Berührung auf jeder Seite des Mittelpunkts stattfinden kann, inneren Berührungen zu, welche also beide zugleich möglich oder beide zugleich unmöglich sind. Damit aber eine Be-

*) Ich bemerke bei dieser Gelegenheit, dafs die Gleichungen $0 = a\sin(x+A) + b\sin(3x+B)$, oder $0 = a\sin x + b\cos x + c\cos x^3 + d\cos x^2\sin x + e\cos x\sin x^2 + f\cos x^3$, durch Multiplication der die erste Potenz von $\sin x$ und $\cos x$ enthaltenden Glieder mit $\cos x^2 + \sin x^2$ auf $0 = a\cos x^3 + b\cos x^2\sin x + c\cos x\sin x^2 + d\sin x^3$ zurückgeführt und daher durch die hier angewandte cubische Gleichung, welcher aber das zweite Glied im Allgemeinen nicht fehlt, aufgelöset werden.

Digitized by Google

rührung wirklich beobachtet werden könne, ist aufser ihrer Möglichkeit noch erforderlich, dafs die Punkte der Ellipsen, an welchen sie stattfindet, sichtbar seien.

Für den Fall $d<90°$, welcher für die oberen Planeten allein vorkommen kann, liegen die sichtbaren Begrenzungen beider Ellipsen auf verschiedenen Seiten des Mittelpunkts des Planeten. Dann ist die Erhabenheit der Begrenzungen allenthalben nach aufsen gewandt und die Figur kann, bei ihrer Verschiebung, keine innere Berührung zeigen, wogegen die äufsere immer sichtbar ist. Wenn also, in diesem Falle, auch drei Berührungen möglich sind, so findet in der Wahl derselben doch keine Zweideutigkeit statt, indem die allein sichtbare Berührung dem gröfsten Werthe von s' zugehört.

Für den Fall $d>90°$, welcher, so wie auch der vorige, bei den unteren Planeten vorkommt, liegen die sichtbaren Begrenzungen beider Ellipsen auf einer Seite des Mittelpunkts. Die Erhabenheit der Lichtgrenze ist nach innen gewandt und es können nur innere Berührungen sichtbar werden. Ist daher nur eine Wurzel der Gleichung möglich, so ist keine Berührung der Ellipsen sichtbar, denn die allein mögliche Wurzel gehört zu der äufseren Berührung, welche in diesem Falle unsichtbar ist. Sind aber auch die beiden anderen Wurzeln der Gleichung möglich, so sind die ihnen entsprechenden inneren Berührungen auch immer sichtbar. Um sie zu unterscheiden, mufs man angeben, ob die durch die Verschiebung des einen Bildes über das andere hervorgebrachte Berührung der Ränder, die nähere oder die entferntere ist.

7.

Für Jupiter und Saturn ist d immer ein kleiner Winkel; für Mars wächst er zwar, in den Quadraturen, bis über 45°, jedoch werden die Beobachtungen, welche nach der hier entwickelten Theorie berechnet werden müssen, auch bei diesem Planeten meistens in der Nähe des Gegenscheins angestellt werden, wo d noch keine beträchtliche Gröfse erlangt hat. Es fehlt also nicht an Veranlassung, die Abkürzungen der Rechnung aufzusuchen, welche sich aus der Bedingung, dafs d ein kleiner Winkel ist, ziehen lassen. Ich werde demnach jetzt untersuchen, auf welche Formeln die Theorie sich reducirt, wenn d so klein ist, dafs man Gröfsen von der Ordnung $\sin d^4$ vernachlässigen kann.

Man leistet der cubischen Gleichung [20] bis auf Gröfsen der zweiten Ordnung Genüge, durch $z = cotg(\psi-w)$; dieser Werth ist also eine Näherung an eine Wurzel der Gleichung, und zwar, wie man leicht bemerkt, an die der äufseren Berührung entsprechende. Indem man seine Verbesserung durch z' bezeichnet, also

$$z = cotg(\psi-w)+z'$$

in die Gleichung setzt und dadurch z' unter Vernachlässigung von $z'z'$ u.s.w. bestimmt, erhält man:

$$z' = -cotg(\psi-w)\frac{\sin(\psi-w)^2\cos d(1-\cos d)}{1-\frac{1}{2}\sin(\psi-w)^2\sin d^2}$$

und den bis zur 4ten Ordnung excl. richtigen Werth von

$$z = cotg(\psi-w)\frac{1-\sin(\psi-w)^2(1-\cos d)(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\cos d}{1-\sin(\psi-w)^2\sin d^2}$$

oder auch, mit einem Fehler derselben Ordnung:

$$z = cotg(\psi-w)[1-\sin(\psi-w)^2(1-\cos d)].$$

Da $z = cotg\,x$ ist, so hat man hieraus:

$$\sin x = \pm\sin(\psi-w)[1+\sin(\psi-w)^2\cos(\psi-w)^2(1-\cos d)]$$
$$\cos x = \pm\cos(\psi-w)[1-\sin(\psi-w)^4(1-\cos d)]$$

welche Ausdrücke, in [18] gesetzt:

$$s' = \pm 2a'[1-\cos(\psi-w)^2(1+\sin(\psi-w)^2)2\sin\tfrac{1}{4}d^2]\ldots.[22]$$

ergeben. (Der Beschlufs folgt.)

Ueber den Vortheil, welcher durch das Ablesen an mehreren Puncten der Theilung erlangt wird.

Der um die Mechanik so hochverdiente *Troughton* giebt bekanntlich seinen Spiegelkreisen 3 Verniere, und sagt zur Rechtfertigung dieser Einrichtung; „*Four readings at right angles to each other do no more than two opposite ones, but do the same thing twice over; nor are six better than three for the same reason.*“ Diese Aeufserung des grofsen Künstlers ist in vielen englischen Schriften, selbst in einigen ganz neuen, wiederholt worden, und hat einen sichtbaren Einfluss auf die Construction der winkelmessenden Instrumente in England gehabt. Sie beruht indessen auf einem irrigen Princip.

Es werde an n gleichweit abstehenden Puncten abgelesen. Die Angabe des Kreises am ersten dieser Puncte sey $= g$, der Theilungsfehler an diesem Puncte $= e$; für die übrigen Puncte erhalte e successiv die Werthe e_1, e_2 u. s. w. Diese Gröfsen müssen sich, wofern sie irgend einem Gesetze folgen, durch die Reihen

$$e = p_1\sin(g+a_1)+p_2\sin 2(g+a_2)+p_3\sin 3(g+a_3)+\ldots.$$
$$e_1 = p_1\sin\left(\frac{2\pi}{n}+g+a_1\right)+p_2\sin 2\left(\frac{2\pi}{n}+g+a_2\right)+p_3\sin 3\left(\frac{2\pi}{n}+g+a_3\right)+\ldots$$
$$e_2 = p_1\sin\left(\frac{4\pi}{n}+g+a_1\right)+p_2\sin 2\left(\frac{4\pi}{n}+g+a_2\right)+p_2\sin 3\left(\frac{4\pi}{n}+g+a_3\right)+\ldots$$

u. s. w.

Digitized by Google

darstellen lassen, wo 2π den Umfang des Kreises, p_1, p_2 etc. beständige Coefficienten und a_1, a_2 u. s. w. beständige Winkel bedeuten. Das Mittel aus diesen n Reihen giebt den Theilungsfehler $\left(=\frac{\Sigma e}{n}\right)$, mit welchem das Mittel aus den n Ablesungen noch behaftet ist. Setzt man aber in dem allgemeinen Ausdrucke

$$\sin\alpha + \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha+2\beta) + \ldots \sin(\alpha+(n-1)\beta) = \frac{\sin\left(\alpha+\frac{n-1}{2}\beta\right)\sin\frac{n\beta}{2}}{\sin\frac{\beta}{2}}$$

successiv $\alpha = g + a_1 \qquad \beta = \frac{2\pi}{n}$

$\alpha = 2(g+a_2) \qquad \beta = \frac{4\pi}{n}$ u. s. w.

so sieht man leicht, dafs in dem Ausdrucke für $\frac{\Sigma e}{n}$ alle Glieder verschwinden, diejenigen von der Form $p_{mn} \sin mn(g+a_{mn})$ ausgenommen, wo m alle ganze Zahlen bedeuten kann. Rücksichtlich dieser Glieder ist, indem allgemein

$$\sin mn\left(\frac{2\mu\pi}{n} + g + a_{mn}\right) = \sin mn(g+a_{mn}),$$

(wo μ eine beliebige ganze Zahl ist) jede einzelne Ablesung, also auch das Mittel aus allen, mit demselben Fehler behaftet. Es bleibt daher in dem Ausdrucke für $\frac{\Sigma e}{n}$ allgemein nur der n^{te} Theil aller Glieder der Reihe für e übrig; das Mittel aus n Ablesungen wird also desto genauer seyn, je gröfser n ist.

Nicolajew 1835 $\frac{\text{Febr. 19.}}{\text{März 3.}}$

Knorre.

Notizen.

Herr Dr. *Lamont*, der schon unter *Soldner* auf der Sternwarte Bogenhausen beobachtete, und seit seinem Tode die Beobb. besorgte, ist jetzt zu *Soldners* Nachfolger als Conservator der Königl. Sternwarte Bogenhausen ernannt. Wir haben von diesem fleifsigen und geschickten Beobachter vor kurzem einen Band seiner Beobb. erhalten, auf den ich noch zurückkommen werde.

Herr Hofrath *Nicolai* schreibt mir unter dem 26sten März: „Seit meinem letzten Schreiben habe ich wiederholt an 6 Abenden (Febr. 22. 26 März 19. 20. 22. 25) nach dem *Halley*schen Cometen geforscht, aber ungeachtet des mehrmals äufserst günstigen Himmels nichts von ihm entdecken können, so dafs sich nunmehr meine Begierde ihn zu sehen, bis zum August gedulden mufs. Fast möchte ich bezweifeln, dafs die Besitzer gröfserer Refractoren und Spiegeltelescope glücklicher gewesen sind, als ich." Wir haben ihn hier auf der Altonaer Sternwarte mit ebenso wenig Erfolg gesucht. Herr Hauptmann *v. Biela* hat gleichfalls ihn auf der Sternwarte in Padua nicht finden können.

In *Manzoni's* Roman (Promessi sposi) wird von 2 Cometen in den Jahren 1628, 1630 gesprochen, von denen sonst keine Nachricht vorkommt; und wegen der er sich auf *Ripamontis* Werke beruft. Da ich diese nachzusehen keine Gelegenheit hatte, wandte ich mich deshalb an Herrn *Plana* in Turin, und erhielt von ihm die Antwort, dafs *Ripamonti* allerdings beider Cometen erwähne, aber ohne alle weitere Nachricht. Er verspricht fernere Nachforschungen anzustellen, und fügt den deshalb an ihn von dem Abbate *Azzi* geschriebenen Brief bei, den ich hier folgen lasse.

Chiarissimo Signore Commendatore.

Il *Ripamonti* nel libro *de peste quae fuit anno* 1630 a p. 273 parla di due comete apparse la prima nell' anno 1628 — l'altra *anno ipso pestilenti*, cioè nell' anno 1630 — Il *Ripamonti* non dice che quest' ultima apparisse in Giugno, come scrisse il *Manzoni* (Promes. Spos. Edizion. della Biblioteca Popolare vol. 4. pag. 79. lin. 19). Soggiugne il Ripamonti essersi vedute esse due comete *horrifica specie:* assere corse negli anni di quelle comete molte predizioni, una delle quali è riportata dal *Manzoni* (*Mortales parat morbos* etc.).

Nel libro del *Ripamonti* non havvi inserita alcuna osservazione sopra queste comete; nè egli dà indizio veruno di autori da cui abbia tolto il fatto di qualla comete: e però dal libro del *Ripamonti* non si può pigliar cognizione di altri autori di quel tempo che abbiano parlato di quasta comete. —

La Bibliotecа della R. U. non possiede l'Opera del *Tadino* citata del *Manzoni*. —

Con profondo ossequio e perfetta stima, etc.

Dalla Bibliotecа, 2 Marzo 1835.

J. Azzi,
Assistente alla Biblioteca.

S.

Inhalt.

Ueber die scheinbare Figur einer vollständig erleuchteten Planetenscheibe. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. p. 201.
Ueber den Vortheil, welcher durch das Ablesen an mehreren Puncten der Theilung erlangt wird. p. 213.
Notizen. p. 215.

Altona 1835. April 29. (Hiebei eine Kupfertafel.)

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

image
not
available

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 278.

Ueber die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel*.

(Beschluſs.)

Einer besonderen Erwähnung verdienen die beiden Durchmesser des Planeten, welche den Winkeln $\psi - w = 0$ und $= 90^\circ$ entsprechen. Der erstere ist schon am Ende des 5ten Art., für die äufsere Berührung,

$$s' = \pm a'(1+\cos d)$$

gefunden. Für den anderen wird die Gleichung [20]

$$0 = z^3 + (1+\cos d^2)\, z\,;$$

sie hat nur eine mögliche Wurzel, nämlich $z = 0$, welcher $x = \pm 90^\circ$ und

$$s' = \pm 2a'$$

entspricht.

Statt der von der Gröfse der Verschiebung des einen Bildes des Planeten über das andere und von dem Positionswinkel, in welchem dieselbe vorgenommen ist, abhängigen s', werde ich ihre Ausdrücke einführen. Bezeichnet man den Positionswinkel, welcher $\psi - w = 0$ giebt, durch p; die Gröfse der Verschiebung, welche die äufsere Berührung der Ränder in dieser Richtung hervorbringt durch s, so hat man

$$s\cos(p-P) = s'\cos w\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}$$
$$s\sin(p-P) = s'\sin w$$

woraus

$$[23]\ldots\ldots tang\,(p-P) = \frac{tang\, w}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}}$$

und

$$s' = \frac{s}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2\cos w^2)}}$$

also

$$[24]\ldots\ldots a'\sqrt{(1-ee\cos\beta^2\cos w^2)} = \frac{s}{1+\cos d}$$

hervorgeht. Bezeichnet man ferner die zu $\psi - w = 90^\circ$ gehörigen Werthe von p, s, s' durch $p_,$, $s_,$, $s'_,$, so hat man

$$s_,\cos(p_,-P) = -s'_,\sin w\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}$$
$$s_,\sin(p_,-P) = s'_,\cos w,$$

und erhält dadurch:

$$[25]\ldots\ldots tang\,(p_,-P) = -\frac{cotg\, w}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}}$$

$$s'_, = \frac{s_,}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2\sin w^2)}}$$

und

$$[26]\ldots\ldots a'\sqrt{(1-ee\cos\beta^2\sin w^2)} = \frac{s_,}{2}$$

Wenn man Beobachtungen zu machen beabsichtigt, aus welchen die Bestimmung der Axen des Sphäroids hervorgehen soll, so kann man, wenn man andere der gröfseren Leichtigkeit der Rechnung einiges Gewicht beilegen will p und $p_,$, nach den Formeln [23] und [25] vorher berechnen, und, statt in willkürlichen Richtungen, in den so bestimmten messen. Diese Wahl der Richtungen ist jedoch nur dann vortheilhaft für die Bestimmung beider Axen des Sphäroids wenn sie mit der Richtung der Axen der Projection desselben nahe zusammentrifft.

8.

Eine der hier aufgelöseten nahe verwandte Aufgabe betrifft die Bestimmung der Lage eines auf der Scheibe des Planeten sichtbaren Punktes gegen den Mittelpunkt desselben, durch Messungen, welche sich auf die Ränder der Figur des Planeten beziehen. Ich werde sie desto weniger hier übergehen, je weniger ihre Auflösung bei der Untersuchung der Drehungselemente des Planeten entbehrt werden kann, wenn dieselbe auf die Beobachtung der Bewegung von Punkten auf demselben gegründet werden soll.

Man kann weder die Entfernung eines Punktes von dem Mittelpunkte eines Planeten, noch den Winkel des durch beide gelegten gröfsten Kreises mit dem Declinationskreise des ersteren unmittelbar messen, indem der Mittelpunkt des Planeten nicht unterschieden werden kann; dagegen kann man die Entfernung des Punktes von einem, in beliebiger Richtung liegenden Punkte des Randes messen, auch, statt des sich auf den Mittelpunkt beziehenden Positionswinkels, einen anderen beobachten, welcher, mit der Messung der Entfernung zusammengenommen, die vollständige Bestimmung der Lage des Punktes ergiebt. Wenn ein Heliometer, oder ein anderes, auf die Verdoppelung der Bilder gegründetes Instrument angewandt wird, so scheint es mir am zweckmäfsigsten zu seyn, denjenigen Positionswinkel zu beobachten, bei welchem der gemeinschaftliche Punkt der zur Berührung gebrachten Bilder des Planeten, in gerader Linie zwischen beiden Bildern des zu bestimmenden Punktes erscheint. Diese Beobachtungsart würde, wenn die scheinbare Figur des Pla-

Digitized by Google

neten ein Kreis oder eine Ellipse wäre, unmittelbar den Positionswinkel des Punktes, bezogen auf den Mittelpunkt, ergeben; wenn man die Messung der Entfernung des Punktes von den Rändern hinzufügt, auch unmittelbar seine Entfernung von dem Mittelpunkte. Wenn diese Figur aber, wie in der Wirklichkeit, aus zwei verschiedenen Ellipsen zusammengesetzt ist, so ergiebt die Beobachtung zwar nicht unmittelbar die Lage des Punktes in Beziehung auf den Mittelpunkt, jedoch steht sie mit derselben in einem Zusammenhange, welchen ich jetzt untersuchen werde.

Bezeichnet man die Coordinaten des zu bestimmenden Punktes durch $x_,$ und $\nu_,$ und drückt man sie durch seine Entfernung von dem Mittelpunkte des Planeten $(s_,)$ und durch den Winkel des durch beide gelegten gröfsten Kreises mit dem Declinationskreise des letzteren $(p_,)$ aus, nämlich:

$$u_, = s_, \sin(p_,-P)$$
$$\nu_, = s_, \cos(p_,-P)$$

so sind die Coordinaten des, bis zur Berührung der Ränder der Bilder verschobenen Punktes:

$$u_{,,} = u_, + s \sin(p-P)$$
$$\nu_{,,} = \nu_, + s \cos(p-P)$$

wo p, wie vorher, den Positionswinkel, unter welchem das eine Bild über das andere verschoben worden ist und s den in dieser Richtung gemessenen Durchmesser bedeuten. Bezeichnet man ferner die Coordinaten des Berührungspunktes, wie oben, durch u und ν und die Entfernung des zu bestimmenden Punktes von diesem, durch σ, so sind die Bedingungen, dafs die $u_,$, $\nu_,$; u, ν; $u_{,,}$, $\nu_{,,}$ entsprechenden Punkte in einer geraden Linie liegen, und dafs die Entfernung der beiden ersteren $= \sigma$ ist, in den Gleichungen:

$$\sigma \sin(p-P) = u - s_, \sin(p_,-P)$$
$$\sigma \cos(p-P) = \nu - s_, \cos(p_,-P),$$

oder in den daraus folgenden:

$$[27]\ldots\begin{cases} s_, \sin(p_,-p) = u\cos(p-P) - \nu\sin(p-P) \\ s_, \cos(p_,-p) = u\sin(p-P) + \nu\cos(p-P) - \sigma \end{cases}$$

enthalten.

Die hier vorkommenden Coordinaten des Berührungspunktes u und ν sind, im 5ten Art., durch x ausgedrückt worden, nämlich durch den Winkel, dessen Cotangente eine Wurzel der cubischen Gleichung [20] ist. Man mufs also

$$u = a'\,[\sin x \cos w + \cos x \sin w \cos d]$$
$$\nu = a'\,[-\sin x \sin w + \cos x \cos w \cos d]\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}$$

annehmen. Um aber die Formeln [27] zusammenzuziehen, kann man

$$\cos x \cos d = m \cos M$$
$$\sin x = m \sin M$$
$$\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}\cos(M+w) = m'\cos M'$$
$$\sin(M+w) = m'\sin M'$$

setzen, wodurch diese Formeln sich in:

$$\left.\begin{aligned} s_, \sin(p_,-p) &= a'mm'\sin(M'-p+P) \\ s_, \cos(p_,-p) &= a'mm'\cos(M'-p+P) - \sigma \end{aligned}\right\}\ldots.[28]$$

verwandeln.

Um zu entscheiden, welcher von beiden, der Cotangente von x zugehörigen Winkeln hier anzuwenden ist, bemerke ich, dafs σ die Entfernung des zu bestimmenden Punktes von dem Umfange der nicht verschobenen Ellipse, also der Lichtgrenze, bedeutet und dafs also derjenige Werth von x anzuwenden ist, welcher zu dem sichtbaren Theile der Lichtgrenze gehört. Damit ein Punkt dieser Curve, dessen Coordinaten u und ν sind, sichtbar sei, ist, dem 4ten Art. zufolge, erforderlich, dafs

$$tang\, d\left[u\sin w + \frac{\nu\cos w}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}}\right]$$

positiv ist; dieser Ausdruck ist aber, durch die Einführung von x (Art. 5) in

$$a'\sin d\cos x$$

verwandelt worden. Man mufs also denjenigen der beiden Werthe von x anwenden, dessen Cosinus positiv ist.

Hätte man nicht die Entfernung ϱ des Punktes von der Lichtgrenze, sondern seine Entfernung σ, von dem erleuchteten Rande der Projection des Sphäroids gemessen, so würde man daraus $\sigma = s - \sigma$, erhalten, wo s, wenn es nicht gemessen ist, aus [18] berechnet werden mufs. Bei einer anderen Gelegenheit, welche durch die Ableitung der Lage der Drehungsaxe des Mars, aus Beobachtungen von der Art der hier untersuchten, herbeigeführt werden wird, werde ich das hier über die Reduction dieser Beobachtungen Gesagte weiter, und bis zu seiner Anwendung verfolgen.

9.

Die Berechnungsart der Beobachtungen der Satelliten eines Planeten kann man aus dem Vorhergehenden leicht ableiten. Da ihre Ableitung vielleicht die einflufsreichste Anwendung dieser Theorie ist, auch der Reduction zahlreicher, mit dem Heliometer angestellter Beobachtungen der Satelliten des Jupiters zum Grunde gelegt werden mufs, so wurde ich sie gegenwärtig mittheilen.

Man kann durch verschiedene Beobachtungsarten zu der Bestimmung der Lage eines Satelliten gegen den Planeten gelangen. Die von mir angewandte setzt voraus, dafs das Bild des Satelliten, welches eine Hälfte des Objectivs macht, nach und nach an vier verschiedene Punkte des Randes der Figur des von der anderen Hälfte gemachten Bildes des Planeten gebracht werde. Die Richtung der Verschiebung der Objectivhälften wird zuerst so gestellt, dafs sie den Satelliten durch die Figur des Planeten führt; bei dieser Stellung, welche

Digitized by Google

durch den abzulesenden Positionswinkel ($p_,$) bekannt wird werden die Entfernungen des Satelliten von beiden Rändern der sichtbaren Figur des Planeten ($=\sigma$ und $\sigma_,$) gemessen; ferner wird das Bild des Satelliten, während man den Axen der Objectivhälften eine, am Instrumente abzulesende, Entfernung ($=s_,$) giebt, durch Drehung des Objectivs um die Heliometeraxe, an beide Ränder der Figur des Planeten gebracht und die Positionswinkel, welche dieses leisten ($=\pi$ und $\pi_,$) beobachtet.

Augenscheinlich werden durch diese Beobachtungen, sowohl die Entfernung (s) des Satelliten von dem Mittelpunkte des Planeten, als auch sein Positionswinkel an diesem Mittelpunkte ($=p$) bestimmt. Die Genauigkeit des Resultats und die Leichtigkeit der Rechnung werden vermehrt, wenn man $p_,$ und $s_,$ so wählt, dafs sie den Satelliten sehr nahe in den Mittelpunkt des Planeten bringen.

Ich werde zuerst die Relation zwischen den gemessenen Entfernungen σ und $\sigma_,$ und der gesuchten Entfernung s ableiten. Bezeichnet man die Coordinaten des Punktes des Randes der Figur des Planeten, an welchem das Bild des Satelliten sich befindet, während die Entfernung $=\sigma$ und der Positionswinkel $=p$, ist, durch u und v (Art. 2) so hat man:

$$[29]\ldots\ldots\begin{cases} u = s\sin(p-P) - \sigma\sin(p_,-P) \\ v = s\cos(p-P) - \sigma\cos(p_,-P) \end{cases}$$

Setzt man diese Ausdrücke, nachdem man, wie oben:

$$s'\sin\psi = s\sin(p-P)$$
$$s'\cos\psi = \frac{s\cos(p-P)}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}}$$

und

$$\sigma'\sin\psi' = \sigma\sin(p_,-P)$$
$$\sigma'\cos\psi' = \frac{\sigma\cos(p_,-P)}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}}$$

in dieselben eingeführt hat, in die Gleichung der Projection des Sphäroids der Planeten, so erhält man die zur Bestimmung der Entfernung des Satelliten von dem Rande dieser Ellipse erforderliche Gleichung:

$$[30]\ldots a'a' = (s'\sin\psi - \sigma'\cos\psi')^2 + (s'\cos\psi - \sigma'\cos\psi')^2$$

und durch Auflösung derselben:

$$[31]\ldots \sigma' = s'\cos(\psi'-\psi) \pm \sqrt{[a'a' - s's'\sin(\psi'-\psi)^2]}$$

Man erhält ferner, durch Substitution derselben Ausdrücke [29] von u und v in die Gleichung der Projection der Lichtgrenze [15], die zur Bestimmung der Entfernung des Satelliten von dem Rande dieser Ellipse erforderliche Gleichung. Man hat nämlich:

$$u\cos w - \frac{v\sin w}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}} = s'\sin(\psi-w) - \sigma'\sin(\psi'-w)$$
$$u\sin w + \frac{v\cos w}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}} = s'\cos(\psi-w) - \sigma'\cos(\psi'-w)$$

wodurch [15] sich in:

$$a'a' = \left.\begin{aligned}&[s'\sin(\psi-w) - \sigma'\sin(\psi'-w)]^2 \\ &+ [s'\cos(\psi-w) - \sigma'\cos(\psi'-w)]^2\sec d^2\end{aligned}\right\}[32$$

verwandelt und durch Auflösung:

$$\sigma' = s'\cos(\psi'-\psi) + \frac{s'\sin d^2\sin(\psi'-\psi)\cos(\psi'-w)\sin(\psi'-w)}{1-\sin d^2\sin(\psi'-w)^2} \pm \frac{\cos d\sqrt{[a'a'(1-\sin d^2\sin(\psi'-w)^2) - s's'\sin(\psi'-\psi)^2]}}{1-\sin d^2\sin(\psi'-w)^2}\Bigg\}\ldots[33]$$

ergiebt. Versteht man unter σ die Entfernung des Satelliten von dem sichtbaren Rande der Lichtgrenze, unter $\sigma_,$ die Entfernung desselben von dem erleuchteten Rande der Projection des Sphäroids, so ist unter der Voraussetzung $d<90°$, welche bei den oberen Planeten allein vorkommen kann, der irrationale Theil beider Formeln mit entgegengesetztem Zeichen zu nehmen. Man hat also:

$$\sigma_, = s'\cos(\psi'-\psi) \mp \sqrt{[a'a' - s's'\sin(\psi'-\psi)^2]}$$
$$\sigma' = s'\cos(\psi'-\psi) + \frac{s'\sin d^2\sin(\psi'-\psi)\cos(\psi'-w)\sin(\psi'-w)}{1-\sin d^2\sin(\psi'-w)^2} \mp \frac{\cos d\sqrt{[a'a'(1-\sin d^2\sin(\psi'-w)^2) - s's'\sin(\psi'-\psi)^2]}}{1-\sin d^2\sin(\psi'-w)^2}$$

wo das untere oder das obere Zeichen anzuwenden ist, jenachdem der erleuchtete Rand der Projection des Sphäroids in Beziehung auf den Satelliten der nähere oder der entferntere ist.

Man kann aber diese Formeln beträchtlich vereinfachen, wenn man die besonderen Umstände, welche bei den Beobachtungen der Jupiters-Satelliten, und noch mehr der Saturns-Satelliten, immer vorhanden sind, berücksichtigt. Hier ist nämlich d immer so klein, dafs $\sin d^4$ vernachlässigt werden kann (Art. 7); wenn man überdies $p_,$ so wählt, dafs die Bewegung der Bilder des Satelliten durch den Mittelpunkt der Figur des Planeten geht, in welchem Falle $s'\sin(\psi'-\psi)$ von der Ordnung von $\sin d^2$, also das zweite Glied der zweiten Formel von der Ordnung $\sin d^4$ wird, so vereinfachen sich die Formeln in:

$$\sigma_, = s' \mp a'$$
$$\sigma' = s' \mp a' \pm \tfrac{1}{2}a'\sin d^2\cos(\psi'-w)^2$$

Sie ergeben, bis auf Gröfsen von der Ordnung $\sin d^4$ (excl.) richtig:

$$s' = \tfrac{1}{2}(\sigma_,'+\sigma') - \tfrac{1}{2}(\sigma_,'-\sigma')\sin d^2\cos(\psi'-w)^2$$

wenn man für s', σ', $\sigma_,'$ ihre Ausdrücke durch s, σ, $\sigma_,$ schreibt, nämlich:

$$s' = \frac{s}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2\cos\psi^2)}}$$
$$\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2\cos\psi^2)}}$$
$$\sigma_,' = \frac{\sigma_,}{\sqrt{(1-ee\cos\beta^2\cos\psi^2)}}$$

Digitized by Google

so erhält man hieraus:

$$s = \sqrt{\frac{1-ee\cos\beta^2\cos\psi^2}{1-ee\cos\beta^2\cos\psi'^2}}\left[\tfrac{1}{2}(\sigma_,+\sigma)-\tfrac{1}{2}(\sigma_,-\sigma)\sin d^2\cos(\psi'-w)^2\right]$$

und wenn man auch Gröfsen von der Ordnung $ee\sin d^2$ als unbedeutend betrachtet:

[34]....$s = \frac{1}{2}(\sigma_,+\sigma)-\frac{1}{2}(\sigma_,-\sigma)\sin d^2\cos(\psi-w)^2$

Aus dem 4ten Art. geht übrigens hervor, dafs für Werthe von ψ zwischen $w-90°$ und $w+90°$ die kleinste der beiden Entfernungen $\sigma_,$ und σ der Lichtgrenze, die gröfste dem erleuchteten Rande der Projection des Planeten zugehört, oder dafs, innerhalb dieser Grenzen, die kleinste $= \sigma$, die gröfste $= \sigma_,$ ist; für Werthe von ψ zwischen $w+90°$ und $w+270°$ findet das Entgegengesetzte statt, die gröfste Entfernung ist $= \sigma$, die kleinste $= \sigma_,$. Die der halben Summe der beiden gemessenen Entfernungen hinzuzufügende Verbesserung ist also negativ zwischen $\psi = w-90°$ und $w+90°$, positiv zwischen $\psi = w+90°$ und $w+270°$. Um Beobachtungen dieser Art richtig reduciren zu können, ist die Ablesung des Positionswinkels $p_,$, bei welchem man σ und $\sigma_,$ gemessen hat, überflüssig; es reicht hin, ihn nahe $= p$ zu machen, oder die Bewegungslinie des Bildes des Satelliten nahe durch den Mittelpunkt des Planeten gehen zu lassen.

10.

Der andere Theil der hier aufzulösenden Aufgabe verlangt, dafs der Positionswinkel p des Satelliten an dem Mittelpunkte des Planeten aus den ähnlichen Winkeln π und $\pi_,$, bei welchen sein um die Entfernung $s_,$ verschobenes Bild an den Rändern der Figur des Planeten erscheint, abgeleitet werde. Indem die Auflösung dieses Theils der Aufgabe von der Bestimmung der Durchschnittspunkte einer gegebenen Ellipse und eines gegebenen Kreises abhängt, und vier solcher Durchschnittspunkte vorhanden sein können, so führt sie nothwendig auf eine Gleichung des vierten Grades.

Da die Ausdrücke der Coordinaten des Punktes des Randes, auf welchen das Bild des Satelliten, bei dem Positionswinkel π fällt:

$$u = s\sin(p-P) - s_,\sin(\pi-P)$$
$$v = s\cos(p-P) - s_,\cos(\pi-P)$$

sind, so giebt die Substitution derselben in die Gleichung der Projection des Sphäroids des Planeten [12], die zur Bestimmung von π erforderliche Gleichung, durch deren Auflösung man die Werthe von π erhält, welche das Bild des Satelliten an den Rand der Projection des Sphäroids bringen. Dieselbe Substitution in die Gleichung der Projection der Lichtgrenze, ergiebt die Gleichung, aus deren Auflösung die Werthe von π folgen, welche das Bild des Satelliten an den Rand dieser Projection bringen. Oder man kann auch, wenn π beobachtet ist, p zur unbekannten Gröfse beider Gleichungen machen.

Diese Gleichungen enthalten den Sinus und den Cosinus der unbekannten Gröfse und die Quadrate und das Product derselben, so wie auch ein davon unabhängiges Glied. Sie sind also von der Form:

$$V = a+2b\cos v+2c\sin v+d\cos v^2+2e\cos v\sin v+f\sin v^2$$

und erfordern die Erfindung von v aus der Bedingung $V=0$; d. h. sie gehören zu einer sehr häufig vorkommenden Form, deren Auflösung daher auch noch in anderen Fällen brauchbar sein wird. Aus diesem Grunde theile ich sie, ohne Beziehung auf die aufzulösende Aufgabe, hier mit.

Ich werde V in die beiden Factoren:

$$(\alpha+\beta\cos v+\gamma\sin v)\ (\alpha'+\beta'\cos v+\gamma'\sin v)$$

zerlegen, deren Product

$$= \alpha\alpha'+(\alpha\beta'+\alpha'\beta)\cos v+(\alpha\gamma'+\alpha'\gamma)\sin v+\beta\beta'\cos v^2 + (\beta\gamma'+\beta'\gamma)\cos v\sin v+\gamma\gamma'\sin v^2$$

ist. Da es nicht geändert wird wenn man das Product von $\cos v^2+\sin v^2-1$ in einen unbestimmten Factor z hinzufügt, so können nur nach dieser Hinzufügung seine einzelnen Glieder als identisch mit den ähnlichen Gliedern von V angesehen werden. Durch die Vergleichung derselben erhält man:

$$\begin{aligned} a &= \alpha\alpha'-z \\ 2b &= \alpha\beta'+\alpha'\beta \\ 2c &= \alpha\gamma'+\alpha'\gamma \\ d &= \beta\beta'+z \\ 2e &= \beta\gamma'+\beta'\gamma \\ f &= \gamma\gamma'+z \end{aligned}$$

Diese 6 Gleichungen lassen eine der Gröfsen $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ unbestimmt, wie nothwendig ist, indem man den einen Factor mit einer beliebigen Gröfse multipliciren, den anderen damit dividiren kann, ohne dafs ihr Product sich ändert. Die 1ste, 4te und 6te dieser Gleichungen ergeben:

$$\alpha' = \frac{a+z}{\alpha}$$
$$\beta' = \frac{d-z}{\beta}$$
$$\gamma' = \frac{f-z}{\gamma}$$

wodurch die 2te und 3te sich in

$$2b = \frac{\alpha}{\beta}(d-z)+\frac{\beta}{\alpha}(a+z)$$
$$2c = \frac{\alpha}{\gamma}(f-z)+\frac{\gamma}{\alpha}(a+z)$$

verwandeln und durch ihre Auflösung:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{b+R}{a+z}....RR = bb-(a+z)(d-z)$$
$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{c+R'}{a+z}....R'R' = cc-(a+z)(f-z)$$

ergeben. Aus den Ausdrücken von β' und γ' durch β und γ erhält man, wenn man für diese letzteren das eben Gefundene setzt:

Digitized by Google

$$\alpha\beta' = \frac{(a+z)(d-z)}{b+R} = b-R$$
$$\alpha\gamma' = \frac{(a+z)(f-z)}{c+R'} = c-R'$$

Hierdurch verwandelt die noch zu erfüllende 5te Gleichung sich in:

$$2e = \frac{(b+R)(c-R')+(b-R)(c+R')}{(a+z)}$$

oder in

$$RR' = bc - e(a+z).$$

Nimmt man z so, dafs es dieser Gleichung Genüge leistet, so hat man also:

$$V = \frac{1}{a+z}\,[a+z+(b+R)\cos\nu+(c+R')\sin\nu]$$
$$[a+z+(b-R)\cos\nu+(c-R')\sin\nu]$$

Ob R' das Zeichen von R, oder das entgegengesetzte hat, wird durch die letzte Gleichung entschieden: ist $bc-e(a+z)$ positiv, so findet das erstere statt, ist es negativ das andere. Das Zeichen von R bleibt willkürlich, indem durch die Aenderung desselben nur der zuerst geschriebene Factor in den zuletzt geschriebenen, und umgekehrt dieser in jenen verwandelt wird. Alle Aufmerksamkeit auf die Zeichen wird unnöthig, wenn man nur eins der beiden R aus ihren oben gegebenen Ausdrücken berechnet, das andere aber aus

$$RR' = bc - e(a+z)$$

folgert.

Erhebt man diese Gleichung zum Quadrate, um sie rational zu machen, setzt man für RR und $R'R'$ ihre Ausdrücke, läfst man $bb\,cc$ auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens weg und dividirt man den Rest durch $a+z$, so erhält man, zur Bestimmung von z, die cubische Gleichung:

$$0 = 2bce - bb(f-z) - cc(d-z) - ee(a+z) + (a+z)(d-z)(f-z)$$

oder:

$$0 = z^3 - (d+f-a)z^2 + [bb+cc-ee-a(d+f)+df]z$$
$$-[bbf+ccd+eea-adf-2bce]$$

Die jetzt in zwei Factoren zerlegte Function V wird, wenn man $\sin\nu$ und $\cos\nu$ durch $tg\,\frac{1}{2}\nu = \theta$ ausdrückt, ein Bruch, dessen Zähler vom 4ten Grade und dessen Nenner $= (1+\theta\theta)^2$ ist. Sie kann also immer in zwei Factoren vom 2ten Grade:

$$\frac{\delta+\varepsilon\theta+\zeta\theta\theta}{1+\theta\theta}\cdot\frac{\delta'+\varepsilon'\theta+\zeta'\theta\theta}{1+\theta\theta}$$

zerlegt werden, deren Coefficienten reel sind; jeder von diesen kann wieder in zwei einfache Factoren

$$\frac{p+q\theta}{\sqrt{(1+\theta\theta)}} \text{ und } \frac{p'+q'\theta}{\sqrt{(1+\theta\theta)}}$$

oder $\quad p\cos\frac{1}{2}\nu + q\sin\frac{1}{2}\nu$ und $p'\cos\frac{1}{2}\nu + q'\sin\frac{1}{2}\nu$

zerlegt werden, deren jeder, wenn man ihn $= 0$ setzt, einen Werth von ν, welcher der Gleichung $V=0$ entspricht, ergiebt.

Jede Wurzel der cubischen Gleichung giebt eine der drei Combinationen der 4 einfachen Factoren zu zwei Paaren. Wenn alle vier Werthe von ν, welche der Gleichung $V=0$ Genüge leisten, oder alle vier einfache Factoren von V, reel sind, so ist jede Combination derselben reel und die cubische Gleichung mufs drei reelle Wurzeln haben, deren jede einen reellen Werth von R (also auch von R') ergiebt. Man kann dieses auch leicht direct nachweisen. Wenn die Gleichung $V=0$ vier reelle Wurzeln haben soll, so müssen die beiden Gröfsen

$$(b+R)^2+(c+R')^2$$
$$\text{und } (b-R)^2+(c-R')^2$$

gröfser sein als $(a+g)^2$, wenn g eine reelle Wurzel der cubischen Gleichung bedeutet. Indem diese Bedingung auch

$$bb+cc+RR+R'R'-(a+g)^2 > \pm 2(bR+cR')$$

geschrieben werden kann, wo die links vom Ungleichheitszeichen stehenden Glieder positiv sein müssen, so fordert sie, dafs diese Glieder gröfser seien als die positiv genommene Gröfse rechts. Man kann also auch

$$[bb+cc+RR+R'R'-(a+g)^2]^2 > 4(bR+cR')^2$$

dafür annehmen, indem man hinzufügt, dafs die zum Quadrate erhobene Gröfse links, positiv sein mufs. Setzt man nun für RR, $R'R'$, RR' ihre Ausdrücke durch g, so reducirt man die Bedingung leicht auf die gleichbedeutende, dafs

$$(a+g)^2[d+f+a-g]^2 - 4(a+g)[bb(f+a)+cc(d+a)-2bce]$$

positiv sei, welcher noch hinzukömmt, dafs

$$bb+cc+RR+R'R'-(a+g)^2$$
$$= 2(bb+cc)-(a+g)(d+f+a-g)$$

gleichfalls positiv sei. Werden diese beiden Bedingungen erfüllt, so hat also V vier reelle einfache Factoren.

Die erste dieser Bedingungen mufs auch erfüllt werden, wenn die cubische Gleichung 3 reelle Wurzeln haben soll. Schreibt man diese abgekürzt:

$$0 = z^3 - Az^2 + Bz - C$$

und zieht man

$$0 = g^3 - Ag^2 + Bg - C$$

davon ab, so zeigt der Rest:

$$0 = (z-g)[zz - z(A-g) + B - Ag + Bgg]$$

dafs die beiden anderen Wurzeln der Gleichung reel sind, wenn

$$(A-g)^2 - 4(B - Ag + gg)$$

positiv ist, im entgegengesetzten Falle aber imaginär. Schreibt man diesen Ausdruck:

$$(A+2a-g)^2 - 4[aa+Aa+B-(a+A)g+gg]$$

und multiplicirt man ihn mit $(a+g)^2$, so verwandelt er sich in:

$$(a+g)^2(A+2a-g)^2 - 4(a+g)[a^3+Aa^2+Ba+Bg-Ag^2+g^3]$$

und da

$$Bg - Ag^2 + g^3 = C$$

ist: in:

$$(a+g)^2(A+2a-g)^2 - 4(a+g)[a^3+Aa^2+Ba+C]$$

Digitized by Google

woraus, wenn man für A, B, C ihre Ausdrücke setzt,

$$(a+g)^2(d+f+a-g)^2-4(a+g)[bb(f+a)+cc(d+a)-2bcc]$$

folgt. Man sieht hieraus, dafs die vier einfachen Factoren von V reel sind, wenn die cubische Gleichung 3 reelle Wurzeln hat und wenn zugleich:

$$2(bb+cc)-(a+g)(d+f+a-g)$$

positiv ist.

Wenn alle vier einfachen Factoren von ρ imaginär sein sollen, so müssen die beiden Gröfsen

$$(b+R)^2+(c+R')^2$$
$$\text{und}\ldots\ldots(b-R)^2+(c-R')^2$$

kleiner sein als $(a+g)^2$, oder

$(a+g)^2-bb-cc-RR-R'R'$ positiv und $>\pm 2(bR+cR')$

Dieser Ausdruck, zum Quadrate erhoben, ergiebt, wie in dem vorigen Falle:

$$[bb+cc+RR+R'R'-(a+g)^2]^2>4(bR+cR')^2$$

und führt, wie vorher, zu dem Schlusse, dafs die vier einfachen Factoren von V imaginär sind, wenn die cubische Gleichung drei mögliche Wurzeln hat und man zugleich:

$$2(bb+cc)-(a+g)(d+f+a-g)$$

negativ ist. Unter g ist hier diejenige Wurzel der Gleichung zu verstehen, welche die reelle Combination der vier einfachen Factoren zu zwei Paaren ergiebt.

Soll endlich V zwei reelle und zwei imaginäre einfache Factoren haben, so ist nur eine Combination derselben zu zwei reellen Paaren vorhanden, also nur eine Wurzel der cubischen Gleichung, welche selbst reel ist und reelle Werthe von R und R' ergiebt. Diese angenommen, folgt, dafs eine der Gröfsen

$$(b+R)^2+(c+R')^2$$
$$\text{und}\ldots\ldots(b-R)^2+(c-R')^2$$

gröfser, die andere kleiner ist als $(a+g)^2$; dafs also

$$bb+cc+RR+R'R'-(a+g)^2$$

gröfser ist als $2(bR+cR')$ negativ genommen und kleiner als dieselbe Gröfse positiv genommen. Man erhält also

$$[bb+cc+RR+R'R'-(a+g)^2]^2<4(bR+cR')^2$$

welches, wie aus dem bei der Untersuchung des ersten Falles Gesagten hervorgeht, die Bedingung ist, unter welcher die cubische Gleichung zwei imaginäre Wurzeln hat. Hat also die cubische Gleichung nur eine reelle Wurzel, so sind nur zwei der einfachen Factoren von V reel, oder $V=0$ kann nur durch zwei reelle Werthe von v erfüllt werden.

11.

Ich kehre nun zu der aufzulösenden Aufgabe zurück, nämlich zu der Bestimmung des auf den Mittelpunkt des Planeten bezogenen Positionswinkels (p) eines Satelliten, aus dem beobachteten, auf einen Punkt des Randes bezogenen (π).

Wenn der Punkt des Randes zu der Projection des Sphäroids des Planeten gehört, seine Coordinaten u und v also der Gleichung [12]:

$$a'a'=uu+\frac{vv}{1-ee\cos\beta^2}$$

entsprechen, so können für u und v die Ausdrücke:

$$u=a'\sin x$$
$$v=a'\cos x\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}$$

gesetzt werden, durch welche:

$$s\sin(p-P)=s_,\sin(\pi-P)+u$$
$$s\cos(p-P)=s_,\cos(\pi-P)+v$$

sich in:

$$\left.\begin{aligned}s\sin(p-P)&=s_,\sin(\pi-P)+a'\sin x\\ s\cos(p-P)&=s_,\cos(\pi-P)+a'\cos x\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}\end{aligned}\right\}\ldots[35]$$

verwandeln und, sobald x bekannt ist, das gesuchte p ergeben. Die zur Bestimmung von x nöthige Gleichung erhält man durch die Summe der Quadrate beider Gröfsen, nämlich:

$$\left.\begin{aligned}0=k&+2a's_,[\sin(\pi-P)\sin x+\cos(\pi-P)\cos x.\Delta]\\&+a'a'[\sin x^2+\Delta\Delta\cos x^2]\end{aligned}\right\}\ldots[36]$$

wo k für $s_,s_,-ss$ und Δ für $\sqrt{(1-ee\cos\beta^2)}$ geschrieben ist. Ich werde überdies noch s' für $s\cos\beta$ schreiben.

Vergleicht man diese Gleichung mit der im vorigen Art. aufgelöseten, so hat man:

$$a=k$$
$$b=a's_,\Delta\cos(\pi-P)$$
$$c=a's_,\sin(\pi-P)$$
$$d=a'a'\Delta\Delta$$
$$e=0$$
$$f=a'a'$$

woraus die cubische Gleichung:

$$\left.\begin{aligned}0=z^3&-(a'a'+a'a'\Delta\Delta-k)z^2\\&+[a'a's_,s_,(1-s's'\cos(\pi-P)^2)+a'^4\Delta\Delta-ka'a'(1+\Delta\Delta)]z\\&-a'^4\Delta\Delta(s_,s_,-k).\end{aligned}\right\}[37]$$

hervorgeht.

Wenn die Beobachtung wirklich gemacht ist, also z möglich sein mufs, der Satellit aber aufser dem Umfange der Figur des Planeten steht, also nur zwei Werthe von z möglich sein können, so hat diese Gleichung, den im vorigen Art. gemachten Bemerkungen zufolge, nur eine reelle Wurzel. Diese ist, bis auf Gröfsen von der Ordnung von $s's'$ und k, $=a'a'$ und kann, da man diesen Näherungswerth derselben kennt, leicht bestimmt werden. Ihre Annahme in dem $=0$ zu setzenden Ausdrucke:

$$a+z+(b+R)\cos x+(c+R')\sin x$$

bestimmt zwei Werthe von x, deren Substitution in [35] die beiden Werthe von p ergiebt, welche der Forderung Genüge leisten. Wenn π beobachtet ist und daraus p berechnet werden soll, so mufs man wissen, ob der beobachtete Werth der gröfsere oder der kleinere der beiden möglichen ist; hier-

Digitized by Google

durch wird über die Wahl zwischen beiden Auflösungen entschieden.

Wann dagegen der Punkt des Randes der Figur des Planeten, auf welchen π sich bezieht, zu der Lichtgrenze gehört, seine Coordinaten also der Gleichung [15]:

$$a'a' = (u\cos w - \frac{v}{\Delta}\sin w)^2 + (u\sin w + \frac{v}{\Delta}\cos w)^2 \sec d^2$$

entsprechen, so können sie (wie im 5ten Art.) durch eine neue veränderliche Gröfse x, welche mit ihnen durch die Formeln:

$$u\cos w - \frac{v}{\Delta}\sin w = a'\sin x$$
$$u\sin w + \frac{v}{\Delta}\cos w = a'\cos x\cos d$$

verbunden ist, und welche:

$$u = a'[\sin x\cos w + \cos x\sin w\cos d]$$
$$v = a'[-\sin x\sin w + \cos x\cos w\cos d]\Delta$$

ergiebt, ausgedrückt werden. Durch die Substitution dieser Ausdrücke erhält man:

$$[38]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} s\sin(p-P) = s_,\sin(\pi-P) + a'[\sin x\cos w + \cos x\sin w\cos d] \\ s\cos(p-P) = s_,\cos(\pi-P) + a'[-\sin x\sin w + \cos x\cos w\cos d]\Delta \end{cases}$$

und durch die Summe der Quadrate:

$$[39]\begin{cases} 0 = k + 2a's_,[\sin(\pi-P)\cos w - \cos(\pi-P)\sin w.\Delta]\sin x \\ \quad + 2a's_,[\sin(\pi-P)\sin w + \cos(\pi-P)\cos w.\Delta]\cos d\cos x \\ \quad + a'a'[\cos w^2 + \sin w^2\Delta\Delta]\sin x^2 \\ \quad + 2a'a'\sin w\cos w\cos d(1-\Delta\Delta)\sin x\cos x \\ \quad + a'a'[\sin w^2 + \cos w^2\Delta\Delta]\cos d^2\cos x^2 \end{cases}$$

Die Vergleichung dieser Gleichung mit der im 10ten Art. aufgelösetan ergiebt:

$$a = k$$
$$b = a's_,[\sin(\pi-P)\sin w + \cos(\pi-P)\cos w.\Delta]\cos d$$
$$c = a's_,[\sin(\pi-P)\cos w - \cos(\pi-P)\sin w.\Delta]$$
$$d = a'a'[\sin w^2 + \cos w^2\Delta\Delta]\cos d^2$$
$$e = a'a'\sin w\cos w\cos d(1-\Delta\Delta)$$
$$f = a'a'[\cos w^2 + \sin w^2\Delta\Delta]$$

wodurch man die Coefficienten der cubischen Gleichung:

$$[40]\ldots\ldots\ldots\ldots 0 = x^3 - Ax^2 + Bx - C$$

erhält. Ich mache darauf aufmerksam, dafs einige der Theile dieser Coefficienten sich einfach ausdrücken lassen, nämlich:

$$df - ee = a'^4\Delta\Delta\cos d^2$$
$$bbf + ccd - 2bce = a'a's_,s_,\Delta\Delta\cos d^2$$

$d+f$ und $bb+cc$ aber erhalten nur durch die Einführung von Hülfsgröfsen einfache Ausdrücke. Uebrigens gilt auch von dieser Gleichung alles was ich zu [37] bemerkt habe.

Im 8ten Art. habe ich gezeigt, dafs die Lichtgrenze an allen Punkten des Randes des Planeten sichtbar ist, für welche der Cosinus des dort und hier durch x bezeichneten Winkels positiv ist. Hieraus kann beurtheilt werden, ob die Punkte des Randes, auf welche man die Beobachtung des Satelliten bezogen hat, der Lichtgrenze oder der Projection des Sphäroids zugehören. Es ist offenbar möglich, dafs beide in der einen, oder in der andaren Curve liegen, oder einer in der einen, der andere in der anderen. Wenn k sehr klein und die Entfernung des Satelliten weit gröfser ist als a', wird der letztere der drei möglichen Fälle eintreten.

12.

Bei der Berechnung von Beobachtungen der Satelliten des Jupiters, für welchen $e'e'$ ein ziemlich kleiner Bruch, so wie auch d ein kleiner Winkel ist, kann man die Anwendung dieser directen Auflösung der Aufgabe vermeiden und dagegen durch aufeinanderfolgende Annäherungen zum Ziele gelangen, welche so schnell fortschreiten, dafs sie den erforderlichen Grad von Genauigkeit frühar erreichen, als man das streng richtiga Resultat durch die directe Auflösung würde erhalten können. Ich werde daher diese zweite, auch vollkommen genaue Auflösung mittheilen.

Ich werde annehmen, dafs die Entfernung des Satelliten von den beiden Punkten des Randes des Planeten, auf welche die beobachteten Positionswinkel π und $\pi_,$ (Art. 9) sich beziehen, seiner Entfernung von dem Mittelpunkte so nahe gleich ist, dafs $s_,s_, - ss = k$ eine sehr kleine Gröfse ist, deren Quadrat man vernachlässigen kann; ich werde sie durch $2s_,a'\alpha$ bezeichnen, wo also $a'x$ sehr nahe $= s_, - s$ ist. Wenn man

$$\rho\sin\varphi = \Delta\cos(\pi-P)$$
$$\rho\cos\varphi = -\sin(\pi-P)$$

setzt, so verwandelt sich die Gleichung [36], welche sich auf den Rand der Projection des Sphäroids bezieht, in:

$$\sin(x-\varphi) = \frac{a'}{2s_,\rho}(1-e'e'\cos x^2) + \frac{\alpha}{\rho}.$$

Setzt man, um eine erste Annäherung von x zu erhalten,

$$\sin(x'-\varphi) = \frac{a'}{2s_,\rho}$$

so kann man einen der daraus hervorgehenden zwei Werthe von x anwenden um $1-e'e'\cos x^2$ näherungsweise zu berechnen. Man erhält dann aus der Formel:

$$\sin(x''-\varphi) = \frac{a'}{2s_,\rho}(1-e'e'\cos x'^2)$$

eine zweite Annäherung, welche der Wahrheit schon sehr nahe sein wird, welche man aber auch noch weiter treiben kann, wenn man es für angemessen hält. Hat man die beabsichtigte Annäherung erreicht und setzt man

$$\sin\varepsilon = \frac{a'}{2s_,\rho}(1-e'e'\cos x^2)$$

Digitized by Google

so ist

$$\sin(x-\varphi) = \sin\varepsilon + \frac{\alpha}{\rho}$$

oder

$$x = \varphi + \varepsilon + \frac{\alpha}{\rho\cos\varepsilon}.$$

Man gelangt offenbar zu der einen oder der anderen Wurzel der Gleichung, jenachdem man für $x'-\varphi$, $x''-\varphi$.....ε spitze oder stumpfe Winkel nimmt. Mit dem gefundenen Werthe von x erhält man:

$$\sin x = \sin(\varphi+\varepsilon) + \alpha\frac{\cos(\varphi+\varepsilon)}{\rho\cos\varepsilon}$$

$$\cos x = \cos(\varphi+\varepsilon) - \alpha\frac{\sin(\varphi+\varepsilon)}{\rho\cos\varepsilon}$$

und durch Substitution dieser Ausdrücke in [35]:

$$s\sin(p-P) = s_,\sin(\pi-P) + a'\sin(\varphi+\varepsilon) + a'\alpha\frac{\cos(\varphi+\varepsilon)}{\rho\cos\varepsilon}$$

$$s\cos(p-P) = s_,\cos(\pi-P) + a'\Delta\cos(\varphi+\varepsilon) - a'\alpha\Delta\frac{\sin(\varphi+\varepsilon)}{\rho\cos\varepsilon}$$

Hieraus erhält man, durch Multiplication mit $\cos(\pi-P)$ und $-\sin(\pi-P)$:

$$\sin(p-\pi) = \frac{a'}{s}[\cos(\pi-P)\sin(\varphi+\varepsilon) - \Delta\sin(\pi-P)\cos(\varphi+\varepsilon)] + \frac{a'\alpha}{\rho s\cos\varepsilon}[\cos(\pi-P)\cos(\varphi+\varepsilon) + \Delta\sin(\pi-P)\sin(\varphi+\varepsilon)]$$

welcher Ausdruck sich, durch die Substitution der Ausdrücke von $\cos\varphi$ und $\sin\varphi$ durch $\pi-P$, in

$$[41]\ldots\begin{cases}\sin(p-\pi) = \frac{a'}{s\rho}[\Delta\cos\varepsilon - \frac{1}{2}\varepsilon'\varepsilon'\sin\varepsilon\sin 2(\pi-P)] \\ \qquad - \frac{a'\alpha}{s\rho\rho}[\Delta\,tg\,\varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon'\varepsilon'\sin 2(\pi-P)]\end{cases}$$

verwandelt.

Wenn der beobachtete Positionswinkel sich auf einen Punkt am Rande der Lichtgrenze bezieht, also x aus der Gleichung [39] abzuleiten ist, so kann dieses gleichfalls durch aufeinanderfolgende Annäherungen geschehen, welchen aber wenn sie leicht angestellt werden sollen, eine Umformung der Gleichung vorangehen mufs. Durch die Einführung von ρ und φ verwandelt sich diese Gleichung zunächst in:

$$0 = 2s_,a'\alpha - 2s_,a'\rho[\cos(\varphi-w)\sin x - \sin(\varphi-w)\cos x\cos d] + a'a'[\cos w\sin x + \sin w\cos x\cos d]^2 + a'a'\Delta\Delta[\sin w\sin x - \cos w\cos x\cos d]^2$$

Setzt man ferner:

$$\rho'\cos\xi = \cos x\cos d$$
$$\rho'\sin\xi = \sin x$$

so geht sie in:

$$0 = 2s_,\alpha - 2s_,\rho\rho'\sin(\xi-\varphi+w) + a'\rho'\rho'(1-\varepsilon'\varepsilon'\cos(\xi+w)^2]$$

oder in:

$$\sin(\xi-\varphi+w) = \frac{a'\rho'}{2s_,\rho}(1-\varepsilon'\varepsilon'\cos(\xi+w)^2) + \frac{\alpha'}{\rho\rho'}$$

über. Da ρ' durch ξ ausgedrückt werden kann, nämlich:

$$\rho' = \frac{\cos d}{\sqrt{(1-\sin d^2\sin\xi^2)}}$$

so ist diese Form der Gleichung geeignet zur Erfindung der unbekannten Gröfse ξ durch aufeinanderfolgende Näherungen. Man setzt zuerst:

$$\sin(\xi'-\varphi+w) = \frac{a'\cos d}{2s_,\rho}$$

und sucht, mit dem daraus hervorgehenden Werthe von ξ':

$$\frac{1-\varepsilon'\varepsilon'\cos(\xi'+w)^2}{\sqrt{(1-\sin d^2\sin\xi')^2}}$$

wodurch man ferner:

$$\sin(\xi''-\varphi+w) = \frac{a'\cos d}{2s_,\rho}\cdot\frac{1-\varepsilon'\varepsilon'\cos(\xi'+w)^2}{\sqrt{(1-\sin d^2\sin\xi'^2)}}$$

erhält u. s. w. Nach der Erreichung der beabsichtigten Annäherung setzt man:

$$\sin\varepsilon' = \frac{a'\cos d}{2s_,\rho}\frac{1-\varepsilon'\varepsilon'\cos(\xi+w)^2}{\sqrt{(1-\sin d^2\sin\xi^2)}}$$

und erhält dadurch:

$$\sin(\xi-\varphi+w) = \sin\varepsilon' + \frac{\alpha}{\rho\rho'}$$

oder

$$\xi = \varphi - w + \varepsilon' + \frac{\alpha}{\rho\rho'\cos\varepsilon'}$$

welche Formel offenbar auf beide Wurzeln der Gleichung führt, wenn man für $\xi'-\varphi+w$, $\xi''-\varphi+w$,....ε' spitze und stumpfe Winkel nimmt. Man hat also:

$$u = a'\rho'\sin(\xi+w) = a'\rho'\sin(\varphi+\varepsilon') + \frac{a'\alpha}{\rho}\frac{\cos(\varphi+\varepsilon')}{\cos\varepsilon'}$$

$$\frac{\nu}{\Delta} = a'\rho'\cos(\xi+w) = a'\rho'\cos(\varphi+\varepsilon') - \frac{a'\alpha}{\rho}\frac{\sin(\varphi+\varepsilon')}{\cos\varepsilon'}$$

und erlangt durch die Substitution dieser Ausdrücke in die Formeln [35] und durch eine Rechnung, welche mit der übereinstimmt, die auf [41] geführt hat:

$$\left.\begin{aligned}\sin(p-\pi) = \frac{a'\rho'}{s_,\rho}[\Delta\cos\varepsilon' - \tfrac{1}{2}\varepsilon'\varepsilon'\sin\varepsilon'\sin 2(\pi-P)] \\ - \frac{a'\alpha}{s_,\rho\rho}[\Delta\,tang\,\varepsilon' + \tfrac{1}{2}\varepsilon'\varepsilon'\sin 2(\pi-P)]\end{aligned}\right\}\ldots[42]$$

Da die Bedingung der Sichtbarkeit eines durch x bestimmten Punktes der Lichtgrenze ist, dafs $\cos x$ einen positiven Werth habe und da die Zeichen von $\cos\xi$ und $\cos x$ übereinstimmen, so mufs für einen sichtbaren Punkt der Lichtgrenze auch ξ in den ersten oder vierten Quadranten fallen. Wenn beide Positionswinkel des Satelliten am Rande der Figur des Planeten $= \pi$ und $= \pi$, beobachtet sind, so ist zu entscheiden, auf welche von beiden Curven, die Lichtgrenze oder die Projection des Sphäroids, sie sich beziehen. Indem $\sin\varepsilon$ und $\sin\varepsilon'$ beide sehr nahe

$$= \frac{a'}{2s_,\rho}$$

Digitized by Google

sind, welche Gröfse ich $= \sin\delta$ setzen und das daraus hervorgehende δ im ersten Quadranten annehmen werde, so ist der zu dem kleineren Positionswinkel (für welchen $\sin(p-\pi)$ positiv, also s', der Formel [42] zufolge, ein spitzer Winkel ist) gehörige Werth von ξ, sehr nahe:

$$\xi = \varphi - \omega + \delta$$

der zu dem gröfseren gehörige:

$$\xi = \varphi - \omega + 180^\circ - \delta.$$

Die Bedingung, dafs der kleinere Positionswinkel sich auf die Lichtgrenze beziehe, ist also:

$$\varphi - \omega + \delta > 270^\circ \text{ und } < 90^\circ$$

oder

$$\varphi > \omega - \delta - 90^\circ \text{ und } < \omega - \delta + 90^\circ;$$

die Bedingung, dafs der gröfsere sich darauf beziehe:

$$\varphi > \omega + \delta + 90^\circ \text{ und } < \omega + \delta + 270^\circ.$$

Man erkennt hieraus, ob beide beobachtete Positionswinkel sich auf die Lichtgrenze, oder einer auf diese, der andere auf den Rand der Projection des Sphäroids, oder beide auf die letztere Curve beziehen. Man wird also auch nicht mehr zweifelhaft sein, welche der Wurzeln der in gegenwärtigen Art. aufgelöseten Gleichungen man durch die aufeinanderfolgenden Näherungen bestimmen soll. Wenn der Satellit beträchtlich weiter als a' von dem Planeten entfernt ist, so werden übrigens der erste und der letzte der eben angeführten Fälle nicht vorkommen. Für die Fälle, in welchen φ den angegebenen Grenzen sehr nahe kömmt, kann es nöthig werden, statt des Näherungswerthes δ von s', den aus [42] hervorgehenden wahren Werth zu setzen; indessen kommen dann beide Curven sich einander so nahe, dafs es fast gleichgültig ist, welche von beiden man annimmt.

Ich werde jetzt den Fall untersuchen, in welchem man π und $\pi_,$ beobachtet hat und p aus der Summe beider ableiten will. Beobachtungen, aus welchen man die Lage des Satelliten abzuleiten beabsichtigt, müssen immer in diesem Falle sein, wenn das Resultat nicht von der Kenntnifs der Gröfse des Planeten abhängig sein soll. Um nicht zu viele Vorschriften geben zu müssen, werde ich voraussetzen, dafs der gewöhnliche Fall vorhanden, d. h. der eine Positionswinkel auf die Lichtgrenze, der andere auf den Rand der Projection des Sphäroids bezogen ist; jenen werde ich durch π, diesen durch $\pi_,$ bezeichnen.

Indem $\sin s$ und $\sin s'$ nur in Gröfsen von der Ordnung $\frac{a'}{s}\sin d^2$ von einander verschieden sind und indem das eine s ein spitzer, das andere ein stumpfer Winkel ist, so ist das in die kleine Gröfse α multiplicirte Glied der Formeln [41] und [42] nahe von gleicher Gröfse, aber von entgegengesetzten Zeichen, und verschwindet also sehr nahe aus der Summe beider Formeln. Hieraus folgt (so wie das Aehnliche am Ende des 9ten Art.), dafs es nicht nöthig ist s, abzuleiten, sondern dafs es hinreichend ist dasselbe sehr nahe $= s$ zu machen. Die Summe beider Formeln wird also:

$$\sin(p-\pi) + \sin(p-\pi_,) = 2\sin\delta\,[\Delta(\rho'\cos s' + \cos s) - \tfrac{1}{4}e'e'\rho'\sin s'\sin 2(\pi - P) - \tfrac{1}{4}e'e'\sin s\sin 2(\pi_, - P)]$$

Wenn man $\sin\delta\frac{e'e'}{2}(\rho'\sin s' - \sin s)\sin(\pi_, - \pi)\cos(\pi_, + \pi - 2P)$ als unbedeutend wegläfst, so zieht sie sich in:

$$[43]\ldots\ldots\sin\left(p - \frac{\pi_, + \pi}{2}\right) = \frac{\sin\delta}{\cos\frac{1}{2}(\pi_, - \pi)}[\Delta\rho'(\cos s' + \cos s) - \tfrac{1}{4}e'e'(\rho'\sin s + \sin s)\cos(\pi_, - \pi)\sin(\pi_, + \pi - 2P)]$$

zusammen, welcher Ausdruck gilt, π mag kleiner oder gröfser sein als $\pi_,$; denn eine Verwechselung beider bringt keine Aenderung hervor. Zum Schlusse werde ich noch die Näherungsformel mittheilen, auf welche die beiden vorigen, vollkommen genauen Auflösungen zurückführen, wenn e^4, $e'e'\sin d^2$ $\sin d^4$ vernachlässigt werden. Man erhält dann:

$$\begin{aligned}
\sin s &= \sin\delta\,[1 - e'e'\sin(\pi_, - P \mp \delta)^2] \\
\cos s &= \mp\cos\delta\,[1 + e'e'\,tg\,\delta^2\,\sin(\pi_, - P \mp \delta)^2] \\
\rho'\sin s' &= \sin\delta\,[1 - e'e'\sin(\pi - P \pm \delta)^2 - \sin d^2\sin(\pi - P - \omega \pm \delta)^2] \\
\rho'\cos s' &= \pm\cos\delta\,[1 + e'e'\,tg\,\delta^2\,\sin(\pi - P \pm \delta)^2 - \sin d^2\frac{\cos 2\delta}{2\cos\delta}\sin(\pi - P - \omega \pm \delta)^2]
\end{aligned}$$

wo das obere Zeichen anzuwenden ist, wenn das dem kleineren Positionswinkel entsprechende $\varphi > \omega - \delta - 90^\circ$ und $< \omega - \delta + 90^\circ$ ist, im entgegengesetzten Falle das untere. Da man in diesen Formeln, ohne die zu beobachten beabsichtigte Grenze ihrer Annäherung zu überschreiten,

$$\begin{aligned}
p - \pi &= \pm 2\delta \\
p - \pi_, &= \mp 2\delta
\end{aligned}$$

setzen kann, so kann man sie auch:

$$\begin{aligned}
\sin s &= \sin\delta\,[1 - e'e'\sin(p - P \pm \delta)^2] \\
\cos s &= \mp\cos\delta\,[1 + e'e'\,tg\,\delta^2\,\sin(p - P \pm \delta)^2] \\
\rho'\sin s' &= \sin\delta\,[1 - e'e'\sin(p - P \mp \delta)^2 - \sin d^2\sin(p - P - \omega \mp \delta)^2] \\
\rho'\cos s' &= \pm\cos\delta\,[1 + e'e'\,tg\,\delta^2\sin(p - P \mp \delta)^2 - \sin d^2\frac{\cos 2\delta}{2\cos\delta}\sin(p - P - \omega \mp \delta)^2]
\end{aligned}$$

Digitized by Google

schreiben. Setzt man sie in [43] so erhält man:

$$[44]\ldots\begin{cases} p = \tfrac{1}{2}(\pi,+\pi) \pm \tfrac{1}{2}\sin d^2\, tg\,\delta\, \sin(p-P-w\mp\delta)^2 \\ \qquad -e'e'(\sin\delta^2-4\sin\delta^4)\sin 2(p-P) \end{cases}$$

Das in dieser Formel vorkommende δ kann man auch, ohne die Grenzen ihrer Annäherung zu überschreiten, aus dem Ausdrucke

$$\sin\delta = \frac{a'}{2s}$$

berechnen, aus welchem der Divisor ρ weggelassen ist; man könnte auch das beobachtete $\frac{1}{2}(\pi,-\pi)$ dafür setzen. Diese Näherungsformel wird in den meisten vorkommenden Fällen hinreichende Genauigkeit gewähren, eine gröfsere wenn die Entfernung des Satelliten gröfser ist; in anderen Fällen wird man sie nicht für hinreichend halten und dann die scharfe und in der Anwendung nicht lästige Methode vorziehen, aus welcher die Näherung abgeleitet worden ist.

Bessel.

Observations astronomiques faites à l'Observatoire académique de Wilna en 1832 n. s.

(Beschlufs.)

Uranus.

La planète a été comparée aux Nr. 2501, 23 Capricorni θ et Nr. 2566, 40 Capricorni γ des Tables de Mr. *Baily*.

Jour de l'observation.	Tems moy. du pass à Wilna.	AR. apparentes.	Décl. appar.
	h ′ ″,3	h ′ ″,3	° ′ ″
1832 30 Octbr.	6 33 16,9	21 9 15,7	— 17 7 37,4
31 ——	29 21,9	17,0	28,4
7 Novbre	2 2,5	32,0	6 11,9
8 ——	5 58 10,5	35,1	5 53,5
13 ——	38 46,3	52,5	4 25,0
25 ——	4 52 32,9	10 54,9	16 59 26,8
26 ——	48 43,4	11 1,4	58 59,5
27 ——	44 53,5	7,8	25,0
28 ——	41 4,4	14,8	57 55,4

Jour de l'observation.	Long. géoc. observées.	Diff. en Long.	Latit. géoc. observées.	Diff. en Latit.
	10s			
	° ′ ″	″	° ′ ″	″
1832 30 Oct.	14 38 14,2	+ 13,1	—0 41 59,9	+ 13,5
31 ——	34,6	+ 14,4	56,6	+ 16,2
7 Nov.	42 25,3	+ 12,3	46,5	+ 12,8
8 ——	43 9,6	+ 12,8	41,9	+ 15,5
13 ——	47 39,5	+ 12,9	30,4	+ 17,4
25 ——	15 3 27,5	+ 10,8	8,7	+ 17,0
26 ——	5 4,4	+ 12,5	9,9	+ 14,0
27 ——	6 38,5	+ 18,6	5,4	+ 16,8
28 ——	8 28,2	+ 11,8	5,3	+ 15,1
	Moyenne = + 13,2		Moyenne = + 15,4	

La quadrature d'Uranus tirée du *Berl. Astr. Jahrb.* 1832 corrigé des erreurs, eût lieu à Wilna en 1832 le 6 Novembre n. s. à 15h 20′ 55″,3 t. m. astr.

Lors de la quadrature:

Longitude géocentr. d'Uranus = 10s 14° 41′ 56″91
Celle de la Terre..... = 1 14 41 56,91
Latitude géocentr. d'Uranus.. = — 0 41 45,1

Cérès.

La planète a été comparée aux Etoiles Nr. 269, 78 Ceti ν, Nr. 230, 62 Ceti, Nr. 332, 92 Ceti α.

Jour de l'observation.	Tems moy. du pass. à Wilna.	AR. appar. observées.	Différ.	Decl. appar. observées.	Diff.
	h ′ ″	h ′ ″	″	° ′ ″	
1832 30 Oct.	12 3 38,1	2 40 32,48	+ 1,00	+ 4 3 21,3	—5,5
7 Nov.	11 24 51,0	33 11,63	+ 0,91	+ 3 51 3,5	—5,2
8 ——	20 0,8	32 17,16	+ 0,78	49 58,5	—3,5
13 ——	10 55 54,8	27 50,01	+ 0,72	46 33,5	—5,9
14 ——	51 7,2	26 58,30	+ 0,51	17,8	—9,0
15 ——	46 19,7	6,27	+ 1,27	3,4	—5,4
27 ——	9 50 3,5	16 59,55		54 42,7	
28 ——	45 30,7	20,62		56 24,2	
		Moyenne = + 0,86		Moyenne = — 5,7	

L'opposition de Cérès tirée du *Berl. Astr. Jahrbuch* 1832 corrigé des erreurs, eût lieu à Wilna en 1832 le 31 Octobre n. s. à 16h 51′ 50″,7 t. m. astr.

Lors de l'opposition:
Longit. hélioc. de Cérès et celle de la Terre = 1s 8°44′ 35″72
Latitude hélioc. de Cérès..... = +13 3 2,5

Mars.

La planète a été comparée aux étoiles Nr. 463, Tauri, Nr. 448 37 Tauri A′, Nr. 370 65 Arietis, Nr. 543 94 Tauri τ, Nr. 496 65 Tauri $\varkappa'$, Nr. 435 32 Tauri, Nr. 422 Tauri, Nr. 354 58 Arietis ζ, Nr. 345 Arietis, Nr. 398 13 Tauri F′

Jour de l'observation.	Tems moy. du pass. à Wilna.	AR. apparentes.	Déclin. apparentes.
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″
1832 30 Oct.	13 36 11,6	4 13 21,1	+ 21 5 5,9
7 Nov.	12 54 37,4	3 12,8	3 15,9
8 ——	49 13,9	1 45,7	2 33,2
13 Nov.	21 58,1	3 54 7,4	+ 20 56 27,2
14 ——	16 27,9	52 32,7	54 47,4
25 ——	11 15 53,7	35 10,8	31 38,1
26 ——	10 29,1	33 42,1	29 14,2
27 ——	5 7,0	32 15,6	27 0,7
28 ——	10 59 46,8	30 51,0	24 32,9
15 Déc.	9 36 11,7	14 3,0	+ 19 55 40,1
16 ——	31 46,4	13 32,5	10,7
24 ——	8 58 18,7	11 33,0	56 1,8

Digitized by Google

Jour de l'observation.	Long. hélioc. observées.	Diff. en Long.	Latit. hélioc. observées.	Diff. en Latit.
	1s			
1832 30 Oct.	17 2 16,2	— 36,6	—0 2 21,5	— 3,1
7 Nov.	21 27 24,5	— 34,9	+0 6 9,8	+ 5,8
8 ——	22 0 17,1	— 29,1	7 15,9	+ 3,6
13 ——	24 43 51,7	— 34,4	12 31,8	+ 3,5
14 ——	25 16 25,8	— 37,6	13 32,7	+ 5,1
	2s			
25 ——	1 10 41,6	— 30,5	24 50,4	+ 4,1
26 ——	42 33,7	— 31,5	25 50,3	+ 4,1
27 ——	2 14 24,6	— 31,3	26 53,3	+ 1,2
28 ——	46 10,2	— 25,7	27 51,0	+ 3,6
15 Déc.	11 38 17,6	— 30,5	44 4,8	+ 4,3
16 ——	12 9 7,2	— 31,8	45 2,7	+ 1,0
24 ——	16 13 59,3	— 29,2	52 8,8	+ 1,7
	Moyenne =	— 31,9	Moyenne =	+ 2,9

L'opposition de Mars tirée du *Berl. Astr. Jahrbuch* 1832 corrigé des erreurs, eût lieu à Wilna en 1832 le 20 Novembre n. s. à $3^h\,17'\,55''6$ t. m. astr.

Lors de l'opposition:

Longit. hélioc. de Mars et celle de la Terre = $1^s\,28°20'\,14''11$
Latitude hélioc. de Mars..... = $+0\;19\;28,1$

Jupiter.

La planète a été comparée aux étoiles Nr. 2783, 96 Aquar. Nr. 2841, 20 Pisc. n. Nr. 2804, 11 Pisc. ω' Nr. 2864 27 Pisc. p.

Jour de l'observation.	Tems moy. du pass à Wilna.	AR. apparentes.	Declin. apparentes.
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″
1832 13 Déc.	5 56 52,8	23 26 15,3	—5 4 48,5
15 ——	49 44,5	58,8	—4 59 41,2
16 ——	46 11,3	27 21,6	57 1,7
29 ——	0 53,3	33 11,4	16 24,2
1833 7 Janv.	4 30 24,8	23 38 7,1	—3 42 29,1
9 ——	23 44,1	39 18,3	34 22,0
15 ——	3 52,0	43 2,1	9 3,4

Jour de l'observation.	Longit. géoc observées.	Diff. en Long.	Latit. géoc. observées.	Diff. en Latit.
	11s			
	° ′ ″	″	° ′ ″	″
1832 13 Déc.	20 15 26,1	— 11,3	—1 19 15,1	+ 6,2
15 ——	27 26,1	— 10,9	18 49,1	+ 3,6
16 Déc.	20 33 41,9	— 10,7	18 36,9	+ 1,2
29 ——	22 9 54,4	— 8,4	15 42,5	— 0,8
1833 7 Janv.	23 31 7,4	— 5,3	13 45,8	+ 5,5
9 ——	50 39,2	— 8,1	13 20,8	+ 7,6
15 ——	24 52 0,8	— 4,5	12 17,2	+ 4,8
	Moyenne =	— 8,4	Moyenne =	+ 4,0

La quadr. tirée de *Berl. A. Jahrb.* 1832. 1833 corrigés des erreurs, eût lieu à Wilna en 1832 le 11 Déc. à $14^h\,48'\,41''6$ t. m. astr.
Lors de la quadr.: Long. géoc. de Jupiter = $11^s\,20°\,5'\,34''37$
Celle de la Terre.... = $2\;20\;5\;34,37$
Latit. géoc. de Jupiter = $-1\;19\;40,7$

Occultations observées avec la lunette de *Dollond* (grossissement de 80 fois) en 1832 n. s.

8 Février	Immersion	de μ Ceti (4)	sous le bord obscur de la Lune à	$8^h\,24'\,25''1$ t. m. astr. bonne.
10 ——	——	d'α Tauri (1)	—— —— —— ——	6 59 0,2 —— —— ——
11 ——	——	de 119 Tauri (5.6)	—— —— —— ——	4 59 1,0 —— —— ——
7 Novemb.	——	de μ Ceti (4)	—— —— —— ——	10 37 10,1 —— —— ——

Extrait des observations météorologiques faites pendant l'année 1832 à l'observatoire de Wilna, à 375,6 pieds de Paris au dessus du niveau de la mer.

Année 1832 nouv. style.	Baromètre. [1] Maximum.	Minimum.	Moyenne.	Thermomètre. [2] Maximum.	Minimum.	Moyenne.	Vent dominant.
	p l	p l	p l	d	d	d	
Janvier	28 2,1 le 23. 24	27 1,1 le 29	27 9,87	+ 2,0 le 17	—15,2 le 8	— 3,92	Ouest.
Février	28 5,7 le 19. 20	27 6,5 le 2	28 1,56	+ 3,0 le 7	—11,0 le 19	— 2,92	Sud et Ouest.
Mars	28 3,4 le 13	27 0,5 le 27	27 9,79	+ 9,4 le 31	—12,0 le 16	— 1,05	Sud et Ouest.
Avril	28 2,8 le 11	27 5,8 le 27	27 10,62	+12,3 le 16	— 3,3 le 10	+ 4,27	Nord-Ouest et Est.
Mai	28 0,2 le 30. 31	27 2,0 le 9. 10	27 7,80	+16,9 le 15	+ 3,2 le 20	+ 9,22	Sud-Ouest et Ouest.
Juin	28 0,0 le 2	27 5,3 le 22	27 8,77	+18,5 le 9	+ 8,0 le 12	+13,14	Ouest.
Juillet	27 11,9 le 13	27 4,0 le 19	27 7,33	+23,8 le 14	+ 5,1 le 13	+11,99	Sud et Ouest.
Août	28 0,3 le 12	27 6,5 le 20. 21	27 9,74	+20,5 le 29	+ 9,0 le 13	+13,94	Sud.
Septembre	28 0,9 le 23	27 4,7 le 5	27 9,31	+17,0 le 11	+ 2,5 le 22	+ 8,56	Sud et Ouest.
Octobre	28 3,5 le 18. 28	27 5,3 le 14	27 10,67	+14,0 le 7	— 1,0 le 17	+ 4,51	Sud et Ouest.
Novembre	28 8,3 le 26	26 11,3 le 4	27 11,67	+ 6,5 le 4	—13,0 le 26	— 1,08	Sud.
Décembre	28 4,8 le 31	27 0,8 le 19	27 10,38	+ 1,2 le 20	—13,8 le 14	— 4,05	Sud.
				d	h		
Maximum de l'année		p l 28 8,3	le 26 Novembre à Midi	+ 23,8	le 14 Juillet à 2	du soir.	
Minimum de l'année		26 11,3	le 4 Novembre à 7^h du matin	— 15,2	le 8 Janvier à 8	du matin.	
Moyenne		27 9,96		+ 4,38			

Vent dominant Sud et Ouest.

[1]) Sa division est en pouces et lignes du pied de Paris.

[2]) Divisé selon l'échelle de Réaumur.

Sniadecki.

Digitized by Google

Auszug aus einem Briefe des Herrn *Valz* an den Herausgeber.

Nimes 1835. April 1.

J'avais remarqué aussi en Novembre dernier, les deux taches de Jupiter dont il est question, dans le Nr. 272 p. 135 de vos Astron. Nachr. mais je n'ai pas noté avec la précision désirable le moment où elles paroissoient au milieu de leur parallèle. Le 9 Janv. 1835, la 2e tache me paroissoit y répondre à 5 heures du soir et le 11 du même mois la 1e à 6h. Le 28 Janv. la 2e y étoit revenue à 5h 40′. La Lunette me permettant à peine de distinguer ces taches, la précision ne serait pas suffisante pour conclure la révolution, à moins d'intervalles plus considérables. Dans le Nr. 251 p. 188 Mr. *Encke* paroit m'attribuer une proposition que je suis loin d'avoir émise; je n'en ai fait mention que pour la proximité du Pole, où elle peut être employée avec quelque sureté. J'ai vu avec d'autant plus d'intérêt dans les Nr. 248 et 249 la dissertation sur la rotation de Venus, que depuis long tems je partageois l'opinion soutenue, ayant vu maintes fois les échancrures du croissant immobiles pendant plusieurs heures de suite. Pour répondre en partie à l'invitation de Mr. *Olbers* à ce sujet, je vous transcris pour le moment, les conclusions d'un mémoire de Mr. *Flaugergues*, sur cette rotation, publié dans un volume de l'académia de notre ville. Si vous desirez ensuite plus de détails, je vous donnerois la copia du mémoire même, ou bien ja vous enverrais le volume qui le contient, si la poste pouvoit vous le faire parvenir, ou qua vous puissiez m'en indiquer le moyen, ou une addresse à Paris ou au Havre. Voici le passage „En ayant égard aux changemens causés dans „l'hémisphère de Vénus tourné sur la terre; par les mouve„mens simultanés de ces deux planètes, j'ai trouvé toutes ré„ductions faites, que la route apparente décrite par la tache „plus claire que le reste du croissant, sur le globe de Venus, „du 7 au 13 Juillet 1796 pouvait être représentée assez exacte„ment par un arc de cercle d'environ 90° dont le centre ou „pole étoit au nord du centre de Vénus, dans le diamètre „passant par les cornes, et éloigné du centre de Vénus, de „la huitième partie environ du diamètre de cette planète; „ce qui répond à un arc de 14° 29′ sur le globe de Venus, „auquel arc, il faut ajouter 1° 59′ pour la latitude de „Vénus qui étoit australe, et on aura 16° 28′ pour l'élé„vation de ce pole de l'axe de Vénus qui étoit alors boréal, „au-dessus de la section de l'ecliptique; et comme la longitude „géocentrique de Vénus, pendant ces observations a été de „4s 20° 52′ à 4s 21° 54′ ou trouvera en prenant un milieu „(et ajoutant six signes) que le pole boréal de Vénus répond „à 10s 21° 20′ que l'axe fait un angle de 16° 28′ sur l'éclip„tique, et que la tache claire ayant parcouru à peu près un „quart d'heure en six jours la durée de la rotation de Vénus „est d'environ 24 jours d'occident en orient, dans la partie „boréale de Venus, ainsi que dans tous les corps célestes; „résultats à peu près les mêmes que ceux qu'avoit obtenus „Mr. *Bianchini*. Cet accord dans des observations de ce „genre faites dans des circonstances absolument différentes, est „certainement très-remarquable, et il ne paroit pas qu'on „puisse douter, après cela que les élémens du mouvement de „rotation de Venus ne soient connus à peu de chose près... „ou a vu que j'ai observé les taches de Venus ainsi que „les inégalités de la section de l'ombre pendant deux, trois et „quatre heures de suite, sans les perdre de vue un seul in„stant; et pendant ces espaces de tems ces taches et ces in„égalités m'ont paru imobiles, et fixées au même point de la „surface de Vénus." Mr. *Flaugergues* observait avec une ancienne Lunette à deux verres de 18 pieds de long amplifiant 105 fois, qu'il dit fort bonne. Il en avoit employé aussi une autre de 14 pieds, et une Lunette achromatique qu'il dit bonne, et qui doit être la Lunette que Legentil avoit rapporté de l'Inde et que le bureau des longitudes avait confié à Mr. *Flaugergues* avec la lunette méridienne de *Lacaille*, et un quart de cercle, qui ont à présent passé ensemble à Lyon. J'ai vu le dessein original de la tache alle étoit grande et de forme trapezoide arrondie; mais je ne la retrouve plus dans nos archives, non plus que le manuscrit qui étoit rempli de citations, non reproduites dans l'impression, du mémoire.

Valz.

Verbesserungen.

			statt	lese man
Nr. 151	S. 122	Z. 2 v.u.	geometrischen	geocentrischen
256	272	24	Angabe	Anzahl
			In den darauf folgenden Formeln:	
		34	$2a + b$	$2a + b'$
		35	$2a + b$	$2a + b''$
		37	$2a + b$	$2a + b^{(n-1)}$
		38	$a + b$	$a + b^{(n)}$
	277	23	$\frac{2}{R'^2} - \frac{2}{R^2}$	$\frac{1}{R'^2} - \frac{1}{R^2}$

			statt	lese man
Nr. 256	S. 288	Z. 7 v.u.	einer	eines
		6	der	das
	263	413 u. 414 (3mal)	$\int \frac{d\frac{s}{r}}{a^{1+t.0,00375}}$	$\int_a \frac{d\frac{s}{r}}{1+t.0,00375}$
	273	139 9	den ersten Ausdruck	den Ausdruck
	274	15 186	Theile der	Theile der grossen Axe der
		159 10	einfache	einfach

Altona 1835. Mai 13. (Hiebei eine Kupfertafel zu 248 u. 249.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 279.

Ueber Höhenbestimmungen durch das Barometer.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel.*

Die Anwendung des Barometers zur Messung des Höhenunterschiedes zweier Punkte, beruhet auf der Voraussetzung des Gleichgewichtes der Atmosphäre; sie würde nichts zu wünschen übrig lassen, wenn diese Voraussetzung mit vollem Rechte gemacht werden könnte. Dann könnte als wahr angenommen werden, dafs die Höhe des Quecksilbers im Barometer, dem Gewichte der über demselben befindlichen Luftsäule proportional wäre, während dieses nicht angenommen werden kann, wenn diese Luftsäule, oder ein Theil derselben, eine dem Horizonte nicht parallele Bewegung hat. Auch würden Schichten der Atmosphäre von gleicher Dichtigkeit horizontal sein, und man würde die Messung des Höhenunterschiedes zweier Punkte mit voller Sicherheit erhalten, diese Punkte mögten beide in einer Lothlinie, oder in kleinerer oder gröfserer Entfernung von einander liegen. Bei dem Zustande der Atmosphäre, so wie er wirklich ist, ist nicht mit Sicherheit darauf zu rechnen, dafs das Barometer das genaue Maafs des Gewichtes der über demselben befindlichen Luftsäule angebe; noch vielweniger aber kann auf die Horizontalität der Luftschichten von gleicher Dichtigkeit gerechnet werden. Die Störungen dieser Horizontalität sind oft so grofs und anhaltend, dafs der aus den Beobachtungen eines ganzen Monats abgeleitete mittlere Unterschied der Barometerhöhen zweier, 30 oder 40 Meilen von einander entfernter Punkte, mehr als eine pariser Linie von der Wahrheit abweichen kann, wie unter anderen aus den sorgfältigen Beobachtungen dieser Art hervorgeht, welche die Astron. Nachrichten früher von Altona und von Apenrade mitzutheilen pflegten. Obgleich also das Barometer in keinem Falle eine völlig sichere Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Punkte geben kann, so wächst doch die Unsicherheit mit der Entfernung der miteinander zu vergleichenden Punkte so sehr, dafs der Fall, in welchem sie in einer Lothlinie liegen, als der bei weitem vortheilhaftere angesehen werden mufs.

Will man durch das Barometer den Höhenunterschied zweier Punkte mit mehr als roher Annäherung an die Wahrheit bestimmen, so mufs man sich entweder auf Punkte beschränken, welche in geringen Entfernungen von einander liegen, oder man mufs die Beobachtungen lange fortsetzen, um das Mittel der verschiedenen, dabei vorkommenden Zustände der Atmosphäre, mit einigem Grunde, als den Zustand des Gleichgewichtes ansehen zu können. Hierdurch wird die Bestimmung der Höhen sehr vieler Punkte eines Landes von einigermafsen beträchtlicher Ausdehnung sehr schwierig: wenn man auch nicht jeden derselben durch lange fortgesetzte Vergleichungen mit dem Punkte von bekannter Höhe, der den übrigen zur Grundlage dienen soll, bestimmen will, so ist doch wenigstens erforderlich, dafs eine beträchtliche Zahl, etwa gleichmäfsig im Lande vertheilter Punkte auf diese Art bestimmt und dann zur Vergleichung mit den übrigen benutzt werde. Dieses erfordert entweder die gleichzeitige Beschäftigung vieler Beobachter, oder eine lange Zeit, wenn wenige es leisten sollen.

Vor einigen Jahren wurde der Vorschlag gemacht, die Höhen der ausgezeichnetsten Punkte in dem diesseits der Weichsel liegenden Theile von Preufsen zu bestimmen; man wollte die Höhen der Hügelreihen, der horizontalen Ebenen, der Landseen, das Gefälle der Flüsse und die Tiefen der Thäler kennen lernen. Da vorherzusehen war, dafs die gewöhnliche Anwendungsart des Barometers, welche in der Vergleichung weniger Beobachtungen an den zu bestimmenden Punkten, mit fortlaufenden an einem festen Punkte besteht, keinen nutzbaren Erfolg herbeigeführt haben würde, so bemühete ich mich, eine andere Anwendungsart aufzufinden, welche schon durch einige Besuche jedes zu bestimmenden Punktes ein sicheres Resultat liefern sollte. Obgleich der Vorschlag später zurückgenommen wurde, ich also nicht in den Stand gekommen bin, den Erfolg der Methode, welche ich angewandt zu sehen wünschte, kennen zu lernen, so zweifle ich doch nicht an ihrem Gelingen in ähnlichen Fällen und theile sie daher hier mit. Sie geht daranf aus, die Störungen des Gleichgewichtes der Atmosphäre unschädlicher zu machen, auch den beständigen Unterschieden der zu den Beobachtungen angewandten Barometer keinen Einfluss auf die Resultate einzuräumen.

Digitized by Google

Das erstere glaube ich durch eine zweckmäfsige Combination der Beobachtungen erlangen zu können, welche anhaltend an Barometern gemacht werden, welche an mehreren Punkten des Umfanges des Landes, in dessen Inneren die Höhen bestimmt werden sollen, aufgestellt sind; das andere wird durch fortgesetzte Vergleichungen des tragbaren Barometers mit jenen, ihren Ort nicht verändernden, hervorgebracht. Diese letzteren geben nämlich, indem sie den Druck der Atmosphäre an mehreren Punkten bestimmen, das Mittel, ihn für Punkte im Inneren, durch eine Interpolation kennen zu lernen, durch deren Anwendung der Einfluss einer Störung des Gleichgewichtes, wie ich glaube, fast ganz vernichtet werden kann. Die folgende Entwickelung dieser Ansicht der Sache, wird sie weiter erläutern.

1.

Der zu einer gegebenen Zeit stattfindende Druck der Atmosphäre auf einen Punkt einer horizontalen Oberfläche, ist von dem Orte des Punktes auf dieser Oberfläche abhängig; dieselbe Abhängigkeit findet auch bei der Wärme einer horizontalen Luftschichte statt, so wie auch bei jeder, auf den Stand der meteorologischen Instrumente, oder auf daraus zu ziehende Resultate wirkenden Störung des Gleichgewichtes der Atmosphäre. Indem man diese Abhängigkeit verfolgt, kann man den Einfluss der Störungen des Gleichgewichts auf die gesuchte Höhe eines Punktes über der Meeresfläche, dadurch aus der Rechnung schaffen, dass man die daselbst beobachteten Stände des Barometers und Thermometers, nicht mit Einer, an Einem anderen Punkte gemachten ähnlichen Beobachtung, sondern mit Beobachtungen an mehreren, den ersteren umgebenden Punkten vergleicht. Denn aus diesen Beobachtungen kann man, durch Interpolation folgern, was die meteorologischen Instrumente an einem bestimmten Punkte der Lothlinie des Punktes von unbekannter Höhe, angegeben haben würden, wenn man sie daselbst beobachtet hätte; die Vergleichung dieser reducirten Beobachtung mit der an dem zu bestimmenden Punkte wirklich gemachten, ergiebt dann seine Höhe über der Meeresfläche. Man erlangt hierdurch die Zurückführung des nachtheiligen Falles auf den vortheilhafteren, nämlich auf den Fall des senkrechten Uebereinanderliegens zweier zu vergleichender Punkte. Ich werde jetzt die anzuwendende Art der Interpolation aufsuchen.

Einen Punkt auf einer horizontalen Fläche, deren Erhöhung über der Meeresfläche ich durch z bezeichnen werde, werde ich durch die horizontalen, auf der Meeresfläche liegenden Coordinaten x und y (etwa Entfernungen von dem Meridiane und dem Perpendikel auf den Meridian eines gegebenen Punktes) angeben. Eine von dem Orte des Punktes auf der horizontalen Fläche abhängige Gröfse u kann dann unter die Form:

$$u = A + Bx + Cy + Dxx + Exy + Fyy + \text{etc.} \ldots . [1]$$

gebracht werden. Der Werth von u ist bestimmt, wenn die Coefficienten $A, B, C \ldots$ bekannt sind; es versteht sich jedoch, dass dieser Ausdruck, falls er nicht aus einer endlichen Anzahl von Gliedern besteht, nur für Werthe von x und y angewandt werden kann, welche nicht aufser den Grenzen seiner Convergenz liegen. Insofern die Theorie der Gröfse u nicht als bekannt angesehen werden kann, kann über die Ausdehnung dieser Grenzen nichts bestimmt werden; allein es leuchtet ein, dass der Ausdruck, falls u wirklich eine stetige Function von x und y ist, immer innerhalb gewisser Grenzen convergirt, und dass man ihn selbst auf seine Glieder der ersten Ordnung beschränken kann, wenn man nur x und y so klein annimmt, dass die höheren Ordnungen keinen merklichen Einfluss mehr erhalten. Ich werde annehmen, dass diese Bedingung wirklich erfüllt werde und also:

$$u = A + Bx + Cy \ldots \ldots \ldots \ldots [2]$$

setzen. Bis zu welcher Grenze diese Abkürzung statthaft ist, hängt von der Natur der Function u ab; wenn diese unbekannt ist, so können nur gemachte Beobachtungen der Werthe von u, für verschiedene Werthe von x und y, zeigen, ob diese die Grenze der Anwendbarkeit der Abkürzung überschreiten oder nicht.

Wenn man den Ausdruck von u auf seine drei ersten Glieder beschränkt, so reichen drei (an nicht in gerader Linie liegenden Punkten gemachte) Beobachtungen des Werthes von u, zu seiner Bestimmung hin; mehrere Beobachtungen können benutzt werden, der Bestimmung von A, B, C gröfsere Sicherheit zu geben. Will man auch die Glieder der zweiten Ordnung berücksichtigen, so sind 6 Beobachtungen erforderlich, welche aber, wenn ihre Fehler die Bestimmung der Coefficienten nicht beträchtlich entstellen sollen, entweder sehr genau sein, oder zu gröfseren Werthen von x und y gehören müssen; für solche Werthe von x und y würde aber der Zweifel über die Gröfse des Einflusses der Glieder der dritten und folgenden Ordnungen eine neue Unsicherheit erzeugen. Ich bin daher der Meinung, dass man den Ausdruck auf die Glieder der ersten Ordnung beschränken, und wo man mit diesen nicht ausreicht, auf seine Anwendung ganz Verzicht leisten müsse. Durch diese Beschränkung wird auch die Schwierigkeit, die zur Bestimmung von u nöthige Anzahl von Beobachtungen herbeizuschaffen, so viel wie möglich verkleinert.

Indem nun u die Entfernung des durch x und y bestimmten Punktes einer Ebene von einer anderen Ebene wird,

Digitized by Google

läuft die Voraussetzung des Ausdruckes [2] darauf hinaus, die Gröfse u, aus deren beobachteten Werthen auf andere geschlossen werden soll, als durch eine gegen den Horizont geneigte Ebene begrenzt anzunehmen. Wenn man, wie bisher, nur die Beobachtung Einer Barometerhöhe zur Vergleichung mit einer anderen anwendet, so sieht man u als unveränderlich $= A$, oder Luftschichten von gleicher Dichtigkeit als horizontal an; wenn man dagegen meine Ansicht verfolgt, also wenigstens drei Beobachtungen zur Vergleichung anwendet, so leistet man dadurch auf die Annahme der Horizontalität dieser Schichten Verzicht. Durch diese Bemerkung wird anschaulich, von welcher Art der Gewinn ist, den ich herbeizuführen beabsichtige.

Ich werde mich nicht auf drei Vergleichungspunkte beschränken, sondern eine willkürlich gröfsere Zahl derselben ($= n$) annehmen und die ihnen zugehörigen Werthe von x und y durch a', b'; a'', b''; $\ldots a^{(n)}, b^{(n)}$; so wie die beobachteten Werthe von u durch $m', m'', \ldots m^{(n)}$ bezeichnen. Man hat also A, B, C so zu bestimmen, dafs die Summe der Quadrate der Gröfsen:

$$\begin{array}{l} m' - A - Ba' - Cb' \\ m'' - A - Ba'' - Cb'' \\ \quad\vdots \\ m^{(n)} - A - Ba^{(n)} - Cb^{(n)} \end{array}$$

ein Minimum wird. Aus dieser Bedingung folgen die Gleichungen:

$$\begin{aligned} (m) &= nA + (a)B + (b)C \\ (am) &= (a)A + (aa)B + (ab)C \\ (bm) &= (b)A + (ab)B + (bb)C \end{aligned}$$

welche man aber vereinfachen kann, wenn man $(a) = 0$ und $(b) = 0$ setzt, oder den Mittelpunkt der Coordinaten in den Schwerpunkt sämmtlicher Beobachtungspunkte verlegt. Sie verwandeln sich dann in

$$\begin{aligned} (m) &= nA \\ (am) &= (aa)B + (ab)C \\ (bm) &= (ab)B + (bb)C \end{aligned}$$

und ergeben:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{n}(m) \\ B &= \frac{(ab)(bm) - (bb)(am)}{(aa)(bb) - (ab)^2} \\ C &= \frac{(aa)(bm) - (ab)(am)}{(aa)(bb) - (ab)^2} \end{aligned}$$

also auch:

$$[3]\ldots\ldots \begin{cases} u = \frac{1}{n}(m) + x\frac{(ab)(bm) - (bb)(am)}{(aa)(bb) - (ab)^2} \\ \qquad + y\frac{(aa)(bm) - (ab)(am)}{(aa)(bb) - (ab)^2} \end{cases}$$

Wenn die Punkte, an welchen die zur Bestimmung von u anzuwendenden Beobachtungen gemacht werden, immer dieselben bleiben, so kann man diese Formel noch bequemer für die Rechnung einrichten. Sie kann:

$$\begin{aligned} u = \frac{1}{n}(m) &+ \frac{m'}{N}\{[(aa)b' - (ab)a']y - [(bb)a' - (ab)b']x\} \\ &+ \frac{m''}{N}\{[(aa)b'' - (ab)a'']y - [(bb)a'' - (ab)b'']x\} \\ &+ \text{etc.} \end{aligned}$$

geschrieben werden, wo N den Nenner der Ausdrücke von B und C bedeutet. Führt man nun, statt x und y die Entfernung r des Mittelpunkts der Coordinaten von dem Punkte, für welchen man den Werth von u kennen lernen will, und das Azimuth des letzteren $= A$, in die Rechnung ein, so dafs

$$x = r\sin A, \quad y = r\cos A$$

ist, und setzt man ferner

$$\begin{aligned} (aa)b' - (ab)a' &= \frac{N}{r'}\sin A' \\ (bb)a' - (ab)b' &= \frac{N}{r'}\cos A' \\ (aa)b'' - (ab)a'' &= \frac{N}{r''}\sin A'' \\ (bb)a'' - (ab)b'' &= \frac{N}{r''}\cos A'' \end{aligned}$$

u. s. w.

so verwandelt [3] sich in:

$$u = \frac{1}{n}(m) + m'\frac{r}{r'}\sin(A' - A) + m''\frac{r}{r''}\sin(A'' - A) + \text{etc.}\ldots$$

wofür ich abgekürzt:

$$u = \frac{1}{n}(m) + p'm' + p''m'' + \ldots + p^{(n)}m^{(n)} \ldots\ldots [4]$$

schreiben werde. Die Werthe von $A', A'' \ldots A^{(n)}$ und $r', r'' \ldots r^{(n)}$ sind bei allen Anwendungen dieser Formel dieselben, und können also ein für allemal berechnet werden Da die getroffene Wahl des Mittelpunkts der Coordinaten zur Folge hat, dafs

$$\frac{1}{r'}\sin(A' - A) + \frac{1}{r''}\sin(A'' - A) + \text{etc.}\ldots\ldots$$

für jeden Werth von A verschwindet, so können auch $m', m'' \ldots m^{(n)}$ um eine willkürliche Gröfse verändert werden, ohne dafs

$$p'm' + p''m'' + \ldots + p^{(n)}m^{(n)}$$

dadurch verändert wird; man kann also, wenn $m', m'' \ldots m^{(n)}$ grofse, zur Rechnung nicht bequeme Zahlen sind, statt ihrer die kleineren Reste anwenden, welche sie, nach der Subtraction einer willkürlichen Zahl übrig lassen.

Dafs die Punkte, an welchen die zur Bestimmung von u führenden Beobachtungen gemacht werden, mit Rücksicht auf die Sicherheit dieser Bestimmung zu wählen sind, darf ich kaum erwähnen: so viel die Umstände erlauben mufs

Digitized by Google

man dahin sehen, dafs sie gleichförmig um den Raum vertheilt sind, in welchem die Höhen bestimmt werden sollen. Sollte man ihn für zu grofs halten, so würde man ihn in Theile zerlegen können.

2.

Ich werde nun annehmen, dafs an verschiedenen Punkten des Umfanges eines Landes, in dessen Innerem man viele Höhen durch das Barometer bestimmen will, gleichzeitige Barometer- und Thermometerbeobachtungen gemacht werden. Für alle diese Punkte nehme ich x und y, so wie auch ihre Höhen z über der Meeresfläche als bekannt an. Für einen derselben bezeichne ich die Coordinaten x und y durch a' und b'; die Höhen z durch c'; die auf eine bestimmte Temperatur des Quecksilbers bezogene Höhe des Barometers durch β'; die Temperatur der Luft, in Graden der Centesimalscale ausgedrückt, durch t'; für den zweiten Punkt erhalten dieselben Buchstaben zwei Striche; für den dritten drei u. s. w. Für den Punkt, dessen Höhe zu bestimmen ist, werde ich die Zeichen x, y, z, β, t anwenden.

Die erste Anwendung, welche ich von der Formel [4] machen werde, soll in der Bestimmung der Temperatur T bestehen, welche in der Lothlinie des Punktes, dessen Höhe gesucht wird, in einer Höhe Z über der Meeresfläche stattfindet. Bezeichnet man die Aenderung der Temperatur für jede Toise der Aenderung der Höhe durch k, so hat man die Temperatur in der Höhe Z, in den Lothlinien der verschiedenen Vergleichungspunkte:

$$\begin{matrix} t' + k(c' - Z) \\ t'' + k(c'' - Z) \\ t''' + k(c''' - Z) \end{matrix}$$

u. s. w.

Diese Temperaturen sollten, damit die Atmosphäre im Gleichgewichte sein könnte, entweder gleich, oder wenigstens doch nur von der Polhöhe jedes der Punkte abhängig sein; in der Wirklichkeit ist aber hierauf nicht zu rechnen, und man kann aus denselben nur auf T schliefsen, indem man die im vorigen § erläuterte Interpolation darauf anwendet. Setzt man demnach diese Ausdrücke der Temperaturen, statt m', m'',...$m^{(n)}$, in die Formel [4], so erhält man:

$$T = \frac{1}{n}(t) + p' t' + p'' t'' + \ldots + p^{(n)} t^{(n)} + k\left\{\frac{1}{n}(c) + p' c' + p'' c'' + \ldots + p^{(n)} c^{(n)} - Z\right\}$$

Dieser Ausdruck wird unabhängig von k, wenn man die bis jetzt willkürlich gelassene Höhe über der Meeresfläche:

[5]... $$Z = \frac{1}{n}(c) + p' c' + p'' c'' + \ldots + p^{(n)} c^{(n)}$$

annimmt; man erhält dadurch:

[6]..... $$T = \frac{1}{n}(t) + p' t' + p'' t'' + \ldots + p^{(n)} t^{(n)}$$

welche Formeln also das angeben, was man für die Temperatur eines Punktes in der Lothlinie des zu bestimmenden Punktes, aus den an den Vergleichungspunkten gemachten Beobachtungen folgern kann.

Man kann nun die an den Vergleichungspunkten beobachteten Barometerhöhen auf die Höhe Z über der Meeresfläche reduciren, indem man die daselbst stattfindende Temperatur $= T$ annimmt. Wenn man der Theorie und den Angaben im IV. Theile der Mécanique Céleste folgen will, und die auf Z reducirten an den einzelnen Vergleichungspunkten beobachteten Barometerhöhen, durch B', B''...$B^{(n)}$ bezeichnet, so hat man für den ersten dieser Punkte:

$$\log\left\{\frac{B'}{\beta'}\left(\frac{a+c'}{a+Z}\right)^2\right\} = \frac{(g)}{Kl}\cdot\frac{c'-Z}{1+\frac{c'+Z}{2a}}\cdot\frac{500}{500+t'+T}$$

in welcher Formel $a = 3266331$ Toisen, und wenn man unter dem Logarithmen den *Brigg*schen versteht und die Polhöhe durch φ' bezeichnet,

$$\frac{(g)}{Kl} = \frac{1+0{,}002845\cos 2\varphi'}{9407{,}73}$$

ist, durch die Annahme dieser Zahlen werden c' und Z in Toisen ausgedrückt angenommen. Indem man

$$\log\left\{\frac{a+c'}{a+Z}\right\}^2 = (c'-Z)\frac{0{,}86858896}{3266331}$$

setzt, folgt aus dieser Formel:

$$\log B' = \log\beta' + (c'-Z)\left\{\frac{1+0{,}002845\cos 2\varphi'}{9407{,}73\cdot\left(1+\frac{c'+Z}{2a}\right)}\cdot\frac{500}{500+t'+T} - \frac{1}{3760503}\right\}$$ ...[7]

Für die übrigen Vergleichungspunkte sind die ihnen zukommenden Bezeichnungen, statt der sich hier auf den ersten derselben beziehenden zu schreiben. Indem rechts von dem Gleichheitszeichen nur bekannte Gröfsen vorkommen, kann man die Werthe von

$$\log B',\ \log B'',\ldots.\log B^{(n)}$$

berechnen. Sie würden sämmtlich übereinstimmen, wenn der Druck der Atmosphäre auf die in der Höhe Z über der Meeresfläche befindliche horizontale Fläche, an allen Vergleichungspunkten gleich grofs wäre. Die wirklich sich zeigenden Unterschiede, welche aus vorhandenen Störungen des Gleichgewichtes der Atmosphäre entstehen, werden durch die Anwendung der Formel [4] auf diese Werthe möglichst unschädlich gemacht. Man erhält dadurch die Barometerhöhe B in der Lothlinie des zu bestimmenden Punktes und in der Höhe Z über der Meeresfläche, nämlich:

$$\log B = \frac{1}{n}(\log B) + p'\log B' + p''\log B'' + \ldots + p^{(n)}\log B^{(n)}$$ ...[8]

Digitized by Google

Indem aber

$$\frac{1}{n}(c) + p'c' + p''c'' + \ldots\ldots + p^{(n)}c^{(n)} = Z$$

$$p' + p'' + \ldots\ldots + p^{(n)} = 0$$

ist, so verschwindet das letzte, kleine Glied der Formel [7] aus dem Ausdrucke von $log B$; man kann dieses Glied also bei der Berechnung von $log B'$, $log B'' \ldots log B^{(n)}$ weglassen.

Es ist nun noch nöthig, aus der Vergleichung der gefundenen Werthe von B, T, Z mit den an dem zu bestimmenden Punkte beobachteten β und t, die Höhe dieses Punktes z abzuleiten. Dieses geschieht durch die Umkehrung der Formel [7], in welcher, in dem jetzigen Falle, B, β, z, t statt B', β', c', t' geschrieben werden. Man erhält dadurch:

$$[9]. \ldots . \left\{ z - Z = \frac{9407{,}73 \, log \frac{B}{\beta} \cdot \left\{ 1 + \frac{z+Z}{2a} \right\} V}{1 + 0{,}002845 \, cos 2\Phi} \right.$$

wo V für

$$\frac{500 + t + T}{500 - \frac{9407{,}73}{3760503}(500 + t + T)\frac{1 + \frac{z+Z}{2a}}{1 + 0{,}002845 \, cos 2\Phi}}$$

geschrieben ist, allein ohne merklichen Fehler mit dem allein von $t + T$ abhängigen Factor:

$$\frac{500 + t + T}{498{,}74943 - \frac{t+T}{3997{,}3}}$$

vertauscht werden kann. Dafs man nicht nur diesen Factor in eine Tafel bringen, sondern auch die übrigen erforderlichen Rechnungen durch zweckmäfsig eingerichtete Tafeln erleichtern, oder auch schon vorhandene anwenden wird, darf hier nicht weiter ausgeführt werden.

3.

Durch das Vorhergehende ist die beabsichtigte Elimination der Störungen des Gleichgewichts der Atmosphäre, in soweit ich sie für ausführbar halte, erlangt worden. Die Höhen c', c'', c'''.... der Vergleichungspunkte über der Meeresfläche sind aber als bekannt angenommen worden, und es bleibt mir noch übrig, anzugeben, auf welche Art ich sie gefunden zu sehen wünsche. Wenn die Höhen der zu bestimmenden Punkte nicht von der Höhe eines der Vergleichungspunkte, sondern von der Meeresfläche an gezählt werden sollen, so mufs offenbar wenigstens eine der Höhen c', $c'' \ldots c^{(n)}$ anderweitig bekannt geworden sein.

Ich denke mir Barometer und Thermometer an allen zu Vergleichungspunkten ausersehenen Punkten aufgestellt und daselbst befindliche Beobachter angewiesen, die Angaben derselben, zu bestimmten Zeiten, etwa 3mal täglich, anzuschreiben. Aufser diesen Beobachtern mufs noch einer vorhanden sein, welcher, mit einem tragbaren Barometer und einem Thermometer versehen, sowohl die zu bestimmenden Punkte als auch die Vergleichungspunkte besucht. Er findet sich zuerst an dem Vergleichungspunkte I ein, vergleicht seine Instrumente, einen Tag lang, mit den daselbst aufgestellten und geht dann nach dem Vergleichungspunkte II, den er aber nicht auf geradem Wege, sondern auf einem Umwege erreicht, welcher über alle diejenigen der zu bestimmenden Punkte führt, welche nicht gar zu weit aus der Richtung I—II liegen; an jedem derselben verweilt er einen Tag, um seine Instrumente zu den Zeiten zu beobachten, zu welchen auf den Vergleichungspunkten beobachtet wird. Am Punkte II verweilt er einen Tag, um die Instrumente zu vergleichen; dann geht er, auf dieselbe Art, wie er von I nach II gelangt ist, d. h. durch Umwege, von II nach III; nach der dortigen Vergleichung, von III nach IV u. s. w., bis er alle zu bestimmende Punkte berührt hat und wieder in I ankömmt Die hier aufs Neue vorzunehmende Vergleichung der Instrumente mufs von dem unveränderten Zustande derselben während der Reise überzeugen. Eine Wiederholung dieser Reise mufs das durch die erste Gefundene bestätigen, auch durch den Erfolg zeigen, ob die Vergleichungspunkte vielleicht zu weit von einander liegen, um trotz der Interpolation nicht noch merkliche Unsicherheiten übrig zu lassen. Wenn man dieses, wegen zu grofser Ausdehnung des Landes fürchtete, so würde es der Vorsicht angemessen sein, einen der Vergleichungspunkte in das Innere des Landes zu verlegen, so dafs die Interpolation auf weniger entfernte Beobachtungspunkte gegründet werden könnte.

Indem man durch den wiederholten Besuch aller Vergleichungspunkte und durch die Vergleichung der an denselben befindlichen Instrumente mit den Instrumenten des Reisenden, ein sicheres Mittel erhält, die beständigen Unterschiede aller angewandten Instrumente zu erkennen, so kann man diese Unterschiede völlig aus der Rechnung schaffen, also die beobachteten Zahlen auf die zurückführen, welche man mit einem und demselben Apparate an allen Punkten erhalten haben würde. In Beziehung auf das Thermometer sind jedoch bekanntlich sichere Mittel vorhanden, es, durch Anwendung einer Verbesserungstafel, absolut richtig zu machen, so dafs es sich eigentlich nur um die Vergleichung der Barometer handelt.

Die auf diese Art berichtigten Beobachtungen werden die Unterschiede der Höhen c', $c'' \ldots c^{(n)}$ geben, wenn sie lange genug fortgesetzt sind, um die Annahme der Verschwindung des Einflusses der Störungen aus ihrem mittleren Resultate zu rechtfertigen. Wie lang die Fortsetzung gemacht werden mufs, um zu dieser Annahme zu berechtigen, kann im Allgemeinen nicht angegeben werden; ihre Dauer hängt von den Entfernungen und auch von der Beschaffenheit des Landes ab, denn es ist leicht zu übersehen, dafs die Annähe-

Digitized by Google

rung an einen mittleren Zustand, in einem nicht sehr unebenen Lande früher eintreten wird, als in einem mit hohen Bergen bedeckten, welche selbst fortwährende Störungen des Gleichgewichtes erzeugen. Ich glaube aber, dafs in Fällen, in welchen die Anwendung der hier mitgetheilten Methode wirklich versucht werden mögte, eine Fortsetzung der Beobachtungen an den Vergleichungspunkten, durch zwei volle Jahre hindurch, zwei einjährige Mittel liefern würde, deren Uebereinstimmung die Furcht vor merklichen, übriggebliebenen Fehlern zum Schweigen bringen würde. Ich würde übrigens für zweckmäfsig halten, Beobachtungen, welche durch ganz örtliche Störungen, d. h. Gewitter und heftige Stürme, entstellt sind, von dem Mittel auszuschliefsen.

So wie über die Dauer der zur Bestimmung der Höhen der Vergleichungspunkte dienenden Beobachtungen, vor einem gemachten Versuche nichts festgesetzt werden kann, so ist auch vorher der wahrscheinliche Fehler nicht anzugeben, welchen ein einmaliger Besuch eines zu bestimmenden Punktes übrig lassen wird. Ob er unbedeutend oder merklich wird, hängt allein davon ab, ob die Entfernungen nicht zu grofs, oder zu grofs sind, um der Interpolation Sicherheit zu geben. Für Entfernungen bis zu einer gewissen Grenze hat sie volle Sicherheit; diese Grenze kann aber nur durch gemachte Versuche bestimmt werden. Man würde sehr leicht eine Uebersicht über die zu erwartende Sicherheit erlangen, wenn man zwischen zweien, vielleicht 30 Meilen von einander entfernten Oertern, an welchen fortlaufende Barometerbeobachtungen gemacht werden, noch ein Barometer, in der Richtung und etwa in der Mitte zwischen beiden, aufstellte und dieses einige Monate lang gleichfalls beobachtete: zeigte dieses Barometer Aenderungen, welche dem Mittel der durch die beiden äufseren angegebenen sehr nahe gleich sind, so kann man daraus schliefsen, dafs die Entfernung von 30 Meilen nicht zu grofs ist um die Interpolation zu erlauben; im entgegengesetzten Falle mufs man sich auf kleinere Entfernungen beschränken.

4.

Ich glaube, die vorgeschlagene Methode noch anschaulicher machen zu können, wenn ich ein vollständiges Beispiel davon gebe. Es ist zwar nur ein fingirtes, was aber den eben angegebenen Zweck seiner Mittheilung nicht beeinträchtigt.

Ich nehme an, dafs man für die oben schon erwähnte barometrische Nivellirung von Preufsen fünf Punkte zu Vergleichungspunkten gewählt habe, nämlich Königsberg, Gumbinnen, Johannisburg, Thorn und Danzig, und dafs ihre Entfernungen von dem Meridiane von Königsberg und dem Perpendikel (in Meilen ausgedrückt) folgende Werthe haben:

	x	y
Königsberg	0,0	0,0
Gumbinnen	+ 14,4	— 1,9
Johannisburg	+ 11,3	— 15,2
Thorn	— 16,5	— 25,4
Danzig	— 16,0	— 5,5

Das arithmetische Mittel dieser Zahlen ist:

— 1,36; — 9,60;

man hat also die auf den im 1sten Art. angenommenen Mittelpunkt bezogenen Coordinaten der fünf Vergleichungspunkte:

$a^{\mathrm{I}} = + 1{,}36$	$b^{\mathrm{I}} = + 9{,}60$
$a^{\mathrm{II}} = +15{,}76$	$b^{\mathrm{II}} = + 7{,}70$
$a^{\mathrm{III}} = +12{,}66$	$b^{\mathrm{III}} = - 5{,}60$
$a^{\mathrm{IV}} = -15{,}14$	$b^{\mathrm{IV}} = -15{,}80$
$a^{\mathrm{V}} = -14{,}64$	$b^{\mathrm{V}} = + 4{,}10$

Hieraus findet man:

$(aa) = 854{,}054$; $(ab) = -235{,}727$; $(bb) = 449{,}260$

und ferner: $\log N = 5{,}51605$

$A^{\mathrm{I}} = 71^\circ\,28',4$	$\log \frac{1}{r^{\mathrm{I}}} = 8{,}43769$
$A^{\mathrm{II}} = 49\ 10{,}5$	$\log \frac{1}{r^{\mathrm{II}}} = 8{,}61750$
$A^{\mathrm{III}} = 337\ 37{,}9$	$\log \frac{1}{r^{\mathrm{III}}} = 8{,}15846$
$A^{\mathrm{IV}} = 238\ 21{,}0$	$\log \frac{1}{r^{\mathrm{IV}}} = 8{,}78594$
$A^{\mathrm{V}} = 179\ 29{,}0$	$\log \frac{1}{r^{\mathrm{V}}} = 8{,}23316$

Diese Zahlen dürfen nur ein für allemal berechnet werden und dienen zur Berechnung der sich auf jeden der zu bestimmenden Punkte beziehenden Formel. Wäre z. B. an einem Punkte beobachtet, dessen Entfernungen vom Königsberger Meridian und Perpendikel — 3,0 und —8,2 wären; also auf den angenommenen Mittelpunkt der Coordinaten bezogen:

$x = -1{,}64$ $\quad y = +1{,}40$

so würde für diesen Punkt

$A = 310^\circ 29',2$, $\quad \log r = 0{,}33371$

sein und man würde für ihn erhalten:

$\log p^{\mathrm{I}} = 8{,}70490$	$\log p^{\mathrm{IV}} = 9{,}09819n$
$\log p^{\mathrm{II}} = 8{,}94619$	$\log p^{\mathrm{V}} = 8{,}44463n$
$\log p^{\mathrm{III}} = 8{,}15137$	

Nimmt man die Höhen der Vergleichungspunkte über der Meeresfläche, die daselbst beobachteten und auf eine bestimmte Wärme des Quecksilbers bezogenen Barometerhöhen und die Temperaturen der Luft, folgendermafsen an:

$c^{\mathrm{I}} = 11{,}0$	$\beta^{\mathrm{I}} = 337{,}81$	$s^{\mathrm{I}} = 16{,}3$
$c^{\mathrm{II}} = 42{,}0$	$\beta^{\mathrm{II}} = 335{,}40$	$s^{\mathrm{II}} = 15{,}9$
$c^{\mathrm{III}} = 125{,}0$	$\beta^{\mathrm{III}} = 328{,}63$	$s^{\mathrm{III}} = 16{,}4$
$c^{\mathrm{IV}} = 45{,}0$	$\beta^{\mathrm{IV}} = 335{,}61$	$s^{\mathrm{IV}} = 18{,}6$
$c^{\mathrm{V}} = 10{,}0$	$\beta^{\mathrm{V}} = 338{,}00$	$s^{\mathrm{V}} = 14{,}0$

(Reaumur) (Reaumur)

so erhält man daraus:

$Z = 46{,}7195$; $\quad T = 15{,}9818$

Digitized by Google

Diese Werthe von Z und T in die Formel [7] gesetzt ergeben, wenn man das letzte Glied derselben wegläfst:

$\log B^{\mathrm{I}}$	= 2,52511;	φ^{I}	= 54° 43′ angenommen
$\log B^{\mathrm{II}}$	= 2,52509;	φ^{II}	= 54 35 ———
$\log B^{\mathrm{III}}$	= 2,52452;	φ^{III}	= 53 37 ———
$\log B^{\mathrm{IV}}$	= 2,52566;	φ^{IV}	= 53 1 ———
$\log B^{\mathrm{V}}$	= 2,52524;	φ^{V}	= 54 21 ———

Die Formel [8] giebt endlich $\log B = 2{,}52504$. Man hat also die Beobachtungen an den 5 Vergleichungspunkten, auf Eine, für einen Punkt geltende, welcher in der Lothlinie des zu bestimmenden Punktes, 46ᵀ,7195 über der Meeresfläche liegt, reducirt, und für den ersteren gefunden:

$$\log B = 2{,}52504 \qquad T' = 15°{,}9818.$$

Die Vergleichung dieser Beobachtung mit der an dem zu bestimmenden Punkte gemachten, ergiebt die gesuchte Höhe desselben auf die gewöhnliche Art, nach der Formel [9].

Bessel.

Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1835. April 22.

Hierdurch beeile ich mich, Ihnen zu melden, dafs ich in der Nacht vom 20sten zum 21sten April auf der Grenze der Sternbilder Rabe und Becher einen telescopischen Kometen entdeckt habe. Nachdem ich an dem Abend eben so vergeblich, wie am 18ten April, die Gegend in den Hyaden durchmustert hatte, wo nach einer oder der anderen Hypothese, worauf Herr Prof. *Rosenberger* die neuerdings durch Sie bekannt gemachten Elemente gegründet hatte, der *Halley*sche Komet stehen sollte, benutzte ich den sehr heiteren Himmel, um im Raben einen mir noch fehlenden sehr kleinen Stern am Heliometer zu bestimmen, mit welchem ich am 26sten Nov. 1832 den *Biela*schen Kometen verglichen hatte. In dieser mir von früherher sehr wohlbekannten Gegend gewahrte ich nicht weit westlich davon einen kleinen runden sehr verwaschenen Nebelfleck etwa um $10^h 45'$ m. Brsl. Z., den ich früher nie dort gesehen hatte. Ich schob den Grund auf die besondere Durchsichtigkeit der Luft, merkte mir jedoch seine Stellung gegen die benachbarten Sterne, und beschlofs, gleich nach Beendigung der vorgenommenen Arbeit ihn wieder ins Auge zu fassen.

So wie dies geschehen, war die Luft dunstiger geworden, und die ganz kleinen Sterne beim Nebelfleck verschwunden. Demungeachtet schien es wirklich, dafs er fortgerückt sei, und ich eilte, ihn noch mit dem 119ten Sterne der *Bessel*schen Zone Nr. 225 (auch dem 2ten Stern in Nr. 240) zu vergleichen.

Das Resultat war (wie die folgenden ohne die kleinen Correctionen und ohne Beseitigung der Refractionen):

April 20. $12^h 39',3$ m. Zt. AR. $11^h 58' 11'',36$ Decl. $-12° 6' 57''{,}57$.

Später wurde er im Dunst immer undeutlicher. Gestern Abend war er sehr augenfällig fortgerückt und mufste mit Nr. 112 Z. 225 verglichen werden.

April 21. $9^h 17{,}5$ m. Zt. AR. $11^h 53' 1'',78$ Decl. $-11° 32' 18'',13$.

Die Luft fing hierauf wieder an dunstig zu werden, doch gelang noch eine aber minder sichere Beobachtung, die überhaupt immer dadurch schwierig ist, weil der etwa 3 bis 4 Min. grofse Kometennebel nur einen sehr undeutlichen etwas helleren Punct hat, und bei der Berührung mit dem Stern noch viel undeutlicher wird, wenn gleich das Bild der Vergleichssterne nur durch eine Oeffnung $\frac{1}{3}$° Q.-Linien, der Komet aber durch die volle Oeffnung von 34 Linien Durchmesser gesehen wird. Das letzte Resultat war:

April 21. $9^h 54',0$ m. Z. AR. $11^h 52' 52'',17$ Decl. $-11° 30' 53'',21$.

Das weitere am nächsten Posttage.

Breslau 1835. April 26.

Ich beeile mich nun, Ihnen die weiteren Beobachtungen des Kometen mitzutheilen, deren mir, trotz der veränderten und zum Theil sehr ungünstigen Witterung, doch noch bisher immer in jeder Nacht einige geglückt sind. Da ich die zunehmende Lichtschwäche des Kometen nicht allein der ungünstigen Luftbeschaffenheit zuschreiben konnte, so habe ich aus Besorgnifs, dafs zu wenig ganz gute Beobachtungen von ihm noch gewonnen werden möchten, es für rathsam erachtet, nicht allein nach Göttingen, Berlin, Königsberg und Dorpat aus besonderen Verpflichtungen, sondern auch nach einigen südlichern Sternwarten, nach Cracau, Wien, Padua und Mannheim noch in diesen Tagen mit der Andeutung seines bisherigen Laufs die Bitte um Aufsuchung und Beobachtung desselben ergehen zu lassen *). Darüber habe ich aber bis jetzt die Zeit verloren, die Vergleichssterne zu reduciren und an den Beobachtungen die erforderlichen Correctionen anzubringen. Sie entschuldigen daher wohl, wenn ich nur vorläufig die rohen Beobachtungen anführe, welche dann aber auch eine nicht unnützliche Controle meiner späteren Ortsangaben seyn werden.

Der Vollständigkeit wegen hole ich sie auch von den ersteren Beobachtungen nach

April 20. Vergleichsstern Nr. 119 (*Bessels* Zone 225) = Nr. 2 (240)
Mittel aus dieser und einer Angabe in der Hist. Cel.

	1800 AR.	11^h	$55'$	$46'',58$	Decl.	$-12°$	$12'$	$9'',36$
April 20. 1835	—	11	57	34,74	——	— 12	23	59,75
$12^h 39',3$ Komet	+			36,62		+ 17		2,18
	Dist.	19	14,2		Richtungs-W.	152°	17′	

April 21. Stern Nr. 112 (225) AR. $11^h 52' 23'',61$ Decl. $-11° 14' 23'',61$

$9^h 17',5$ m. Z.	Kom. Abst.	$20' 12'',3$	Richtungsw.	$27° 35'$
9 54,0 —	———	17 55,1	———	23 0
11 6,0 —	———	(16 32,7)	———	9 45

Diese letztere Beobachtung, deren ich in meiner ersten Anzeige gar nicht erwähnt habe, weil sie mir zu ungenau schien, möge doch der Vollständigkeit wegen hier stehen, sie ergiebt des Kometen AR. $11^h 52' 41'',66$ Decl. $-11° 30' 42'',02$.

Es hat fast immer bei der letzten Beobachtung einer jeden Nacht dieselbe Bewandnifs, wenn die Luft so ungünstig geworden ist, dafs besonders die Messung des Abstandes sehr zweifelhaft wird.

*) Allen diesen Sternwarten ist schon mein Circulair zugesandt. S

Digitized by Google

April 22. Stern Nr. 21 (238) 8.9
1825 AR. 11h 48′ 27″,56 Decl. — 10° 49′ 41″,32

10h 54′ m. Zt.	Kom. Abst.	31′ 37″1	Richt. W.	263° 18′
11 41 ——	——	33 49,0	——	261 0

April 23. Stern Nr. 16 (238)
1825 AR. 11h 42′ 11″,89 Decl. — 10° 13′ 59″,70

9h 35′ m. Zt.	Kom. Abst.	16′ 42″0	Richt. W.	225° 8′
10 33 ——	——	19 42,8	——	251 33
11 20 ——	——	23 8,1	——	250 28
11 45 ——	——	25 5,4	——	250 0

April 24. Stern Nr. 6 (238)
1825 AR. 11h 35′ 36″,41 Decl. — 9° 39′ 22″,37.

11h 52′ m. Zt.	Kom. Abst.	11′ 17′3	Richt. W.	166° 18′
12 11 ——	——	11 51,4	——	173 24
12 27 ——	——	12 16,2	——	177 42
12 51 ——	——	(12 19,7)	——	182 19

April 25. Stern Nr. 97 (224) = Nr. 137 (234) = Nr. 1. (238)
Mittel aller 3 Beob. 1825 AR. 11h 29′ 4″,38 Decl. — 8° 52′ 1″,11

10h 39′,5 m. Zt.	Kom. Abst.	18′ 50″9	Richt. W.	87° 0′
11 1,0 ——	——	18 13,5	——	88 45
11 25,0 ——	——	(16 13,3)	——	91 14

Der Weg des Kometen am Himmel, geht mit nur erst wenig veränderter Geschwindigkeit immer längs eines größten Kreises fort, scheint aber nun nordwärts ausbiegen zu wollen.

Am ersten Tage war der Komet beinahe ganz rund, obwohl ohne die geringste Bewegung; am folgenden zeigte sich nach östlicher Richtung die Andeutung eines breiten Schweifes. In den wenigen Momenten, wo die Luft einmal ganz aufgeheitert war, blitzte zuweilen eine größere Verlängerung eines Schweifes auf.

Nur an den beiden ersten Abenden wo der Komet etwa um ⅓ im Durchmesser größer erschien als der *Bielas*che im letzten Drittel des Nov. 1832, war eine punctähnliche Verdichtung des Lichtes in der Mitte wahrzunehmen. Seitdem habe ich den Kometen nur immer wie einen, fortwährend schwächer werdenden, formlosen Lichthauch beobachten können. Hiernach, und nach der nie ganz wolken- und nebelfreien Beschaffenheit der Luft, bitte ich die vorstehenden Beobachtungen zu würdigen und denselben nicht mehr Vertrauen zu schenken, als sie verdienen.

v. Boguslawski.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Prof. *Encke* Directors der Berliner Sternwarte an den Herausgeber.

Berlin 1835. Mai 2.

Den *Boguslawski*schen Cometen fand ich gleich, konnte ihn aber erst am 28sten April und kümmerlich beobachten. Genäherte Elemente aus den *Boguslawski*schen und meinen Beobb. werden seyn:

Durchgang	April 4,4282 Berl. Zeit.
log q	0,31400
π	203° 54′ 13″
Aufst. Knoten	59 47 25
i	8 54 32 Rückläufig.

Die Beobb. von *Boguslawski*, so gut ich sie reduciren konnte, sind:

		AR. Com.	Decl. Com.
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
April 20.	12 24 44 Berl. Zt.	179 32 52,6	— 12 6 58,2
—— 21.	9 51 16	179 12 25,1	11 31 16,5
—— 22.	11 2 56	176 41 46,0	10 48 40,4
—— 23.	10 32 56	175 20 27,9	10 10 45,7

		AR. Com.	Decl. Com.
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
April 24.	12 5 41 Berl. Zt.	173 54 45,6	— 9 30 59,8
—— 25.	10 47 16	172 41 52,6	8 55 48,2
—— 28.	11 24 42	169 4 35,4	7 8 0

Die Vergleichung (ohne Parallaxe) giebt

April 20.	+ 0′ 29″	— 0′ 15″
—— 21.	1 34	0 15
—— 22.	1 43	1 27
—— 23.	1 17	1 18
—— 24.	1 18	0 26
—— 25.	0 50	0 17
—— 26.	1 9	0 13 (Altona)
—— 28.	0 17	0 15

Die gleichen Zeichen bei den Fehlern rühren von der jetzt berücksichtigten Aberration her.

Encke.

Elemente des *Boguslawski*schen Cometen berechnet von Herrn Dr. *Peters*.

Aus den Beobb. des Herrn *v. Boguslawski* vom 20sten und 25sten April und aus meiner Beobachtung vom 30sten April habe ich folgende Elemente abgeleitet:

Durchgang durchs Perihel 1835 März 27,4712 m. Zt. Berlin
Länge des Knoten 58° 25′ 58″ } vom scheinb. Aequ.
—— - Perihels 207 48 56 } April 25.
Neigung der Bahn 9 6 45
Log. der kleinsten Entfernung 0,30956 Rückläufig.

Diese stimmen mit den drei genannten Beobachtungen wie folgt:

	Differenz in Länge.	Differenz in Breite.
April 20.	— 34″	— 1″
—— 25.	— 17	+ 21
—— 30.	+ 6	+ 4

Peters.

Inhalt.

(zu Nr. 278.) Ueber die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe. Von Herrn Geh. Rath u. Ritter *Bessel*. (Beschl. p. 217. — Observations astronomiques faites à l'observatoire académique de Wilna en 1832 u. s. (Beschluſs.) p. 235. Auszug aus einem Briefe des Herrn *Valz* an den Herausgeber. p. 239.
(zu Nr. 279.) Ueber Höhenbestimmungen durch das Barometer. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*. p. 241. — Schreiben des Herrn *v. Boguslawski* Conservators der Breslauer Sternwarte an den Herausgeber. p. 253. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Prof. *Encke*, Dir. der Berl. Sternwarte an den Herausgeber. p. 255. — Elemente des *Boguslawski*schen Cometen berechnet von Herrn Dr. *Peters*. p. 255.

Altona 1835. Mai 16.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 280.

Ueber die Rotation des Jupiters.

Von den Herren *Beer* und *Mädler*.

Jupiters Oberfläche zeigt aufser den bekannten grauen Streifen von Zeit zu Zeit einzelne Flecke von gröfserer Intensität, welche schon *Cassini* zur Bestimmung der Rotation gedient haben. Er beobachtete Jahre lang einen grofsen schwarzen Fleck, den noch *Maraldi* 1715 gesehen hat und der zu verschiedenen Zeiten etwas verschiedene Werthe ergab; als Endresultat giebt *Cassini* $9^h\ 55'\ 58''$.

Lange Zeit begnügte man sich mit dieser Bestimmung. *Sylvabelle* in Marseille fand am 15ten October 1773 einen schwarzen gut begrenzten Punkt auf der Scheibe, den er einige Monate hindurch verfolgte und der ihm ebenfalls $9^h\ 56'$ gab (Berliner Jahrbuch 1778. p. 145). Das Detail der Beobachtungen ist nicht angegeben.

Mit grofsem Eifer verfolgte *Schröter* diesen Gegenstand. Er fand vom Octbr. 1785 bis Febr. 1786 mehrere Flecke, insgesammt von sehr kurzer Dauer, so dafs sich einige nur Ein Mal zeigten, und aus denen nahe übereinstimmend die sonderbar abweichende Rotation $6^h\ 56'\ 56''$ folgte. Spätere Beobachtungen andrer Flecke und Streifen gaben ihm indefs wieder nahe die *Cassini*sche Periode; er fand aus dem Ende eines Streifens, den er 3 Monat lang verfolgte, $9^h\ 55'\ 17''6$, aus einem gleichzeitigen Fleck anfangs $9^h\ 55'\ 33''6$, später ein Schwanken zwischen $9^h\ 55'$ und $9^h\ 56'$, endlich $9^h\ 56'\ 33''$.

Auch theoretische Hypothesen wurden versucht, aus der Abplattung, dem Durchmesser, und der Umlaufzeit und Entfernung eines Trabanten, die Rotation zu finden. Graf *v. Platen* und *Klügel* gaben Formeln, die indefs der sichern Begründung ermangelten und auf empirischem Wege sich gleichfalls nicht bewährt haben, wie denn Rotation und Axenlage bis jetzt noch immer als unabhängige Elemente erscheinen, welche nur durch direkte Beobachtung bestimmt werden können.

Dies veranlafste uns, einige am 8ten Novbr. v. J. in dem damals noch sehr deutlichen nördlichen grauen Streifen wahrgenommene und gut begrenzte Flecke so lange als möglich zu verfolgen *). Von 3 Flecken, die gleichzeitig sichtbar waren und in Intervallen von etwa 40 Zeitminuten einander folgten, erschien der vorangehende unbestimmt, nur als eine dickere Stelle des Streifens; die beiden andern, besonders der letzte, hingegen schwärzer und gut begrenzt; und auf diese zwei Flecke beziehen sich die nachfolgenden Beobachtungen. Im Verlauf derselben schien der letzte an Gröfse zuzunehmen und länglicher zu werden; des letztern Umstandes sind wir indefs nicht völlig versichert. Gegen Ende Decembers wurde die Intensität der beiden Mittelstreifen merklich ungleich, so dafs der nördliche, der die Flecken zeigte, schwächer und schmaler erschien. Die Position des Mikrometerfadens, die anfangs durch beide Streifen bestimmt worden war, konnte von jetzt an nur noch durch die nördliche Kante des südlichen Streifens mit Sicherheit gefunden werden. Nach dem 22sten Januar verhinderte eine 17tägige Trübheit alle Beobachtungen, und als am 9ten Februar wieder eine Beobachtung gelang, zeigten sich vom nördlichen Streifen nur noch schwache Spuren, die späterhin fast ganz verschwanden und die Flecke isolirt stehen liefsen. Der südliche Streifen dagegen hat an Breite und Intensität so zugenommen, dafs er jetzt noch am vollen Tage mit aller erwünschten Deutlichkeit sichtbar ist und diese beträchtliche Breite findet rings herum Statt, während man von dem nördlichen auch auf der fleckenfreien Hemisphäre nur wenig wahrnehmen kann.

Bei der Beobachtung wurde das Mikrometer so gestellt, dafs der Querfaden die Streifen senkrecht durchschnitt, und der Moment abgewartet, wo Scheibe und Fleck gleichzeitig bisecirt wurden. Zwei Minuten nachher konnte man bei günstiger Luft und ruhigem Bilde fast immer schon gewifs werden, dafs der Fleck nicht mehr auf der Mitte stehe. Wo für einen und denselben Durchgang zwei Zeiten angegeben sind, haben beide Beobachter, jeder an einem eignen Fern-

*) Herr *Schwabe* in Dessau hat, einer Nachricht in der Staatszeitung zufolge, diese Flecke schon seit 1828 bemerkt und auch einige Veränderlichkeit derselben wahrgenommen. Unsere obige Bemerkung widerspricht diesem keineswegs, denn wir haben nie früher den Jupiter anhaltend beobachtet und nur zuweilen die Positionswinkel der Streifen gemessen.

Digitized by Google

rohr, den Moment bestimmt. Die als zweifelhaft bezeichneten Beobachtungen haben wir, da ihrer nur wenige vorkommen, bei der Berechnung ausgeschlossen, statt ihnen, wie anfänglich beabsichtigt worden, den halben Werth beizulegen.

Beobachtungen.

	Sternzeit. Erster Fleck.	Sternzeit. Zweiter Fleck.	Zwischenzeit.
	h ′ ″		′ ″
1834 Novbr. 4	2 6 45	———	
5	7 59 43	8 37 23	37 40
7	23 48 51	0 28 12::	
	9 44 14	———	
12	23 10 51	23 48 7	37 16
	9 7 23	9 45 5	37 42
18	4 26 6	5 4 3	37 57
19	10 17 26	———	
21	2 6 55	2 45 17	38 22
Decbr. 6	0 17 0	0 58 40	41 40
	0 18 20	0 57 15	38 55
8	2 5 9	2 43 1	37 52
23	0 17 59::	0 58 19	
	———	0 58 14	
29	6 31 57::	6 13 2	
	5 33 54	6 13 32	39 38
30	1 29 12	2 9 16	40 4
1835 Januar 2	23 10 10	23 49 4	38 54
6	———	3 20 38	
	———	3 21 20	
7	———	23 16 1	
11	———	2 46 39	
13	3 50 53	4 30 15	39 22
14	23 45 4	0 24 34	39 30
	9 41 20	———	
16	1 28 54	2 8 2	39 8
18	3 14 32	3 54 47	40 15
21	0 54 31		
22	6 45 3	7 26 25	41 22
Febr. 9	2 40 39	———	
10	8 32 7	9 14 35	42 28
11	4 24 53	5 10 18::	
	4 25 3	5 9 21	44 18
13	6 12 31	6 55 40	43 9
14	———	2 49 50	
15	———	8 42 44	
16	3 52 30	4 35 3	42 33
21	———	4 1 16	
23	5 4 11	5 46 2	41 51
27	8 36 10	9 18 48	42 38
28	4 32 39	———	
März 2	———	7 0 57	
9	7 29 2	8 11 5	42 3
14	6 55 57	———	
16	8 42 16	9 24 30	42 14
28	9 20 6	10 3 35	43 29
31	7 2 27	7 44 32	42 5
April 7	———	8 58 22	
12	———	8 24 15	
14	9 28 31	10 10 42	42 11
19	8 55 19	9 38 24	43 5

Für den durch die Aberration verbesserten Moment erhält man aus der geocentrischen und heliocentrischen Länge Jupiters die Phase desselben, und durch diese den Abstand der scheinbaren Mitte von der wahren, in Graden der Jupiterskugel ausgedrückt, folglich die jovicentrische Länge des Flecks *). Eben diese Länge läfst sich aus den für die Epoche ε und Rotationsperiode R angenommenen Näherungswerthen berechnen. Sei der Unterschied beider Längen $\Delta\lambda$ und Δt die Zeit, welche der Fleck gebraucht um sie zurückzulegen, so ergiebt jede Beobachtung für die Verbesserung der Näherungswerthe folgende Bedingungsgleichung:

$$\Delta t = \Delta\varepsilon + \frac{T}{R}.\Delta R$$

wo T die seit der angenommenen Epoche verflossene Zeit ausdrückt. Wählt man für ε eine Länge, welche zwischen den während einer Beobachtungsperiode vorkommenden Längen etwa die Mitte hält, so wird $\frac{T}{R}$ immer sehr nahe einer ganzen Zahl gleich sein.

So ergab z. B. die Beobachtung des ersten Flecks am 5ten November

Beob. Nov. 5.	7h 59′ 43″
Sternzeit.....	14 59 35,1
Aberration...	33 59,0
Wahres Moment Nov. 5.	16h 26′ 8″9 M. Zeit.
Geoc. AR. Jupiters.....	68° 2′9
—— δ ——.....	+21 2,2
Hieraus geoc. Länge....	= 69 34,5
helioc. Länge....	= 64 34,9
Phase	= −4 59,8
sin. Corr. = ½ sinvers. Phase	= −0,00191
Correction	= −6′5
Jovic. Länge des Flecks	= 249° 28′0

Setzt man nun die Näherungswerthe:

R_0 = 9h 55′ 30″

ε_0 = Nov. 4. 10h 36′ 30″ für 247° 52′,3 jovic. Länge d. Flecks

so erhält man aus diesen für denselben Moment

Jovic. Länge des Flecks = 249° 46′,5; ganze Rotationen = 3; Unterschied beider Längen = −18′,5, welche der Fleck in 31 Secunden zurücklegt; also

$$+31 = \Delta\varepsilon + 3{,}0\,\Delta R.$$

Für den zweiten Fleck ist R_0 wie oben, ε'_0 für dieselbe Länge = Nov. 5. 17h 1′ 30″ gesetzt, und so sind nachstehende Bedingungsgleichungen erhalten worden.

*) Die von der Breite Jupiters und der kleinen Neigung seines Aequators abhängenden Correctionen sind völlig unbedeutend und daher hier vernachlässigt. Die Flecke haben nur etwa 5° nördliche jovigraphische Breite.

Digitized by Google

	Erster Fleck.		Zweiter Fleck.	
Nov. 4	— 85″	= Δε	— 25	= Δε′
5	+ 31	= Δε + 3ΔR		
7	+ 89	= Δε + 7		
	— 10	= Δε + 8		
12	— 57	= Δε + 19		
	— 87	= Δε + 20		
18	— 73	= Δε + 34		
19	— 48	= Δε + 37		
21	+ 22	= Δε + 41		
Dec. 6	— 180	= Δε + 77		
	— 100	= Δε + 77		
8	— 7	= Δε + 82		
29	— 146	= Δε + 133		
30	— 81	= Δε + 135		
Jan. 2	— 14	= Δε + 142		
13	— 127	= Δε + 169		
14	— 133	= Δε + 171		
	— 185	= Δε + 172		
16	— 246	= Δε + 176		
18	— 259	= Δε + 181		
21	— 245	= Δε + 188		
22	— 325	= Δε + 191		
Febr. 9	— 571	= Δε + 234		
10	— 589	= Δε + 237		
11	— 679	= Δε + 239		
	— 669	= Δε + 239		
13	— 588	= Δε + 244		
16	— 629	= Δε + 251		
23	— 710	= Δε + 268		
27	— 743	= Δε + 278		
28	— 624	= Δε + 280		
März 9	— 826	= Δε + 302		
14	— 845	= Δε + 314		
16	— 851	= Δε + 319		
28	— 1059	= Δε + 348		
31	— 974	= Δε + 355		
Apr. 14	— 1091	= Δε + 389		
19	— 1145	= Δε + 401		
Nov. 5			— 25	= Δε′
12			— 136	= Δε′ + 16ΔR
12			— 141	= Δε′ + 17
18			— 112	= Δε′ + 31
21			+ 8	= Δε′ + 38
Dec. 6			— 81	= Δε′ + 74
			+ 3	= Δε′ + 74
8			— 51	= Δε′ + 79
23			— 13	= Δε′ + 115
			— 8	= Δε′ + 115
29			— 114	= Δε′ + 130
			— 84	= Δε′ + 130
30			+ 1	= Δε′ + 132
Jan. 2			+ 3	= Δε′ + 139
6			+ 28	= Δε′ + 149
			+ 60	= Δε′ + 149
7			+ 88	= Δε′ + 151
11			+ 44	= Δε′ + 161
13			— 81	= Δε′ + 166
14			— 80	= Δε′ + 168
16			— 204	= Δε′ + 173
18			— 162	= Δε′ + 178
22			— 165	= Δε′ + 188
Feb. 10			— 348	= Δε′ + 234
11			— 328	= Δε′ + 236
13			— 317	= Δε′ + 241
14			— 335	= Δε′ + 243
15			— 263	= Δε′ + 246
16			— 393	= Δε′ + 248
21			— 430	= Δε′ + 260
23			— 516	= Δε + 265
27			— 503	= Δε′ + 275
März 2			— 418	= Δε′ + 282
9			— 619	= Δε′ + 299
16			— 634	= Δε′ + 316
28			— 768	= Δε′ + 345
31			— 764	= Δε′ + 352
April 7			— 715	= Δε′ + 369
12			— 873	= Δε′ + 381
14			— 876	= Δε′ + 386
19			— 878	= Δε′ + 398

Sowohl diese Bedingungsgleichungen als die oben angesetzten Intervallen der beiden Flecke gewähren auch ohne nähere Berechnung die vollständige Ueberzeugung, dafs weder für beide Flecke dieselbe Periode, noch auch für jeden einzeln genommen eine gleichförmige Rotation gefunden werden kann, welche den Beobachtungen Genüge thut. Die Fehler würden in den Monaten Januar und Februar sämmtlich ins Plus fallen und 6 bis 7 Minuten erreichen, Anfang und Ende der Reihe hingegen würden lauter negative Fehler ergeben.

Wir sind demnach mit allen frühern Beobachtern in gleichem Falle; die Flecke sind keine der Oberfläche Jupiters adhärirende Theile, sondern scheinen athmosphärische Produkte. Ihre verhältnifsmäfsige Gröfse, Intensität und Constanz, verglichen mit unsern Wolken, kann nicht als Einwurf dagegen gelten; das längere Jahr Jupiters, der geringe Jahrszeitenwechsel und seine wahrscheinlich sehr dichte Atmosphäre sind einer solchen Beständigkeit ganz angemessen, und überdies wird die fast 3mal gröfsere Schwere auf der Oberfläche Jupiters jede Bewegung, auch der Atmosphärilien, weit mehr hemmen müssen als auf unsrer Erde. Doch dies nur um zu zeigen, dafs eine eigne Bewegung der Flecke, wie sie aus unsern Beobachtungen folgt, nichts der Natur Widersprechendes enthalte. Die wahre Rotation der Jupiterskugel wird schwerlich jemals direkt aus Beobachtungen geschlossen werden können, und es scheint auf den ersten Anblick eine vergebliche Mühe, irgend eine Hypothese über das Gesetz der eignen Bewegung eines atmosphärischen Produktes machen zu wollen. Wenn indefs ein solches gefunden werden kann, das ohne ganz willkührliche Annahmen die übrigbleibenden Fehler so weit verkleinert, dafs man sie für Beobachtungsfehler gelten lassen kann, so dürfte diese Hypothese wenigstens so lange, bis auf anderm Wege irgend eine Gesetzmäfsigkeit ermittelt ist, den Vorzug verdienen.

Bis zum 22ten Jan. ist die Bewegung der beiden Flecke, wie die ausgesetzten Zwischenzeiten zeigen, eine relativ verschiedne gewesen; vom 9ten Febr. an, wo der Streifen fast verschwunden war, scheinen beide dieselbe Bewegung gehabt zu haben. Dieser Umstand deutet das zu befolgende Verfahren schon an; man wird die Beobachtungen in 3 Gruppen vertheilen müssen; die erste wird 22 Beobachtungen und 191 Rotationen des ersten Flecks, die zweite 23 Beobachtungen und 188 Rotationen des andern umfassen, die dritte die seit dem 9ten Febr. angestellten Beobachtungen beider Flecke vereinigen, also 16 Beobachtungen für 168 Rot. des ersten, und 19 für 165 Rot. des zweiten Flecks.

Die einfachste Annahme für eine als veränderlich erkannte Geschwindigkeit ist die einer gleichförmigen, der Zeit proportionalen Zu- oder Abnahme. Dafs sie nur für einen kurzen Zeitraum gelten kann, ergiebt sich leicht; ihre Möglichkeit kann man auf verschiedne Weise zeigen, vielleicht hat der Streifen eine langsamere Bewegung (ein Analogon des Ostwindes unter unserm Aequator), und hat folglich, so lange er stand, für die Flecke als widerstehendes Mittel gewirkt; oder der Fleck sich gegen die Oberfläche Jupiters herabgesenkt, und dadurch eine relativ schnellere Bewegung erhalten. Jedenfalls wird es also gestattet sein, ein von dieser angenommenen Veränderung abhängendes Glied einzuführen und die Bedingungsgleichung

$$\Delta t = \Delta\varepsilon + \frac{T'}{R}\Delta R + \tfrac{1}{2}\left(\frac{T}{R}\right)^2 \Delta' R$$

versuchsweise anzuwenden.

Die Methode der kleinsten Quadrate ergiebt für die erste Gruppe folgende Resultate:

Digitized by Google

Epoche für 247° 52′3 jovic. Länge.....Nov. 4. 10h 35′ 58″00.....Unsicherheit 30″5
Rotation für die Epoche..... 9 55 30,165 m. Berl. Zeit 0,912
Veränderung in 100 Rotationen..... — 1″365..... 0,938

Die hiernach übrigbleibenden Fehler sind:

+ 56″4; — 46,4; — 88,7; — 17,7; + 29,3; + 59,1;
+ 42,5; + 16,5; — 54,9; — 124,7; + 54,7; — 52,9;
+ 18,9; — 47,1; — 126,0; — 64,8; — 63,1; — 13,2;
+ 38,2; + 41,0; + 10,9; + 83,8

und die Summe der Fehlerquadrate = 81294.

Setzt man hingegen $\Delta' R = 0$, also die Rotation constant, so erhält man

Epoche (wie oben) Nov. 4. 10h 36′ 23″7
Rotation..... 9 55 28,95

und die Summe der Fehlerquadrate wird = 90709.

23 Beobachtungen des zweiten Flecks ergeben folgende Resultate:

Epoche.....Nov. 5. 16h 59′ 22″26 Unsicherh. 34″6
Rotation für die Epoche 9 55 32,464 1,055
Veränderung in 100 Rot. — 2,523 1,058

Uebrigbleibende Fehler:

— 102″,2; + 46,5; + 61,6; + 48,5; — 31,9; + 66,7;
— 17,3; + 39,3; + 1,9; — 3,1; + 93,4; + 63,5;
— 23,4; — 32,0; — 68,8; — 100,8; — 131,4; — 102,1;
+ 14,9; + 9,9; + 80,0; + 73,2; + 44,7.

Summe der Fehlerquadrate = 97139.

Setzt man die Rotation constant, so wird erhalten:

Epoche.....Nov. 5. 17h 0′ 30″23
Rotation..... 9 55 30,08
Summe der Fehlerquadrate = 126253

In beiden Gruppen sind die Fehler, wenn man den Werth von $\Delta' R$ gelten läfst, nicht gröfser als erwartet werden konnte; ihr Gang indefs befriedigt nicht völlig, 5 Aufeinanderfolgen des gleichen Zeichens in der ersten Reihe, und gleichzeitig 6 in der andern, scheinen anzudeuten, dafs die Veränderung der Periode der Zeit nicht streng proportional gewesen. Nimmt man die obigen Resultate an, so bedurfte der zweite Fleck, um den jovicentrischen Ort des ersten zu erreichen, am 4ten Nov. 37′ 26″87 Zeit; am 22ten Januar hingegen 40′ 35″,85; diesen Zeiten entspricht ein jovic. Längenunterschied von 23° 9′ 48″ für den Anfang und 24° 32′ 39″ für das Ende der ersten Beobachtungsperiode. Die Zunahme ihrer gegenseitigen Entfernung beträgt also für einen mittleren Erdentag nur 1′ 2″,91 jovic., also noch nicht völlig 3 geogr. Meilen. Aber auch die absoluten eignen Bewegungen, die nach den unten folgenden Resultaten den Flecken zu Anfang unsrer Beobachtungen zugeschrieben werden müssen, betragen nur 16 und 21 Meilen täglich, erreichen also noch nicht die Schnelligkeit eines gewöhnlichen Windes auf unsrer Erde. *Cassini's* und *Schröter's* Beobachtungen ergeben zwar ungleich schnellere eigne Bewegungen, aber es frägt sich mit welchen Hülfsmitteln sie angestellt und mit welchen Elementen sie reducirt worden? Nur allein die Vernachlässigung der Aberrationsdifferenzen hätte uns eine um 4—5 Sek. verschiedne Periode und statt der Ab- eine Zunahme finden lassen.

Für die dritte Gruppe setze man

ε_0 = Febr. 9. 4h 54′
ε'_0 = Febr. 9. 5 37
R_0 = 9 55′ 26″

Wird mit Zuziehung des oben für die Veränderlichkeit eingeführten Gliedes zuerst jeder Fleck besonders behandelt und aus den Endgleichungen $\Delta' R$ gesucht, so wird dies für den ersten Fleck auf 100 Rotationen = + 0″,322 mit einer Unsicherheit von etwa 1″,1, für den zweiten + 0″,608, Unsicherheit 0″,95. Diese Hypothese scheint sich also hier nicht zu rechtfertigen. Nimmt man hierauf die Rotation zwar constant, doch aber jeden Fleck besonders, so wird für den ersten ΔR = + 0″,665 und für den zweiten + 0″,425, also wieder eine so geringe Verschiedenheit, dafs sie völlig innerhalb der Grenzen fällt, zwischen denen beide Werthe schwanken. Man nehme also für beide Flecke dieselbe, und zwar gleichförmige Rotation, so geben die Endgleichungen

$\Delta\varepsilon$ = — 11″31; Gewicht 7,2029
$\Delta\varepsilon'$ = — 18,87; Gewicht 7,4238
$100\,\Delta R$ = + 53,24; Gewicht 10,4426

Die in dieser Hypothese übrigbleibenden Fehler sind:

Erster Fleck: — 10″,3; — 2,7; + 80,4; + 70,4; — 28,0;
— 11,3; + 10,8; + 9,1; — 116,8; + 10,7; — 9,7;
— 19,1; + 86,3, — 27,3; — 38,3; — 25,8.

Zweiter Fleck: + 18″,7; — 8,2; — 33,6; — 25,5; — 108,0;
+ 15,1; + 10,5; + 79,2; + 31,5; — 77,8; + 64,1;
+ 20,3; + 53,7; + 25,1; — 82,9; + 33,5; + 19,1; — 20,4.

Die Summe der Fehlerquadrate ist 81529, der mittlere Fehler einer Beobachtung also = 55″,99. Bei dem in den Monaten Febr. bis April schon merklich geringern Durchmesser Jupiters hätte ein gröfserer Fehler als in den ersten beiden Gruppen erwartet werden müssen, und wenn nun auch der durch Uebung erlangten gröfsern Sicherheit der Abschätzung einiger günstige Einfluss zugeschrieben werden kann, so würden doch in einer der Natur nicht entsprechenden Hypothese die Fehler in keinem Falle so klein ausgefallen sein. Wenn also nicht beide Flecke, nach dem Verschwinden des Streifens, dieselbe und zwar gleichbleibende eigne Bewegung hatten (was an sich unwahrscheinlich, auch durch Beobachtungen nicht zu ermitteln wäre), so war das was die dritte Reihe der Beobachtungen ergiebt, die constante Rotation des Planeten selbst.

Digitized by Google

Das Resultat ist nun nach dem Obigen:

Rotation.....	$9^h 55' 26''5324$	Unsicherh. $0''1733$
Epoche 1. Fleck 1835 Febr. 9.	$4\ 53\ 48{,}69$	$20{,}87$
2. Fleck.....	$5\ 36\ 41{,}13$	$20{,}56$

Man könnte noch wünschen die Rotationsdauer für die Zwischenzeit kennen zu lernen. Hier findet blofs eine einfache Berechnung Statt, und man findet, dafs der 1. Fleck vom 22sten Jan. bis 9ten Febr. 43 Rotationen, jede in $9^h 55' 24'',4$; der zweite vom 22sten Jan. bis 10ten Febr. 46 Rotationen, jede in $9^h 55' 26'',1$ zurücklegte. Obwohl dies nun mit dem letzten Resultat genau genug übereinstimmt, so schien es uns doch nicht gerathen, jener Zwischenzeit einen direkten Einfluss auf das Endresultat zuzugestehen.

Setzt man mit *Laplace* den siderischen Umlauf Jupiters $= 4332^t,5848212$, so enthält

das Jupitersjahr 10477,7963 Sterntage } Jupiters
oder 10476,7963 Sonnentage }

der Excefs des Sonnentags ist $= 3'',4097$
und die mittlere Dauer desselben $= 9^h 55' 29'',9321$.

Der mittlere Fehler des obigen Resultats wird also erst nach 20 Umläufen des Jupiters eine ganze Rotation betragen, mithin mehr als hinreichende Sicherheit gewähren, um die Beobachtungen in künftigen Oppositionen mit den gegenwärtigen verbinden zu können, was bei keiner der bisher bekannten Rotationsperioden desselben möglich war.

Beer und *Mädler*.

Doppelstern-Messungen.

Alle folgenden Messungen sind bei Tage oder doch in so lichter Dämmerung, dafs die Fäden des Mikrometers ohne künstliche Beleuchtung noch mit voller Deutlichkeit erkannt werden konnten, ausgeführt. Es scheint uns, dafs wenigstens bei unserm Instrument auf diese Weise bessere Bestimmungen erhalten werden, als bei beleuchteten Fäden.

Die Lage des Parallels am Positionskreise ist jedesmal am gemessenen Stern selbst besonders bestimmt worden; und die Einstellung des Positionswinkels geschah so, dafs nach jeder Ablesung das Mikrometer, während der Beobachter den Stern im Auge behält, um einen Quadranten gedreht ward, bis der Faden wieder die Richtung des Sternenpaars anzeigte.

Es ereignet sich häufig, dafs die erste Ablesung weit stärker als alle übrigen vom Mittel abweicht, besonders wenn man einen noch nie oder lange Zeit nicht beobachteten Stern zu messen versucht. In solchen leicht erklärlichen Fällen haben wir uns erlaubt, die erste Ablesung wegzulassen, nie jedoch eine spätere. Wo die einzelnen Ablesungen unter sich zu schlecht übereinstimmten, haben wir es vorgezogen die ganze Reihe zu verwerfen.

Die Distanzen sind auf gewöhnliche Weise, durch Einstellungen rechts und links des Deckungspunktes und Bisection der Sterne ausgeführt worden. Der Werth einer Schraubenwindung ist durch Passagen des Polaris in verschiedenen Jahrszeiten zu $44'',200$ gefunden; vor 1834 ist jedoch der Werth $44'',191$ angewandt worden, den die frühern Bestimmungen ergaben. Da inzwischen das Mikrometer gereinigt und mit neuen Fäden versehen worden ist, so schien es gerathen, des unwesentlichen Unterschiedes ungeachtet, jedes Mittel für sich anzuwenden.

Von beiderlei Messungen möge hier ein Beispiel folgen:

ζ Ursae majoris. 1833 Mai 8.

Position. Mai 8. Nullpunkt im Parallel.	Distanz. Mai 8. Rechts.	Links.
123 29	30,2500	
32 56		29,6460
122 55	30,2820	
32 33		29,6500
123 9	30,2900	
33 26		29,6415
123 21	30,2835	
33 8		29,6435
122 59	30,2840	
		29,6385
		0,3200
123 5,7 A. Seq.		

also von N durch 0 gezählt $= 14'',141 \ldots 5$ Best.
$= 146° 54',3 \ldots 9$ Best.

Zeit.	Stern.	Position.	Zahl der Best.	Distanz.	Zahl der Best.
		° ′		″	
1833 Mai 6	ζ Ursæ maj.	146 52,6	10	14,453	5
8		146 54,3	9	14,141	5
10		146 46,7	8	14,150	5
1834 Mai 6		146 14,3	10	14,422	5
12		146 5,5	10	14,321	4
Juni 7		146 27,3	13	——	
1835 Mrz30		146 11,8	10	——	
Apr. 2		146 19,4	10	——	
1833 Mai 6	α Geminor.	258 14,0	8	——	
7		257 31,1	13	——	
1834 Mai 5		258 30,1	7	4,660	5
12		257 30,0	11	——	
Juni 1		257 4,9	12	——	
Oct. 14		257 32,1	10	4,668	5
Nov. 18		257 4,2	10	4,837	5
1835 März 1		257 13,5	10	——	
Apr. 11		257 42,8	10		
12		257 34,7	10	4,806	5
1833 Mai 9	58 Corvi	120 39,9	7		

Digitized by Google

Zeit.	Stern.	Position.	Zahl der Best.	Distanz.	Zahl der Best.
		° ′ ″		″	
1833 Mai 9	γ Virginis	56 / 236 } 25,0	10		
1834 Mai 5		34 51,0	10		
1834 Mai 12	δ Serpentis	103 12,6	10	22,214	5
24		103 35,7	10	21,959	4
Juni 2		103 15,0	10	—	
1835 April 7		103 12,9	10	21,163	5
1834 Mai 21	ε Lyræ	26 12,0	8		
Juni 2		25 2,2	8		
1834 Mai 21	5 Lyræ	155 19,6	10		
Jun. 2		154 10,9	8		
Juli 21		154 8,7	8		
Aug. 5		154 48,4	10		
1834 Mai 22	ξ Ursæ maj.	185 37,6	10	—	
Juni 1		184 29,5	10	—	
2		183 57,0	10	—	
Oct. 14		177 49,4	10	2,172	3
1835 April 8		176 27,9	10	1,931	5
1834 Mai 22	ω Scorpii (nahe beim Vollmonde.)	26 16,5	10	13,342	5
1834 Mai 24	24 Com. Ber.	271 38,9	10	21,026	5
1834 Mai 24	γ Leonis	103 58,6	10	2,992	5
Juni 2		105 46,8	12		
1834 Juni 1	83 Leonis	150 4,8	7		
2		150 1,7	6		
1834 Juni 2	α Herculis	120 25,8	7		
7		120 0,7	7		
1835 Apr. 24		119 48,0	10	4,796	5
1834 Juli 1	ζ Bootis	138 / 318 } 42,5	10		
1834 Juli 1	δ Serpentis	195 14,1	10		
2		196 22,5	10		
1835 April 2		201 26,6	10		
4		200 47,6	5		
6		201 24,8	10		
1834 Juli 1	ζ Coronæ	301 30,8	7		
1835 Apr. 16		300 51,6	7		
19		300 29,0	10		
1834 Juli 2	ζ Aquarii	356 47,0	10		
1835 April 8	γ Delphini*)	272 32,0	4		
1834 Juli 20	95 Herculis	260 49	10	6,250	5
	ζ Libræ (triplex cum duplice.)	A & B			
1834 Juli 1		194 22,8	5		
2	D. E	197 2,1	10		
18		192 16,4	10		
	B. A. C	A / B } & C			
1834 Juli 2		77 21,3	10		
18		77 29,9	8		

*) In Nr. 240 der A. N. ist die Position dieses Doppelsterns für 1830,89 zu 263°,76 angegeben, was aber 273°,76 heifsen mufs.

Zeit.	Stern.	Position.	Zahl der Best.	Distanz.
		° ′		
		A / B } & D		
1834 Juli 2	ζ Libræ	168 53,2	6	4'40" geschätzt.
18		168 54,4	4	
		D & E		
1834 Jul. 2		101 4,0	4	
18		101 9,5	4	
1835 Apr. 19	95 Herculis	261 1,5	8	
1835 Apr. 24	ζ Cancri A & B	78 49,6	10	
24	A / B } & C	149 45,6	10	
1834 Juni 11	ε Leonis *)	93 14,9	6	
1835 Apr. 24		94 11,3	3	

*) Diesen Stern früher immer einfach gesehen und nur mit grofser Schwierigkeit an diesen beiden Tagen als doppelt erkannt.

Ohne diesen Messungen, die schon des schwächern Instruments wegen den *Struve*schen und *Bessel*schen Bestimmungen an Werth nachstehen müssen, ein grofses Gewicht beilegen oder gar schon Elemente daraus herleiten zu wollen, können wir doch nicht umhin, rücksichtlich α Geminorum und ζ Ursæ majoris einige Bemerkungen hinzuzufügen. Nach den Elementen, die *Herschel* der Sohn für den erstern, und *Savary* für den zweiten Doppelstern gegeben haben, und wonach die Umlaufszeiten resp. 252,66 und 58,26 Jahre sind, müfsten beide Begleiter jetzt eine Position gegen ihre Hauptsterne haben, die weder mit unsern noch mit denen der oben genannten Beobachter vereinbar ist. Für Castor fordert die berechnete Bahn gegenwärtig etwa 255°, es ist aber unmöglich mit unserm Fernrohr so zu messen, schon 256° scheint bei ganz günstiger Luft der Richtigkeit zu widersprechen. Vielleicht hätte auch *Herschel* bereits ein ganz andres Resultat erhalten, wenn er die Reduktion der Positionswinkel auf ein bestimmtes Aequinoctium, die bei dem seit 1719 beobachteten Castor schon 38′ beträgt, nicht vernachlässigt, und der ersten *Pound*schen Beobachtung ein geringeres Gewicht als den spätern, mit weit vollkommneren Hülfsmitteln angestellten, beigelegt hätte. Die Umlaufszeit dürfte vielleicht um 60 Jahre vermehrt werden müssen, und die für 1856 berechnete kleinste Distanz von 0″,66 merklich später, und nicht in so grofser Nähe eintreffen. Ein Mehreres dürfte für jetzt zu gewagt sein.

Für den schwierigen Doppelstern ξ Ursæ majoris hat *Savary* folgende Elemente gegeben:

Digitized by Google

$a = 3''857$
$e = 0{,}4164\,a$
$\Omega = 95°22'$
$i = 59\ 40$
$P = 304\ 58$
$t = 1817{,}25$
$T = 58{,}2625$ Jahre.
Bewegung rückläufig.

Reducirt man die beobachteten Positionswinkel φ auf das Aequinoctium von 1830 durch die Näherungsformel

$$\frac{d\varphi}{dt} = 20'',06\,\frac{\sin\alpha}{\cos\delta}$$

so ergiebt die Vergleichung mit den Elementen

Zeit.	Position berechnet.	Position beobachtet.	Diff.	Beobachter.
	° ′	° ′		
1781,97	143 57	143 43	−0 14	*Herschel der Vater.*
1802,09	97 25	97 29	+0 4	——— ———
1804,08	93 4	92 36	−0 26	——— ———
1819,10	285 3	284 32	−0 31	*Struve.*
1820,13	277 12	276 20	−0 52	———
1821,13	270 37	268 47	−1 50	———
1822,08	264 46	262 38	−2 8	*Struve.*
1823,29	257 32	258 26	+0 54	*Herschel d. Sohn u. South.*
1825,22	245 34	244 32	−1 2	*Herschel d. Sohn u. South.*
1826,20	239 6	238 45	−0 21	*Struve.*
1826,20	239 6	238 17	−0 49	*South.*
1827,27	231 38	228 17	−3 21	*Struve.*
1827,42	230 29	230 28	−0 1	*South.*
1829,35	215 38	213 35	−2 3	*Struve.*
1831,08	201 29	201 32	+0 3	*Bessel.*
1831,45	198 28	203 49	+5 21	*Struve.*
1832,41	190 42	195 56	+5 14	———
1834,39	175 42	184 41	+8 59	*Beer u. Mädler.*
1834,78	172 54	177 49	+4 54	——— ———
1835,27	169 34	176 28	+6 54	——— ———

Auch hier scheint eine Vergrößerung der Umlaufszeit um wenigstens 3′—4 Jahre nothwendig, über die Veränderung der andern Elemente läßt sich, besonders der schlimmen Lücke 1804—1819 wegen, für jetzt noch nichts Wahrscheinliches angeben.

Beer und *Mädler.*

Opposition des Mars 1834.

Das meist ungünstige Wetter und mehr noch die schon bedeutende Entfernung des Mars in der diesmaligen Opposition hat unsre Bemühungen, seine Flecke zur Rotationsbestimmung zu beobachten, größtentheils vereitelt. Nur Eine Beobachtung des Flecks *f* gelang so weit, daß in Verbindung mit October 1830 die Gleichung

$$0 = 6°21',3\,\Delta R + 22°51',3$$

wo $R = 24^h\,37'\,24''$ gesetzt ist, daraus hergeleitet werden konnte. Die hierdurch erhaltene Umlaufszeit des Mars ist $= 24^h\,37'\,20'',4$.

Bei der nächsten in den Februar 1837 fallenden Opposition ist Mars Entfernung von der Erde $= 0{,}67$ und ähnlich bei den beiden folgenden; es ist nicht wahrscheinlich, daß wir mit unserm Instrument vor 1843 die Marsflecken werden beobachten können, was jedoch mit stärkern Ferngläsern wohl möglich sein möchte. Da sich nun die Constanz der Flecke von 1830 sowohl 1832 als auch jetzt, so weit sie erkannt werden konnten, bewährt hat, also aller Grund vorhanden ist sie für wahre Oberflächentheile zu halten und ihre Wiedererscheinung 1837 zu erwarten, so schien es uns angemessen eine Ephemeride des Flecks *a* (s. unsre Zeichnung in Nr. 191 der A. N.) für die nächste Opposition zu geben, wonach dann leicht auch die übrigen voraus bestimmt werden können. Dieser Fleck nebst einigen andern in unsrer Zeichnung vorkommenden ist auch schon im November 1821 von *Kunowsky* gesehen und gezeichnet worden (Berliner Jahrbuch 1825).

Mittlere Berliner Zeit des Durchgangs des Flecks a durch die Mitte des sichtbaren Theils der Marsscheibe.

Gültig für die Beobachtungsmomente.

	h ′		h ′		h ′
1836 Dec. 30.	0 12,3	Jan. 15.	10 7,4	Jan. 31	19 47,6
31.	0 49,8	16.	10 44,1	Febr. 1.	20 23,3
1837 Jan. 1.	1 27,4	17.	11 20,7	2	20 59,0
2.	2 4,9	18.	11 57,3	3.	21 34,8
3.	2 42,4	19.	12 33,8	4.	22 10,5
4.	3 19,8	20.	13 10 2	5.	22 46,2
5.	3 57,1	21.	13 46,6	6.	23 21,9
6.	4 34,4	22.	14 23,0	7	23 57,6
7.	5 11,7	23.	14 59,2	9.	0 43,2
8.	5 48,9	24.	15 35,4	10.	1 9,0
9.	6 26,0	25.	16 11,5	11.	1 44,8
10.	7 3,0	26.	16 47,7	12.	2 20,6
11.	7 40,0	27.	17 23,8	13.	2 56,3
12.	8 17,0	28.	17 59,8	14.	3 32,1
13.	8 53,9	29.	18 35,7	15.	4 7,8
14.	9 30,7	30.	19 11,6	16.	4 43,5

Die größte Erdnähe findet 1837 Febr. 5; die Opposition Febr. 6 Statt, die Ephemeride wird daher jedenfalls hinreichen, den Fleck zu finden, wenn es überhaupt gelingen sollte. Sie ist mit der obigen Rotation, von den Beobachtungen des 19ten und 20sten Octobers 1830 ausgehend, berechnet. Von 1830 Oct. 19. $8^h\,13'$ bis 1836 Dec. 30. $0^h\,12'$ sind 2205,4 Rotationen abgelaufen, und eine Sekunde Fehler in der obigen Bestimmung wird also die Erscheinung des Flecks *a* für 1836 Dec. 30 um 36′,7 und für 1837 Febr. 12 um 37′,5 verspäten.

Beer und *Mädler.*

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Geheimenraths *Bessel* an den Herausgeber.

Königsberg 1835. Mai 3.

Herrn *v. Boguslawski's* Komet ist hier am 1sten und 2ten beobachtet worden; allein die letzte Beobachtung habe ich noch nicht reducirt. Die erste ist

Mai 1. $9^h\,58'\,37''$. $165°\,59'\,22''$. $-5°\,34'\,18''$.

Sie ist mit dem Heliometer gemacht, und, wenn der nach meinen Zonen angenommene Ort des verglichenen Sterns ($165°\,29'\,32'',5$ und $-5°\,47'\,48'',8$) genau ist, ohne Zweifel sehr genau. An demselben Tage hat auch *Wilhelm Bessel* (mein Sohn) den Kometen beobachtet:

Mai 1. $10^h\,45'\,37''$ $165°\,57'\,31''$ $-5°\,32'\,19''$;

jedoch war das von ihm angewandte Hülfsmittel so viel schlechter, als das von mir benutzte, dafs ich der Beobachtung nicht erwähnen würde, wenn sie nicht hätte früher reducirt werden können als die meinige, wodurch sie die Grundlage einer vorläufigen Bestimmung der Bahn des Kometen geworden ist. Diese Bestimmung hat *Wilhelm B.* auf die Beobachtungen des Herrn *v. Boguslawski* vom 20sten und 24sten April und die eben angeführte eigene gegründet. Die beiden Beobb. des Entdeckers des Kometen habe ich, nach den Angaben des Instruments, welche er mir mitzutheilen die Güte gehabt hat, folgendermafsen reducirt:

April 20.	12°	39′	18″	M.Z.Breslau.	179°32′ 46″5	−12° 7′	9″0
24.	12	10	0		173 55 16,1	− 9 31	9,7

vermuthe aber, dafs Herr *v. Boguslawski* selbst eine andere Reduction machen wird, indem er sich noch vorbehalten hat, seine Beobachtungen von dem Einflusse der Strahlenbrechung und von den Correctionen des Instruments zu befreien. Die auf diese 3 Beobachtungen gegründeten Elemente sind:

Durchgangszeit durch das Perihel 1835 März 24,3318 Pariser Meridian.

Länge des aufsteigenden Knotens.....	58°	34′	0″
Neigung der Bahn.....	170	55	19
Entfernung des Perihels vom aufst. Knoten	209	10	7
Log. der kleinsten Entfern. von der Sonne	0,307345		

Sie stellen die Beobachtungen so dar:

	Länge.	Breite.
April 20.	0″	+2″
24.	−16	0
Mai. 1.	− 1	0

und scheinen daher schon die zur vorläufigen Bestimmung der Bahn hinreichende Annäherung zu besitzen.

Bessel.

Schreiben Sr. Excellenz des würklichen Herrn Staatsrath *v. Struve* an den Herausgeber.

Dorpat 1835. April ⅓.

Den *Halley*schen Cometen habe ich am Ende März an zwei Abenden mit dem grofsen Refractor ohne Erfolg gesucht. Indefs ist es möglich, dafs die Luft nicht ganz durchsichtig war, und ich bin nicht im Stande mit Gewifsheit zu behaupten, dafs er damals für die Kraft dieses Fernrohrs unerreichbar war. Die Witterung ist diesen Winter über so ungünstig gewesen, als nur möglich, und ich habe früher und später keinen Abend gehabt der einen Erfolg für die Aufsuchung des Cometen versprach.

Der Doppelstern γ Virginis ist jetzt so nahe zusammengerückt, dafs nur ein Fernrohr von bedeutender optischer Kraft und Präcision die einzelnen Sterne zeigt. Zugleich ist jetzt die Aenderung der gegenseitigen Stellung eine sehr rasche. Folgendes zeigt was über diesen Stern mit dem grofsen Refractor seit 1825 hier gemessen ist:

Epoche.	Entfernung.	Richtungswinkel.	Zahl der Beob.-Tage.
	″	°	
1825,32	2,373	277,92	6
1828,38	2,070	271,50	1
1829,39	1,782	268,28	5
1831,36	1,492	260,92	5
1832,52	1,262	253,50	4
1833,37	1,056	245,53	7
1834,38	0,912	231,66	5
1834,84	0,55	213,6	1
1835,31	0,64	200,0	1

Es verdient bemerkt zu werden, dafs zwischen diesen Sternen ein Lichtwechsel der Art statt findet, dafs bald der eine, bald der andere entschieden heller ist. Ich werde dieses Sternenpaar jetzt so oft beobachten als der Zustand der Luft es erlaubt.

Die Micrometermessungen der Doppelsterne des im J. 1827 herausgegebenen Catalogs kann ich jetzt als geschlossen ansehen, nachdem ihre Zahl auf 10000 Messungen gestiegen ist, wenn ich jede Beobachtungsreihe eines Sterns an einem Abend als eine einzige Messung ansehe. Ich bin jetzt mit der Herausgabe dieser Arbeit beschäftigt, deren Druck von der Akademie zu St. Petersburg bestritten wird. Sie wird gegen 100 Bogen in Folio einnehmen. Am 8ten Bogen wird jetzt gesetzt. Von dem von Herrn Prof. *Weisse* in Cracau berechneten Catalog der Sterne nach *Bessels* Zonenbeobachtungen, reducirt auf 1830, ist die erste Stunde fertig. Sie umfafst 1088 Sterne. Auch dieses Werk wird auf Kosten der Akademie herausgegeben.

W. v. Struve.

Ueber die Rotation des Jupiters. p. 257. — Doppelstern-Messungen. p. 265. — Opposition des Mars 1834. p. 269. Von den Herren *Beer* und *Mädler*. — Schreiben des Herrn Geheimenraths *Bessel* an den Herausgeber. p. 271. — Schreiben Sr. Excellenz des würklichen Herrn Staatsraths *v. Struve* an den Herausgeber. p. 271.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 281.

Schreiben von Sir *John Herschel* Ritter des Bath-Ordens an den Herausgeber.

Feldhausen near Wynberg. Cape of Good Hope. Febr. 24, 1835.

We landed in Table Bay on the 16th January 1834, and the Instruments and apparatus of every kind being disembarked (happily quite uninjured) I proceeded with as little loſs of time as possible to seek a proper site for their erection and for the future residence of myself and family. In this I was fortunate enough to succeed beyond my most sanguine hopes. The locality selected (from whence I now addreſs you) is on the extreme edge of the Eastern declivity of the Table Mountain, which rises behind it in a long series of mural precipices, and slopes gently towards the extensive flat sandy tract which in effect almost insulates the Cape Promontory from the main Continent of Africa, and extends nearly North and South between Table Bay and False Bay. — The whole of this Side of that magnificent mountain is clothed with rich verdure and forests of Oak, Pine, etc., interspersed with vineyards and Country Houses. These woods, while they render the scenery of the place in the highest degree beautiful and romantic, afford the advantage (inestimable for astronomical pursuits) of a complete shelter from the violence of those formidable Gales for which the Cape is proverbial. So complete is this shelter (especially from the South East winds, which prevail during the Summer) that I have never had reason to complain of them as an inconvenience, or as offering any obstruction to my sweeps, though conducted entirely in the open air. The climate too of this Side of the Mountain is in every respect preferable to that of Cape Town itself.

Having made my arrangements so as to allow me to commence erecting the Instruments (the 20-feet Reflector, and 7 feet Equatorial Achromatic) while the House was preparing for our reception, the Reflector was already on the 22d February in a condition for viewing miscellaneous objects. In the interval between that time and the 5th of March, when the regular series of my sweeps commenced you may easily suppose that it was not suffered to remain idle. I had already, by the aid of a small and very portable Reflector of 5 feet focal length and furnished with an object mirror of 9 inches diameter, on the Newtonian Construction (the same formerly employed by my Aunt as a Comet-Seeker, and which immediately on our arrival I erected in the Garden of our temporary residence) become familiar with most of the greater objects of the Southern Circumpolar region, so rich in wonders, — such as the two Magellanic Clouds, the great Nebula about η Argus, — the great Clusters ω Centauri, 47 Toucani, etc., but the superior power of the 20-feet Reflector, when brought to bear on these and similar objects, presented them in an aspect infinitely more imposing, and I may truly say that I felt repaid, by the views thus obtained of these most astonishing phaenomena, for all the trouble and inconveniences of our voyage hither. They are really magnificent, and such as no description can do justice to. — I did not however suffer this interval to elapse in mere desultory views, but employed it in making careful drawings of the two most remarkable (η Argus and 30 Doradus) as well as in mapping down the stars in and near them so as to be prepared to notice with certainty any change in the disposition of the nebulous matter which may by possibility occur to an appreciable extent during my stay, or by future observus.

Owing to the necessity of erecting a building to sustain the revolving roof, and a pier for the axis of the 7 feet Equatorial, that instrument could not be brought into a state fit for observing before the 2d May, when I commenced a series of Micrometrical measures of the positions and distances of Southern Double Stars, and a Review (Musterung) of all the stars down to the 7th magnitude which occur in this Hemisphere down to the 105th degree of North Polar Distance, at which M. *Struve's* review of the Northern Double Stars terminates. For the detection of Double Stars below the 7th magnitude, the powers of the reflector are required.

I consider myself extremely fortunate in having thus, within six Months, from the day of our embarkation at Portsmouth, been able to enter satisfactorily upon the series of observations, which formed the object of my voyage.

Digitized by Google

Just one year has elapsed from the commencement of my sweeps to the day (March 5) on which I now resume this letter. It will give some idea of the clearnefs of our South African Sky when I state that in that interval I have registered 127 sweeps, and when it is recollected that owing to the invisibility of nebulæ by Moonlight, the interval between the 7th and 18th days of the Moon's age is not available for the purpose of sweeping. In these sweeps of course a considerable catalogue both of Nebulæ and Double Stars has been collected, some of more, some of lefs interest. — Among the former the most curious no doubt are the Planetary, and annular Nebulæ both by reason of their rarity, and their singular and problematic constitution. The following list will serve to shew that besides the greater and more conspicuous objects before alluded to, the southern sky possesses, among the minuter and more microscopic objects, abundant matter of interest and speculation

RA. 1830	N.P.D.	Places only by an approximate reduction.
9h 6m	131°45′	A perfectly round, uniform faint disc 10″ diameter.
9 17	147 35	A perfectly sharp, well defined, uniform disc, 10″ or 12″ in diameter.
10 0	129 37	A very brilliant large uniform elliptic disc, 30″ diam. sharply terminated, and having in, or on it but excentrically placed, a star 9m.
10 18	168 0	A pretty well defined disc, of 30 or 40″ diameter a little hary at the borders, with somewhat of comparative darknefs like a division near the middle and rather elliptic.
11 42	146 14	A beautiful round planetary nebula, as sharply terminated as a planet, of a perfectly uniform light and of a fine blue colour inclining to green. NB. This is the only insulated object of a decided blue colour I have ever observed in the heavens.
15 5	135 1	A sharply defined, exactly round, uniform pretty bright Planetary disc. My assistant compared it, for neatnefs of termination and rouudnefs „to the full moon — only smaller."
17 11	128 18	An extremely faint and delicate Annulus of uniform light among a crowd of stars in the milky way.

Among the remarkable Double Stars of the Southern Circumpolar regions I may enumerate

γ Lupi	— Clafs I. Magnitudes (4) (4) vicinissimæ
β Hydræ and Crat.	I. (5) (5.6)
22 Piscis Australis	I. (5) (8)
θ Indi	I. (5) (10)
a Chameleontis	I. (5.6) (6) pervicinæ
λ Octantis	I. (5.6) (9)
R.A. 11h 0m N.P.D. 131°42′	I. (5.6) (9) vicinissimæ
R.A. 4h 12m N.P.D. 152° 39′	II. (5.6) (11)
γ Coronæ Australis	I. (6) (6)
R.A (20h 37m) N.P.D.153°2′(*)	I. (6) (6) pervicinæ
R.A. 17 14 N.P.D.135 4	I. (6) (7)
10 Hydræ	II. (6) (7)
ξ Apparatus. Chem.	II. (6) (7.8)
R.A. 11 33 N.P.D.122 37	I. (6) (8)
— 8 24 — 137 21	I. (6) (10)
— 22 42 — 126 49	I. (6) (13)
— 9 27 — 138 14	I. (6.7) (7) pervic.
π Horologii	I. (6) (10)
x Toucani	I. (6.7) (9)
R.A. 17h 24m N.P.D.122°29′	I. (6.7) (13)
— 11 8 — 135 56	I. (7) (7)
— 0 56 — 131 32	I. (7) (8) vicinissimæ
— 14 45 — 137 11	I. (7) (8)
— 11 57 — 122 0	I. (7) (9)
— 20 2 — 124 36	I. (7) (10)
— 7 39 — 163 51	I. (8) (8) vicinissimæ

Among these Double Stars I may observe that the Star R.A. 20h 37m N.P.D. 153°2′ agrees in place with one of Mr. *Rümkers* list p. 16 of his „Preliminary Catalogue" but differs remarkably from it in description, its present distance being at the utmost 1½″ while Mr. *R.* makes the difference in R.A. = 15″ which corresponds to about 6″,8 of angular distance in the parallel. If this be correct the stars have approached, since at present they are difficultly separated with a power of 320, and require a diminished aperture to distinguish the division between them steadily enough for measurement.

I have looked very narrowly on the evenings, of the 29th Jan. and the 18th Febr. in and all around the places of *Halley's* Comet in Mr. *Rümker's* Ephemeris (which reached me on the first named of those days) with a mirror newly polished and in high order, and with every favorable circumstance of clear sky and darknefs — but without percieving it.

J. F. W. Herschel.

P.S. During the whole continuance of total obscuration of the Moon by the Earth's Shadow, or rather of total immersion in the Eclipse of Dec. 26. 1833 which I observed in Lat. 26° 30. S. Long. 22° 0′ W. the Moon continued conspicuously visible to the naked aye and of a swarthy copper colour, which, at the going off of the eclipse changed to a pale bluish green at the edges. The cause of this phænomenon (which was extremely remarkable) I concieve to be the accidental absence of clouds over a large portion of that annulus of the Earths atmosphere grazed by the suns rays at the time.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Professors *Rosenberger*, Directors der Sternwarte in Halle, an den Herausgeber.

Halle 1835. Mai 13.

Ich übersende Ihnen eine doppelte Ephemeride für den *Halley*schen Kometen, welche vielleicht dazu beitragen dürfte seine frühzeitige Auffindung zu erleichtern. Sollten Sie für die Astr. Nachr. davon Gebrauch zu machen für passend halten, so würde ich mir noch erlauben Sie zu ersuchen nach Ihrem Dafürhalten selbst zu bestimmen, wieviel von dem Anfange dieser Ephemeride ohne allen Schaden fortzulassen wäre. Denn im Anfange des Juli ist wohl gewifs noch nicht die geringste Aussicht vorhanden den Kometen zu sehen. Dagegen scheint es mir schon eher der Ueberlegung werth zu sein, ob nicht die besten optischen Hülfsmittel in den Händen unserer ausgezeichnetsten Beobachter um die Zeit des 25sten Julius, bei dem eintretenden Neumonde, zur Entdeckung des Kometen führen könnten. Ich bemerke dazu nur noch, dafs am 4ten Juni 1759, da *Messier* den Kometen aus dem Gesichte verlor, $\log r = 0{,}2260$ und $\log \rho = 0.1618$ war. Den Theil der Ephemeride von Sept. 13 bis Oct. 15 habe ich hinzugefügt, lediglich um eine Ansicht davon zu geben, welchen Einflufs die Aenderung der Zeit des Periheliums auf die Erscheinung des Kometen um die Zeit seiner schönsten Sichtbarkeit ausüben mufs.

A. Rosenberger.

Ephemeride für den *Halley*schen Kometen.

Elemente: $\log a = 1.25492$ $e = 0{,}967386$ $i = 162°\,16',59$ $n = 55°\,11',36$ $\varpi = 110°\,40',37$.

Perihel 1835. Novbr. 3,0 mittl. Berl. Zeit.

M. B. Z.	α	δ	Aufgg.		
Jul. 3,5	74°23′	+20°41′			
7,5	75 10	20 56			
11,5	75 58	21 12	13h42′		
15,5	76 46	21 28			
19,5	77 35	21 45			
23,5	78 25	22 3			
27,5	79 15	22 22	12 43		
31,5	80 6	22 42			
Aug. 4,5	80 59	23 3			
8,5	81 52	23 26			
12,5	82 47	23 52	11 44		
16,5	83 44	24 20			
20,5	84 44	24 52			
24,5	85 48	25 29			
28,5	86 58	26 13	10 43		
30,5	87 35	26 37			
Sept. 1,5	88 15	27 5			
3,5	88 57	27 35			
5,5	89 44	28 9			
7,5	90 35	28 47			
9,5	91 33	29 30			
11,5	92 37	30 20			
13,5	93 51	31 16	9 25		
			$\log r$	$\log \rho$	
Sept. 13,0	93 32	31 2	0.0737	9.9510	
17,0	96 40	33 22	0.0504	9.8718	
21,0	101 31	36 44	0.0258	9.7758	
25,0	110 19	41 48	9.9999	9.6578	
29,0	130 2	48 51	9.9726	9.5175	
Oct. 3,0	175 32	49 46	9.9442	9.3985	
7,0	217 25	29 48	9.9148	9.4270	
11,0	234 34	11 28	9.8849	9.5662	
15,0	241 56	+ 1 22	9.8553	9.7086	
Jul. 3,0			0.3485	0.4921	
11,0			0.3269	0.4655	
19,0			0.3037	0.4344	
27,0			0.2788	0.3980	
Aug. 4,0			0.2519	0.3552	
12,0			0.2226	0.3045	
20,0			0.1907	0.2437	
28,0			0.1555	0.1691	
Sept. 5,0			0.1168	0.0751	
13,0			0.0737	9.9510	

Perihel 1835. Novbr. 13,0 mittl. Berl. Zeit.

M. B. Z.	α	δ	Aufgg.		
Jul. 3,5	75°25′	+20°19′			
7,5	76 11	20 32			
11,5	76 57	20 46	13h50′		
15,5	77 44	21 1			
19,5	78 31	21 15			
23,5	79 19	21 31			
27,5	80 7	21 46	12 51		
31,5	80 55	22 3			
Aug. 4,5	81 44	22 21			
8,5	82 34	22 39			
12,5	83 23	23 0	11 53		
16,5	84 14	23 22			
20,5	85 5	23 47			
24,5	85 58	24 15			
28,5	86 52	24 47	10 54		
30,5	87 20	25 5			
Sept. 1,5	87 49	25 24			
3,5	88 19	25 46			
5,5	88 50	26 9			
7,5	89 22	26 35			
9,5	89 57	27 4			
11,5	90 33	27 36			
13,5	91 13	28 13	9 45		
			$\log r$	$\log \rho$	
Sept. 13,0	91 3	28 3	0.1268	0.0399	
17,0	92 32	29 30	0.1064	9.9772	
21,0	94 26	31 28	0.0849	9.9082	
25,0	97 8	34 17	0.0622	9.8138	
29,0	101 34	38 39	0.0382	9.7029	
Oct. 3,0	110 49	45 59	0.0130	9.5618	
7,0	139 7	57 33	9.9864	9.3923	
11,0	210 11	50 12	9.9586	9.2993	
15,0	240 36	21 25	9.9296	9.4232	
Jul. 3,0			0.3736	0.5118	
11,0			0.3537	0.4873	
19,0			0.3325	0.4587	
27,0			0.3097	0.4264	
Aug. 4,0			0.2852	0.3865	
12,0			0.2588	0.3408	
20,0			0.2302	0.2868	
28,0			0.1989	0.2217	
Sept. 5,0			0.1647	0.1417	
13,0			0.1268	0.0399	

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Dr. *Lamont*, Directors der Bogenhausener Sternwarte, an den Herausgeber.

Bogenhausen 1835, Mai 2.

Ich habe das Vergnügen Ihnen nun die Nachricht mitzutheilen, dafs der König die schleunige Erbauung eines Gebäudes für den grofsen Refraktor angeordnet hat. Dasselbe wird neben der Sternwarte, südöstlich, zu stehen kommen, und eine besondere Einrichtung erhalten, die übrigens so einfach ist, dafs sich mit wenigen Worten ein allgemeiner Begriff davon geben läfst. Der Grundrifs bildet ein Parallelogramm, 60^{p} lang und 24^{p} breit, der Länge nach von Osten nach Westen gestellt. Das Gebäude wird in drei Theile abgetheilt; das Mittelthеil und zwei Nebentheile. In dem Mittelthеil steht das Instrument auf isolirtem Fundamente. Ueber demselben ist ein bewegliches Dach, welches auf einer Eisenbahn sowohl über den östlichen als westlichen Nebentheil (die beide mit flachen Dächern versehen sind) so weit hinausgeschoben werden kann, dafs jedesmal für das Instrument die Aussicht auf etwas mehr als die Hälfte des Himmels frei wird. Gegen die Erschütterungen einer bewegten Luft wird das Fernrohr durch eine besondere Vorrichtung geschützt. Das Dach läfst sich, wenn es über dem Mittelthеile steht, etwas senken, und schliefst sich dann genau an die Mauer an, so dafs es bei schlechtem Wetter vollkommenen Schutz für das Instrument gewährt, und das Eindringen des Regens oder Schnees verhindert.

Die Einfachheit dieser Einrichtung gestattet, das Gebäude mit geringem Kostenaufwande herzustellen, und gewährt den Vortheil, dafs das Instrument beim Gebrauche in freier Luft steht, daher nie die Verschiedenheit einer innern und äufsern Temperatur dem Beobachter hinderlich werden kann.

Die Aufstellung grofser Fernröhre läfst in Beziehung auf Bequemlichkeit und Leichtigkeit des Gebrauches noch Manches zu wünschen übrig. Unvortheilhaft insbesondere ist es, dafs man zum Einstellen und Ablesen des Declinations- und Stundenkreises einen Gehülfen haben mufs. Ich werde bei unserm Refraktor an das Okularende eine Vorrichtung anbringen, wodurch der Beobachter, ohne sich vom Oculare zu entfernen, das Einstellen besorgen und mit einer für die meisten Fälle ausreichenden Genauigkeit Stundenwinkel und Declination ablesen kann. Wie dieses geschehen könne wird folgende Betrachtung deutlich machen. Das Stativ des Refraktors steht senkrecht, mit demselben ist die Stundenachse und mit dieser die Deklinationsachse verbunden. Hat man nun einen kleinen Apparat, aus ganz analogen Theilen bestehend, ausgeführt, und verbindet die Deklinationsachse mit dem Ocularende des Refraktors so dafs sie der eigentlichen Deklinationsachse parallel sey, giebt man dann dem Theile, welches dem Stativ entspricht, vermittelst zwei Libellen eine senkrechte Stellung, so werden die Angaben der Kreise dieselben seyn, wie beim eigentlichen Deklinations- und Stundenkreise.

Ich habe das neue Objektiv von 10¼ Pariser Zoll, das ich vom optischen Institute erhalten, an mehreren Tagen bei günstiger Luft versucht. Das Glas ist nicht ganz frei von Blasen, dessenungeachtet zeigt sich die Wirkung noch besser als bei dem Objective unsers Refraktors, obwohl der Unterschied nicht bedeutend ist. Eine nähere Prüfung hat erwiesen, dafs der Unterschied von den Randstrahlen herrührt, die beim neuen Objektiv mehr zur Helligkeit des Bildes beitragen als bei dem unsrigen. Uebrigens erhält man bei beiden, wenn die Mitte zugedeckt und nur $\frac{1}{3}$ der Oberfläche am Rande offengelassen wird, kein begrenztes Bild mehr.

Ich mufs hier noch einer Vorrichtung erwähnen, die ich anwende um zu untersuchen ob beim Fernrohre unsers Meridiankreises eine Seitenbiegung statt finde, d. h. ob das Fernrohr einen Kreis am Himmel beschreibe. Ich befestige nehmlich vor dem Objective des Fernrohrs einen ovalen Planspiegel unter einem Winkel von 45°. Die senkrechte Projektion des Spiegels bildet einen Kreis auf dem Objektive und bedeckt nur den mittleren Theil desselben (nicht ganz die Hälfte) während der äufsere Theil frei bleibt. Ich kann nun die Sterne sowohl direkt als auch durch Reflexion im Spiegel beobachten, die Lage des Fernrohrs ist aber in beiden Fällen um 90° verschieden.

Die Saturnsbedeckung vom 12ten April und die darauf bezüglichen Beobachtungen habe ich noch nicht reducirt: sie werden aber nächstens folgen. Zugleich werde ich Ihnen einen neuen Band von *Soldners* Beobachtungen (1822) zu übersenden die Ehre haben. Mehrere Astronomen haben über *Soldners* Beobachtungen ein sehr ungünstiges Urtheil ausgesprochen. Ich habe dessen ungeachtet kein Bedenken getragen, die Herausgabe derselben zu übernehmen, und hoffe Resultate daraus abzuleiten, die wenigstens von vielen Astronomen als nützlich anerkannt werden mögen.

Lamont.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Hofraths *Nicolai*, Directors der Mannheimer Sternwarte, an den Herausgeber.

Mannheim 1835. Mai 9.

Noch am Abend des nämlichen Tages, an welchem ich Ihr Cometencircular und zugleich ein besonderes Schreiben des Herrn *v. Boguslawsky* erhielt, hatte ich das Vergnügen, den von Letzterm entdeckten Cometen aufzufinden und am Kreismikrometer zu beobachten, obgleich bei der grofsen Lichtschwäche des Cometen der Mondschein bereits sehr hinderlich war. Auch am folgenden Abend gelang mir, bei noch gröfserer Mattigkeit des Cometenlichtes, doch noch eine Beobachtung; aber nunmehr mufs ich warten, bis der Mondschein gänzlich entfernt ist. Diese beiden ersten Beobachtungen sind folgende:

	M. Z. in Mannheim.	AR.	Decl.
1835 May 2.	$10^h 25' 18''$	$164°58' 1''$	$-5° 2' 14''$
— 3.	10 13 46	164 3 17	−4 33 29

Um nur oberflächlich das Verhalten des Cometen kennen zu lernen, habe ich dieser Tage aus der ersten Breslauer Beobachtung vom 20sten April, der Ihrigen vom 26sten April und der meinigen vom 2ten May ganz rohe parabolische Elemente berechnet, und folgendes Resultat erhalten:

Zeit des Perihels 1835 März 24,9665 M. Z. in Berlin.

$\log q = 0{,}307804$
$\varpi = 209°4' 59''$
$\Omega = 58\ 8\ 27$
$i = 9\ 9\ 12$

Bewegung rückläufig.

Die mittlere Beobachtung wird dadurch bis auf 42″ in Länge und 9″ in Breite dargestellt. Aus diesen Elementen ergeben sich folgende Ausdrücke für die Coordinaten in Bezug auf den Aequator:

$$x = \frac{a \sin(v + 241°14'50'')}{\cos\frac{1}{2}v^2}, \quad \log a = 0{,}303803$$

$$y = \frac{b \sin(v + 333°51'3'')}{\cos\frac{1}{2}v^2}, \quad \log b = 0{,}284953$$

$$z = \frac{c \sin(v + 309°22'25'')}{\cos\frac{1}{2}v^2}, \quad \log c = 9{,}843996$$

Entfernen sich obige Elemente nicht gar zu sehr von der Wahrheit, so folgt daraus, dafs man den Cometen schon früher bei gröfserer Lichtstärke hätte entdecken und seine Opposition beobachten können, wie auch, dafs er, da jetzt seine Entfernung von Sonne und Erde immer zunimmt, nicht lange mehr sichtbar seyn wird.

B. Nicolai.

Elemente des 2ten Cometen von 1826 von Herrn *Clüver* in Bremen berechnet.

Bremen 1835. Mai 1.

T. P.....1826 April 29,06666 M. Z. zu Altona
P..... 35°48′ 12″8 } vom scheinb. Aeq. April 1
Ω..... 40 29 13,0 }
i..... 5 17 2,0
log q... 9.2744275
mot. retrogr.

Theils wegen der nicht sonderlich gerathenen Beobachtungen dieses Cometen, und weil auch noch die Fehler in den geocentrischen Oertern, heliocentrisch bedeutend vergröfsert werden, können vorstehende Elemente, die Neigung allenfalls ausgenommen, als nicht besonders zuverlässig angesehen werden. Uebrigens sind die Beobachtungen wegen Parallaxe und Aberration gehörig reducirt, und dann werden sie folgendermaafsen aus den Elementen dargestellt

	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
April 1	+ 31″,0	———
— 3	− 26,6	+ 18′ 9″9
— 4	+ 28,2	+ 1 50,9
— 5	+ 27,1	− 1 52,8
— 6	− 33,7	+ 1 53,2

Sämmtlichen Beobachtungen ist gleiches Gewicht beigelegt und nur die Declination vom 3ten ganz aufser Acht gelassen. Für die Beobachtung vom 2ten, wozu Herr *Flaugergues* den Vergleichungsstern nicht aufgefunden hat, geben die Elemente folgende scheinbare Position des Cometen

AR. = 66° 51′ 5″ Decl. = + 13° 18′ 50″

Ganz abweichend, und gleichsam entgegengesetzt von obigen Elementen, sind diejenigen ausgefallen, welche Herr *Flaugergues* selbst berechnet hat; sie sind

T. P..... 1826 April 26,23h 2′ 0″ M. Z. Paris.
P..... 222° 53′ 32″
Ω..... 193 31 11
i..... 9 32 26
log q... 9,8103306 mot. direct.

Sie stellen die Beobachtungen nun also dar:

	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
April 1	− 99′ 34″	———
— 3	− 21 7	+19′ 53″
— 4	− 2 6	− 1 21
— 5	+ 4 3	− 6 24
— 6	− 1 48	− 1 0

Digitized by Google

Wo die vorigen Elemente den aufsteigenden Knoten geben, dahin bringen diese ohngefähr den niedersteigenden, auch ist hier der Comet rechtläufig geworden. Nach erstern Elementen entfernte er sich wenigstens von der Erde, nach diesen näherte er sich der Erde und Sonne noch zugleich, und hätte ihn also der Beobachter nicht aus dem Gesichte verlieren können; so dafs also, auch abgesehen von den bedeutenden Abweichungen der Rechnung von den Beobachtungen, diese Elemente nicht zulässig sind.

E. Clüver.

Reduction der Beobachtungen des *Boguslawsky*schen Cometen auf der Hamburger Sternwarte von Herrn Dr. *Peters* am Kreismicrometer gemacht.

1835 April 26.

Stern a. AR. app. $11^h\,25'\,4''61$, Decl. app. $-8°\,13'\,12''5$

April 26.	$11^h\,23'\,35''$	M.Z.Hamb.	AR.app.Com. $11^h\,25'\,38,68$
	11 37 55		35,10
	11 45 25		33,54

April 27.

Stern a. AR. app. $11^h\,22'\,13''17$, Decl. app. $-7°\,55'\,39''1$

Der Stern *b* ist noch zu bestimmen, seine ohngefähre Position ist: AR. app. $11^h\,23'\,21''$, Decl. app. $-7°\,42'$.

1835 Apr. 27.	$9^h\,14'\,9''$	M.Z.Hamb.	AR.app.Com. $= 11^h\,21'\,16,92$
	9 20 12		21 15,41
	9 28 26		21 13,82
	9 37 56		21 12,01
	9 46 32		21 10,41
	9 53 21		21 8,75
	10 2 39		$=$ AR. $_*$ b. -2 14,17
	10 38 48		" -2 19,28
	10 53 18		11 20 57.14

Apr. 27.	$9^h\,53'\,21''$	M.Z.Hbg.	Decl.app.Com. $=$ Decl. $_*$ b $-3'\,29''5$
	10 14 9		-3 9,0
	10 21 47		-3 0,7
	10 29 37		-2 44,5
	10 53 18		-2 24,6

April 28.

Stern a. AR. app. $11^h\,17'\,10,55$, Decl. app. $-6°\,56'\,52,0$

b. $11^h\,14'\,10,78$, $-7°\,10'\,20,9$

April. 28.	$9^h\,40'\,3''$	M.Z. Hamb.	AR. app. Com. $11^h\,16'\,36,19$
	9 45 21		34,78
	10 26 52		27,45
	10 33 2		26,95
April 28.	$9^h\,53'\,34''$	M.Z.Hamb.	Decl. app. Com. $-7°\,10'\,37,6$
	10 4 35		10 8,9
	10 12 14		10 10,7
	10 20 27		9 57,9
	10 40 29		9 36,6

April 30.

Stern a. AR. app. $11^h\,8'\,37,75$ Decl. app. $-6°\,14'\,12,6$

b. $11^h\,10'\,23,86$ $-6°\,0'\,33,0$

c. $11^h\,11'\,23,68$ $-5°\,59'\,53,6$

April 30.	$9^h\,42'\,54''$	M.Z.Hamb.	AR.app.Com. $11^h\,7'\,56''15$
	9 48 34		56,16
	9 55 29		55,50
	10 46 32		45,89

April 30.	[$10^h\,7'\,14''$	M.Z.Hamb.	Decl.app.Com. $-6°\,4'\,49''3$]
	10 15 17		6 4 37,8
	10 24 18		6 3 49,0
	10 37 0		6 3 46,1

Mai 2.

Stern a. AR. app. $11^h\,1'\,26''37$ Decl. app. $-4°\,55'\,13''2$

b. ohngef. AR. 11 2 24 ohngef. Decl. -5 6

Mai 2.	$9^h\,45'\,40''$	M.Z. Hamb.	AR. app. Com. $10^h\,59'\,59''55$
	9 52 26		58,81
	10 2 7		57,72
	$9^h\,45'\,40''$	M.Z. Hamb.	Decl. app. Com. $=$ Decl. $_*$ b $+3'\,5''4$
	10 24 57		$+4$ 18,2

Peters.

Die von Herrn *Rümker* auf der Hamburger Sternwarte gemachten Beobachtungen sind noch nicht reducirt, woran ihn seine überhäuften Geschäfte auf der Navigationsschule verhindert haben. Sie werden mit den Beobachtungen auf der Altonaer Sternwarte nachgeliefert. *S.*

Auszug aus einem Briefe des Herrn Professors *Hansteen*, Ritters des Nordsternordens und Directors der Sternwarte in Christiania an den Herausgeber.

Christiania 1835 April 20.

Die Breite der neuen Sternwarte finde ich aus den ersten Beobachtungen mit dem Meridiankreise $= 59°\,54'\,42''4$. Ich habe aber noch nicht die etwanigen Fehler des Instruments untersucht. Die Refraction ist nach *Bessels* Tafeln gerechnet.

Herr Lieutenant *Due*, der mich auf der sibirischen Reise begleitete, ist jetzt bei der Küstenvermessung im nördlichen Norwegen angesetzt. Er hat in Bodöe die Sonnenfinsternifs vom 16ten Julius 1833, aber nur mit einem guten Handfernrohr von *Dollond* beobachtet.

Digitized by Google

Anfang $18^h 23' 24''1$ Bodöer M. Zt.
Ende 20 19 53,3 —— ——

Den Anfang hält er für zu spät beobachtet, und glaubt auch sich eine Minute verschrieben zu haben. Das Ende dagegen hält er für so gut beobachtet, als es die Umstände nur zuliefsen.

Die Breite von Bodöe ist durch Circummeridianhöhen der Sonne mit dem Sextanten $= 67° 17' 4''$ gefunden. Die Länge ist $0° 31'$ östlich von Berlin geschätzt.

Der Beobachtungsort war im Garten des Herrn Prokurators *Kock*, und wird ohngefähr $\frac{1}{4}$ Meile von der Kirche entfernt seyn, welches noch näher bestimmt werden soll.

Auf der neuen Sternwarte in Christiania, ward der Anfang durch Wolken ohne Blendglas, um $17^h 57' 19'',3$ M. Z. in Christiania, beobachtet. Dies Moment ist aber einige Secunden zu spät, denn der Einschnitt war schon sichtbar.

Hansteen.

Schreiben des Herrn Professors *Santini*, Directors der Sternwarte in Padua, an den Herausgeber.

Padova 1835. Mai 2.

Negli scorsi mesi, il Sign. Profe *Amici*; (il quale aveva nel passato Anno un suo bravissimo figlio qui appresso di me per far pratica di Astronomia, e che ora principia la sua Carriera Astronomica in Firenze) ebbe la bontà di mandarmi in dono un eccellente Cannocchiale acromatico di 3 pollici di apertura, e di circa 3 piedi di distanza focale, fabbricato espressamente da esso con somma diligenza. Oltre i comuni oculari, dotati di somma chiarezza, vi ha unito un micrometro a lenti bipartite, destinato a misurare le distanze, e gli angoli di posizione delle stelle doppie; al che si perviene a vero dire con molta facilità, e precisione. Per maggiore comodo, io lo feci quì montare paralatticamente, ed intanto me ne sono servito per misurare le digressioni del 4° Satellito di Giove ad oggetto di determinare la massa di questo Pianeta, e verificare in altro modo le belle osservazioni, ed i risultati del Chiarissimo Profe *Airy*. Qui mi prendo la libertà di inviarle i soli risultati, giacchè troppo mi dilungherei colla Copia delle Osservazioni originali, le quali io conto di inviare alla nostra Società Italiana, subito che avrò ultimato alcune ricerche, che ho intraprese per determinare il valore della Scala Micrometrica, le quali forse potranno portare una leggerissima modificazione al risultato finale, che è quasi perfettamente d'accordo con quello del Sr. *Airy*. Qui le aberrazioni in più, ed in meno dal risultato medio sono un poco più forti, che nella serie dell' Astronomo Inglese, lo che si deve ripetere dalla somma difficoltà di vedere il Satellite quando si avvicina all' immagine di Giove; abbenchè lo splendore di quest' ultima venisse alcun poco diminuito cuoprendo una delle due mezze lenti del micrometro mediante un vetro piano debolmente colorato costruito dallo stesso Amici.

Le riduzioni, ed i calcoli tutti sono stati fatti mediante alcune mie tavolette manoscritte del 4° Satellite fondate sulla Teoria di *La Place*, avendovi introdotto le correzioni degli errori scoperti da *Airy*.

1835 29 Gennajo	(1)	m	$= 0{,}00096873$	
	(2)		$= 0{,}00097258$	
30 Genn.	(3)		$= 0{,}00095930$	
	(4)		$= 0{,}00095975$	
31 Genn.	(5)		$= 0{,}00094798$	digᵉ Occid.
	(6)		$= 0{,}00094080$	
14 Febbr.	(7)′		$= 0{,}00096354$	
	(8)′		$= 0{,}00096354$	
23 Febbr.	(9)		$= 0{,}00094782$	
25 Febbr.	(10)		$= 0{,}00093566$	digᵉ Orient.
	(11)		$= 0{,}00094170$	
4 Marzo	(12)′		$= 0{,}00094855$	
	(13)′		$= 0{,}00094855$	digᵉ Occid.
5 Marzo	(14)		$= 0{,}00094410$	
12 Marzo	(15)		$= 0{,}00094442$	
	(16)		$= 0{,}00095315$	
	(17)		$= 0{,}00095310$	digᵉ Orient.
13 Marzo	(18)′		$= 0{,}00094646$	
	(19)′		$= 0{,}00094646$	
14 Marzo	(20)		$= 0{,}00094352$	
7 Aprile	(21)′		$= 0{,}00097048$	
	(22)′		$= 0{,}00097048$	digᵉ Occid.
8 Aprile	(23)		$= 0{,}00095085$	
15 Aprile	(24)		$= 0{,}00093462$	digᵉ Orient.

Medio di tutto $m = 0{,}00095234 = \frac{1}{1050{,}09}$

NB. Gli apici apposti sopra alcuni numeri progressivi indicano, che in quelle sere fù per brevità di calcolo preso il medio di due osservazioni; e fù poi scritto due volte il risultato, per conservare ad ogni determinazione lo stesso peso. Anche qui scorgesi una traccia di una differenza costante fra i risultati delle digressioni occidentali ed orientali, come nelle osservazioni di *Airy*. Ho tentato di determinare empiricamente un tale errore costante, ed è singolare, che io sia caduto nello stesso risultato di *Airy*. Tuttavolta, essendo troppo poche e troppo aberranti le osservazioni per determinare una sì piccola quantità, mi propongo di riprendere quest' Argomento, che mi sembra di qualche interesse nella futura opposizione di Giove.

Giovanni Santini.

Digitized by Google

Geocentrischer Lauf des *Halley*schen Cometen vom 12ten Aug. bis 12ten Novbr.

	Rectascension.		Declination.		Entfern. v. d. Sonne.		Entfern. v. d. Erde.	
	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
Aug. 12,5	83°19′	82°51′	+23° 7′	+23°47′	1,7873	1,6747	2,1515	2,0149
16,5	84 10	83 47	23 30	24 15	1,7291	1,6158	2,0237	1,8846
20,5	85 3	84 46	23 56	24 46	1,6708	1,5563	1,8929	1,7509
24,5	85 56	85 48	24 25	25 23	1,6118	1,4973	1,7589	1,6186
28,5	86 52	86 57	24 58	26 5	1,5224	1,4360	1,6220	1,4743
Sept. 1,5	87 51	88 12	25 38	26 55	1,4923	1,3750	1,4822	1,3318
5,5	88 55	89 38	26 25	27 58	1,4319	1,3137	1,3400	1,1869
9,5	90 6	91 21	27 22	29 16	1,3710	1,2521	1,1954	1,0400
13,5	91 28	93 33	28 35	30 59	1,3096	1,1903	1,0489	0,8915
17,5	93 9	96 40	30 12	33 34	1,2480	1,1283	0,9009	0,7380
21,5	95 24	101 20	32 24	36 42	1,1861	1,0665	0,7520	0,5949
25,5	98 44	109 57	35 38	41 49	1,1242	1,0049	0,6036	0,4527
27,5	—	117 28	—	45 16	—	0,9744	—	0,3864
29,5	104 37	129 23	40 45	49 6	1,0623	0,9441	0,4585	0,3264
30,5	—	137 58	—	50 49	—	0,9291	—	0,3002
Octbr. 1,5	109 45	148 43	44 29	51 59	1,0315	0,9141	0,3890	0,2775
2,5	—	161 32	—	52 3	—	0,8993	—	0,2593
3,5	118 11	175 34	49 20	50 27	1,0008	0,8845	0,3240	0,2466
4,5	—	189 10	—	47 0	—	0,8699	—	0,2404
5,5	133 37	201 5	55 0	41 59	0,9704	0,8554	0,2668	0,2412
6,5	146 2	210 46	57 26	36 8	0,9552	0,8410	0,2430	0,2489
7,5	162 25	218 22	58 33	30 9	0,9401	0,8268	0,2240	0,2631
8,5	181 14	—	57 10	—	0,9251	—	0,2109	—
9,5	198 58	228 54	52 47	19 33	0,9101	0,7989	0,2050	0,3067
10,5	212 58	—	46 6	—	0,8953	—	0,2071	—
11,5	223 17	235 31	38 38	11 31	0,8806	0,7722	0,2165	0,3642
13,5	235 54	—	24 46	—	0,8515	—	0,2548	—
15,5	242 59	242 46	14 56	+ 1 21	0,8230	0,7208	0,3097	0,5013
19,5	249 59	246 18	+ 2 32	— 4 27	0,7682	0,6753	0,4443	0,6508
23,5	253 11	248 2	— 3 51	8 8	0,7175	0,6371	0,5915	0,8035
27,5	254 41	248 43	7 46	10 43	0,6725	0,6084	0,7421	0,9544
31,5	255 13	248 43	10 27	12 39	0,6349	0,5912	0,8915	1,0997
Novbr. 4,5	255 9	248 16	12 26	14 13	0,6069	0,5867	1,0364	1,2360
8,5	254 38	247 31	14 1	15 30	0,5905	0,5955	1,1737	1,3605
12,5	253 49	246 37	15 21	16 37	0,5869	0,6168	1,3005	1,4718

Vorstehende Ephemeride ist aus *Rosenbergers* Elementen A. N. Nr. 276. p. 193 berechnet; unter I stehen die Positionen nach der ersten Bahn, wo die Sonnennähe am Nov. 11,576 eintreten soll, und unter II dieselben für die zweite Bahn, wo bei Voraussetzung der *Encke*schen Hypothese die Sonnennähe auf Nov. 3,844 fällt.

Clüver.

Inhalt

Schreiben von Sir *John Herschel* Ritter des Bath-Ordens an den Herausgeber. pag. 273.
Schreiben des Herrn Professors *Rosenberger*, Directors der Sternwarte in Halle, an den Herausgeber. p. 277.
Schreiben des Herrn Dr. *Lamont*, Directors der Bogenhausener Sternwarte, an den Herausgeber. p. 279.
Schreiben des Herrn Hofraths *Nicolai*, Directors der Mannheimer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 281.
Elemente des 2ten Cometen von 1826 von Herrn *Clüver* berechnet. p. 281.
Reduction der Beobachtungen des *Boguslawsky*schen Cometen auf der Hamburger Sternwarte von Herrn Dr. *Peters* am Kreismicrometer gemacht. p. 283.
Auszug aus einem Briefe des Herrn Prof. *Hansteen*, Ritters des Nordsternordens, u. Director der Sternwarte in Christiania. p. 285.
Schreiben des Herrn Professors *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber. p. 285.
Geocentrischer Lauf des *Halley*schen Cometen vom 12ten Aug. bis 12ten Novbr. p. 287.

Altona 1835. Juli 1.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 282.

Beobachtungen des diesjährigen Cometen auf der Altonaer Sternwarte. Von Herrn *A. Petersen.*

Die folgenden Beobachtungen sind mit einem *Fraunhofer*schen Achromaten von 30 Zoll Brennweite gemacht. Das Kreismicrometer war gleichfalls eins der bekannten *Fraunhofer*schen. Die Halbmesser der Ringe betrugen bis zum 28sten April incl. 1356″,0 und 1581″,6; April 30 und Mai 2 aber 1360″,3 und 1586″,5 in Bogen ohne Refractionsconstante. Vergrößerung 33 mal. Die Uhr war, April 16 ausgenommen, zurück gegen Sternzeit. N und S zeigt an ob der Stern oder Comet Nord oder Süd vom Mittelpunct des Kreismicrometers durch dasselbe gegangen ist.

	Gestirn.		Aeusserer Ring. Eintritt.	Aeusserer Ring. Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Innerer Ring. Austritt.	Comet — Stern in AR.	Comet — Stern in Declin.	
			h ′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	
1835 April 26	Comet	S	12 — —	— —	52 10	55 9			Stand der Uhr — 6′ 48″,90.
	a	S	53 0	56 30	53 15	56 15	— 1 5,53		
	b	S	54 29	57 55	54 43	57 40	— 2 32,28		
	Comet	N	13 — —	— —	5 22	7 57			
	a	N	6 5	9 25	6 20	9 10	— 1 5,42	+ 2′ 59″,3	
	b	N	7 28,5	10 55	7 42	10 40	— 2 31,78		
	β Crater	S	8 23	10 3	9 7	9 18		+34 41,3	Der Comet war wegen dünnen Gewölks sehr schwach und schwer zu sehen, besonders nahe am dunkeln Ringe.
	Comet	S	— —	— —	41 9	44 10			
	a	S	42 7	45 37	42 21	45 23	— 1 12,52		
	b	S	43 36	47 2	43 50	46 47,5	— 2 39,37		
April 27	c		11 50 28,5	53 40,4	50 44,5	53 24	+ 2 16 15		Stand der Uhr + 11″,35.
	Comet		52 33	56 7	52 51	55 51			
	c	S	56 49	59 7	57 13	58 42	+ 2 14,32	+11 37,1	
	Comet	S	58 31	61 53	58 48	61 36,5			
	c	N	12 5 20,5	8 40	5 35	8 25	+ 2 12,13	+11 26,8	
	Comet	N	8 3,5	10 21,5	8 32	9 51			
April 28	d	N	11 40 24,2	43 35	40 39,8	43 19	+ 2 11,70	+ 29,0	Stand der Uhr + 12″,01.
	Comet	N	42 36	45 45,5	42 54	45 29			
	d	S	46 34,5	49 27	46 52	49 8,2	+ 2 10,73	+ 24,6	
	Comet	S	48 45	51 39	49 1	51 20			
	d	S	53 20,5	56 18	53 38	56 1,3	+ 2 9,96	+ 27,8	
	Comet	S	55 29	58 32	55 48	58 9			
	d	N	59 37	62 49,7	59 52	62 34	+ 2 9,03	+ 24,4	
	Comet	N	12 1 45	4 59	2 4,5	4 40			
	d	N	10 20,4	13 35,0	10 35	13 20,4	+ 2 6,62	+ 50,8	
	Comet	N	12 27,5	15 41	12 45	15 23,5			
	d	S	16 24,5	18 19	17 0,5	17 46	+ 2 6,11	+ 48,3	
	Comet	S	18 26	20 32	18 58	19 59			
April 30	Comet	S	11 43 40	47 8	43 53	46 48			Stand der Uhr + 13″,36.
	e	S	44 27,3	47 30,5	44 45	47 14		+ 7 33,6	
	Comet	S	49 5	52 10	49 25	51 48			
	e	S	50 17	52 11	50 52	51 35,5		+ 8 41,8	

Digitized by Google

	Gestirn.	Aeusserer Ring. Eintritt	Aeusserer Ring. Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Innerer Ring. Austritt.	Comet — Stern in AR.	Comet — Stern in Decl.	
		h ′ ″	′ ″	′ ″	′ ″			
1835 April 30	Comet N	11 55 0	57 1	55 44	56 21			
	e N	55 6	58 9	55 22	57 53		+ 8 ′ ″ 50,4	
	Comet N	59 7	61 56	59 28	61 35			
	e N	59 29	62 52,7	59 43,8	62 34,7		+ 8 18,0	
	Comet	12 3 51	7 21	4 7	7 4			
	e	4 30	7 58,5	4 44,8	7 44,3	— 38,65		
	Comet	8 50	12 26	9 8	12 8			
	e	9 38,8	12 55,2	9 55,5	12 39,5	— 39,25		
	Comet	13 33	17 3	13 48	16 48			
	e	14 26,3	17 31,8	14 43,0	17 15	— 41,03		
	Comet	18 48	22 23	19 7	22 3,5			
	e	19 35,5	22 57,6	19 50,5	22 42,5	— 41,15		
Mai 2	Comet N	12 — —	— —	7 20	10 6			
	f N	8 48,3	11 28	9 8,5	11 7,4	—1 25,00	— 8 18,8	Stand der Uhr + 15″,18
	Comet S	15 17	18 13	15 40	17 50			
	f S	16 29,5	19 53	16 44,4	19 37,4	—1 26,15	— 7 57,7	
	g N	18 36,3	20 26	19 16	19 44	—2 45,65	—37 48,0	
	Comet S	24 59	27 2	25 38	26 19			
	f S	25 26,3	28 57	26 13,5	28 40	—1 27,32	— 8 8,1	
	g N	27 22,8	30 11,3	27 41	29 52,7	—2 47,57	—37 40,8	
	Comet N	31 58	35 19	32 16	35 2			
	f N	33 44,5	36 30,5	34 4,5	36 10,5	—1 28,72	— 7 39,0	
	Comet	38 4	41 37	38 20	41 21			
	f	39 40,2	42 56,5	39 57	42 40,5	—1 28,05		
	Comet	58 27	62 1	58 48,5	61 41			
	f	13 0 1,3	3 32,8	0 16,5	3 18,3	—1 32,85		

Scheinbare Oerter der verglichenen Sterne.

1835.	Stern.	AR. h ′ ″	Declin. ° ′ ″	
April 26	δ Crater	11 28 19,83	—8 53 29,45	*Piazzi* u. H. C. p. 330.
	a	11 26 52,35	8 21 34,76	*Bessel* Z. 224.
		— — 52,11	— 36,45	Meridianbeobb.
	b	11 28 18,92	8 24 11,92	*Bessel* Z. 224.
		— — 18,92	— 11,93	Meridianbeobb.
April 27	c	11 18 56,33	7 57 54,50	*Bess.* Z. 224; H. C. 330.
		— — 56,35	— 54,75	Meridianbeobb.
— 28	d	11 14 26,55	7 11 29,35	*Bess.* Z. 220, 224; H. C.
		— — 26,59	— 32,78	Merid. beob. (334, 152.
	e	11 8 37,71	6 14 12,57	*Bess.* Z. 220; H. C. 334.
	f	11 1 26,01	4 55 13,4	*Bess.* Z. 220 u. 222.
	g	11 2 46,75	4 25 40,0	Hist. Cél. p. 321?

Der Stern *g* steht 29′ südlicher in der Hist. Cél., als er hier angeführt ist, weshalb die Vergleichungen des Cometen mit diesem Stern nicht weiter berücksichtigt sind.

Scheinbare Oerter des Cometen.

1835.	Mittl. Alton. Zeit. h ′ ″	AR. h ′ ″	Declin. ° ′ ″	
April 26	10 43 7,5		—8 18 42,2	1 Beob.
	10 50 46,2	11 25 44,42		3 ——
—— 27	9 1 36,6	11 21 18,48	—7 46 3,8	Merid. beobb.
	9 40 56,8	11 21 10,54		3 Beobb.
	9 44 23,4		—7 46 22,6	2 ——
—— 28	8 53 5,1	11 16 42,36:	—7 12 19,6:	Merid. beobb.
	9 37 9,4	11 16 35,60	—7 10 57,0	6 Beobb.
—— 30	9 21 5,5		—6 5 51,6	4 ——
	9 40 56,0	11 7 57,69		4 ——
Mai 2	9 41 19,4		—5 3 14,3	4 ——
	9 50 53,2	10 59 58,00		6 ——

April 26 und die erste Vergleichung Mai 2 ist der Halbmesser des inneren Ringes, beim Cometen, wegen Irradiation 5″,3 kleiner angenommen als er mit einem Theodoliten gefunden wurde.

A. Petersen.

Beobachtungen des *Boguslawskis*chen Cometen auf der Hamburger Sternwarte von Herrn Dr. *C. A. F. Peters.*

Die Beobachtungen sind an einem Kreismikrometer angestellt, dessen Durchmesser vor den Beobachtungen des 28sten Aprils durch Verschiebung des Oculars etwas verändert sind; sie wurden vor dem 28sten April mit einem *Troughton*schen Spiegelkreise gemessen und der äussere Durchmesser 37′ 41″0, der innere 32′ 4″,2 gefunden; später fand ich den äusseren Durchmesser 37′ 50″,9, den innern 32′ 12″,6 (mit einem Theodoliten gemessen).

Digitized by Google

	Eintritt in den inn. Kreis	Eintritt in den äuss. Kreis	Austritt aus dem inn. Kreise	Austritt aus dem äuss. Kreise		Chronometer.	Die Zahlen der Ein- und Austritte sind Schläge des Chrometers, deren einer = 0″,4
April 26	0	28	352,5	379	Stern N	h ′ ″	Der Stern findet sich in *Bessel's* Zonen
	96	129	422	453	Comet N	538 = 10 55 20	Zone 224, 11h 24′ 9″,60, — 8° 7′ 45″,4
	0	29	338	366	Stern N		und in der Hist. Cél. p. 334. 11h 23′ 19″,0,
	100	132	386	420	Comet N	597 = 11 10 10	Z. D. 56° 48′ 47″.
	0	28	341	369	Stern N		
	64	97	418	448	Comet N	545 = 11 17 20	
— 27	0	24	345	376	Comet		
	161	195	459	491	a	584 = 8 46 45	Stern a *Bessels* Zone 224. 11h 22′ 18″,1
	0	31	349	376	Comet		— 7° 59′ 17″,0.
	158	189	478	507	a	655 = 8 53 15	
	0	26	345	378	Comet		
	175	211	460	495	a	600 = 9 1 8	
	0	32	349	385	Comet		
	195	233	452	496	a	596 = 9 10 35	
	0	29	348	383	Comet		
	189	224	469	504	a	592 = 9 19 10	
	0	34	280	316	Comet S		
	128	156	481	508	a		
	358	405	569	615	b 9rGr. S	720 = 9 27 3	
	0	27	340	373	Comet		
	330	357	681	710	b	820 = 9 36 50	
	0	30	246	288	Comet S		
	365	431	532	591	b S	689 = 9 47 46	
	0	61	185	240	Comet N		
	312	348	570	609	b N	736 = 9 55 50	
	0	100	133	212	Comet N		
	312	357	544	586	b N	752 = 10 3 50	
	0	38	335	374	Comet N		
	350	378	690	—	b N	937 = 10 13 45	
	0	36	257	301	Comet S		
	148	177	500	528	a		
	377	431	586	635	b S	787 = 10 27 30	
— 28	0	29	296	333	Comet N		Stern a *Bessels* Z. 224. 11h 17′ 15″3 — 6° 51′ 40″1
	66	94	406	434	a S	546 = 9 12 30	H. C. p. 152. 11h 15′ 17″ Z. D. 55° 31′ 45″
	0	32	316	352	Comet N		H. C. p. 334. 11h 15′ 29″3. Z. D. 55° 32 30″
	85	114	415	442	a S	551 = 9 17 45	
	0	59	180	236	b N		Stern b *Bessels* Z. 11h 14′ 15″8, — 7° 5′ 10″8.
	362	424	526	592	Comet N	693 = 9 24 55	H. C. p. 152 11h 12′ 17″5 Z. D. 55° 45′ 12″
	0	33	292	323	b S		H. C. p. 152 11 12 15 Z. D. 55 45 15
	352	392	640	678	Comet S	770 = 9 36 11	H. C. p. 334 11 12 29,3 Z. D. 55 46 0
	0	54	180	235	b S		
	346	400	510	580	Comet S	691 = 9 43 41	
	0	43	230	278,5	b N		
	336	385	578	619	Comet N	715 = 9 51 55	
	0	28	303	337	Comet N		
	91	119	429,5	457,5	a	560 = 9 59 23	
	0	33	317	351	Comet		
	101	131	436,5	466,5	a	547 = 10 5 25	
	0	34,5	270	307,5	b S		
	337,5	380	596	636	Comet S	729 = 10 12 0	
— 30	0	24	338,5	368	Comet		Stern a *Bessels* Z. 220, 11h 8′ 42″34 — 6° 9′ 1″9
	106	134,5	438,5	466,5	a. N	567 = 9 15 16	H. C. p. 334. 11h 6′ 56″3 Z. D. 54° 50′ 3″
	0	29	344	370	Comet		Stern b *Piazzi* XI. 35.
	115	144,5	434	464,5	a N	670 = 9 21 35	Stern c *Piazzi* XI. 39.
	0	25	345	380	Comet		
	117	147,5	438,5	468,5	a N	559 = 9 27 45	
	0	51	217	265	Comet S		
	70,5	*)87,5	414	—	a		

*) Von hier an sind 10 Schläge verzählt; es sollte seyn 97,5, 424 etc.

Digitized by Google

	Eintritt in den inn. Kreis.	Eintritt in den äuss. Kreis.	Austritt aus dem inn. Kreise.	Austritt aus dem äuss. Kreise			Chronometer.
April 30	438	——	——	582	b	S	
	608	——	——	710	c	S	823 = 9h 41′ 35″
	0	59	264	314	Comet	S	
	89	116	448	——	a		
	435	506	574	646	b	S	
	590	——	——	782	c	S	899 = 9 50 0
	0	103	130	216	Comet	N	
	345	384	583	627,5	b	N	
	487	526	744	786	c	N	899 = 9 59 20
	0	65	150	216	Comet	N	
	359	394,5	606	644,5	b	N	
	499,5	537,5	760,5	798	c	N	907 = 10 12 7
	0	28,5	340	373	Comet	S	
	141	167,5	461	489,5	a	N	
	402	434	725	756,5	b	S	
	552	586	873	901,5	c	S	1002 = 10 21 46
Mai 2	0	33	278	312	Comet	N	
	182	218	529	556	a		
	399	447	608,5	669	b 9 Gr.	N	794 = 9 19 35
	0	29	301	345	Comet	N	
	197	227	546	577,5	a		686 = 9 26 2
	0	30	325	355	Comet	N	
	210	238,5	558	587	a		685 = 9 35 9
	0	36	261	301	Comet	N	
	435	507	568	645	b	N	785 = 9 58 50

Der Comet war besonders zur Zeit der letzten Beobachtungen ungemein schwach, daher die Beobachtungen ziemlich unsicher.

Stern a = *Bessels* Z.220. 11h 1′ 31″,16 — 4° 50′ 8″,3
= —— 222. 11 1 31,26 — 4 50 10,8

Stand des Chronometers gegen mittl. Hamburger Zeit:

April 26.	11h 35′	+ 30′	0″,1
—— 26.	21 50	+ 30	1,4
—— 27.	10 44	+ 30	3,0
April 28.	10h 26′	+ 30′	6″,4
—— 30.	10 36	+ 30	13,3
Mai 2.	10 48	+ 30	20,8

C. A. F. Peters.

Boguslawski'scher Comet.

Die folgenden geocentrischen Breiten und Längen vom mittlern Equinox 1 Jan. 1835 mit Berücksichtigung der Parallaxe möchten denjenigen, welche sich noch ferner mit diesem Cometen beschäftigen wollen, zur Vergleichung dienen. Bis zum 25 April sind sie von den *Encke*schen Reductionen, die übrigen, die letzte *Bessel*sche Beobachtung ausgenommen von meinen Beobachtungen entlehnet. Meine Declination vom 26. habe ich nicht benutzt, weil sie nicht genau war.

Mittl. Zeit in Greenwich.	Geocentrische Längen.	Geocentrische Breiten.	Logarithmen der Distanz von der Sonne.	Logarithmen der Distanz von der Erde.	Fehler der Elemente in Länge.	Fehler der Elemente in Breite.
20 April 11h 31′ 8″,5	184° 28′ 11″	11° 16′ 44″,5	0,3161398	0,0523040	— 3	+ 6
21 8 57 40,5	182 59 57,2	11 16 1,4	0,3163670	0,0565172	+ 67,8	— 7,4
22 10 9 20,5	181 19 31,0	11 13 8,6	0,3166476	0,0618175	+112,2	+ 61,4
23 9. 39 20,5	179 49 21,4	11 10 51,7	0,3169234	0,0670757	+102,6	+ 67,3
24 11 12 5,5	178 14 16,1	11 8 8	0,3172382	0,0731016	+ 96,4	+ 55
25 9 53 40,5	176 52 43,0	11 5 26	0,3175314	0,0787012	+ 79	+ 34
26 10 34 24,7	175 27 20,1		0,3178638	0,0850260	+ 34,8	
27 9 11 26	174 10 28,0	10 56 56	0,3181818	0,0910140	+ 71	+ 93
28 9 13 24,7	172 51 43,0	10 53 16	0,3185334	0,0975571	+101,9	+ 54
30 9 5 9,2	170 26 13,2	10 44 41,4	0,3192733	0,1110225	— 1,2	+ 5
1 Mai 8 36 36,5	169 18 5,7	10 39 30,4	0,3196564	0,1178180	+ 0,3	+ 20,6

Digitized by Google

Bei den folgenden Elementen ist die Parallaxe noch nicht berücksichtiget gewesen.

Passage 1835 April 3,4475995 mittlere Greenw. Zeit.

Länge des Perihel	204° 19′ 32″7	}	vom mittl. Equinox
aufst. Knoten	59 4 12		1 Januar 1835.
Inclination	9 1 56,5		
log. Sonnennähe	0,3140222.		

Bewegung retrograde.

Demnach wäre der Comet zur Zeit seines gröfsten Glanzes April 3,4476 im Solitair in AR. 211° 50′ und Decl. 23° 7′ südl. und einer Entfernung von der Erde 1,10384, folglich in der südlichen Hemisphäre sehr schön zu sehen gewesen.

C. Rümker.

Schreiben des Herrn Dr. *Lamont*, Directors der Bogenhausener Sternwarte, an den Herausgeber.

Bogenhausen 1835. Juni 14.

Der Bau des Gebäudes für den grofsen Refraktor, woran jetzt eifrigst gearbeitet wird, hatte mich einige Zeit in Anspruch genommen, und die Saturnsbedeckung vom 12ten April d. J., die ich zu übersenden mir vorgenommen, in Vergessenheit gebracht. Die übrigens nur unvollkommene Beobachtung dieser Erscheinung setze ich nun nachträglich hieher:

			Eintritt in Sternzeit. h ′ ″
1835 April 12.	Saturnsring	I Rd.	16 38 36,76
		II Rd.	16 39 9,26
	Saturn	I Rd.	16 38 ——
		II Rd.	16 39 11,76

Der Austritt geschah unter Wolken. Nach dem Austritte wurde mit einem *Fraunhofer*schen Heliometer abwechselnd die Entfernung des nähern und entferntern Saturnsrandes vom Mondrande gemessen. Ich erhielt folgende Distanzen (in Theilen der Heliometerschraube ausgedrückt):

	Zeit der Uhr. h ′ ″	Näherer Rd.	Entf. Rd.
1835 April 12	17 33 17	311,0	
	34 54		420,0
	36 53	493,3	
	41 20		756,7
	42 45	802,8	
	46 31		1037,8
	52 24	1339,5	
	54 49		1512,8

Ränder wallend, sämmtliche Messungen unsicher.

Den Angaben der Uhr mufs noch die Correktion — 12″,27 hinzugefügt werden. Die bequemste Art diese Messungen zu einem Resultate zu vereinigen besteht darin, dafs man die Entfernung der Ränder durch die Formel

$$a \mp r + bt + ct^2$$

darstellt, und die Konstanten a, b, c so wie den Halbmesser des Saturns r aus den Messungen mit Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate ableitet. Ich habe diese Operation durchgeführt und folgende Werthe gefunden:

$a = 312{,}20$
$b = 0{,}9079$
$c = 0{,}0000$
$r = 13{,}82$

Hiebei ist der Augenblick der ersten Messung als Anfang der Zeit t und 1^s als deren Einheit angenommen worden. Ich bemerke noch, dafs ich am folgenden Tage aus 2 übereinstimmenden Doppel-Messungen den Halbmesser des Saturns = 14,52 erhalten habe, der eben gefundene Werth aber für den obigen Zweck entsprechender scheint.

Das Resultat der Heliometermessungen ist demnach $17^h\,42'\,39''73$ Entf. des Sat.-Centr. vom Mondr. = 834,24 = 8′ 2″2 (1 Theil der Heliometerschraube ist = 0″,57803). Vermittelst obiger Formel erhält man ferner

Zeit des Austrittes des Saturnscentrums $17^h\,27'\,20''87$.

Ich habe an demselben Tage am Meridiankreise die Position des Mondes bestimmt, wie folgt:

	Mittl Zeit der Beob. h ′ ″	Beob. AR. h ′ ″		Beob. Decl. ° ′ ″	
Apr. 12.	11 47 36,98	13 9 17,85	I Rd.	— 3 38 15,2	ob. Rd. (unter Wolken.)

Die Meridianbeobachtung des Saturns wurde an diesem Tage durch Wolken vereitelt; indessen läfst sich die Korrektion der Ephemeride aus den an anderen Tagen erhaltenen Bestimmungen ableiten, die hier folgen:

	Mittl. Zeit der Beob. h ′ ″	Beob. AR. h ′ ″	Beob. Decl. ° ′ ″	$\Delta\alpha$ ″	$\Delta\delta$ ″
April 7.	12 16 5,06	13 18 7,94	—5 15 32,1	+0,05	—19,4
9.	12 7 38,96	13 17 33,35	—5 12 2,6	+0,42	—19,3
13.	11 50 47,44	13 16 25,29	—5 5 8,5	0,00	—17,9
14.	11 46 34,36	13 16 8,06	—5 3 24,3	+0,15	—19,3
15.	11 42 21,29	13 15 50,85	—5 1 41,4	+0,32	—19,7

Das Mittel giebt die Verbesserung der Ephemeride in AR. = — 0″,19 und in Decl. = + 19″,1.

Der II Band von *Soldners* Beobachtungen wird Ihnen zukommen. Ich habe gegen den I Band zweierlei Vorwürfe gehört; einerseits wurde getadelt, dafs die Korrektion des Instruments nicht beigefügt ist, andererseits, dafs die Beobachtungen der Fundamentalsterne den Hauptinhalt bilden. Den ersten Vorwurf habe ich bei dem neuen Bande beseitiget, der zweite würde ihn treffen, wenn er übrigens als

Digitized by Google

ein erheblicher Vorwurf angesehen werden dürfte. *Soldner* erhielt den ersten *Reichenbach*schen Meridiankreis und zwar in einem Zeitpunkte, wo die obwaltenden bedeutenden Differenzen besonders in den Deklinationen der Normalsterne discutirt wurden. Dafs er nun eine neue Bestimmung derselben unternahm, war sehr zweckmäfsig: dafs er die Berechnung nicht durchführte, war natürliche Folge seiner zunehmenden Kränklichkeit. Einige werden, wie sich wohl voraussehen läfst, eine Bestimmung der Fundamentalsterne, die jetzt erst bekannt wird, für ziemlich überflüssig halten in der Voraussetzung, dafs sie bereits hinlänglich bestimmt seyen. Die Vergleichung der Bestimmungen der vorzüglichsten Astronomen scheint diese Ansicht nicht zu unterstützen; und in so fern mag eine neue Bestimmung mit der Sorgfalt und dem Fleifse, die *Soldner* in seinen besseren Jahren bewies, gemacht, immerhin von Werth seyn. Zur Vollständigkeit wird übrigens noch die Ausmittelung der Theilungsfehler des Kreises erfordert, was in Bälde vorgenommen werden soll.

Lamont.

Auszug aus einem Schreiben Sr. Excellenz des Herrn Generallieutenants *von Schubert* an den Herausgeber.

St. Petersburg. 1835. April $\frac{11}{23}$.

Ich schicke Ihnen hierbei die Resultate der ersten Reise des Hercules, wo sich indessen bei nochmaliger Durchsicht vielleicht einige kleine Abänderungen von 0",01 finden könnten. Sie werden indessen daraus sehen, dafs einige Punkte ganz in Ihrer Nähe: Arkona, Swinemünde, ihre Lage (wie sie in den Seekarten angezeigt ist) bedeutend ändern, und dafs in sofern die Expedition würklich einen praktischen Nutzen erwiesen hat. Ich stelle es Ihnen frei, welchen Gebrauch Sie wollen, von diesem Briefe und diesen Angaben zu machen, indem ich Sie indessen bitte nicht aus den Augen zu lassen, dafs dies noch vorläufige, aber der Wahrheit sehr genäherte Angaben sind, Ueber einige sonderbare Erscheinungen, welche mir bei dieser Berechnung aufgestofsen sind, behalte ich mir vor Sie ein andermal zu unterhalten.

v. Schubert.

Endresultate der ersten Reise.

Namen der Orte und Datum der Anwesenheit.		Gefundene Längenunterschiede.	Gewicht.	Anz. der Chronometer.	Zwischenzeiten.
		h ′ ″			Tage.
Mai 26	Kronstadt				
— 27	Hochland	A 0 11 10,411	62,052	39	0,666179
— 27	Reval	B 0 8 39,735	44,153	39	0,916946
— 28	Dagerort	C 0 10 31,559	40,137	39	1,029802
— 29	Swalferort	D 0 0 26,061	57,055	39	0,724457
— 31	Königsberg	E 0 6 19,087	23,090	39	1,790116
Juni 1-5	Danzig	F 0 7 21,192	62,191	39	0,664618
— 6	Christians-Oe	G 0 13 54,272	40,599	39	1,018079
— 7	Swinemünde	H 0 3 44,217	48,258	39	0,856504
— 7	Arkona	I 0 3 17,698	57,265	39	0,721782
— 8-15	Lübeck	K 0 11 0,825	41,209	39	1,003021
— 16	Kopenhagen	L 0 7 33,354	40,072	44	1,108044
— 17	Christians-Oe	M 0 10 29,012	36,401	44	1,219803
— 18	Oeland	N 0 4 51,312	77,917	44	0,569861
— 19-25	Stockholm	O 0 6 38,547	29,505	44	1,504919
— 26	Dagerort	P 0 16 29,977	34,799	44	1,275987
— 27	Åbo	Q 0 0 24,467	41,711	44	1,064669
— 28	Helsingfors	R 0 10 41,895	38,067	44	1,166400
July 1	Reval	S 0 0 33,518	17,113	44	2,594595
— 2	Hochland	T 0 8 38,853	72,532	44	0,612164
— 2	Kronstadt	U 0 11 10,606	67,679	44	0,656063

Digitized by Google

Hieraus erhält man folgende Längen von Lübeck aus gerechnet:

Hinreise.					Rückreise.				
	h	′	″	Wahrscheinl. Fehler. ″	Gewicht.		h	′	″	Wahrscheinl. Fehler. ″	Gewicht.
Arkona	0	11	0,825	(0,1558)	41,209	Kopenhagen	0	7	33,354	(0,1580)	40,072
Swinemünde	0	14	18,523	(0,2043)	23,964	Christians-Oe	0	18	2,366	(0,2291)	19,049
Christians-Oe	0	18	2,740	(0,2499)	16,013	Oeland	0	22	53,678	(0,2556)	15,307
Danzig	0	31	57,012	(0,2951)	11,483	Stockholm	0	29	32,225	(0,3150)	10,078
Königsberg	0	39	18,204	(0,3212)	9,693	Dagerort	0	46	2,202	(0,3577)	7,815
Swalferort	0	45	37,291	(0,3827)	6,827	Åbo	0	46	26,669	(0,3863)	6,735
Dagerort	0	46	3,352	(0,4050)	6,098	Helsingfors	0	57	8,564	(0,4180)	5,723
Reval	0	56	34,911	(0,4346)	5,294	Reval	0	56	35,046	(0,4829)	4,289
Hochland	1	5	14,636	(0,4600)	4,727	Hochland	1	5	13,899	(0,4970)	4,049
Kronstadt	1	16	25,047	(0,4772)	4,392	Kronstadt	1	16	24,705	(0,5116)	3,821

Aus einem Schreiben des Herrn Professors *Knorre*, Directors der Sternwarte zu Nicolajew.

Nicolajew 1835. $\frac{\text{April } 19}{\text{Mai } 1}$

Nachstehende Berichtigungen sind meines Wissens noch nirgends angezeigt.

Fehler in der Histoire Céleste.

p. 1 Bei α Cygne l. Grandeur 1.2

34 Zenithdistanz α Andr. st. 30° l. 20°

51 3ter F. 7 59 8,5 l. 7 58 8,5

66 Die Durchgangszeit 15 58 36 gehört dem 3ten Faden an.

71 3ter F. 13 2 56,5 st. 29 10 47 l. 29 0 47

95 Zenithdistanz von α Cygne st. 46° l. 4°

100 Erster F. 17 55 13 l. 17 54 13. Vergl. *Inghirami's* Bemerkung Nr. 29 im Anhange zu seinem Sternverzeichnisse für 18^{hor}.

102 M. F. 20 48 2,5 st. 40 48 0 l. 41 5 8
M. F. 20 48 17,5 st. 41 15 8 l. 40 48 0

107 Die Gröfsen der Sterne m. F. 21 16 53 und 3ter F. 21 16 44 sind verwechselt, und die Zenithdistanz des letzteren Sterns ist 44 14 14 zu lesen.

110 M. F. 23 1 38,3 ist 9ter Gröfse.

118 M. F. 23 57 10 l. 23 58 10
M. F. 23 57 10,5 l. 23 58 10,5

119 M. F. 0 15 20 st. 47 51 55 l. 47 59 55

121 M. F. 23 14 55 l. 23 13 55. Der Stern ist 8r Gr.

122 M. F. 23 57 57,5 st. 46 36 38 l. 46 30 38

150 M. F. 10 36 2,5 st. 25 44 52 l. 25 49 52

159 M. F. 14 45 21,3 st. 35 37 14 l. 35 32 14

162 Die Durchgangszeit 13 46 40,5 gehört dem mittleren Faden an.

162 3ter F. 14 25 39,5 l. 14 25 29,5

165 Die Namen 25 ρ Bouv. und 27 γ Bouv. sind eine Zeile tiefer zu rücken.

p. 169 M. F. 16 10 34,5 l. 16 0 34,5

172 M. F. 18 3 26 l. 18 36 26

186 3ter F. 21 21 27,5 st. 42° l. 43°

189 3ter F. 20 59 10 st. 48 8 13 l. 48 3 13

202 M. F. 2 41 49,3 st. 44 7 33 l. 44 8 33

222 Bei M. F. 10 8 16,2 ist 439 Mayer zu streichen.

229 M. F. 10 33 16 st. 43° l. 42°.

231 10r Vier. 1ster F. 12 59 19 l. 11 59 19

273 Die Durchgangszeit 8 12 37,3 gehört dem 3ten Faden an.

280 M. F. 9 38 13,5 st. 31 20 54 l. 31 1 54

314 Zenithdistanz α Aurigae st. 33° l. 3°.

315. 216 Mayer mufs neben dem vorhergehenden Sterne stehen. Vergl. Astr. Nachr. Bd. 4. S. 77.

338 3ter F. 14 44 10,5 st. 45 49,0 l. 45 44 0

345 Die Durchgangszeit von 42 Librae 15 29 10,6 gehört dem 3ten Faden an. Vergl. Astr. Nachr. Bd. 3. S. 206.

346 M. F. 16 57 27,3 l. 15 57 27,3
M. F. 16 59 23,5 l. 15 59 23,5

348 Die Beobachtung von o Serpentis am m. F. ist fehlerhaft.

349 Die bei γ Aigle unter „Grandeurs" stehende 1 ist eine Zeile tiefer zu rücken.

465 st. | 2 | 4 3 29,5 | 3 57: | 4 24,6 | 57 18 47
l. Rigel | 1 | 5 3 29,5 | 3 57: | 4 24,6 | 57 13 47
M. F. 5 3 47,6 st. Aigle | 2 | l. Rigel | 1 |

472 M. F. 17 0 10 st. 58 42 47 l. 58 27 47
Die Durchgangszeit 17 10 42,4 gehört dem 3ten Faden an.

581 52° 64° 0^h 7^h l. 62° 64° 0^h 5^h
nord nord

583 20° 22° 0_h $2\frac{1}{2}$ l. p. 24.

Digitized by Google

p. 584 20° 22° 18⅓ 22⅔ l. p. 23
22° 24° 10⅔ 13h l. 25 avril 1794 p. 64
22° 24° 13h 13⅔ l. 28 mai 1799 p. 471
24° 26° 18h 19⅔ l. p. 101
18⅔ 21⅔ l. p. 28
585 38° 40° 0h 1⅔ l. p. 40
16h 20h l. p. 85
20h 21⅔ l. p. 109
20⅔ 22 l. p. 115
46° 48° 0h 1h l. p. 122
9h 10⅔ l. p. 274
48° 50° 14h 16⅔ l. p. 338
50° 52° 18h 20⅔ l. p. 98
586 52° 54° st. 21⅔ l. 21½

Der Stern (8) $10^h\,9'\,47'' + 12°\,21{,}2$ in *Göbel's* Verzeichnifs für 10^h ist auch von *Lalande* beobachtet H. C. p, 219 m. F. 10 9 58, wo aber die Beobachtung am 3ten F. zu streichen ist.

Die Bemerkung *Inghirami's* zu p. 348 der H. C. im Anhange zu seinem Sternverzeichnisse für 18^h ist ungegründet.

In den Reductionstafeln von *Hansen* und *Nissen:*

S. 13 H. C. 1794 Febr. 10 p. 51. 49° 8h 20′ Columne p′ l. 3,7
16 H. C. 1794 April 21 p. 61. 19° 14h 0′ Columne k l. 26,86

Druck- oder Schreibfehler in den Astr. Nachr.

Bd. 1. S. 18 Z. 10 Febr. 22 AR. st. +0″,1 l. −9″,9
87 — 14 st. 360″ l. 360°
225 — 12 st. $\frac{1}{1+i}$ l. $\frac{n}{1+i}$
226 — 3 st. $\frac{1}{u}$ l. $\frac{1}{n}$
Bd. 2 S. 441 — 4 st. 79′ l. 78′
Bd. 3. S. 319 — 12 st. ,04 l. 7″,04
320 — 18 st. −0,0,69 l. −0,296
327 — 7 st. 63 l. 63°
329 — 13 st. Wien E. l. Wien A.
330 — 7 st. Mitau E. l. Mitau A.
382 — 8 v.u. st. t'' l. $t_{''}$
386 — 14 v.u. st. $\left(1-\frac{dp}{dt}\right)$ l. $\left(1-\frac{dp}{dt}\right)^a$
395 — 6 v.u. st. $\frac{p^1}{p}$ l. $\frac{p^1}{q}$

Bd. 4 S. 144 Z. 9 v.u. st. 79 l. 78
Bd. 6 S. 78 —17 v.u. st. 154 l. 155
126 vorletzte Zeile st. d_2t l. d^2t
In der Liste der Sterne im Parallel des Mondes zu Nr 133 S. 7. Z. 8 v..u st. 14 18 3 l. 14 18 2
S. 485 Z. 9 v.u. ist zwischen 307 und 362 noch 358 einzuschalten.
Bd. 7. S. 59 Z. 4 und 11 st. *f* l. *E.*
S. 107 Z. 1 und S. 108 Z. 3 und 4 st. 58″,80 l. 58″,88
S. 108 Z. 17 st. Zone 11 l. Zone 2
18 st. 47″,64 l. 47″,24
113 in der Ueberschrift st. 149 l. 150
126 Z. 9 v.u. st. $b'\Delta$ l. $b'\Delta\delta$
131 — 4 v.u. st. $\delta\alpha$ l. $d\alpha$
261 — 5 v.u. st. 46|58′,20″,6 l. 46° 58′ 20″,6
372 —22 st. 47″,64 l. 47″,24
498 — 2 hinter 385 ist noch 495 hinzuzufügen.
Bd. 8. S. 172 —11 v.u. st. $(\delta - \frac{1}{2}\Delta')$ l. $(\delta' - \frac{1}{2}\Delta')$
173 — 8 st. 45,29 l. 45,26
268 in der Anzeige des Druckfehlers l. das 2te mal $cos\,(\delta' - \frac{1}{2}\Delta')$
347 in der Ueberschrift st. 184 l. 186
443 Der am 29 Juli bedeckte Stern ist H. C. p. 341 3ter F. 15 46 27
Bd. 9. —175 Das Datum für die in Sewastopol beobachteten Sternbedeckungen ist eine Zeile tiefer zu rücken.
176 Z. 6 st. die l. die der
177 st. Wilkon l. Wilkow.
178 st. Mangari l. Manganari.
213 l. Ueberschrift Nr. 203
452 Z. 20 st. Wilkon l. Wilkow.
Bd. 10. S. 5 Z. 16 st. 29′ l. 39′. Der Stern ist von dem Beobachter in Dorpat richtig benannt.
7 Z. 19 st. 1″,1 l. 1″,0
58 —10 v.u. st. P' 277 l. P' 276
Bd. 11. S. 6 —18 st. 81 l. 31
12 —19 st. 49 Librae l, H. C. p. 341 3ter Faden 15 46 27
155 in der Ueberschrift st. 248 l. 249
449 unter *Santini* ist noch hinzuzufügen: Verbesserte Elemente des *Biela*schen Cometen 195.

Knorre.

Beobachtungen des diesjährigen Cometen auf der Altonaer Sternwarte. Von Herrn *A. Petersen*. pag. 289.
Beobachtungen des *Boguslawskis*chen Cometen auf der Hamburger Sternwarte von Herrn Dr. *C. A. F. Peters*. p. 291.
*Boguslawskis*cher Comet. Von Herrn *C. Rümker*. p. 295.
Schreiben des Herrn Dr. *Lamont*, Directors der Bogenhausener Sternwarte, an den Herausgeber. p. 297.
Auszug aus einem Schreiben Sr. Excellenz des Herrn Generallieutenants *von Schubert* an den Herausgeber. p. 299.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn Prof. *Knorre*, Directors der Sternwarte in Nicolajew. p. 301.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 283.

Cometenmedaille.

Die von Seiner Majestät dem Könige von Dännemark gestiftete Cometenmedaille, ist dem Herrn *Dunlop* in Paramatta für den im September 1833, und dem Herrn *Gambart* in Marseille für den am 8ten März 1834 entdeckten telescopischen Cometen zuerkannt.

S.

Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Herausgeber.

Berlin 1835. Aug. 23.

Endlich ist hier der *Halley*sche Comet aufgefunden. Der Justizrath *Kunowsky* bemerkte in der Nacht vom 21sten auf den 22sten Aug. den schwachen Nebelfleck mit seinem vortrefflichen Fernrohr. Wolken hinderten eine Beobachtung nur die Zeichnung der umliegenden Sterne in einem heitern Zwischenraum liefs erkennen, dafs der Comet um Aug. 21. $14^h\,30'$ nahe $85°\,27'$ AR. und $+23°\,36'$ Decl. hatte. Er stand zwischen zwei *Bessel*schen Sternen Zone 348. $5^h\,40'\,4'',30$ und $5^h\,40'\,40'',37$.

Gestern Nacht verglichen *Kunowsky* und ich den Cometen mit 4 Sternen aus *Bessels* Zonen. Aus der vorläufigen Reduction, die aber schwerlich noch eine irgend bedeutende Aenderung erfahren kann, ergiebt sich

Aug. 22. $14^h\,46'\,44$ M. Berl. Zt. $85°\,39'\,27''$ $+23°\,42'\,20''$

Rosenberger hat dafür etwa 85 33 und 24 1

Lehmann 86 44 + 22 48

so dafs der Ort sich sehr nahe an *Rosenberger* anschliefst. Vielleicht dürfte die Zeit des Perihels, so weit sich aus diesem ersten Orte schliefsen läfst, noch einen oder einige Tage später fallen, als am 13ten November.

Der Comet war im Cometensucher nicht zu erkennen, und erschien als ein schwacher Nebelfleck, der indessen doch seiner Form nach noch mit einiger Sicherheit sich beobachten liefs. Die Herren *Beer* und *Mädler* haben ihn einen Tag später ebenfalls in ihrem Fernrohr erkannt. Auch ein $3\frac{1}{2}$füfs. Dollond der hiesigen Sternwarte zeigte ihn bei 50mal. Vergröfserung. Er hatte vom 21sten zum 22sten Aug. anscheinend schon an Licht zugenommen.

Encke.

Schreiben des Herrn Hauptmanns *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1835. Aug. 23.

Nachdem in der verwichenen Nacht die vollkommene Bestätigung erlangt worden, beeile ich mich Ihnen zu melden, dafs ich am 21sten d. M. gegen $14\frac{1}{2}$ Uhr den *Halley*schen Cometen glücklich aufgefunden und noch 2 Mal am Kreismikrometer mit dem Sterne *Bessel* Zone 348. 1826 März 5. $5^h\,40'\,40'',37$, auch Hist. cél. p. 315. 1798 Févr. 5. $5^h\,39'\,15'',5$ Mittelfaden verglichen habe, wobei ich zugleich bemerken mufs, dafs in den letztern der dritte Faden des vorhergehenden Sternes zu diesem Sterne gehört, und dafs sich dadurch die Bemerkung des Herrn *v. Heiligenstein* Nr. 77 Ihrer Astron. Nachr. p. 78 über diesen Faden behebt.

Nach der ersten und besten Beobachtung um $14^h\,41'$ m. Zt. ergab sich die AR. Com. beiläufig um $2'',4$ kleiner als die des Sterns, die Decl. um $15',05$ gröfser, daher beiläufig AR. Com. $5^h\,41'\,46'',4$ Decl. $23°\,34',9$.

Bei der zweiten Beobachtung stand das Fernrohr schon so nahe am Fensterpfosten (ging auch nicht weiter zu rücken) dafs der Comet schon etwas an Licht geschwächt war, und daher seine Sehne zu klein gab.

Um $15^h\,1',8$ ergab sich eine AR.-Differenz von $-1^s,8$ und in der Decl. $+16',7$, aber offenbar zu grofs.

Der Comet wurde daher beinahe auf der nämlichen Stelle aufgefunden, wo *Herschel* am 13ten März 1781 den Uranus entdeckt hat, und zugleich in der Nacht von des letzteren ☍. Der Comet mufs etwa einen Tag vorher den ☊ passirt haben.

Digitized by Google

In der verwichenen Nacht habe ich den Cometen um $14^h 32'$, $14^h 44'$ und $14^h 48'$ mit dem nämlichen Sterne verglichen und ungefähr die AR. um $51^s,4$ die Decl. um $23',1$ gröfser gefunden als die des Sterns, also die AR. Com. beiläufig $5^h 42' 40'',2$, die Decl. Com. $+ 23° 43',0$; ferner $14^h 56',5$, $15^h 9',4$, $15^h 15',4$ und $15^h 23'$ mit dem Stern *Bessel* Z. 348. 1826 März 5. $5^h 40' 4'',30$ verglichen, und die AR. Com. um etwa $1' 27'',2$ gröfser, die Decl. um $9',8$ kleiner gefunden, also AR. Com. beiläufig $5^h 42' 40'',0$, die Decl. $23° 42',4$; endlich hatte ich bei der letzten Beobachtung auch noch den Stern aus der nämlichen Zone $5^h 42' 50'',20$ mit hindurch gehen lassen, und die AR. und. Decl. Unterschiede $-1' 19'',5$ $-19',5$, und damit AR. Com. $42' 39'',3$ Decl. Com. $23° 43',3$ gefunden.

Hiernach hat sich also die Identität des Cometen vollkommen bestätigt. Auch werden wohl schon von anderen Orten ähnliche Berichte eingelaufen seyn.

Herrn Professor *Rosenbergers* Calcul hat sich daher herrlich bewährt. Der Comet wird hiernach, wie es scheint, gegen den 16ten Novbr. durch das Perihel gehen.

Der Comet war so lichtschwach, dafs ich auch in der letztern Nacht ihn erst in den spätern Nachtstunden beobachten konnte. Um 13^h fand ich ihn zwar beim klarsten Himmel wieder auf, zum Beobachten aber viel zu schwach. Sein Nebel ist sehr ausgebreitet.

Das Heliometer bekommt jetzt nach dieser Seite eine Aufstellung, worauf ich sogleich damit beobachten und auch den scheinbaren Durchmesser seines Nebels messen werde.

Die Beobachtungen des *Encke*schen Cometen sind noch nicht reducirt, weil ich noch mit der Bestimmung des Kreismikrometers beschäftigt bin, wobei sich mancherlei zum Theil noch unerklärte Anomalien gezeigt haben. Auch die Reduction dieser Cometen-Beobachtungen wird auf deren Beendigung warten müssen.

v. Boguslawski.

Schreiben des Herrn Dr. *Littrow*, Assistenten an der Kaiserl. Sternwarte in Wien an den Herausgeber.

Wien 1835. Aug. 22.

Ich war heute Morgens so glücklich, den *Halley*'schen Cometen aufzufinden. Ich fand folgende genäherte Position desselben:

Aug. 21. $15^h 43' 38''$ mittlere Wiener Zeit
AR. $= 5^h 41' 50''$; nördl. Decl. $= 23° 36' 20''$

also nahe auf dem Orte, den *Möbius* aus den *Damoiseau*'schen Elementen ableitete.

Obschon ich ihn mit unserem Refractor von 6 Zoll Oeffnung beobachtete, erschien er doch so äufserst schwach, dafs ein weniger Geübter, der eben zugegen war, sich Mühe geben mufste, seiner auch nur gewahr zu werden. Seit Anfang dieses Monathes hatte ich jeden heiteren Morgen zu dessen Aufsuchung benutzt, aber zuerst machten trüber Himmel, und dann wohl der Mond meine Bemühung fruchtlos. Noch gestern Morgens, unter sonst günstigen Umständen, war ein mehrstündiges Suchen ohne Erfolg geblieben. Die Astronomen auf der Sternwarte des Collegio Romano müssen sehr von atmosphärischen Umständen begünstigt gewesen seyn, um den Cometen schon am 5ten August zu sehen.

Ueber sein äusseres Erscheinen habe ich nur noch zu bemerken, dafs er einem länglichtrunden, sehr mattem Nebel mit verhältnifsmäfsig lichtem Kerne glich. Von einem Schweife war keine Spur zu sehen.

C. L. Littrow.

Schreiben des Herrn *South* an den Herausgeber.

Observatory Kensington 1835. Aug. 24.

During the past week when the feeble Moonlight justified attempts at finding *Halley's* Comet, I met not any thing to repay my labour till last night, when having cautiously examined that portion of the heavens between 4 hours 50 minutes and 6 hours 30 minutes of right ascension, and 30 and 24 degrees north declination, I found in the field of the Telescope a round and well defined nebulous body, extremely faint and perhaps about 2 minutes in diameter.

At 1 hour 11 minutes sidereal time, its place, as far as the imperfect mounting of my large object glafs would allow me to determine it was AR. $5^h 42^m 31^s$ and its Declination about $23° 43'$ North.

The sky shortly after I found it, became hazy, and even cloudy, so that occasionally only could I get a glimpse

Digitized by Google

of it. Micrometrical comparisons with neighbouring stars were impracticable.

This morning or August 28 at 23 hours 55 minutes and 47 seconds sidereal time, I again saw it, and determined its right ascension then to be about 5 hours 43 minutes and 18 seconds, whilst its Declination at the same time was 23 degrees 49 minutes and 43 seconds.

J. South.

Schreiben des Herrn *Hussey* an den Herausgeber.

Rectory. Hayes. Kent 1835. August 24.

After having most carefully examined the region of the heavens in which *Halley's* Comet is expected to appear on Thursday last and not having seen any trace thereof, I repeated my search on Saturday night and about 20 minutes after three on Sunday morning found the object sought, about 3 minutes 25 seconds of time following 132 Tauri and about 45 minutes of space south of it. The telescope employed is 65 inches aperture and a refractor made by *Fraunhofer*. From the singular perfection of the glass which is absolutely colourless this instrument exhibits very faint nebulæ almost as well as reflectors, to which cause alone I can attribute my being able to distinguish this Comet which is by far the faintest object I ever saw; it is large and like the very finest wreath of smoke.

This morning I endeavoured in conjunction with a friend to ascertain the Comets place more accurately. But the sky being cloudy we were only enabled to verify the former approximation in the brief intervals that were clear. A micrometer with illuminated spider lines rendered the Comet invisible and after having applied a circular micrometer with the intention of making 121 Tauri the object of comparison the clouds interposed until the morning light would as before have rendered the Comet invisible. As soon as I can obtain any correct observations they shall be forwarded but not being aware of this Comet having been previously seen I did not choose to delay this communication for a single post.

Hussey.

Erklärung der diesem Stücke beigelegten Doppelzeichnung des Tycho.

Von Herrn Dr. *Mädler.*

Gegenwärtiger Versuch, die Mondfläche sowohl nach ihren Terrain- als Farbenverhältnissen gleichzeitig und doch zugleich gesondert darzustellen, umfafst eine Gegend des südöstlichen Quadranten von etwa 4500 geogr. Quadratmeilen, deren bedeutendster Gegenstand Tycho ist. Auf einer Seite ist das Terrain so dargestellt, wie es im astronomischen Fernrohr, direkt gesehen, erscheint. Die Namen und Buchstaben entsprechen denen der Mappa Selenographica, die Zahlen sind Höhen in Toisen. Die Kehrseite dagegen enthält die in hoher Beleuchtung sichtbaren Lichtverhältnisse, jedoch als Spiegelbild, wie es durch ein prismatisches Ocular gesehen, erscheinen würde. Betrachtet man diese Seite zuerst in einer von einem Fenster abwärts gerichteten Lage, und wendet sich dann damit allmählich so, dafs man das Blatt zuletzt gegen das Fenster hält, so hat man eine deutliche Vorstellung von der Art, wie vom Vollmond bis zum letzten Viertel die Farben allmählig zurücktreten und die früher unsichtbaren Terrainverhältnisse deutlicher werden. Der gewählte Mafsstab ist der doppelte unsrer Karte, da es der Metallographie, die hier angewandt wurde, nicht möglich ist, die Feinheit des Stichs zu erreichen.

J. H. Mädler.

Schreiben des Herrn *Slavinsky*, Directors der Wilnaer Sternwarte, an den Herausgeber.

Wilna 1835 Mai 22. / Jun. 3.

Dans le Nr. 278 des A. N. page 238, on a mis par méprise au dessous des observations faites par moi en 1832, le nom de Mr. *Sniadecki*, qui mourut pendant 1830. Je fis graver son portrait à Paris, et je désire beaucoup d'en envoyer une dixaine d'exemplaires à Vous Monsieur, si je puis seulement trouver une occasion.

P. Slavinsky.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Cracauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Cracau 1835. Julius 9.

Nochmals sage ich Ihnen meinen verbindlichsten Dank für die gütige Bestellung der Uhr bei *Kessels*. Ich habe bereits Nachricht von Herrn *Kessels*, dafs die Uhr dem Herrn *Ewald* in Hamburg zur Uebersendung an mich übergeben worden ist. Mit der heutigen Post habe ich dem Herrn *Kessels* angezeigt, dafs ihm der Betrag dafür von 130 Ducaten ebenfalls durch Herrn *Ewald* ausbezahlt werden wird. Mit grofser Sehnsucht sehe ich der Ankunft dieser Uhr entgegen, da ich überzeugt bin, dafs ich gewifs etwas sehr Vortreffliches erhalten werde.

Eben wird der 2. Band meines Stern-Verzeichnisses abgeschrieben, so dafs er in einer Woche nach Petersburg abgehen kann; er enthält die Stunden 6 bis inclus. 11. Wie weit der Druck des ersten Bandes vorgerückt ist, weifs ich nicht; indessen hoffe ich, dafs er wohl nächstens vollendet seyn wird. Bei dem Eintragen der reducirten Sterne in das Verzeichnifs, und deren gegenseitigen Vergleichung fand ich, dafs die Sterne der 153sten Zone in AR. mit denen andrer Zonen nicht stimmten. Nach genauer Untersuchung fand ich, dafs in den Reductionstafeln, die jedem Bande der Zonen-Beobachtungen beigegeben sind, die Gröfsen *k* für diese Z. 153 unrichtig sind. Ich berechnete selbige genau, und fand folgende Werthe, die ich bitte bekannt zu machen, damit durch die dort angegebenen Gröfsen kein Irrthum veranlafst wird:

8h 0	*k* =	+2″884
30		+2,758
9 0		+2,646
30		+2,544
10 0		+2,456

Ich habe dann sogleich das Stern-Verzeichnifs, das die Academie der Wissenschaften in Berlin herausgiebt, nachgesehen, und zwar die Stunde X, die vom Herrn Prof. *Göbel* in Coburg berechnet ist, und gefunden, dafs von ihm die unrichtigen *k* bei der Reduction gebraucht worden sind. Ich theile Ihnen die wahren Rectascensionen für 1800 mit, damit jeder Besitzer dieses Verzeichnisses die nöthigen Verbesserungen vornehmen kann.

AR. 9h 51′ 22″	Decl. + 3h 14′ 8	
52 12	+ 2 47,0	
52 27	+ 2 42,9	
52 35	+ 2 26,7	(dann stimmt dieser Stern genau mit
53 23	+ 1 58,1	dem etwas später folgenden aus L.)
56 5	+ 2 59,8	
56 49	+ 1 54,4	
57 16	+ 1 53,4	(dann stimmt auch dieser mit dem
57 35	+ 1 40,2	später folgenden aus L. genau.)
59 5	+ 3 20,8	(auch der stimmt dann mit dem
59 19	+ 3 19,6	folgenden.)
10 0 22	+ 2 54,8	(nach *Bessel*.)

Das Berliner Verzeichnifs der Stunden 7 und 8, wo auch Sterne dieser Zonen vorkommen werden, habe ich noch nicht, daher ich auch darüber nichts erwähne. Das Wetter ist bei uns jetzt den Beobachtungen nicht sehr günstig.

Dr. *Max Weisse*.

Beobachtungen des *Halley*schen Cometen bis zum 30sten August auf der Altonaer Sternwarte.

August 24. 1835.

Scheinbare Oerter der Vergleichungssterne:

	AR.	Decl.	
a...	5h 44′ 10″32	+ 23° 55′ 31″4	aus einigen wenigen Vergleichungen mit dem Stern b abgeleitet.
b...	5 46 50,82	+ 24 13 5,3	*Bessels* Zone 348 und Histoire Cél. p. 315 und p. 196.

Stand des Chronometers gegen Sternzeit = −20′ 0″6.

Chronometer Zeit.	Comet − a in AR.	Chronometer. Zeit.	Comet − b in AR.
0h 2′ 52″5	+ 6″25	0h 41′ 36″7	− 2′ 31″90
7 23,5	+ 6,00	47 24,0	− 2 32,41
10 45,5	+ 6,67	54 8,5	− 2 32,54
14 34,5	+ 6,50	0h 47′ 43″1	− 2′ 32″28
26 51,5	+ 6,50		
30 11,0	+ 6,00		
47 24,0	+ 8,50		

Chronometer Zeit.	Comet − a in AR.	Chronometer Zeit.	Comet − a in Decl.
0h 54′ 8″5	+ 7″50	0h 47′ 24″	− 5″4
1 1 22,0	+ 8,50	1 10 12,5	+ 53,3
5 14,5	+ 9,00	13 50,0	+ 7,0
20 57,0	+ 8,00	17 20,0	+ 33,8
32 50,0	+ 9,00	24 9,5	+ 42,7
36 8,5	+ 10,25	29 49,5	+ 31,7
0h 45′ 26″4	+ 7″59	1h 13′ 47″6	+ 27″2

Mithin hat man für den Cometen, bis der Stern a am Meridiankreise bestimmt werden kann, folgende scheinbare Oerter:

Mittl. Alton. Zeit.	AR. Cometae.	Decl. Cometae.
14h 15′ 1″0	5h 44′ 17″91	
14 17 17,4	5 44 18,54	
14 43 17,5	————	+ 23° 55′ 58″6

Der Comet war sehr schwach und verschwand beinahe völlig, wenn er dem dunkeln Ringe nahe kam. Aus dieser Ursache sind die Beobachtungen überhaupt unsicher.

Digitized by Google

Aug. 26.

Scheinbare Oerter des Vergleichungs-Sterns

$\alpha = 5^h\,46'\,50''88$ Stand des Chronometers $-\,20'\,15''1$.

$\delta = +24°\,13'\,5'',37$.

Chronometer Zeit.	Comet—Stern in AR.	Chronometer Zeit.	Comet—Stern in Decl.
$23^h\,17'\,40''0$	$-\,54''70$	$23^h\,22'\,5''5$	$-\,2'\,58''7$
31 58,2	— 54,45	26 11,0	— 2 63,2
45 15,5	— 54,21	48 57,5	— 2 47,1
$23^h\,56'\,28''0$	— 51''21	$23^h\,52'\,30''5$	— 2'89''0
$0\;\;4\;35,5$	— 52,27	$0\;\;8\;32,5$	— 2 50,8
20 23,5	— 51.98	12 43,7	— 2 53,7

Chronometer Zeit.	Comet—Stern in AR.
$0^h\,37'\,54''8$	$-\,49''87$
41 57,7	— 51,11
$0^h\;2'\;1''6$	— 52''48

Chronometer Zeit.	Comet—Stern in Decl.
$0^h\,30'\,22'5$	$-\,2'\,32''2$
34 19,2	— 2 61,9
46 51,5	— 2 32,3
50 34,5	— 2 52,3
54 25,7	— 2 28,0
58 3,5	— 2 18,4
$1\;\;2\;\;4,5$	— 2 40,8
$0^h\,20'\,35''6$	$-\,2'\,48''3$

hiernach ist:

$13^h\,23'\,37''2$ Mittl. Zeit. AR. Cometae $= 5^h\,45'\,58''32$

$13\;42\;\;7,9$ —— —— Decl. Cometae $= +24°\,10'\,17''1$.

Aug. 28.

Scheinbare Oerter der Sterne: b = AR. $5^h\,46'\,50''94$ Decl. $+\,24°\,13'\,5''45$ *Bessel* Zone 348, Hist. Cel. p. 315 u. 195.

c = —— $5\;46\;35,03$ —— $+\,24\;23,2$ AR. durch Vergleichung mit *b* bestimmt.

Stand des Chronometers gegen Sternzeit $= -\,20'\,31''4$.

Chronometer Zeit.	Comet—b in AR.	Chronometer Zeit.	Comet—c in AR.	Chronometer Zeit.	Comet—c. in Decl.	
$23^h\,30'\,43''0$	$+\,49''90$	$0^h\;1'\,14''75$	$+\,1'\,5''85$	$0^h\;1'\,14''75$	$+\,2'\,22''85$	Süd
35 54,5	+ 49,55	6 34,0	+ 1 6,48	6 34,0	+ 2 9,30	Nord
40 57,0	+ 50,57	11 0,0	+ 1 5,73	11 0,0	+ 2 5,15	Süd
45 50,25	+ 49,83	18 59,0	+ 1 6,66	14 28,5	+ 2 22,55	Nord
$0\;27\;40,25$	+ 51,66	22 43,75	+ 1 7,11	18 59,0	+ 2 8,45	Nord
32 50,75	+ 51,37	27 40,25	+ 1 7,91	22 43,75	+ 2 23,73	Süd
38 0,0	+ 52,37	32 50,75	+ 1 6,74	$0^h\,12'\,30''0$	$+\,2'\,15,34$	
42 10,5	+ 51,85	38 0,0	+ 1 8,49			
$0^h\;6'\,45''78$	$+\,50''89$	42 10,5	+ 1 7,74			
		51 13,75	+ 1 7,12			
		$0^h\,25'\,14''68$	$+\,1'\,6''98$			

Hiernach ist: Mittl. Alton. Zeit $13^h\,20'\,12''4$ AR. Comet $=$ b $+\,50''89 = 5^h\,47'\,41''83$; 8 Beobb.

$13\;38\;38,2$ —— $=$ c $+\,66,98 = 5\;47\;42,01$; 10 ——

$13\;25\;55,7$ Decl. Comet $=$ c $+\,2'\,15,34 = 24°\,25'$ ——; 6 ——

Aug. 29.

		AR.	Declination.
Scheinb. Oerter der Vergleichungssterne:	Nr. 1	$5^h\,47'\,30''14$	$+\,24°\,35'\,1''67$
	Nr. 2	$5\;47\;53,27$	$+\,24\;35\;21,17$

Stand des Chronometers $= -\,20'\,40'',25$.

Chronometer Zeit.	Comet—Nr 1. in AR.	Comet—Nr. 2.	Chronometer Zeit.	Comet—Nr. 1 in Decl.	Comet—Nr. 2
$0^h\,20'\,44''4$	$+\,1'\,2''86$	$+\,39''29$	$23^h\,54'\,23''2$	$-\,1'\,48''10$	$-\,2'\,10''25$
$0\;24\;59,0$	+ 1 4,34	+ 41,11	59 6,7	— 1 40,25	— 2 1,35
$0\;29\;51,5$	+ 1 3,81	+ 40,51	$0\;\;3\;17,7$	— 1 30,60	— 1 52,10
$0\;33\;50,0$	+ 1 3,38	+ 39,91	7 50,2	— 1 42,00	— 1 58,20
$0\;48\;28,9$	+ 1 4,38	+ 41,14	11 39,4	— 1 31,05	— 1 52,35
$0\;52\;42,2$	+ 1 5,28	+ 41,73	11 58,9	— 1 35,15	— 2 4,20
$0^h\,35'\;6''0$	$+\,1'\,4''01$	$+\,41''61$	40 1,6	— 1 9,10	— 1 31,95
			44 7,4	— 1 32,55	— 1 58,20
			$0^h\,14'\,33''1$	$-\,1'\,33''60$	$-\,1'\,56''08$

Hiernach ist: $13^h\,44'\,23''2$ Mittl. Zt. AR. Cometae $= 5^h\,48'\,34''51$

$13\;23\;53,7$ —— Decl. —— $= +24°\,33'\,26''6$ S.

Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber.

Kremsmünster 1835. Aug. 23.

Ich habe die Ehre Ihnen hiemit zu berichten, dafs ich und Herr Prof. *Stampfer* von Wien, der unsere Sternwarte mit seinem Besuche erfreute, in der Nacht vom 21sten auf den 22sten August, zu gleicher Zeit, *Halley's* Cometen aufgefunden und am Aequatoreale beobachtet haben. Die gefundenen Positionen, die aber noch einer schärfern Reduction bedürfen, sind folgende:

Digitized by Google

	M. Z. Kremsm.	AR. Com.	Decl. Com.
1835 Aug. 21.	15h 8′	85° 27′ 12″	+ 23° 37′ 20″
22.	15 5	85 41 0	23 43 55

Der Comet erschien in dem achromatischen Fernrohre von 3 Zoll Oeffnung, welches sich am Aequatoreal befindet, sehr klein und lichtschwach, selbst mitten im Gesichtsfelde war er nur mit Anstrengung zu erkennen, daher auch seine Beobachtungen an Genauigkeit etwas zu wünschen übrig lassen werden.

M. Koller.

Schreiben des Herrn Geheimenraths und Ritters *Bessel* an den Herausgeber.

Königsberg 1835. Aug. 26.

Am Sonntag Nachmittag kam ich hier an, konnte aber den Kometen in der Nacht nicht suchen, weil sie trübe war. So war es auch in der folgenden Nacht. Aber die letzte Nacht war heiter und ich beobachtete den Kometen

	M. Z.	AR.	Decl.
Aug. 25.	14h 44′ 19″	86° 17′ 7″,7	24° 2′ 56″,8

Sie werden den Kometen dort unfehlbar schon gesehen haben also meine Anzeige nicht mehr gebrauchen. Ich füge noch hinzu, dafs der Komet etwa Nov. 16 durch die Sonnennähe gehen mufs, welches also bis auf 3 Tage mit der der *Rosenberger*schen Ephemeride zum Grunde gelegten Annahme (Nov. 13) übereinstimmt. Der Komet steht innerhalb eines Viertelgrades auf dem Punkte, welchen *Rosenberger* ihm anweiset. Dieser hat also das Vergnügen, seine umsichtigen und fleifsigen Rechnungen durch einen ausgezeichneten Erfolg belohnt zu sehen.

F. W. Bessel.

Beobachtung des *Halley*schen Kometen auf der Hamburger Sternwarte von Herrn *Rümker.*

	Mittl. Hamb. Zeit.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
Aug. 28.	13h 47′ 20″	86° 55′ 56″,3	24° 24′ 50″ N.

Bei dieser Positionsbestimmung sind aus Mangel an Zeit nur etwa ein Drittheil der angestellten Beobachtungen gebraucht. Sie beruhet auf den Sternen der *Bessel*schen Zone Nr. 348. 5ten März.

AR.	Decl.
5h 45′ 41″66	24° 13′ 21″5
5 46 20,6	35 20,3
5 46 43,73	35 40,1.

wovon der erste auch anderweitig beobachtet ist.

Aufserdem ward der Comet insbesondere mit 2 sehr nahe beisammengelegenen Sternen 10—11r Gröfse im Parallele desselben verglichen, welche ihm etwa 22 Zeitsecunden vorangingen.

C. Rümker.

Schreiben des Herrn *Hussey* an den Herausgeber.

Rectory Hayes. Kent 1835. August 31.

Having forwarded to you by the post of Monday August 24 a brief notice of *Halleys* Comet as it appeared to me on the preceding two nights, together with its approximate place, I feel much pleasure in sending to you now the result of my last observations, affording the Comets place with as much accuracy as I conceive it possible to attain with an object of this nature.

Hayes Rectory Lat. 51° 22′ 37″,28, Long. in time 3s,58 East

August 28 at 1h 34m 22s Sidereal Time
Comets R. A. 5h 47m 47s 36 Comets Decl. + 24° 27′ 10″69

August 29 at 1h 37m 28s Sidereal Time
Comets R. A. 5h 48m 38s 11 Comets Decl. + 24° 34′ 13″22

August 30 at 3h 8m 20s Sidereal Time
Comets R. A. 5h 49m 30s 54 Comets Decl. + 24° 43′ 5″15.

The first of these places was determined from several observations with one of *Frauenhofer's* double ring micrometers; the other two places were ascertained with a parallel wire micrometer having illuminated spider lines and are the means of several sets of observations, the star upon which they all depend being 132 Tauri, the place of which was obtained from the Astronomical Society's Catalogue with five years precession added and the corrections resulting from the constants in that Catalogue and the factors in the Nautical Almanac. From considering the circumstances of *Halley's* Comet now and on its preceding return, I am led to believe it will not be visible to the naked eye in lefs than six weeks from the night I first fell in with it or about October 3.

One thing has surprised me much with respect to this Comet, that is to say its not having been visible in Sir *James South's* large telescope until it was seen in mine. Ha

Digitized by Google

found it at four o'clock on Sunday morning, I met with it at three. To neither of us was it visible on the preceding Thursday, and Friday night was cloudy at least here. Yet the diameter of Sir *James South's* object glafs is 11,75 inches of mine 6,5 the ratio of the light will be consequently as 138 to 42. Is this owing to the material of the glafs being slightly coloured? Mine is absolutely colourlefs as I mentioned in my last letter and shows faint nebulæ almost like a reflector.

Hussey.

Schreiben des Herrn *Eduard Cooper* M. P. an den Herausgeber.

Mackree Collooney Ireland 1835. Aug. 27.

I have just read in the Dublin Evening Mail of last night a notice on *Halley's* Comet taken from the Courier stating that Sir *James South* and the Revd *Th. Hussey* had discovered it on Sunday morning last. This days post has brought me a letter from the latter Gentleman containing a statement similar to that communicated to the Courier. The weather having been unfavourable here I did not discover it until about one oclock yesterday morning when I immediately showed it to Sir *William Hamilton* who is staying with me at present. I first saw it in the finder of my great telescope which has an object glafs of four inches nine tenth's aperture; it was certainly faint in this telescope, but by no means so much so as other objects which I have seen through it; in the great telescope thirteen inches three tenths aperture it was beautifully shown and its Nucleus perfectly distinguishable, it would not however bear illuminated wires, so that I could not obtain micrometrical measures; by reading off the circles of the Equatorial checked by neighbouring Stars, we found its Right Asc. to be $= 5^h\,45^m\,19^s$ and its Decl. $= +24°\,0'$ nearly. Some rough observations of ingrefs and egrefs into an unilluminated field, made by Sir *William Hamilton* appeared to him to indicate a motion such as the Comet ought to have but the shortnefs of the time during which those observations could be made left us desirous of farther confirmation, such as a single subsequent night would give. I therefore merely announced one observation by letter yesterday to Dr. *Robinson* of Armagh Mr. *Henderson* of Edinburgh and Mr. *Baily* of London. I do not conceive that a telescope with an object glafs of lefs than three and a half or four inches diameter will show it at present and such a one very imperfectly.

Eduard Cooper.

Ephemeride des *Halley*schen Cometen von Herrn Professor *Rosenberger* mit Zuziehung der Königsberger Beobachtung vom 25ten August (aus der er die Durchgangszeit durch das Perihelium auf Novbr. 16,045 m. Zt. Berlin. bestimmt) aber sonst unveränderten Elementen berechnet.

M. Zt. Berlin.	AR.	δ
Septbr. 14,5	91° 3′ 22″	+ 27° 47′ 2″
—— 15,5	91 21 36	28 5 55
—— 16,5	91 40 37	28 26 8
—— 17,5	92 0 31	28 47 49
—— 18,5	92 21 25	29 11 7
—— 19,5	92 43 29	29 36 14
—— 20,5	93 6 55	30 3 26
—— 21,5	93 31 56	30 32 58
—— 22,5	93 58 52	31 5 10
—— 23,5	94 28 4	31 40 27
—— 24,5	94 59 58	32 19 15
Sept. 25,5	95° 35′ 5″	33° 2′ 5″
—— 26,5	96 14 1	33 49 34
—— 27,5	96 57 31	34 42 22
—— 27,0	96° 35′ 2	34° 15′ 3
—— 29,0	98 14,3	36 13,9
Octbr. 1,0	100 27,6	38 46,3
—— 3,0	103 38,8	42 7,0
—— 5,0	108 40,3	46 38,3
—— 7,0	117 38,3	52 46,6
—— 9,0	136 36,1	60 14,3

Altona 1835. Septbr. 12. *S.*

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Olbers* an den Herausgeber. Bremen 1835. Sept. 7.

Nach *Rosenbergers* Elementen stimmt die Zeit des Periheliums, welche man aus den geraden Aufsteigungen der jetzigen Beobachtungen herleitet, so genau mit der aus den Declinationen hergeleiteten, als man nur bei der Schwierigkeit der bisherigen Beobachtungen erwarten kann. So giebt *Encke's* Beobachtung vom 22ten Aug. das Perihel Nov. 16,174.

Digitized by Google

Ihre Beobachtung (sie ist von Herrn *Petersen*) vom 26ten Aug., Nov. 16.0835, und es findet sich für

	Wahre Anom. d. Com. aus d. beob. Breite.	Zu dieser Anom. gehört geocentr. Länge.	Beobachtete geocentr. Länge.	Unterschied.
Aug. 22	109° 34′ 4″	86° 2′ 0″	86° 1′ 28″	+0′ 32″
—— 26	108 3 3	86 48 22,9	86 48 2,4	+0 20,5

Bis also fernere Beobb. das genauere ergeben, kann man die Zeit des Perihels auf Nov. 16. 3h mitt. Berl. Zeit setzen.

Vielleicht hat es Interesse, die relative Lichtstärke des Cometen zu übersehen, bei der die Lichtstärke desselben für den 23sten August als Einheit angenommen ist.

	Lichtstärke.		Lichtstärke.		Lichtstärke.
Aug. 23	1,00	Octbr. 2	43,80	Oct. 26	54 82
Sept. 4	2,05	—— 6	101,81	—— 30	39,80
—— 8	2,73	—— 8	163,76	Nov. 3	31,15
—— 12	3,76	—— 10	258,80	—— 7	25,46
—— 16	5,33	—— 12	318,80	—— 11	21,23
—— 20	8,01	—— 14	295,50	—— 15	17,42
—— 24	12,78	—— 18	155,10	—— 19	14,67
—— 28	22,26	—— 22	85,04		

Olbers.

Schreiben Sr. Excellenz des Herrn Staatsraths und Ritters *v. Struve* an den Herausgeber.

Dorpat 1835. Aug. $\frac{23}{15}$ und $\frac{29}{17}$.

Ohne Zweifel haben Sie beim Eingange dieser Zeilen den *Halley*schen Cometen schon längst gesehen und vielfache Kunde seiner Sichtbarkeit von den Sternwarten erhalten.

So kann ich Ihnen denn auch seine Auffindung auf der hiesigen Sternwarte melden. Nach vergeblichen Bemühungen mit einem Münchner Cometensucher fand ich am $\frac{20}{8}$ August kurz vor 13h m. Z. den Cometen mit dem grofsen Refractor, in welchem er wie ein schwacher rundlicher Nebelfleck erschien, sehr nahe an dem Orte der einen *Rosenberger*schen Ephemeride. Die Messungen mit dem Fadenmikrometer, mit leuchtenden Fäden im dunklen Felde gaben nach 20 Zeitminuten die Fortrückung im Sinne der Ephemeride zu erkennen, indem die Distanz von einem telescopischen Stern von 2′ 51″ auf 3′ 6″ gestiegen war und auch die Richtung sich gehörig geändert hatte. Eine vorläufige Reduction dieser Beobb. so wie der der nächsten Nacht gibt folgende Oerter:

Aug. 20	14h Dorp. M. Z.	AR. =	85° 13′	δ =	+23° 30′
—— 21	14 —— ——		85 25		23 36

Fehler der Ephemeride von *Rosenberger* + 7′ — 17′
von *Bouvard* +11, — 27

Es versteht sich von selbst, dafs ich die Messungen für die Ortsbestimmung dieses Cometen mit aller Sorgfalt und den guten Hülfsmitteln, die mir zu Gebote stehen, fortsetzen werde.

Das vorstehende vor 8 Tagen geschriebene sandte ich nicht ab, weil ich Ihnen die nahezu richtig reducirten Oerter des Cometen zu senden wünschte, in soferne ich sie aus den Ablesungen an den Kreisen des Refractors abzuleiten im Stande bin. Aber das beständig helle Wetter hat mich bis heute gehindert die Rechnungen zu beginnen. Nun will ich doch die Nachricht, dafs der Comet bei uns gefunden ist, nicht länger aufhalten.

In diesen 9 Tagen habe ich 6 Mal eine ganz scharfe Ortsbestimmung des Cometen gemacht. Ich hoffe, dafs wenn die verglichenen Sterne genau bestimmt sein werden, die abgeleiteten Oerter eine Sicherheit innerhalb 3 Bogensecunden besitzen werden, d. h. diejenige Sicherheit, welche die Form des Cometen zuläfst. Bis zum $\frac{29}{17}$ August habe ich von einem Schweife nichts entdecken können, obgleich der Comet in diesen 8 Tagen sehr bedeutend an Licht zugenommen hat

Schon vor dem 20ten August hatte ich mehrere Male nach dem Cometen gesucht, aber umsonst. Am günstigsten waren die Umstände am 13ten August. Ich wartete den Untergang des sehr südlich stehenden Mondes ab, und musterte jetzt die Umgegend, wo der Comet stehen sollte, mit der schwächsten Vergrölserung des Refractors durch. Aber ohne Erfolg. Obgleich der Himmel sehr rein war, so stand der Comet doch zu nahe am Horizonte um gesehen zu werden. Als er höher war, trat die Dämmerung ein. Vielleicht hätte er aber hier am 19ten August schon gesehen werden können, wenn der Himmel nicht bedeckt gewesen wäre.

W. Struve.

Nachricht.

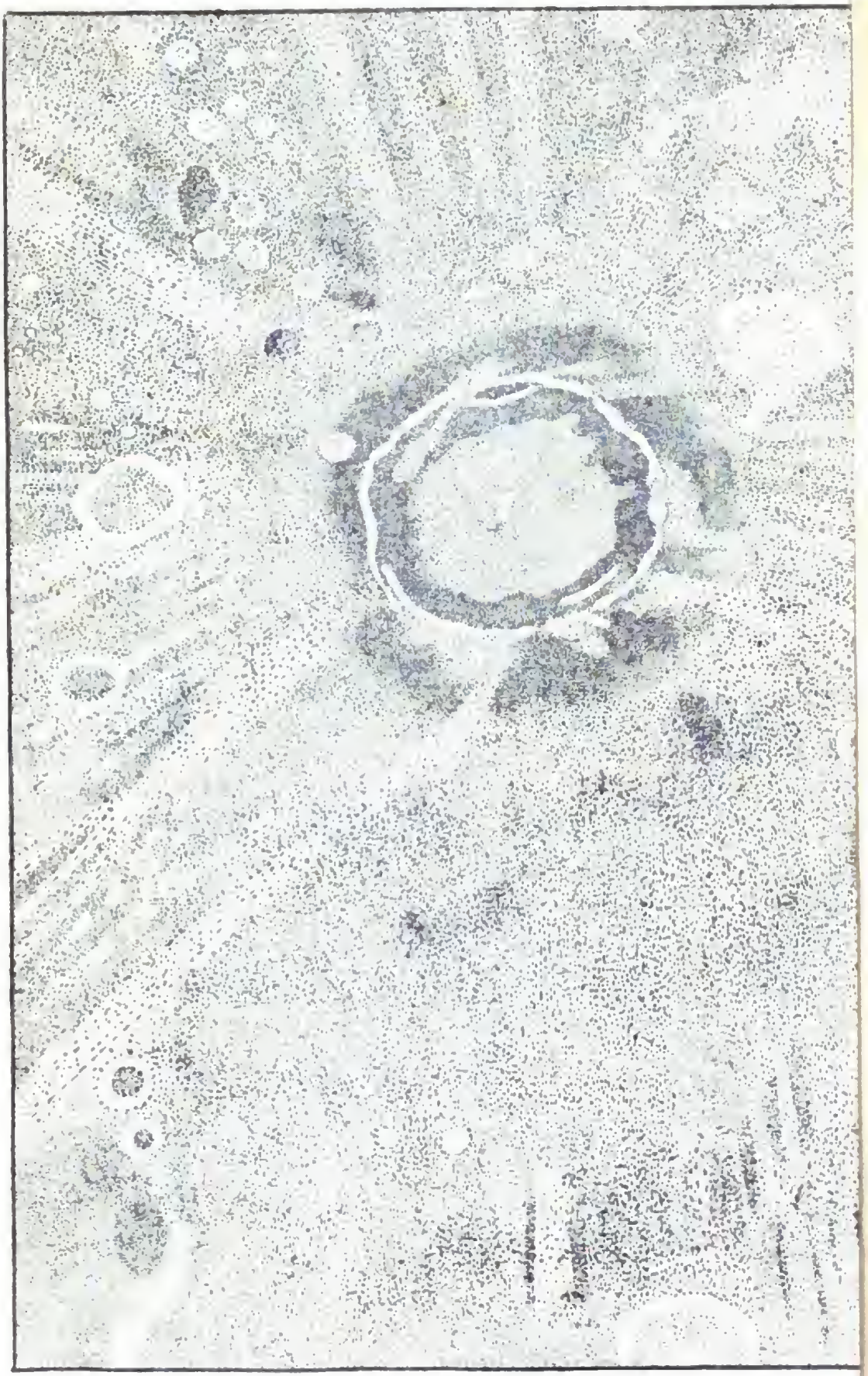
Diejenigen Herren Abonnenten, welche dies Journal fortzusetzen wünschen, werden ersucht unverzüglich Ihre Bestellungen bei den resp. Postämtern und Buchhandlungen zu machen, damit die Zusendung ununterbrochen fortgehe. *S.*

Cometenmedaille. p. 305. — Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Herausgeber. p. 305. — Schreiben des Herrn Hauptmanns *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. p 305 — Schreiben des Herrn Dr. *Littrow*, Assistenten an der Kaiserl. Sternwarte in Wien. p. 307. — Schreiben des Herrn *South* an den Herausgeber. p. 307. Schreiben des Hrn. *Hussey* an den Herausgeber. p. 309.— Hrn. Dr. *Madler's* Erklärung der diesem Stücke beigelegten Doppelzeichnung des Tycho. p. 309. — Schreiben des Hrn *Slavinsky*, Dir. der Wilnaer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 309. — Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Crecauer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 311. — Beobachtungen des *Halley*schen Cometen bis zum 30sten August auf der Altoneer Sternwarte. p. 311. — Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster an den Herausgeber. p. 313. — Schreiben des Herrn Geheimenraths und Ritter *Bessel* an den Herausgeber. p 315. — Beobachtung des *Halley*schen Kometen auf der Hamburger Sternwarte von Herrn *Rümcker*. p. 315. — Schreiben des Herrn *Hussey* an den Herausgeber. p. 315. — Schreiben des Herrn *Edward Cooper* M P. an den Herausgeber. p. 315. — Ephemeride des *Halley*schen Cometen von Herrn Prof. *Rosenberger* berechnet. p. 317. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Olbers* an den Herausgeber. p. 317. — Schreiben Sr. Excellenz des Herrn Staatsraths und Ritters *v. Struve* an den Herausgeber. p. 319. — Nachricht. p. 319.

Altona 1835. September 19. (Hiebei eine Metallographie. Titel, Inhalt und Register werden nachgeliefert.)

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 284.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus.

Auctore *P. A. Hansen*,
speculae Seebergensis directore, ordinis Dannebrogici equite.

(Continuatio.)

§. II.

De perturbationibus quarum fluidum resistens causa est.

36.

Quum perturbationes, quas fluidum resistens producit, ita comparaturi simus, ut ad longitudinem mediam, sive, id quod hoc loco idem est, ad anomaliam mediam applicari debeant, ex paragrapho prima, si quadratum vis perturbantis negligitur, habemus aequationes has

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = 1, \quad \frac{d\beta}{d\tau} = 0, \quad \nu_{,} = \nu$$

quare aequationes (41) et (42) in has transeunt,

$$(1)\ldots\ldots \frac{d\beta}{dt} = -\left\{\frac{\rho}{r}\cos(\nu-\lambda) - 1 + \frac{\rho}{a(1-e^2)}[\cos(\nu-\lambda)-1]\right\}\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\nu}\right) - \frac{\rho}{r}\sin(\nu-\lambda)\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$$

$$(2)\ldots\ldots \frac{d^2\zeta}{d\tau\,dt} = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\nu}\right) - 2\frac{d\beta}{dt}$$

quae igitur perturbationes primi ordinis respectu vis perturbantis omnes cohibent. His aequationibus evolutis, monstrabo quomodo maxima perturbationum secundi ordinis pars in calculum vocari possit.

Quantitas Ω ita comparata est, ut quotientes ejus differentiales respectu coordinaterum orthogonalium x, y, z vires perturbantes secundum has coordinatas dissolutas praebeant, et quidem ita ut coordinatas has augere tendeant. Hinc sequitur, vim perturbantem integram quae in orbitae plano agat, ex viribus partialibus $\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$ et $\frac{1}{r}\left(\frac{d\Omega}{d\nu}\right)$ compositam haberi posse, quarum $\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$ in directione radii vectoris urgens, hunc augere tendit, $\frac{1}{r}\left(\frac{d\Omega}{d\nu}\right)$ vero radio huic perpendiculariter agens longitudinem augere tendit.

37.

Loco longitudinis verae et differentialis respectu temporis introducamus anomaliam excentricam et ejus differentiale. Si anomaliam hanc per f denotamus, erit

$$\begin{aligned} r\cos(\nu-\pi) &= a\cos f - ae \\ r\sin(\nu-\pi) &= a\sqrt{(1-e^2)}.\sin f \\ r &= a(1-e\cos f) \\ dt &= \frac{1}{n}(1-e\cos f)\,df \end{aligned}$$

ubi π longitudinem perihelii repraesentat. Praeterea determinetur angulus φ et ejus differentiale per aequationes has

$$\begin{aligned} \rho\cos(\lambda-\pi) &= a\cos\varphi - ae \\ \rho\sin(\lambda-\pi) &= a\sqrt{(1-e^2)}.\sin\varphi \\ \rho &= a(1-e\cos\varphi) \\ d\tau &= \frac{1}{n}(1-e\cos\varphi)\,d\varphi \end{aligned}$$

Quibus valoribus ipsarum ν, λ, r, ρ et dt in aequatione (1) substitutis, emergit

$$\frac{d\beta}{df} = \frac{a^2}{\sqrt{(1-e^2)}}\frac{1}{r}\left(\frac{d\Omega}{d\nu}\right)\left\{\cos\varphi(e\cos^2 f - 2\cos f + e) + \sin\varphi(e\sin f\cos f - 2\sin f + e^2\sin f) + 2 - e^2 - 2e\cos f + e^2\cos^2 f\right\}$$
$$+ a^2\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left\{\sin\varphi\,(\cos f - e) - \cos\varphi\sin f + e\sin f\right\}$$

38.

Theoria resistentiae quam fluidum quoddam in corpora, quae in eo moventur, excercet adhuc valde incerta atque manca est, et geometrae solummodo consentiunt, resistentiam hanc et functioni cuidam celeritatis huius corporis, et densitati fluidi proportionalem asse debere, et praeterea factorem quendam e figura corporis se moventis pendentem continere. Plerique omnes geometrae quadratum celeritatis pro illa functione celeritatis accipere solent, et tali modo phaenomena terrestria quae observare et circum quae experimenta instituere licet, optime explicant, quare hypothesin hanc primo loco sequar. Densitas fluidi in universo diffuri, quum

Digitized by Google

in punctis quibusvis, quae eandem distantiam a Sole habent, certo eadem sit, per $\psi(r)$, designante ψ functionem quandam, exprimam, arcum orbitae corporis se moventis tempori t respondentem per s, et factorem constantem quendam ex observationibus determinandum per m denotabo; itaque resistentia integra, quam fluidum in corpus se movens exercet, aequalis erit

$$m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\psi(r)$$

quae vis in directione tangentis ad orbitam agens arcum s deminuere tendit.

Denotante ω angulum inter radium vectorem corporis ipsum et eam tangentis ad orbitam partem, quae in directione motui opposita jacet, resistentia ista dissolvitur in vires duas has

$$m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\psi(r).\cos\omega \quad \text{et} \quad m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\psi(r).\sin\omega$$

quarum altera in directione radii vectoris, altera vero huic perpendiculariter agit, habemus igitur

$$(3)\ldots\ldots\begin{cases}\left(\frac{d\Omega}{dr}\right) = -m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\psi(r)\cos\omega \\ \frac{1}{r}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) = -m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\psi(r)\sin\omega\end{cases}$$

ubi signum — praefigendum erat, quia vires modo evolutae et radium vectorem et longitudinem deminuere tendunt.

Ex theoria linearum curvarum notae sunt aequationes hae

$$tg\,q = \frac{dy}{dx}, \quad ds^2 = dx^2 + dy^2$$

ubi q angulum inter tangentem ad hoc lineae curvae punctum cujus abscissa x et ordinata y est, et prolongationem positivae partis lineae abscissarum denotat. Ad sectiones vero conicas in genere spectant hae

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(1-e^2)x}{y}, \quad q = \omega + v - \pi$$

$$x = \frac{a(1-e^2)\cos(v-\pi)}{1+e\cos(v-\pi)} + ae$$

$$y = \frac{a(1-e^2)\sin(v-\pi)}{1+e\cos(v-\pi)}$$

unde

$$tg\,\omega = \frac{1+e\cos(v-\pi)}{e\sin(v-\pi)}$$

$$ds^2 = \frac{a^2(1-e^2)^2}{(1+e\cos(v-\pi))^4}(1+e^2+2e\cos(v-\pi))\,dv^2$$

sive

$$ds^2 = a^2n^2\frac{1+e^2+2e\cos(v-\pi)}{1-e^2}\,dt^2$$

quia $dv = n\frac{(1+e\cos(v-\pi))^2}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}\,dt$

quae aequationes, introducta anomalia excentrica, abeunt in

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = a^2n^2\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}, \quad tg\,\omega = \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{e\sin f}$$

quarum altera praebet

$$\sin\omega = \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{\sqrt{(1-e^2\cos^2 f}}, \quad \cos\omega = \frac{e\sin f}{\sqrt{(1-e^2\cos^2 f}}$$

ubi quantitates sub radice positivas assumsi, quoniam ω et f simul quarta circuli parte minores sunt. Substitutis his valoribus in aequationes (3), inveniuntur

$$\frac{1}{r}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) = -m\frac{a^2n^2\sqrt{(1-e^2)}\sqrt{(1+e\cos f)}}{(1-e\cos f)^{\frac{3}{2}}}\psi(r)$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dr}\right) = -m\frac{a^2n^2e\sin f\sqrt{(1+e\cos f}}{(1-e\cos f)^{\frac{3}{2}}}\psi(r)$$

quibus cum expressio pro $\frac{d\beta}{df}$ in art. 37 data abit in hanc

$$d\beta = -2mka\sqrt{\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)}\psi(r)\,(1-\cos(\varphi-f))\,df\ldots(4)$$

ubi k aequationi notae huic $k = a^3n^2$ satisfacere debet.

39.

Quum r sit functio ipsius $\cos f$, quantitatem $\psi(r)\sqrt{\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)}$ in seriem infinitam secundum cosinus multiplicium ipsius f progredientem evolvere licet; cujus igitur seriei coefficientibus per $A^{(i)}$ denotatis, poni potest

$$\psi(r)\sqrt{\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)} = \Sigma_{-\infty}^{+\infty}A^{(i)}\cos if$$

ubi summatio indicata per numeros integros, inclusa cifra, extendi debet, praeterea, ut coefficientes istae plane determinatae sint, adjungo aequationem hanc

$$A^{(-i)} = A^{(i)}$$

Jam aequatio (4) secundum regulam multiplicationis talis seriei notam facile transmutatur in

$$d\beta = -2mka\Sigma_{-\infty}^{+\infty}A^{(i)}\cos if\,df + 2mka\Sigma_{-\infty}^{+\infty}A^{(i)}\cos(\varphi+(i-1)f)\,df$$

integrando igitur fit

$$\beta = -2mka\Sigma_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i}A^{(i)}\sin if + 2mka\Sigma_{-\infty}^{+\infty}\frac{A^{(i)}}{i-1}\sin(\varphi+(i-1)f) - 2mkaA^{(0)}f + 2mkaA^{(1)}f\cos\varphi$$

ubi tamen in summationibus indicatis valores 0 et 1 ipsius i, quibus termini infinite magni orirerentur, resp. excludi debent, quorum terminorum valores veros jam separatim adscripsimus.

E re erit hanc formulam in aliam transformare, in qua summationes pro valoribus tantum positivis ipsius i instituen-

Digitized by Google

dae sunt, id quod fit extrahendo terminos in quibus i valores negativos acciperet. Itaque

$$\beta = -2mka A^{(0)} f + 2mka A^{(1)} f\cos\varphi - 4mka \sum_1^\infty \frac{1}{i} A^{(i)} \sin if + 2mka \sum_2^\infty \frac{1}{i-1} A^{(i)} \sin(\varphi + (i-1)f) + 2mka \sum_1^\infty \frac{1}{i+1} A^{(i)} \sin(-\varphi + (i+1)f)$$

Hinc mutando τ in t elicitur

$$w = -2mka A^{(0)} f + 2mka A^{(1)} f\cos f - 3mka A^{(1)} \sin f + 4mka \sum_2^\infty \frac{1}{i(i^2-1)} A^{(i)} \sin if$$

Denotando anomaliam mediam per g et semiperipheriam circuli cujus radius $= 1$ per π, accipiendoque unitatem ipsius g esse peripheriam ipsam, habetur

$$f = 2\pi g + e \sin f$$

cujus aequationis ope expressio praecedens pro w transmutatur in

$$w = -4\pi mka A^{(0)} g + 4\pi mka A^{(1)} g\cos f - mka(2eA^{(0)} + 3A^{(1)}) \sin f + mkae A^{(1)} \sin 2f + 4mka \sum_2^\infty \frac{A^{(i)}}{i(i^2-1)} \sin if.$$

40.

Invento valore ipsius β, quantitatem ζ eruimus adjumento aequationis (2). Quae aequatio, si pro dt et $d\tau$ valores eorum per df et $d\varphi$ expressi introducti erunt, praebebit

$$\frac{d^2\zeta}{df\,d\varphi} = \frac{a}{n\sqrt{(1-e^2)}} \left(\frac{d\Omega}{d\nu}\right) (1-e\cos f)(1-e\cos\varphi) - \frac{2}{n}\frac{d\beta}{df}(1-e\cos\varphi)$$

quae adjumento valorum ipsarum $\frac{d\beta}{df}$ et $\left(\frac{d\Omega}{d\nu}\right)$ in art. 38 evolutorum facili opera abit in

$$n\frac{d^2\zeta}{df\,d\varphi} = mka\psi(r)\sqrt{\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)} \left\{4(1-e\cos\varphi)(1-\cos(\varphi-f)) - (1-e\cos f)(1-e\cos\varphi)\right\}$$

sive in

$$n\frac{d^2\zeta}{df\,d\varphi} = mka \sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(i)} \cos if \left\{3 - 3e\cos\varphi + 3e\cos f - (4+\tfrac{1}{2}e^2)\cos(\varphi-f) + 2e\cos(2\varphi-f) - \tfrac{1}{2}e^2\cos(\varphi+f)\right\}$$

hinc post peractam multiplicationem obtinemus

$$n\frac{d^2\zeta}{df\,d\varphi} = 3mka \sum_{-\infty}^{+\infty} \left(A^{(i)} + eA^{(i-1)}\right)\cos if - mka \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{(4+\tfrac{1}{2}e^2)A^{(i)} + 3eA^{(i-1)} + \tfrac{1}{2}e^2 A^{(i-2)}\right\} \cos((i-1)f+\varphi) + 2mkae \sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(i-1)} \cos((i-2)f+2\varphi)$$

Quae formula per $d\varphi$ multiplicata atque integrata praebet

$$n\frac{d\zeta}{df} = const. + 3mka\varphi \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{A^{(i)} + eA^{(i-1)}\right\} \cos if - mka \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{(4+\tfrac{1}{2}e^2) A^{(i)} + 3eA^{(i-1)} + \tfrac{1}{2}e^2 A^{(i-2)}\right\} \sin((i-1)f+\varphi) + mkae \sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(i-1)} \sin((i-2)f+2\varphi)$$

ubi constans integrationi adjecta ita determinanda est, ut fiat $\frac{d\zeta}{df}$ cifrae aequalis, si φ in f mutetur. Obtinemus igitur

$$const. = -3mkaf \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{A^{(i)} + eA^{(i-1)}\right\} \cos if + mka \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{(4+\tfrac{1}{2}e^2) A^{(i)} + 2eA^{(i-1)} + \tfrac{1}{2}e^2 A^{(i-2)}\right\} \sin if$$

unde

$$n\frac{d\zeta}{df} = 3mka(\varphi - f) \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{A^{(i)} + eA^{(i-1)}\right\} \cos if + mka \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{(4+\tfrac{1}{2}e^2) A^{(i)} + 2eA^{(i-1)} + \tfrac{1}{2}e^2 A^{(i-2)}\right\} \sin if - mka \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{(4+\tfrac{1}{2}e^2) A^{(i)} + 3eA^{(i-1)} + \tfrac{1}{2}e^2 A^{(i-2)}\right\} \sin((i-1)f+\varphi) + mka \sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(i-1)} \sin((i-2)f+2\varphi)$$

Digitized by Google

e qua expressione integrando elicitur

$$n\zeta = n\tau + 3mka(\varphi - f)\sum_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i}\left\{A^{(i)} + eA^{(i-1)}\right\}\sin if$$
$$+ 3mka\left(A^{(0)} + eA^{(1)}\right)(\varphi f - \tfrac{1}{2}f^2)$$
$$- mka\left\{(4+e^2)A^{(1)} + 3eA^{(0)}\right\}f\sin\varphi + mkaeA^{(1)}f\sin 2\varphi$$
$$- mka\sum_{-\infty}^{+\infty}\left\{\frac{3}{i^2}\left[A^{(i)} + eA^{(i-1)}\right] + \frac{1}{i}\left[(4+\tfrac{1}{2}e^2)A^{(i)} + 2eA^{(i-1)} + \tfrac{1}{2}e^2A^{(i-2)}\right]\right\}\cos if$$
$$+ mka\sum_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i-1}\left\{(4+\tfrac{1}{2}e^2)A^{(i)} + 3eA^{(i-1)} + \tfrac{1}{2}e^2A^{(i-2)}\right\}\cos((i-1)f+\varphi)$$
$$- mka\sum_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{i-2}A^{(i-1)}\cos((i-2)f+2\varphi)$$

Mutata τ in t haec formula transit in

$$ns = nt + \tfrac{3}{2}mka\left(A^{(0)} + eA^{(1)}\right)f^2 - mka\left\{(4+e^2)A^{(1)} + 3eA^{(0)}\right\}f\sin f + mkaeA^{(1)}f\sin 2f$$
$$- mka\sum_{-\infty}^{+\infty}\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{i^2}\left(A^{(i)} + eA^{(i-1)}\right) + \frac{1}{i}\left\{(4+\frac{1}{2}e^2)A^{(i)} + 2eA^{(i-1)} + \frac{1}{2}e^2A^{(i-2)}\right\} \\ -\frac{1}{i-1}\left\{(4+\frac{1}{2}e^2)A^{(i)} + 3eA^{(i-1)} + \frac{1}{2}e^2A^{(i-2)}\right\} + \frac{e}{i-2}A^{(i-1)}\end{array}\right\}\cos if$$

De hac vero formula nec non de praecedente notandum est, terminos eos sub signo Σ, qui pro valoribus ipsius i aut 0 aut 1 aut 2 infinite magnis evaderent, excludendos esse.

Si hanc formulam in aliam converterimus, in qua summatio pro valoribus ipsius i tantum positivis instituenda erit, inveniemus

$$ns = nt + \tfrac{3}{2}mka\left(A^{(0)} + eA^{(1)}\right)f^2 - mka\left\{(4+e^2)A^{(1)} 3eA^{(0)}\right\}f\sin f + mkaeA^{(1)}f\sin 2f$$
$$- mka\left\{4eA^{(0)} + (8+\tfrac{3}{2}e^2)A^{(1)} + \tfrac{13}{8}eA^{(2)} - \tfrac{1}{2}e^2A^{(3)}\right\}\cos f$$
$$+ mka\left\{\frac{e^2}{4}A^{(0)} + \tfrac{5}{4}eA^{(1)} + (\tfrac{7}{8}+\tfrac{1}{2}e^2)A^{(2)} - \tfrac{1}{8}eA^{(3)} + \tfrac{1}{12}e^2A^{(4)}\right\}\cos 2f$$
$$+ mka\sum_{3}^{\infty}\left\{\begin{array}{l}\frac{e^2}{2i(i+1)}A^{(i+2)} - \frac{2i^2+5i+6}{i^2(i+1)(i+2)}eA^{(i+1)} + \frac{i^2(2+e^2)+6}{i^2(i^2-1)}A^{(i)} \\ -\frac{2i^2-5i+6}{i^2(i-1)(i-2)}eA^{(i-1)} + \frac{e^2}{2i(i-1)}A^{(i-2)}\end{array}\right\}\cos if$$

ubi tamen coefficientem ipsius $\cos 0f$ rejeci, quia elementis ellipticis adnumerari potest. In hac expressione arcum f ubi extra signum sinus exstat per aequationes

$$f = 2\pi g + e\sin f$$
$$f^2 = 4\pi^2g^2 + 4\pi g e\sin f + \tfrac{1}{2}e^2 - \tfrac{1}{2}e^2\cos 2f$$

eliminare licet, unde obtinetur

$$ns = nt + 6\pi^2mka\left(A^{(0)} + eA^{(1)}\right)g^2 - 4\pi mka(2-e^2)A^{(1)}g\sin f + 2\pi mkaeA^{(1)}g\sin 2f$$
$$- mka\left\{4eA^{(0)} + (8+\tfrac{1}{4}e^2)A^{(1)} + \tfrac{13}{8}eA^{(2)} - \tfrac{1}{2}e^2A^{(3)}\right\}\cos f$$
$$+ mka\left\{e^2A^{(0)} + \frac{e}{4}(13-e^2)A^{(1)} + \tfrac{1}{6}(7+2e^2)A^{(2)} - \frac{e}{2}A^{(3)} + \frac{e^2}{12}A^{(4)}\right\}\cos 2f$$
$$- mka\frac{e^2}{2}A^{(1)}\cos 3f$$
$$+ mka\sum_{3}^{\infty}\left\{\begin{array}{l}\frac{e^2}{2i(i+1)}A^{(i+2)} - \frac{2i^2+5i+6}{i^2(i+1)(i+2)}eA^{(i+1)} + \frac{i^2(2+e^2)+6}{i^2(i^2-1)}A^{(i)} \\ -\frac{2i^2-5i+6}{i^2(i-1)(i-2)}eA^{(i-1)} + \frac{e^2}{2i(i-1)}A^{(i-2)}\end{array}\right\}\cos if$$

Digitized by Google

41.

Facile ostendi potest, series quas pro ns atque ω in artt. praec. obtinuimus, admodum convergentes esse, etiamsi series per $\Sigma A^{(i)} \cos if$ exhibita minime convergat, et orbita elliptica parum a parabola differat. Positis

$$A^{(0)} = A^{(1)} = A^{(2)} = \text{etc.} = 1$$

utque

$$e = 1$$

terminus in expressione ipsius ω sub signo Σ est =

$$(5)\ldots\ldots\ldots + 4mka \sum_2^\infty \frac{1}{i(i^2-1)} \sin if$$

et terminus in expressione ipsius ns sub eodem signo invenitur =

$$(6)\ldots\ldots -48mka \sum_3^\infty \frac{1}{i^2(i^2-1)(i^2-4)} \cos if$$

Sit $B^{(i)}$ quantitas quaedam ex indice i ita pendens, ut, crescente i, $B^{(i)}$ decrescat, et signum suum non mutet; sitque n numerus quidam integer; tum erit

$$nB^{(i)} > B^{\left(i+\frac{1}{n}\right)} + B^{\left(i+\frac{2}{n}\right)} + \ldots + B^{\left(i+\frac{n-1}{n}\right)} + B^{(i+1)}$$

$$nB^{(i)} < B^{(i-1)} + B^{\left(i-\frac{n-1}{n}\right)} + B^{\left(i-\frac{n-2}{n}\right)} + \ldots + B^{\left(i-\frac{2}{n}\right)} + B^{\left(i-\frac{1}{n}\right)}$$

nam utraque relatio ad utrumque signi inaequalitatis latus n terminos continet, quorum singuli ad dextrum in relatione priori minores et in relatione altera majores sunt quam $B^{(i)}$. Quodsi accipimus n fieri infinite magnum et quidem $\frac{1}{n} = di$, dextrae partes harum relationum in integrale definitum transeunt, quorum prius ab $i+di$, sive id quod idem est, ab i usque ad $i+1$, alterum vero ab $i-1$ usque ad $i-di$ sive ad i extendendum est. Itaque nanciscimur

$$B^{(i)} > \int_i^{i+1} B^{(i)} di \quad \text{et} \quad B^{(i)} < \int_{i-1}^{i} B^{(i)} di$$

ex quibus sua sponte sequitur

$$B^{(i+1)} > \int_{i+1}^{i+2} B^{(i)} di, \quad B^{(i+1)} < \int_{i}^{i+1} B^{(i)} di$$

$$B^{(i+2)} > \int_{i+2}^{i+3} B^{(i)} di, \quad B^{(i+2)} < \int_{i+1}^{i+2} B^{(i)} di$$

et sic porro, unde addendo obtinemus

$$\Sigma_p^\infty B^{(i)} > \int_p^\infty B^{(i)} di, \quad \Sigma_p^\infty B^{(i)} - B^{(p)} < \int_p^\infty B^{(i)} di$$

Quae relationes monstrant, summam seriei infinitae $\Sigma_p^\infty B^{(i)}$ limitibus $\int_p^\infty B^{(i)} di$ et $\int_p^\infty B^{(i)} di + B^{(p)}$ includi, itaque quantitatem finitam esse, quoties integrale illud sit quantitas finita.

Quoties igitur integrale $\int_p^\infty B^{(i)} di$ est quantitas, finita, series infinita $\Sigma_p^\infty B^{(i)}$ necessarie convergit. Quod tamen theorema commode applicare non licet, nisi integrale istud per terminos numero finitos exprimi potest.

Quae praecepta ad series (5) et (6) applicaturi habemus, ponendo $i = \frac{1}{h}$

$$\int \frac{di}{i(i^2-1)} = -\int \frac{h\,dh}{1-h^2} = \text{const.} + \log\sqrt{(1-h^2)}$$

$$\int \frac{di}{i^2(i^2-1)(i^2-4)} = -\int \frac{h^4 dh}{(1-h^2)(1-4h^2)} = \text{const.} - \tfrac{1}{4}h + \tfrac{1}{8}\log\frac{1+h}{1-h} - \tfrac{1}{48}\log\frac{1+2h}{1-2h}$$

unde

$$\int_2^\infty \frac{di}{i^2(i^2-1)} = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{h\,dh}{1-h^2} = \log\frac{2}{\sqrt{(3)}}$$

$$\int_3^\infty i^2\frac{di}{(i^2-1)(i^2-4)} = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{h^4 dh}{(1-h^2)(1-4h^2)} = \tfrac{1}{12} - \tfrac{1}{8}\log 2 + \tfrac{1}{48}\log 5$$

ideo series infinitae

$$\Sigma_2^\infty \frac{1}{i(i^2-1)} \quad \text{et} \quad \Sigma_3^\infty \frac{1}{i^2(i^2-1)(i^2-4)}$$

convergunt, et a fortiori series (5) et (6) convergere debent, quia factores $\sin if$ et $\cos if$, per quos resp. multiplicatae sunt, unitate minores vel saltem non majores sunt. Q. E. D.

Eodem vero modo demonstrari potest, singulos terminos in expressione ipsius ns sub signo Σ comprehensos series convergentes praebituros esse, facili enim opera reperitur

$$\int_3^\infty \frac{di}{i(i+1)} = \log\tfrac{4}{3}$$

$$\int_3^\infty \frac{2i^2+5i+6}{i^2(i+1)(i+2)}\,di = 1 + \log\tfrac{12}{15}$$

$$\int_3^\infty \frac{di}{i^2-1} = \tfrac{1}{2}\log 2$$

$$\int_3^\infty \frac{di}{i^2(i^2-1)} = -\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\log 2$$

$$\int_3^\infty \frac{2i^2-5i+6}{i^2(i-1)(i-2)}\,di = 1 + \log\tfrac{8}{9}$$

$$\int_3^\infty \frac{di}{i(i-1)} = \log\tfrac{3}{2}$$

Hinc sequitur, expressiones illas pro ns et ω semper et quidem independenter a valoribus ipsarum e atque $A^{(i)}$ series convergentes esse. Pro casu extremo, in quo formulas illas adhibere nobis licitum est, haberi potest is, in quo

$$A^{(0)} = A^{(1)} = A^{(2)} = \text{etc.}$$

atque

$$e = 0{,}9999\ldots.$$

quare ad hunc casum spectantes valores numericos termi-

Digitized by Google

norum septem primorum computavi, ut lectoribus evidentissime ante oculos ponerem, quantum series hae convergant. Ponendo brevitatis caussa $mka\,A^{(i)} = 1$ inveni

$$ns = nt + 118{,}4\,g - 12{,}57\,g\,\sin f + 6{,}28\,g\,\sin 2f - 14{,}167\,\cos f + 5{,}083\,\cos 2f - 0{,}63333\,\cos 3f - 0{,}01667\,\cos 4f - 0{,}00381\,\cos 5f - 0{,}00167\,\cos 6f - 0{,}00045\,\cos 7f - \text{etc.}$$

$$\omega = -12{,}57\,g + 12{,}57\,g\,\cos f - 5\,\sin f + 1{,}6667\,\sin 2f + 0{,}1667\,\sin 3f + 0{,}0667\,\sin 4f + 0{,}0333\,\sin 5f + 0{,}0190\,\sin 6f + 0{,}0119\,\sin 7f + \text{etc.}$$

42.

Ad obtinendos valores ipsarum $A^{(i)}$ in quovis casu lex densitatis fluidi in universo diffusi requiritur, quae tamen lex praesenti tempore maxima cum certitudine assignari nequit. Si fluidum hoc materia luminis sit, quae e Sole emanata universum spatium replevit et replet, ejus densitas eidem legi subjecta est, quacum densitas luminis ipsa quadrat, in ratione puta inversa quadratorum distantiarum a Sole, hoc est quadratorum radiorum vectorum corporis moti esse debet; sin vero fluidum ipsum sit materia expansibilis et legi universalis attractionis subjecta, illa densitatis lex cum natura convenire nequit. Tum enim densitatem fluidi hujus, veluti densitatem atmosphaerae terrestris functioni exponentiali radii vectoris proportionalem esse necesse est. Quum tamen astronomi nonnulli hypothesin illam in calculis suis adhibuerint, et praecipue quum ill. *Encke* eadem ad determinandas periodos reditus Cometae cognominis usus sit; formulas pro computandis quantitatibus $A^{(i)}$, eandem hypothesin sequentes dabimus. Erit nobis igitur

$$\psi(r) = \frac{1}{r^3} = \frac{1}{a^3(1-e\cos f)^3}$$

atque hinc

$$\psi(r)\sqrt{\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)} = \frac{1}{a^3}\frac{(1+e\cos f)^3}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{3}{2}}} = \Sigma_{-\infty}^{+\infty} A^{(i)}\cos if$$

Aequatio haec, theoremate noto in usum vocato, nobis praebet

$$a^3 A^{(i)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{(1+e\cos f)^3}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{3}{2}}}\cos if\,df \quad \ldots\ldots (7)$$

ubi π semiperipheriam circuli cujus radius $= 1$ denotat. Statuendo

$$V = \left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)^{\frac{1}{2}}\sin if$$

invenitur differentiando

$$dV = \left[i\frac{2-e^2}{2}\cos if - i\frac{e^2}{4}\cos(i+2)f - i\frac{e^2}{4}\cos(i-2)f + \frac{3e}{2}\cos(i+1)f - \frac{3e}{2}\cos(i-1)f\right]\frac{(1+e\cos f)^3}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{3}{2}}}df$$

Sed

$$0 = \int_0^{\pi} dV$$

ideo aequatio praecedens, ratione habita aequationis (7), per integrationem praebet

$$0 = i\frac{2-e^2}{2}A^{(i)} - i\frac{e^2}{4}A^{(i+2)} - i\frac{e^2}{4}A^{(i-2)} + \frac{3e}{2}A^{(i+1)} - \frac{3e}{2}A^{(i-1)}$$

sive

$$A^{(i)} = \frac{6}{e(i-2)}A^{(i-1)} + 2\frac{2-e^2}{e^2}A^{(i-2)} - \frac{6}{e(i-2)}A^{(i-3)} - A^{(i-4)}$$

per quam aequationem, datis $A^{(0)}$, $A^{(1)}$ et $A^{(2)}$, reliquae quantitates $A^{(i)}$ determinantur. Quantitates vero illae tres secundum formulam (7) ita se habent

$$a^3 A^{(0)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{1+3e\cos f + 3e^2\cos^2 f + e^3\cos^3 f}{(1-e^2\cos^2 f)^2\sqrt{(1-e^2\cos^2 f}}\,df$$

$$a^3 A^{(1)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{\cos f + 3e\cos^2 f + 3e^2\cos^3 f + e^3\cos^4 f}{(1-e^2\cos^2 f)^2\sqrt{(1-e^2\cos^2 f)}}\,df$$

$$a^3 A^{(2)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{-1-3e\cos f + (2-3e^2)\cos^2 f + e(6-e^2)\cos^3 f + 6e^2\cos^4 f + 2e^3\cos^5 f}{(1-e^2\cos^2 f)^2\sqrt{(1-e^2\cos^2 f}}\,df$$

quae integralia ope functionum ellipticarum sequenti modo obtineri possunt. Ante omnia annoto, terminos, qui in his integralibus per potestates impares ipsius $\cos f$ multiplicati sunt, cifrae aequari, quare expressiones ipsae in simpliciores has abeant

$$a^3 A^{(0)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{1+3e^2\cos^2 f}{(1-e^2\cos^2 f)^2\sqrt{(1-e^2\cos^2 f)}}\,df \qquad a^3 A^{(1)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{3e\cos^2 f + e^3\cos^4 f}{(1-e^2\cos^2 f)^2\sqrt{(1-e^2\cos^2 f)}}\,df$$

$$a^3 A^{(2)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{-1+(2-3e^2)\cos^2 f + 6e^2\cos^4 f}{(1-e^2\cos^2 f)^2\sqrt{(1-e^2\cos^2 f)}}\,df$$

Jam, de compositis fractionibus rationalibus his $\frac{1+3e^2\cos^2 f}{(1-e^2\cos^2 f)^2}$, $\frac{3e\cos^2 f + e^3\cos^4 f}{(1-e^2\cos^2 f)^2}$ et $\frac{-1+(2-3e^2)\cos^2 f + 6e^2\cos^4 f}{(1-e^2\cos^2 f)^2}$ in fractiones partiales secundum regulas notas, invenitur

Digitized by Google

$$a^3A^{(0)} = \frac{4}{\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{1}{2}}} - \frac{3}{\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{3}{2}}}$$

$$a^3A^{(1)} = \frac{4}{e\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{1}{2}}} - \frac{5}{e\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{e\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{5}{2}}}$$

$$a^3A^{(2)} = \frac{4(2-e^2)}{e^2\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{1}{2}}} - \frac{14-3e^2}{e^2\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{3}{2}}} + \frac{6}{e^2\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{5}{2}}}$$

Porro, differentiata expressione hac $Z = \frac{\sin f \cos f}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{n}{2}-1}}$ invenitur

$$dZ = \frac{(n-2)(1-e^2)}{e^2}\cdot\frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{n}{2}}} - \frac{(n-3)(2-e^2)}{e^2}\cdot\frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{n-2}{2}}} + \frac{n-4}{e^2}\cdot\frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{n-4}{2}}}$$

hinc statuendo generaliter

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{n-p}{2}}} = C^{(n-p)}$$

emergit integrando

$$(8)\ldots\ldots 0 = (n-2)(1-e^2)C^{(n)} - (n-3)(2-e^2)C^{(n-2)} + (n-4)C^{(n-4)}$$

quae, datis duabus $C^{(n)}$, reliquas $C^{(n)}$ subministrat. Est autem

$$C^{(1)} = \frac{2}{\pi}F, \quad C^{(-1)} = \frac{2}{\pi}E$$

denotantibus F et E functiones ellipticas completas resp. primae et secundae speciei, modulo e. Jam ponendo deinceps $n=5$ et $n=3$, ex aequatione (8) elicitur

$$0 = 3(1-e^2)C^{(5)} - 2(2-e^2)C^{(3)} + \frac{2}{\pi}F$$

$$0 = (1-e^2)C^{(3)} - \frac{2}{\pi}E$$

quae

$$C^{(3)} = \frac{2}{\pi(1-e^2)}E$$

$$C^{(5)} = \frac{4(2-e^2)}{3\pi(1-e^2)^2}E - \frac{2}{3\pi(1-e^2)}F$$

praebent. Adjumento harum aequationum expressiones pro $A^{(0)}$, $A^{(1)}$ et $A^{(2)}$ supra datae abeunt in

$$a^3A^{(0)} = \frac{2}{3\pi}\cdot\frac{7+e^2}{(1-e^2)^2}E - \frac{8}{3\pi}\cdot\frac{1}{1-e^2}F$$

$$a^3A^{(1)} = \frac{2}{3\pi}\cdot\frac{1+7e^2}{e(1-e^2)^2}E - \frac{2}{3\pi}\cdot\frac{1+3e^2}{e(1-e^2)}F$$

$$a^3A^{(2)} = -\frac{2}{3\pi}\cdot\frac{10-19e^2+e^4}{e^2(1-e^2)^2}E + \frac{4}{3\pi}\cdot\frac{5-7e^2}{e^2(1-e^2)}F$$

functiones vero ellipticae E et F ex tabulis, quas ill. *Legendre* computavit, sumi possunt. Quantum ad istius seriei convergentiam, in hanc rem infra inquiram.

43.

Exemplum calculi nobis sit computatio perturbationum, quas in Cometam *Enckeianum* fluidum resistens efficit. Ex hujus cometae elementis ab ill. *Encke* computatis patet,

$$e = \sin 57^\circ 45'$$
$$\log a = 0{,}34521$$

esse medios fere valores horum elementorum, quare hos valores calculo superstruxi. Habemus ex tabulis functiones ellipticas exhibentibus, quas ill. *Legendre* computavit,

$$\log E = 0{,}0907909$$
$$\log F = 0{,}3219059$$

Porro ex $\log e = 9{,}9272306$ inveni

$$\log(7+e^2) = 0{,}8873508$$
$$\log(1+7e^2) = 0{,}7786423$$
$$\log(10-19e^2+e^4) = 0{,}4883052n$$
$$\log(1+3e^2) = 0{,}4977263$$
$$\log(5-7e^2) = 7{,}8316842n$$
$$\log(1-e^2) = 9{,}4544552$$
$$\log\frac{6}{e^2} = 0{,}8509207$$
$$\log 2\frac{2-e^2}{e^2} = 0{,}5553857$$

unde

$$a^3A^{(0)} = 18{,}63237\ldots \log = 1{,}2702681$$
$$a^3A^{(1)} = 17{,}09429\ldots\ldots\ldots 1{,}2328510$$
$$a^3A^{(2)} = 13{,}85332\ldots\ldots\ldots 1{,}1415538$$
$$a^3A^{(3)} = 10{,}41045\ldots\ldots\ldots 1{,}0174695$$
$$a^3A^{(4)} = 7{,}42522\ldots\ldots\ldots 0{,}8707094$$
$$a^3A^{(5)} = 5{,}1030\ldots\ldots\ldots 0{,}70782$$
$$a^3A^{(6)} = 3{,}4076\ldots\ldots\ldots 0{,}53245$$
$$a^3A^{(7)} = 2{,}221\ldots\ldots\ldots\ldots 0{,}34655$$
$$a^3A^{(8)} = 1{,}409\ldots\ldots\ldots\ldots 0{,}14891$$

Valores coefficientium ex i dependentium, qui in expressionibus artt. 39 et 40 pro ns et w occurrunt, sequens tabella ostendit:

Digitized by Google

i	$\frac{1}{2i(i+1)}$	$\frac{2i^2+5i+6}{i^2(i+1)(i+2)}$	$\frac{1}{i^2(i^2-1)}$	$\frac{2i^2-5i+6}{i^2(i-1)(i-2)}$	$\frac{1}{2i(i-1)}$	$\frac{4}{i^2(i^2-1)}$
2	—	—	—	—	—	$\frac{2}{3}$
3	$\frac{1^2}{24}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{72}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{4}{45}$
4	$\frac{1}{40}$	$\frac{29}{240}$	$\frac{1}{240}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{15}$
5	$\frac{1}{60}$	$\frac{37}{350}$	$\frac{1}{600}$	$\frac{31}{300}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{2}{75}$
6	$\frac{1}{84}$	$\frac{45}{560}$	$\frac{1}{1260}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{2}{105}$
7	$\frac{1}{112}$	$\frac{199}{3528}$	$\frac{1}{2352}$	$\frac{53}{490}$	$\frac{1}{84}$	$\frac{1}{84}$
8	$\frac{1}{144}$	$\frac{29}{960}$	$\frac{1}{4032}$	$\frac{47}{1344}$	$\frac{1}{112}$	$\frac{1}{126}$
9	$\frac{1}{180}$	$\frac{71}{2970}$	$\frac{1}{5450}$	$\frac{41}{1512}$	$\frac{1}{144}$	$\frac{1}{180}$
10	$\frac{1}{220}$	$\frac{16}{858}$	$\frac{1}{9900}$	$\frac{1}{110}$	$\frac{1}{180}$	$\frac{2}{495}$

Valorem ipsius m ex commentatione ill. *Encke* circa cometam hunc commentationibus academiae Berolinensis anni 1829 inserta desumsi. Quae quantitas ibi V denotata ex observationibus inventa est aequalis $\frac{1}{890,852}$; hac vero in computatione ill. *Encke* statuerat, quantitatem K ita se habere, ut in aequatione $a^3 n^2 = K$ denotaret n motum cometae medium diurnum. Quamobrem habemus

$$m = \frac{1}{890,852}$$

si ponimus in minutis secundis expressum

$$\log K = 1,7855879$$

hinc

$$\log K \frac{m}{a} = 8,4905723$$

quo circa valores ipsarum nz et w statim minutis secundis expressos obtinebimus. Quum vero ad usus practicos w partibus radii expressa, et loco w, quae ad logarithmum hyperbolicum radii vectoris spectat, quantitas analoga ad logarithmum Briggicum pertinens requiratur: constans modo data per modulum logarithmorum Briggicorum multiplicanda et per $206265''$ dividenda est. Ideo erit, designante M modulum illum, in computatione ipsius w applicandus

$$\log K \frac{m}{a} \frac{10000000}{206265''} M = 9,8139315$$

ubi etiam per 10000000 multiplicavi, quo factum est, ut septima logarithmi Briggici radii vectoris nota decimalis unitas evadat. Ope horum valorum numericorum calculus institutus praebuit

$$nz = nt + 60'',63360\, g^2 - 8'',53985\, g \sin f + 2'',81082\, g \sin 2f - 7'',004 \cos f + 2'',266 \cos 2f - 0'',240 \cos 3f - 0'',005 \cos 4f - 0'',001 \cos 5f$$

$$w = -152,901 g + 139,956\, g \cos f - 53,94 \sin f + 15,44 \sin 2f + 1,18 \sin 3f + 0,32 \sin 4f + 0,11 \sin 5f.$$

44.

Perturbationes in art. praec. allatae perfacile in tabulas rediguntur, quarum argumentum anomalia media cometae est. Quem in finem eligatur numerus integer idoneus P talis, ut argumenti tabulae construendae incrementum per $\frac{\pi}{p}$ repraesentetur, deinde computentur adjumento arcuum $0, \frac{\pi}{p}, 2\frac{\pi}{p}, \ldots (p-1)\frac{\pi}{p}, \pi$, quasi anomaliae mediae sint, anomaliae excentricae iis respondentes, quas per $0, f_1, f_2 \ldots f_{n-1}, \pi$, denotabo. Jam substitutis in perturbationibus art. praec. deinceps $0, f_1, f_2, \ldots f_{n-1}, \pi$, valores numerici perturbationum prodeunt, qui anomaliis mediis $0, \frac{\pi}{p}, 2\frac{\pi}{p} \ldots\ldots (p-1)\frac{\pi}{p}, \pi$ respondent, itaque in tabula juxta arcus hos disponendi sunt.

Nunquam evenire potest; ut perturbationes ordinis m^2 sensibiles sint, si vero acciderit, ut perturbationes ordinis producti ipsius m in massas planetarum cometae motum ceteroquin perturbantium haud essent negligendae, maxima earum pars in calculum vocari potest, computando iterum valores ipsarum nz et w, dum excentricitati valor alius, ab illo, qui calculo primo superstructus erat, paullulum diversus attribuitur. Quo facto, valor perturbationum correctior, cuivis tempori respondens obtinetur interpolando inter hosce ipsarum nz et w valores adjumento valorum excentricitatis, qui e computatione perturbationum, quas a planetis patitur cometa, alioquin noti esse debent. Praeterea anomalia media cometae perturbationibus planetariis affecta perturbationum hic computatarum argumentum esse debet.

Attamen animadverto, nunquam evenire posse, ut termini pure periodici expressionum ipsarum nz et w hoc loco allocutarum tali correctione indigerent, quin etiam saepe perturbationes secundi ordinis ex terminis ipsarum nz et w per primam ipsius g potestatem multiplicatis ortas negligendas esse, itaque tum in hac computatione solummodo opus esse ad terminum per g^2 multiplicatum respicere.

45.

Quum ex commentatione ill. *Encke* supra laudata patent, valores $\sin 57° 30'$ et $\sin 58°$ extremos fere ipsius e valores esse, perturbationes per ipsam g multiplicatas iterum computavi, posita deinceps $e = \sin 57° 30'$ et $e = \sin 58°$. En momenta praecipua huius calculi

	$e = \sin 57°30'$	$e = \sin 58°$
$\log e$	9,9260292	9,9284203
$\log(1-e^2)$	9,4604330	9,4484194
$\log E$	0,0916301	0,0899500
$\log F$	0,3206408	0,3231815
$a^2 A^{(0)}$	18,09447	19,19116
$a^2 A^{(1)}$	16,57611	17,63309

hinc emersit, pro $e = \sin 57° 30'$

$$nz = nt + 58'',77396\, g^2 - 8'',3063\, g \sin f + 2'',7181\, g \sin 2f + \text{etc.}$$
$$w = -148,1451\, g + 135,7138\, g \cos f + \text{etc.}$$

atque pro $e = \sin 58°$

$$nz = nt + 62'',56750\, g^2 - 8'',78206\, g \sin f + 2'',90737 g \sin 2f + \text{etc.}$$
$$w = -157,124\, g + 144,867\, g \cos f + \text{etc.}$$

unde conspicuum est, quantulam variatio excentricitatis in perturbationibus his vim habeat.

Digitized by Google

46.

In art. 42 jam monuimus, hypothesin quam in artt. praec. persequuti sumus, verum fluidi in universo diffusi statum repraesentare non posse, si fluidum hoc legi universalis attractionis sit subjectum; tum enim huius fluidi densitatem functioni exponentiali radii vectoris proportionalem esse debere. Si insuper statuamus, corpus cometae ipsum e materia quadam elastica constare, magnitudo hujus corporis (cui formam sphaericam attribuimus) hoc est ejus radius crescet aut decrescet, prout radius vector cometae major aut minor evaserit, quia densitate fluidi mutata, pressio quam patitur cometa commutatur. Ut functionis $m\psi(r)$ indoles huic hypothesi respondens plane determinari possit, necesse est nexus inter radium corporis cometae et radium ejus vectorem datus sit, quamobrem statuimus, corpus elasticum cometae a fluido totum universum replente secundum eandem legem comprimi, secundum quam fluida elastica in terra comprimuntur, quoties pressioni cuidam subjiciuntur. Itaque hypothesin illam adoptamus quam ad diametros cometae *Enckeiani* observatos explicandos applicatam ill. *Valz* in hujus libri Nr. 185 exposuit, quae hypothesis, quicquid in contrariam ejus partem afferre licet, eo tamen se commendat, quod diametros computatos praebuit, qui cum observatis diametris mirum in modum congruunt.

Hydrostatica docet haberi in hac hypothesi

$$p = kc^{\frac{b}{r}}, \quad d = hc^{\frac{b}{r}}$$

denotantibus p fluidi vim elasticam sive pressionem ad unitatem superficiei relatam, d densitatem, e basin logarithmorum hyperbolicorum et h atque k constantes quosdam. Jam lege a cel. *Mariotte* detecta, quae jam formulis praecedentibus superstructa est, ad corpus cometae extensa, habemus

$$V = \frac{A}{\rho}, \quad \text{unde } \rho = \frac{B}{\rho^3} \text{ et } \sigma = \frac{C}{\rho^2}$$

designantibus V volumen, ρ radium atque σ superficiem cometae, et A, B atque C constantes.

Quoties de resistentia agitur, quam corpus quoddam formae invariabilis patitur, quantitas in art. 38. m denotata invariabilis est, quoties vero corpus hoc formam suam mutat, m quoque valorem alium accipiet, et semper quidem geometrae statuerunt ipsam m magnitudini superficiei fluido expositae proportionalem esse. Si igitur corpori se moventi figura sphaerica attribuitur, ipsa m hujus sphaerae superficiei ipsi proportionalis est, et in casu de quo hic agitur, habemus

$$m = D\sigma$$

ubi D constans est. Ideo quum $\psi(r)$ densitati fluidi sit proportionalis: erit

$$m\psi(r) = m' e^{\frac{b}{2r}}$$

Constans m' quam haec expressio continet, per observata cometae loca determinari debet, constans vero b ope duorum cometae diametrorum observatorum determinari potest, ut ill. *Valz* l. c. fecerat. Formula enim pro ρ supra allata praebet, valore ipsius p substituto,

$$\rho = B' c^{\frac{b}{3r}}$$

designantibus igitur ρ' et ρ'' duos veros diametros ex observationibus computandos et radiis vectoribus r' et r'' respondentes, erit

$$\frac{\rho'}{\rho''} = \frac{c^{\frac{b}{3r'}}}{c^{\frac{b}{3r''}}}$$

unde

$$b = 3\frac{r'r''}{r'-r''} \cdot \frac{\log\rho' - \log\rho''}{\log c}$$

ubi basis logarithmorum adhibendorum arbitraria est. Numeri quibus ill. *Valz* computationes has absolverat, sunt

Diam. app. $\begin{cases} 18' \\ 6' \end{cases}$ Radii vect. $\begin{cases} 1{,}3217 \\ 0{,}8473 \end{cases}$ Parr. hor. $\begin{cases} 16''66 \\ 18{,}12 \end{cases}$

hinc sequitur ut sit

$$\log\rho' - \log\rho'' = \log 18 - \log 6 + \log 18{,}12 - \log 16{,}66$$

unde, reliquis calculis peractis, elicitur

$$b = 8{,}3712$$

Quum diametri plures quam duo observati sint; adjumento methodi quadratorum minimorum hunc ipsius b valorem emendare mihi licuisset, sed quum magna spes me teneat, fore ut apparitio hujus cometae mox ventura astronomos, quorum speculae instrumentis ad hoc scopum assequendum aptissimis exornatae sunt, ad complures diametri observationes instituendas incitatura sit; me emendationem hanc usque ad hoc tempus praetermittere posse, puto.

47.

Jam nobis est

$$m\psi(r)\sqrt{\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)} = m'\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)^{\frac{1}{2}} c^{\frac{b}{3a(1-e\cos f)}}$$
$$= m' \sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(i)} \cos if$$

unde

$$A^{(i)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos if \left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)^{\frac{1}{2}} c^{\frac{b}{3a(1-e\cos f)}} df \ldots\ldots (9)$$

Per facile obtinetur relatio inter aliquot quantitates $A^{(i)}$. Quem in finem differentietur expressio haec

$$W = \sin if(1-e^2\cos^2 f)^{\frac{1}{2}} c^{\frac{b}{1-e\cos f}}$$

ubi brevitatis caussa

$$\frac{b}{3a} = b'$$

Digitized by Google

feci, unde post facilem reductionem nanciscimur

$$dW = df\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)^{\frac{1}{2}} c^{\frac{b'}{1-e\cos f}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{i-3}{8}e^3\cos(i-3)f - \frac{i-3+b'}{4}e^2\cos(i-2)f + \left(\frac{3(i-1)}{8}e^3 - \frac{i+b'}{2}e\right)\cos(i-1)f \\ \quad + i\left(1-\frac{1}{2}e^2\right)\cos if + \left(\frac{3(i+1)}{8}e^3 - \frac{i-b'}{2}e\right)\cos(i+1)f - \frac{i+3-b'}{4}e^2\cos(i+2)f \\ \quad + \frac{i+3}{8}e^3\cos(i+3)f \end{array} \right\}$$

e qua per reintegrationem elicitur

$$A^{(i)} = \frac{2(i-b')}{ei}A^{(i-1)} - \left[\frac{3(i-2)}{i} - \frac{4(i-3-b')}{e^2 i}\right]A^{(i-2)} - \frac{4(i-3)(2-e^2)}{e^3 i}A^{(i-3)} - \left[\frac{3(i-4)}{i} - \frac{4(i-3+b')}{e^2 i}\right]A^{(i-4)} + \frac{2(i-6+b')}{ei}A^{(i-5)} - \frac{i-6}{i}A^{(i-6)}$$

aequatio haec, datis $A^{(0)}$, $A^{(1)}$, $A^{(2)}$ et $A^{(3)}$, ad computationem reliquarum quantitatum $A^{(i)}$ inservire potest. Expressiones pro $A^{(0)}$, $A^{(1)}$ $A^{(2)}$ et $A^{(3)}$, ope aequationis (9) computatae ita se habebunt

$$A^{(0)} = PE + QF$$
$$A^{(1)} = P'E + Q'F$$

ubi P, P', Q et Q' series infinitas repraesentant, quae ex e et b pendent, et quamquam harum serierum primi quidem termini divergere poterunt, series tamen hae ita erunt comparatae, ut a termino quodam necessarie convergere debeant, quoties e unitate minor est. Quum vero series hae valde implicitae videantur, et permulti earum termini computandi essent, quoties excentricitas parva non est: calculos circa eas institutos hoc loco supprimam, et computationem ipsarum $A^{(i)}$ methodo eadem absolvam, qua in ilisquisitionibus meis circa perturbationes Jovis atque Saturni ad ipsum Ω evolvendam usus sum.

Formulas generales ad quas methodus haec perducit in huius libri Nr. 168 exposui, et postea formulas pro casibus ubi peripheria tum in triginta et duas tum in sedecim partes dividitur, in Theoria Jovis atque Saturni dedi. In casu vero, quem hoc loco tractamus nec haec nec illa divisio sufficit, quare peripheriam in partes sexaginta et quatuor dividam, et formulas huc pertinentes statim apponam. Quae tamen formulae, quum in quantitate evolvenda unica tantum variabilis adsit, sinuumque coefficientes desint, illis simpliciores evadent. Sint

$$Y = \left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)^{\frac{1}{2}} c^{\frac{b'}{1-e\cos f}}$$

et Y_0, Y_1, Y_2, ... Y_{32} valores numerici ipsius Y, qui obtinebuntur, si in dextra aequationis praecedentis parte resp. $f = 0$, $f = \frac{\pi}{32}$, $f = 2\frac{\pi}{32}$ .... $f = \pi$ posita erit, positisque

$$Y_0 + Y_{32} = \frac{(0)}{(32)}, \quad \frac{(0)}{(32)} + \frac{(16)}{(32)} = \frac{(0)}{(16)}, \quad \frac{(0)}{(16)} + \frac{(8)}{(16)} = \frac{(0)}{(8)}$$
$$Y_1 + Y_{31} = \frac{(1)}{(32)}, \quad \frac{(1)}{(32)} + \frac{(15)}{(32)} = \frac{(1)}{(16)}, \quad \frac{(1)}{(16)} + \frac{(7)}{(16)} = \frac{(1)}{(8)}$$
$$Y_2 + Y_{30} = \frac{(2)}{(32)}, \quad \frac{(2)}{(32)} + \frac{(14)}{(32)} = \frac{(2)}{(16)}, \quad \frac{(2)}{(16)} + \frac{(6)}{(16)} = \frac{(2)}{(8)}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$Y_{15} + Y_{17} = \frac{(15)}{(32)}, \quad \frac{(7)}{(32)} + \frac{(9)}{(32)} = \frac{(7)}{(16)}, \quad \frac{(3)}{(16)} + \frac{(5)}{(16)} = \frac{(3)}{(8)}$$
$$2Y_{16} = \frac{(16)}{(32)}, \quad 2 \times \frac{(8)}{(32)} = \frac{(8)}{(16)}, \quad 2 \times \frac{(4)}{(16)} = \frac{(4)}{(8)}$$
$$\frac{(0)}{(8)} + \frac{(4)}{(8)} = \frac{(0)}{(4)}, \quad \frac{(0)}{(4)} + \frac{(2)}{(4)} = \frac{(0)}{(2)}, \quad \frac{(0)}{(2)} + \frac{(1)}{(2)} = \frac{(0)}{(1)}$$
$$\frac{(1)}{(8)} + \frac{(3)}{(8)} = \frac{(1)}{(4)} \quad 2 \times \frac{(1)}{(4)} = \frac{(1)}{(2)},$$
$$2 \times \frac{(2)}{(8)} = \frac{(2)}{(4)},$$

nec non

$$\frac{(0)}{(32)} - \frac{(16)}{(32)} = \left(\frac{0}{16}\right), \quad \frac{(0)}{(16)} - \frac{(8)}{(16)} = \left(\frac{0}{8}\right), \quad \frac{(0)}{(8)} - \frac{(4)}{(8)} = \left(\frac{0}{4}\right)$$
$$\frac{(1)}{(32)} - \frac{(15)}{(32)} = \left(\frac{1}{16}\right), \quad \frac{(1)}{(16)} - \frac{(7)}{(16)} = \left(\frac{1}{8}\right), \quad \frac{(1)}{(8)} - \frac{(3)}{(8)} = \left(\frac{1}{4}\right)$$
$$\frac{(2)}{(32)} - \frac{(14)}{(32)} = \left(\frac{2}{16}\right), \quad \frac{(2)}{(16)} - \frac{(6)}{(16)} = \left(\frac{2}{8}\right), \quad \frac{(0)}{(4)} - \frac{(2)}{(4)} = \left(\frac{0}{2}\right)$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \frac{(3)}{(16)} - \frac{(5)}{(16)} = \left(\frac{3}{8}\right), \quad \frac{(0)}{(2)} - \frac{(1)}{(2)} = \left(\frac{0}{1}\right)$$
$$\frac{(7)}{(32)} - \frac{(9)}{(32)} = \left(\frac{7}{16}\right),$$

tum erunt, scriptis brevitatis caussa (2), (4), (6), etc. resp. pro $2\frac{\pi}{32}$, $4\frac{\pi}{32}$ $6\frac{\pi}{32}$, etc.

$$64A^{(0)} = \frac{(0)}{(1)}$$
$$128A^{(32)} = \left(\frac{0}{1}\right)$$
$$64A^{(16)} = \left(\frac{0}{2}\right)$$
$$64A^{(8)} = \left(\frac{0}{4}\right) + 2\left(\frac{1}{4}\right)\cos(8)$$
$$64A^{(24)} = \left(\frac{0}{4}\right) - 2\left(\frac{1}{4}\right)\cos(8)$$

Digitized by Google

$$64\,A^{(4)} = [(\tfrac{0}{8}) + 2(\tfrac{2}{8})\cos(8)] + [2(\tfrac{1}{8})\cos(4) + 2(\tfrac{3}{8})\cos(12)]$$
$$64\,A^{(28)} = [(\tfrac{0}{8}) + 2(\tfrac{2}{8})\cos(8)] - [2(\tfrac{1}{8})\cos(4) + 2(\tfrac{3}{8})\cos(12)]$$
$$64\,A^{(12)} = [(\tfrac{0}{8}) - 2(\tfrac{2}{8})\cos(8)] + [2(\tfrac{1}{8})\cos(12) - 2(\tfrac{3}{8})\cos(4)]$$
$$64\,A^{(20)} = [(\tfrac{0}{8}) - 2(\tfrac{2}{8})\cos(8)] - [2(\tfrac{1}{8})\cos(12) - 2(\tfrac{3}{8})\cos(4)]$$
$$64\,A^{(2)} = [(\tfrac{0}{16}) + 2(\tfrac{2}{16})\cos(4) + 2(\tfrac{4}{16})\cos(8) + 2(\tfrac{6}{16})\cos(12)] + [2(\tfrac{1}{16})\cos(2) + 2(\tfrac{3}{16})\cos(6) + 2(\tfrac{5}{16})\cos(10) + 2(\tfrac{7}{16})\cos(14)]$$
$$64\,A^{(30)} = [(\tfrac{0}{16}) + 2(\tfrac{2}{16})\cos(4) + 2(\tfrac{4}{16})\cos(8) + 2(\tfrac{6}{16})\cos(12)] - [2(\tfrac{1}{16})\cos(2) + 2(\tfrac{3}{16})\cos(6) + 2(\tfrac{5}{16})\cos(10) + 2(\tfrac{7}{16})\cos(14)]$$
$$64\,A^{(6)} = [(\tfrac{0}{16}) + 2(\tfrac{2}{16})\cos(12) + 2(\tfrac{4}{16})\cos(8) - 2(\tfrac{6}{16})\cos(4)] + [2(\tfrac{1}{16})\cos(6) - 2(\tfrac{3}{16})\cos(14) - 2(\tfrac{5}{16})\cos(2) - 2(\tfrac{7}{16})\cos(10)]$$
$$64\,A^{(26)} = [(\tfrac{0}{16}) + 2(\tfrac{2}{16})\cos(12) - 2(\tfrac{4}{16})\cos(8) - 2(\tfrac{6}{16})\cos(4)] - [2(\tfrac{1}{16})\cos(6) - 2(\tfrac{3}{16})\cos(14) - 2(\tfrac{5}{16})\cos(2) - 2(\tfrac{7}{16})\cos(10)]$$
$$64\,A^{(10)} = [(\tfrac{0}{16}) - 2(\tfrac{2}{16})\cos(12) - 2(\tfrac{4}{16})\cos(8) + 2(\tfrac{6}{16})\cos(4)] + [2(\tfrac{1}{16})\cos(10) - 2(\tfrac{3}{16})\cos(2) + 2(\tfrac{5}{16})\cos(14) + 2(\tfrac{7}{16})\cos(6)]$$
$$64\,A^{(22)} = [(\tfrac{0}{16}) - 2(\tfrac{2}{16})\cos(12) - 2(\tfrac{4}{16})\cos(8) + 2(\tfrac{6}{16})\cos(4)] - [2(\tfrac{1}{16})\cos(10) - 2(\tfrac{3}{16})\cos(2) + 2(\tfrac{5}{16})\cos(14) + 2(\tfrac{7}{16})\cos(6)]$$
$$64\,A^{(14)} = [(\tfrac{0}{16}) - 2(\tfrac{2}{16})\cos(4) + 2(\tfrac{4}{16})\cos(8) - 2(\tfrac{6}{16})\cos(12)] + [2(\tfrac{1}{16})\cos(14) - 2(\tfrac{3}{16})\cos(10) + 2(\tfrac{5}{16})\cos(6) - 2(\tfrac{7}{16})\cos(2)]$$
$$64\,A^{(18)} = [(\tfrac{0}{16}) - 2(\tfrac{2}{16})\cos(4) + 2(\tfrac{4}{16})\cos(8) - 2(\tfrac{6}{16})\cos(12)] - [2(\tfrac{1}{16})\cos(14) - 2(\tfrac{3}{16})\cos(10) + 2(\tfrac{5}{16})\cos(6) - 2(\tfrac{7}{16})\cos(2)]$$

Sit porro

$$Y_0\cos(0) + Y_{32}\cos(32) + 2Y_{16}\cos(16) = \frac{(0c)}{(16)}$$
$$Y_1\cos(1) + Y_{31}\cos(31) + Y_{15}\cos(15) + Y_{17}\cos(17) = \frac{(1c)}{(16)}$$
$$Y_2\cos(2) + Y_{30}\cos(30) + Y_{14}\cos(14) + Y_{18}\cos(18) = \frac{(2c)}{(16)}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$Y_7\cos(7) + Y_{25}\cos(25) + Y_9\cos(9) + Y_{23}\cos(23) = \frac{(7c)}{(16)}$$
$$2Y_8\cos(8) \qquad + 2Y_{24}\cos(24) \qquad = \frac{(8c)}{(16)}$$

$$\frac{(0c)}{(16)} + \frac{(8c)}{(16)} = \frac{(0c)}{(8)}, \quad \frac{(0c)}{(8)} + \frac{(4c)}{(8)} = \frac{(0c)}{(4)}, \quad \frac{(0c)}{(4)} + \frac{(2c)}{(4)} = \frac{(0c)}{(2)}$$
$$\frac{(1c)}{(16)} + \frac{(7c)}{(16)} = \frac{(1c)}{(8)}, \quad \frac{(1c)}{(8)} + \frac{(3c)}{(8)} = \frac{(1c)}{(4)}, \quad 2\times\frac{(1c)}{(4)} = \frac{(1c)}{(2)}$$
$$\frac{(2c)}{(16)} + \frac{(6c)}{(16)} = \frac{(2c)}{(8)}, \quad 2\times\frac{(2c)}{(8)} = \frac{(2c)}{(4)}, \quad \frac{(0c)}{(2)} + \frac{(1c)}{(2)} = \frac{(0c)}{(1)}$$
$$\frac{(3c)}{(16)} + \frac{(5c)}{(16)} = \frac{(3c)}{(8)},$$
$$2\times\frac{(4c)}{(16)} = \frac{(4c)}{(8)},$$

$$\frac{(0c)}{(16)} - \frac{(8c)}{(16)} = \left(\frac{0c}{8}\right), \quad \frac{(0c)}{(8)} - \frac{(4c)}{(8)} = \left(\frac{0c}{4}\right), \quad \frac{(0c)}{(4)} - \frac{(2c)}{(4)} = \left(\frac{0c}{2}\right)$$
$$\frac{(1c)}{(16)} - \frac{(7c)}{(16)} = \left(\frac{1c}{8}\right), \quad \frac{(1c)}{(8)} - \frac{(3c)}{(8)} = \left(\frac{1c}{4}\right), \quad \frac{(0c)}{(2)} - \frac{(1c)}{(2)} = \left(\frac{0c}{1}\right)$$
$$\frac{(2c)}{(16)} - \frac{(6c)}{(16)} = \left(\frac{2c}{8}\right),$$
$$\frac{(3c)}{(16)} - \frac{(5c)}{(16)} = \left(\frac{3c}{8}\right),$$

$$Y_1\sin(1) - Y_{31}\sin(31) - Y_{15}\sin(15) + Y_{17}\sin(17) = \frac{(15)}{(16)}$$
$$Y_2\sin(2) - Y_{30}\sin(30) - Y_{14}\sin(14) + Y_{18}\sin(18) = \frac{(25)}{(16)}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$Y_7\sin(7) - Y_{25}\sin(25) - Y_9\sin(9) + Y_{23}\sin(23) = \frac{(75)}{(16)}$$

$$\frac{(15)}{(16)} - \frac{(75)}{(16)} = \frac{(15)}{(8)}, \quad \frac{(15)}{(8)} - \frac{(35)}{(8)} = \frac{(15)}{(4)}$$
$$\frac{(25)}{(16)} - \frac{(65)}{(16)} = \frac{(25)}{(8)},$$
$$\frac{(35)}{(16)} - \frac{(55)}{(16)} = \frac{(35)}{(8)},$$

$$\frac{(15)}{(16)} + \frac{(75)}{(16)} = \left(\frac{15}{8}\right), \quad \frac{(15)}{(8)} + \frac{(35)}{(8)} = \left(\frac{15}{4}\right), \quad 2\times\frac{(15)}{(4)} = \left(\frac{15}{2}\right)$$
$$\frac{(25)}{(16)} + \frac{(65)}{(16)} = \left(\frac{25}{8}\right), \quad 2\times\frac{(25)}{(8)} = \left(\frac{25}{4}\right),$$
$$\frac{(35)}{(16)} + \frac{(55)}{(16)} = \left(\frac{35}{8}\right),$$
$$2\times\frac{(45)}{(16)} = \left(\frac{45}{8}\right),$$

ubi etiam (1), (2), (3), (4), etc. resp.. loco $1\frac{\pi}{32}$, $2\frac{\pi}{32}$, $3\frac{\pi}{32}$, $4\frac{\pi}{32}$ etc. scripsi, tum erit

$$64\,A^{(1)} = \frac{(0c)}{(1)}$$
$$64\,A^{(31)} = \left(\frac{0c}{1}\right)$$
$$64\,A^{(15)} = \left(\frac{0c}{2}\right) + \left(\frac{15}{2}\right)$$
$$64\,A^{(17)} = \left(\frac{0c}{2}\right) - \left(\frac{15}{2}\right)$$
$$64\,A^{(7)} = \left\{\left(\frac{0c}{4}\right) + \left(\frac{25}{4}\right)\right\} + 2\left\{\left(\frac{1c}{4}\right) + \left(\frac{15}{4}\right)\right\}\cos(8)$$
$$64\,A^{(25)} = \left\{\left(\frac{0c}{4}\right) + \left(\frac{25}{4}\right)\right\} - 2\left\{\left(\frac{1c}{4}\right) + \left(\frac{15}{4}\right)\right\}\cos(8)$$
$$64\,A^{(9)} = \left\{\left(\frac{0c}{4}\right) - \left(\frac{25}{4}\right)\right\} + 2\left\{\left(\frac{1c}{4}\right) - \left(\frac{15}{4}\right)\right\}\cos(8)$$
$$64\,A^{(23)} = \left\{\left(\frac{0c}{4}\right) - \left(\frac{25}{4}\right)\right\} - 2\left\{\left(\frac{1c}{4}\right) - \left(\frac{15}{4}\right)\right\}\cos(8)$$

Digitized by Google

$$64A^{(2)} = \left\{\left(\tfrac{0c}{8}\right)+\left(\tfrac{45}{8}\right)+2\left[\left(\tfrac{2c}{8}\right)+\left(\tfrac{25}{8}\right)\right]\cos(8)\right\} + \left\{2\left[\left(\tfrac{1c}{8}\right)+\left(\tfrac{35}{8}\right)\right]\cos(4)+2\left[\left(\tfrac{3c}{8}\right)+\left(\tfrac{15}{8}\right)\right]\cos(12)\right\}$$

$$64A^{(29)} = \left\{\left(\tfrac{0c}{8}\right)+\left(\tfrac{45}{8}\right)+2\left[\left(\tfrac{2c}{8}\right)+\left(\tfrac{25}{8}\right)\right]\cos(8)\right\} - \left\{2\left[\left(\tfrac{1c}{8}\right)+\left(\tfrac{35}{8}\right)\right]\cos(4)+2\left[\left(\tfrac{3c}{8}\right)+\left(\tfrac{15}{8}\right)\right]\cos(12)\right\}$$

$$64A^{(4)} = \left\{\left(\tfrac{0c}{8}\right)-\left(\tfrac{45}{8}\right)+2\left[\left(\tfrac{2c}{8}\right)-\left(\tfrac{25}{8}\right)\right]\cos(8)\right\} + \left\{2\left[\left(\tfrac{1c}{8}\right)-\left(\tfrac{35}{8}\right)\right]\cos(4)+2\left[\left(\tfrac{3c}{8}\right)-\left(\tfrac{15}{8}\right)\right]\cos(12)\right\}$$

$$64A^{(27)} = \left\{\left(\tfrac{0c}{8}\right)-\left(\tfrac{45}{8}\right)+2\left[\left(\tfrac{2c}{8}\right)-\left(\tfrac{25}{8}\right)\right]\cos(8)\right\} - \left\{2\left[\left(\tfrac{1c}{8}\right)-\left(\tfrac{35}{8}\right)\right]\cos(4)+2\left[\left(\tfrac{3c}{8}\right)-\left(\tfrac{15}{8}\right)\right]\cos(12)\right\}$$

$$64A^{(11)} = \left\{\left(\tfrac{0c}{8}\right)-\left(\tfrac{45}{8}\right)-2\left[\left(\tfrac{2c}{8}\right)-\left(\tfrac{25}{8}\right)\right]\cos(8)\right\} + \left\{2\left[\left(\tfrac{1c}{8}\right)-\left(\tfrac{35}{8}\right)\right]\cos(12)-2\left[\left(\tfrac{3c}{8}\right)-\left(\tfrac{15}{8}\right)\right]\cos(4)\right\}$$

$$64A^{(21)} = \left\{\left(\tfrac{0c}{8}\right)-\left(\tfrac{45}{8}\right)-2\left[\left(\tfrac{2c}{8}\right)-\left(\tfrac{25}{8}\right)\right]\cos(8)\right\} - \left\{2\left[\left(\tfrac{1c}{8}\right)-\left(\tfrac{35}{8}\right)\right]\cos(12)-2\left[\left(\tfrac{3c}{8}\right)-\left(\tfrac{15}{8}\right)\right]\cos(4)\right\}$$

$$64A^{(13)} = \left\{\left(\tfrac{0c}{8}\right)+\left(\tfrac{45}{8}\right)-2\left[\left(\tfrac{2c}{8}\right)+\left(\tfrac{25}{8}\right)\right]\cos(8)\right\} + \left\{2\left[\left(\tfrac{1c}{8}\right)+\left(\tfrac{35}{8}\right)\right]\cos(12)-2\left[\left(\tfrac{3c}{8}\right)+\left(\tfrac{15}{8}\right)\right]\cos(4)\right\}$$

$$64A^{(19)} = \left\{\left(\tfrac{0c}{8}\right)+\left(\tfrac{45}{8}\right)-2\left[\left(\tfrac{2c}{8}\right)+\left(\tfrac{25}{8}\right)\right]\cos(8)\right\} - \left\{2\left[\left(\tfrac{1c}{8}\right)+\left(\tfrac{35}{8}\right)\right]\cos(12)-2\left[\left(\tfrac{3c}{8}\right)+\left(\tfrac{15}{8}\right)\right]\cos(4)\right\}$$

Quae formulae omnes coefficientes scilicet triginta et tres praebent, quae in casu de quo agitur obtineri possunt, ad institutum vero nostrum octo primae coefficientes sufficiunt.

48.

Methodo ea ipsa cujus casus speciales in art. praec. tractavi, demonstrari potest, seriem infinitam per $\sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(f)}$ repraetentatam necessarie convergentem esse debere. Nam rigorosae sunt aequationes generales hae, quibus aequationes art. praec. derivatae sunt,

$$Y_0 + Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_{n-1} = nA^{(0)} + 2nA^{(n)} + 2nA^{(2n)} + \text{etc.}$$

$$Y_0 + Y_1\cos\frac{2\pi}{n} + Y_2\cos 2\frac{2\pi}{n} + \ldots + Y_{n-1}\cos(n-1)\frac{2\pi}{n} = nA^{(1)} + nA^{(n-1)} + nA^{(n+1)} + nA^{(2n-1)} + \text{etc.}$$

$$Y_0 + Y_1\cos\frac{2\pi}{n} + Y_2\cos 4\frac{2\pi}{n} + \ldots + Y_{n-1}\cos 2(n-1)\frac{2\pi}{n} = nA^{(2)} + nA^{(n-2)} + nA^{(n+2)} + nA^{(2n-2)} + \text{etc.}$$

etc. usque ad

$$Y_0 + Y_1\cos\left(\tfrac{1}{2}n-1\right)\frac{2\pi}{n} + Y_2\cos 2\left(\tfrac{1}{2}n-1\right)\frac{2\pi}{n} + \ldots + Y_{n-1}\cos(n-)\left(\tfrac{1}{2}n-1\right)\frac{2\pi}{n} = nA^{\left(\frac{1}{2}n-1\right)} + nA^{\left(\frac{1}{2}n+1\right)} + nA^{\left(\frac{3}{2}n-1\right)} + nA^{\left(\frac{3}{2}n+1\right)} + \text{etc.}$$

$$Y_0 - Y_1 + Y_2 \mp \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots - Y_{n-1} = 2nA^{\left(\frac{1}{2}n\right)} + 2nA^{\left(\frac{3}{2}n\right)} + 2nA^{\left(\frac{5}{2}n\right)} + \text{etc.}$$

quoties n est numerus par, et usque ad

$$Y_0 + Y_1\cos\left(\tfrac{n-1}{2}\right)\frac{2\pi}{n} + Y_2\cos 2\left(\tfrac{n-1}{2}\right)\frac{2\pi}{n} + \ldots + Y_{n-1}\cos(n-1)\left(\tfrac{n-1}{2}\right)\frac{2\pi}{n} = nA^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} + nA^{\left(\frac{n+1}{2}\right)} + nA^{\left(\frac{3n-1}{2}\right)} + nA^{\left(\frac{3n+1}{2}\right)} + \text{etc.}$$

quoties n est numerus impar. Denotatis seriebus finitis quae sinistras harum aequationem partes constituunt per $Z^{(0)}$, $Z^{(1)}$, $Z^{(2)}$ usque ad $Z^{\left(\frac{1}{2}n-1\right)}$, $Z^{\left(\frac{1}{2}n\right)}$ et resp. usque ad $Z^{\left(\frac{n-1}{2}\right)}$, prodit

$$(10.)\begin{cases} Z^{(0)} + 2Z^{(1)} + 2Z^{(2)} + \ldots + 2Z^{\left(\frac{1}{2}n-1\right)} + Z^{\left(\frac{1}{2}n\right)} = n\sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(f)} \\ \text{quoties } n \text{ est numerus par, et} \\ Z^{(0)} + 2Z^{(1)} + 2Z^{(2)} + \ldots + 2Z^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} = n\sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(f)} \end{cases}$$

quoties n est numerus impar. Quum quantitas in art. praec. Y denotata pro omnibus, qui fieri possunt, valoribus realibus ipsius f infinita evadere nequeat, ipsae $Z^{(0)}$, $Z^{(1)}$, etc. certo valores finitos semper habent, qua re et quum eaedem $Z^{(0)}$; $Z^{(1)}$, etc. aggregata coefficientium $A^{(f)}$, quae dextras aequationum praecedentium partes constituunt effective repraesentent, aequationes (10) demonstrent, summam $\sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(f)}$ valorem finitam habere, itaque seriem infinitam hanc convergere. Si vero series haec convergit, a fortiori series infinita $\sum_{-\infty}^{+\infty} A^{(f)}\cos if$ convergere debet, quoniam $\cos if$ semper unitate minor vel saltem non major est. Quum series infinita, quam in art. 42 tractabam, per eandem methodum evolvi potuisset, jam demonstratum est, hanc quoque seriem convergere, quin etiam tali modo demonstrari potest, quantitatem periodicam continuamque quamvis, ex una pluribusve variabilibus arcubus circuli pendentem, quae infinite magna nunquam evadere possit, in seriem infinitam convergentem secundum $\cos(ig + i'g' + i''g'' + \text{etc.})$ et $\sin(ig + i'g' + i''g'' + \text{etc.})$ progredientem evolvi posse;

Digitized by Google

denotantibus g, g', g'' etc. arcus hos variabiles et i, i', i'' etc. numeros integros aut positivos aut negativos *).

49.

Aggrediamur computationem numericam quantitatis

$$Y = \left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)^{\frac{1}{2}} c^{\frac{k}{1-e\cos f}}$$

in seriem evolvendae. Qui calculus facilior redditur, si quantitas ista in hanc transformatur,

$$Y = \left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{b''}{1-e\cos f}}$$

unde

$$log\ br.\ Y = \tfrac{1}{2} log\ br \left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right) + \frac{b''}{1-e\cos f}$$

valor vero ipsius b'' hac aequatione datus est

$$b'' = b' M = \frac{b M}{3a}$$

denotante M modulum logarithmorum briggicorum. Ex valore numerico ipsius b in art. 46 computato sequitur ut

$$b'' = 0{,}54760$$

Jam, posito $e = sin\ 57° 45'$, valores numericos computavi hos

Y_0	$=12260{,}55$,	Y_{11} $= 12{,}42$,	Y_{22} $= 1{,}41$
Y_1	$= 9796{,}74$,	Y_{12} $= 9{,}02$,	Y_{23} $= 1{,}25$
Y_2	$= 5328{,}15$,	Y_{13} $= 6{,}83$,	Y_{24} $= 1{,}10$
Y_3	$= 2292{,}38$,	Y_{14} $= 5{,}35$,	Y_{25} $= 0{,}98$
Y_4	$= 910{,}89$,	Y_{15} $= 4{,}30$,	Y_{26} $= 0{,}88$
Y_5	$= 374{,}31$,	Y_{16} $= 3{,}53$,	Y_{27} $= 0{,}79$
Y_6	$= 167{,}65$,	Y_{17} $= 2{,}95$,	Y_{28} $= 0{,}71$
Y_7	$= 83{,}39$,	Y_{18} $= 2{,}50$,	Y_{29} $= 0{,}65$
Y_8	$= 45{,}91$,	Y_{19} $= 2{,}14$,	Y_{30} $= 0{,}61$
Y_9	$= 27{,}65$,	Y_{20} $= 1{,}85$,	Y_{31} $= 0{,}58$
Y_{10}	$= 17{,}96$,	Y_{21} $= 1{,}62$,	Y_{32} $= 0{,}57$

$Y_0 cos(0) = 12260{,}55$,	$Y_{11} cos(11) = 5{,}85$,	$Y_{22} cos(22) = -0{,}79$
$Y_1 cos(1) = 9749{,}56$,	$Y_{12} cos(12) = 3{,}45$,	$Y_{23} cos(23) = -0{,}79$
$Y_2 cos(2) = 5225{,}77$,	$Y_{13} cos(13) = 1{,}98$,	$Y_{24} cos(24) = -0{,}78$
$Y_3 cos(3) = 2193{,}67$,	$Y_{14} cos(14) = 1{,}04$,	$Y_{25} cos(25) = -0{,}76$
$Y_4 cos(4) = 841{,}55$,	$Y_{15} cos(15) = 0{,}42$,	$Y_{26} cos(26) = -0{,}73$
$Y_5 cos(5) = 330{,}12$,	$Y_{16} cos(16) = 0{,}00$,	$Y_{27} cos(27) = -0{,}69$
$Y_6 cos(6) = 139{,}39$,	$Y_{17} cos(17) = -0{,}29$,	$Y_{28} cos(28) = -0{,}66$
$Y_7 cos(7) = 64{,}46$,	$Y_{18} cos(18) = -0{,}49$,	$Y_{29} cos(29) = -0{,}62$
$Y_8 cos(8) = 32{,}47$,	$Y_{19} cos(19) = -0{,}62$,	$Y_{30} cos(30) = -0{,}60$
$Y_9 cos(9) = 17{,}54$,	$Y_{20} cos(20) = -0{,}71$,	$Y_{31} cos(31) = -0{,}58$
$Y_{10} cos(10) = 9{,}98$,	$Y_{21} cos(21) = -0{,}76$,	$Y_{32} cos(32) = -0{,}57$

*) Tali etiam modo, perturbationes planetarias cometarum, qui in ellipsi moventur, per series convergentes exhiberi posse, demonstrari potest, quamvis ellipsis haec ad parabolam quam proxime accedat.

	$Y_{11} sin(11) = 10{,}95$,	$Y_{22} sin(22) = 1{,}18$
$Y_1 sin(1) = 960{,}25$,	$Y_{12} sin(12) = 8{,}34$,	$Y_{23} sin(23) = 0{,}96$
$Y_2 sin(2) = 1039{,}47$,	$Y_{13} sin(13) = 6{,}54$,	$Y_{24} sin(24) = 0{,}78$
$Y_3 sin(3) = 665{,}44$,	$Y_{14} sin(14) = 5{,}24$,	$Y_{25} sin(25) = 0{,}62$
$Y_4 sin(4) = 348{,}58$,	$Y_{15} sin(15) = 4{,}28$,	$Y_{26} sin(26) = 0{,}49$
$Y_5 sin(5) = 176{,}45$,	$Y_{16} sin(16) = 3{,}53$,	$Y_{27} sin(27) = 0{,}37$
$Y_6 sin(6) = 93{,}14$,	$Y_{17} sin(17) = 2{,}93$,	$Y_{28} sin(28) = 0{,}27$
$Y_7 sin(7) = 52{,}90$,	$Y_{18} sin(18) = 2{,}45$,	$Y_{29} sin(29) = 0{,}19$
$Y_8 sin(8) = 32{,}47$,	$Y_{19} sin(19) = 2{,}05$,	$Y_{30} sin(30) = 0{,}12$
$Y_9 sin(9) = 21{,}38$,	$Y_{20} sin(20) = 1{,}71$,	$Y_{31} sin(31) = 0{,}06$
$Y_{10} sin(10) = 14{,}94$,	$Y_{21} sin(21) = 1{,}42$,	

ope horum valorum computavi

$A^{(0)} = 788{,}6581$,	$A^{(11)} = 172{,}9744$,	$A^{(22)} = 8{,}6325$
$A^{(1)} = 773{,}0492$,	$A^{(12)} = 137{,}1200$,	$A^{(23)} = 6{,}3498$
$A^{(2)} = 732{,}7938$,	$A^{(13)} = 107{,}6148$,	$A^{(24)} = 4{,}6431$
$A^{(3)} = 675{,}2250$,	$A^{(14)} = 83{,}6810$,	$A^{(25)} = 3{,}3894$
$A^{(4)} = 606{,}6681$,	$A^{(15)} = 64{,}5160$,	$A^{(26)} = 2{,}4669$
$A^{(5)} = 533{,}1073$,	$A^{(16)} = 49{,}3456$,	$A^{(27)} = 1{,}7972$
$A^{(6)} = 459{,}3169$,	$A^{(17)} = 37{,}4679$,	$A^{(28)} = 1{,}3175$
$A^{(7)} = 388{,}8431$,	$A^{(18)} = 28{,}2553$,	$A^{(29)} = 0{,}9825$
$A^{(8)} = 324{,}0213$,	$A^{(19)} = 21{,}1753$,	$A^{(30)} = 0{,}7625$
$A^{(9)} = 266{,}1803$,	$A^{(20)} = 15{,}7794$,	$A^{(31)} = 0{,}6372$
$A^{(10)} = 215{,}8488$,	$A^{(21)} = 11{,}6988$,	$A^{(32)} = 0{,}2984$

quos coefficientes omnes adscripsi, ut elucent, electam divisiorem circuli in sexaginta et quatuor partes sufficere. Quantitatem m' ita determinavi ut terminus in expressione ipsius nz per g^2 multiplicatus aequalis fieret ei ipsius g^2 coefficienti, quem in art. 43 ope quantitatis m per observationes astronomicas determinatae computaveram. Tali modo reperi

$$log\ m'ka = 6.8511639$$

et tum

$$nz = nt + 60'',63360\,g^2 - 8''85920\,g\ sin f + 2'',91594\,g\ sin 2f - 7'',249\ cos f + 2'',380\ cos 2f - 0'',249\ cos 3f - 0'',005\ cos 4f - 0'',001\ cos 5f$$

$$w = -148{,}123g + 145{,}190\,g\ cos f - 54{,}61\ sin f + 17{,}07\ sin 2f + 1{,}68\ sin 3f + 0{,}60\ sin 4f + 0{,}27\ sin 5f.$$

Primus quidem harum expressionum terminus per hypothesin introductam primo ipsius nz termino in art. 43 invento aequalis esse debet; sed attentione dignum est, quod ceteri termini ab illis paululum discrepant; itaque hypotheses eae duae circa densitatem fluidi longe diversae easdem fere perturbationes produxerunt. Ut variatio perturbationum a variatione quadam excentricitatis in ea quoque hypothesi circa densitatem innotescat, computationes sequentes institui

$$e = sin\ 57° 30'$$
$$A^{(0)} = 705{,}0163$$
$$A^{(1)} = 690{,}3775$$

$$nz = nt + 54'',11129\,g^2 - 7'',9361\,g\ sin f + 2'',5969\,g\ sin 2f + \text{etc.}$$

$$w = -132{,}414\,g + 129{,}664\,g\ cos f + \text{etc.}$$

Digitized by Google

$$e = \sin 58^\circ$$
$$A^{(0)} = 884{,}8027$$
$$A^{(1)} = 868{,}0989$$
$$ns = nt + 68'',14005\,g^2 - 9'',9181\,g\sin f + 3'',2835\,g\sin 2f + \text{etc.}$$
$$\omega = -166{,}180\,g + 163{,}043\,g\cos f + \text{etc.}$$

Quae computationes monstrant, in hac hypothesi circa densitatem variationem perturbationum respectu variationis excentricitatis majorem esse quam in hypothesi illa.

50.

Formulae in artt. praec. evolutae ad usus practicos semper sufficiunt, quia pro omnibus excentricitatis valoribus usque ad parabolam series admodum convergentes suggerunt, et quia vix unquam operae pretium esse potest cometarum, quorum orbitae tantum parabolicae innotescunt, perturbationes a fluido resistenti orientes calculo subjicere. Quum vero perturbationes has pro orbitis aut ellipticis aut hyperbolicis a parabola tantulum discrepantibus per expressiones simplicissimas exhibere liceat, quoties densitas fluidi resistentis quadrato radii vectoris inverse proportionalis statuatur, formulas has evolvam.

Expressiones pro $tg\,\omega$ et $\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$ in art. 37 inventae et per anomaliam veram expressae praebent, introducto semiparametro p,

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \frac{k}{p}(1+e^2+2e\cos(v-\pi))$$
$$\sin\omega = \frac{1+e\cos(v-\pi)}{\sqrt{(1+e^2+2e\cos(v-\pi))}}$$
$$\cos\omega = \frac{e\sin(v-\pi)}{\sqrt{(1+e^2+2e\cos(v-\pi))}}$$

adjumento harum aequationum habetur

$$\frac{1}{r}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) = -m\psi(r)\frac{k}{p}(1+e\cos(v-\pi))\sqrt{(1+e^2+2e\cos(v-\pi))}$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dr}\right) = -m\psi(r)\frac{k}{p}e\sin(v-\pi)\sqrt{(1+e^2+2e\cos(v-\pi))}$$

quibuscum, et quum sit $\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}} = \sqrt{\frac{k}{p}}$; $a(1-e^2) = p$

aequationes (1) et (2) art. 36 facili opera transformantur in

$$\frac{d\beta}{dt} = 2m\psi(r)\frac{k^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}\rho[\cos(v-\lambda)-1]\sqrt{(1+e^2+2e\cos(v-\pi))}$$
$$\frac{d^2\zeta}{d\tau\,dt} = -m\psi(r)\frac{k^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}\left\{4\rho[\cos(v-\lambda)-1]+p\right\}\sqrt{(1+e^2+2e\cos(v-\pi))}$$

51.

Statuamus

$$\frac{1}{\cos\frac{1}{2}(v-\pi)} = y;\quad \frac{1}{\cos\frac{1}{2}(\lambda-\pi)} = v;\quad e = \frac{1}{1+2\varepsilon}$$

unde

$$r = \frac{p(1+2\varepsilon)y^2}{2(1+\varepsilon y^2)};\qquad \rho = \frac{p(1+2\varepsilon)v^2}{2(1+\varepsilon v^2)}$$
$$\sin(v-\pi) = 2\frac{\sqrt{(y^2-1)}}{y^2};\quad \sin(\lambda-\pi) = 2\frac{\sqrt{(v^2-1)}}{v^2}$$
$$\cos(v-\pi) = \frac{2-y^2}{y^2};\qquad \cos(\lambda-\pi) = \frac{2-v^2}{v^2}$$
$$\cos(v-\lambda)-1 = \frac{4-2(y^2+v^2)+4\sqrt{(y^2-1)}.\sqrt{(v^2-1)}}{y^2v^2}$$

$$\sqrt{(1+e^2+2e\cos(v-\pi))} = 2\frac{\sqrt{(1+2\varepsilon+\varepsilon^2y^2)}}{y(1+2\varepsilon)}$$
$$dt = \frac{r^2}{\sqrt{(kp)}}dv = 2\frac{r^2}{y\sqrt{(y^2-1)}.\sqrt{(kp)}}dy;$$
$$d\tau = \frac{p^{\frac{3}{2}}(1+2\varepsilon)^2v^3}{2k^{\frac{1}{2}}(1+\varepsilon v^2)^2\sqrt{(v^2-1)}}dv$$

praeterea habetur

$$\psi(r) = \frac{1}{r^3}$$

Quibus aequationibus in aequationes art. praec. substitutis, nanciscimur has

$$\frac{d^2\zeta}{dy\,dv} = -2m(kp)^{\frac{1}{2}}(1+2\varepsilon)\sqrt{(1+2\varepsilon+\varepsilon^2y^2)}\left\{\frac{1+2\varepsilon\left\{\frac{8v^3-4v^3(y^2+v^2)}{\sqrt{(y^2-1)}.\sqrt{(v^2-1)}}+8v^3\right\}}{y^4(1+\varepsilon v^2)^3}+\frac{v^3}{y^2(1+\varepsilon v^2)^2\sqrt{(y^2-1)}.\sqrt{(v^2-1)}}\right\}$$
$$\frac{d\beta}{dy} = 4m\frac{k}{p}(1+2\varepsilon)\sqrt{(1+2\varepsilon+\varepsilon^2y^2)}\left\{\frac{\frac{4-2(y^2+v^2)}{\sqrt{(y^2-1)}}+4\sqrt{(v^2-1)}}{y^4(1+\varepsilon v^2)}\right\}$$

Quae aequationes suppeditant, evolutione usque ad secundam ipsius ε potestatem peracta, aequationes has

Digitized by Google

$$\frac{d^2\zeta}{dy\,dv} = -2m(kp)^{\frac{1}{2}}\left\{\begin{array}{l} 8\frac{v^3}{y^4} + \left\{8\frac{v^3}{y^4} - 3\frac{v^3}{y^2} - 4\frac{v^6}{y^4}\right\}(y^2-1)^{\frac{1}{2}}(v^2-1)^{-\frac{1}{2}} \\ +\varepsilon\left\{40\frac{v^3}{y^4} - 24\frac{v^6}{y^4} + \left[40\frac{v^3}{y^4} - 17\frac{v^3}{y^4} - 44\frac{v^6}{y^4} + 10\frac{v^6}{y^2} + 12\frac{v^7}{y^4}\right](y^2-1)^{-\frac{1}{2}}(v^2-1)^{-\frac{1}{2}}\right\}\end{array}\right\}$$

$$\frac{d\beta}{dy} = 4m\frac{k}{p}\left\{\begin{array}{l} \left\{\frac{4}{y^4} - \frac{2}{y^2} - 2\frac{v^2}{y^4}\right\}(y^2-1)^{-\frac{1}{2}} + \frac{4}{y^4}(v^2-1)^{\frac{1}{2}} \\ +\varepsilon\left\{\left[\frac{4}{y^4} - \frac{2}{y^2} - 6\frac{v^2}{y^4} + 2\frac{v^2}{y^2} + 2\frac{v^4}{y^4}\right](y^2-1)^{-\frac{1}{2}} + \left[\frac{4}{y^4} - 4\frac{v^2}{y^4}\right](v^2-1)^{\frac{1}{2}}\right\}\end{array}\right\}$$

Jam, quum sit

$$\int v^7(v^2-1)^{-\frac{1}{2}}dv = \left(\tfrac{1}{7}v^6 + \tfrac{6}{35}v^4 + \tfrac{8}{35}v^2 + \tfrac{16}{35}\right)(v^2-1)^{\frac{1}{2}}$$
$$\int v^5(v^2-1)^{-\frac{1}{2}}dv = \left(\tfrac{1}{5}v^4 + \tfrac{4}{15}v^2 + \tfrac{8}{15}\right)(v^2-1)^{\frac{1}{2}}$$

$$\int v^3(v^2-1)^{-\frac{1}{2}}dv = \left(\tfrac{1}{3}v^2 + \tfrac{2}{3}\right)(v^2-1)^{\frac{1}{2}}$$

inveniemus integrale primum aequationis prioris tale

$$\frac{d\zeta}{dy} = -2m(pk)^{\frac{1}{2}}\left\{\begin{array}{l} 2\frac{v^4}{y^4} + \left\{-\frac{4v^4}{5y^4} - \frac{v^2}{y^2} + \frac{8v^2}{5y^4} - \frac{2}{y^2} + \frac{16}{5y^4}\right\}\frac{\sqrt{(v^2-1)}}{\sqrt{(y^2-1)}} + \text{const.} \\ +\varepsilon\left\{\frac{10v^4}{y^4} - \frac{4v^6}{y^4} + \left[\frac{12v^6}{7y^4} + \frac{2v^4}{y^2} - \frac{236v^4}{35y^4} - \frac{3v^2}{y^2} + \frac{152v^2}{35y^4} - \frac{6}{y^2} + \frac{304}{35y^4}\right]\frac{\sqrt{(v^2-1)}}{\sqrt{(y^2-1)}}\right\}\end{array}\right\}$$

unde, constante rite determinata, prodit

$$\frac{d\zeta}{dy} = -2m(pk)^{\frac{1}{2}}\left\{\begin{array}{l} \frac{2v^4}{y^4} - \frac{1}{5} + \frac{2}{5y^2} - \frac{16}{5y^4} + \left\{-\frac{4v^4}{5y^4} - \frac{v^2}{y^2} + \frac{8v^2}{5y^4} - \frac{2}{y^2} + \frac{16}{5y^4}\right\}\frac{\sqrt{(v^2-1)}}{\sqrt{(y^2-1)}} \\ +\varepsilon\left\{-\frac{4y^6}{y^4} + \frac{2v^2}{7} + \frac{10v^4}{y^4} - \frac{9}{35} + \frac{58}{55y^2} - \frac{304}{35y^4} + \left[\frac{12v^6}{7y^4} + \frac{2v^4}{y^2} - \frac{236v^4}{35y^4} - \frac{3v^2}{y^2} + \frac{152v^2}{35y^4} - \frac{6}{y^2} + \frac{304}{35y^4}\right]\frac{\sqrt{(v^2-1)}}{\sqrt{(y^2-1)}}\right\}\end{array}\right\}$$

Deinde, quum sit

$$\int\frac{dy}{y^4\sqrt{(y^2-1)}} = \left(\frac{1}{3y^3} + \frac{2}{3y}\right)\sqrt{(y^2-1)} = \left(-\frac{1}{3y^3} - \frac{1}{3y} + \frac{2y}{3}\right)\frac{1}{\sqrt{(y^2-1)}}$$
$$\int\frac{dy}{y^2\sqrt{(y^2-1)}} = \frac{1}{y}\sqrt{(y^2-1)} = \left(y - \frac{1}{y}\right)\frac{1}{\sqrt{(y^2-1)}}$$

aequationes pro $d\zeta$ et $d\beta$ modo expositae post integrationem respectu ipsius y peractam abeunt in has

$$\zeta = \tau - 2m(pk)^{\frac{1}{2}}\left\{\begin{array}{l} \frac{16}{15y^3} - \frac{2}{5y} + \frac{y}{5} - \frac{2v^4}{3y^3} + \left\{-\frac{16}{15y^3} + \frac{14}{15y} - \frac{8v^2}{15y^3} + \frac{2y}{15} + \frac{7v^2}{15y} + \frac{4v^4}{15y^3} + \frac{v^2y}{15} + \frac{4v^4}{15y} - \frac{8v^4y}{15}\right\}\frac{\sqrt{(v^2-1)}}{\sqrt{(y^2-1)}} \\ +\varepsilon\left\{\begin{array}{l} \frac{304}{105y^3} - \frac{58}{35y} - \frac{9y}{35} - \frac{10v^4}{3y^3} + \frac{2y^3}{21} + \frac{4v^6}{3y^3} \\ +\left\{-\frac{304}{105y^3} + \frac{326}{105y} - \frac{152v^2}{105y^3} - \frac{22y}{105} + \frac{163v^2}{105y} + \frac{236v^4}{105y^3} - \frac{11v^2y}{105} + \frac{26v^4}{105y} - \frac{12v^6}{21y^3} - \frac{262v^4y}{105}\right\}\frac{\sqrt{(v^2-1)}}{\sqrt{(y^2-1)}}\end{array}\right\}\end{array}\right\}$$

$$\beta = 4m\frac{k}{p}\left\{\begin{array}{l} \left\{\frac{4}{3y^3} + \frac{2}{3y} - \frac{2v^2}{3y^3} - \frac{4v^2}{3y}\right\}\sqrt{(y^2-1)} - \frac{4}{3y^3}\sqrt{(v^2-1)} \\ +\varepsilon\left\{\left[\frac{4}{3y^3} + \frac{2}{3y} - \frac{2v^2}{y^3} - \frac{2v^2}{y} + \frac{2v^4}{3y^3} + \frac{4v^4}{3y}\right]\sqrt{(y^2-1)} + \left[\frac{4v^2}{3y^4} - \frac{4}{3y^3}\right]\sqrt{(v^2-1)}\right\}\end{array}\right\}$$

hinc mutata τ in t statim prodeunt formulae simplicissimae hae

$$s = t + m(pk)^{\frac{1}{2}}\left[\left(\tfrac{1}{5}y^5 - \tfrac{2}{3}y^3\right) + \varepsilon\left(-\tfrac{16}{7}y^7 + \tfrac{22}{15}y^5 - 2y^3\right)\right]$$
$$w = -\tfrac{16}{3}m\frac{k}{p}\left[y - \varepsilon y(y^2-1)\right]\sqrt{(y^2-1)}$$

ubi

$$\varepsilon = \frac{1-e}{2e}$$

Termini per potestates altiores ipsius ε multiplicati non omnino ejusdem formae erunt, nam praeter potestates ipsius y logarithmum hyperbolicum quantitatis $y + \sqrt{(y^2-1)}$ cohibebunt.

52.

Formulae in praecedentibus evolutae et computationes numericae peractae satis monstrant, quomodo perturbationes a fluido resistenti orientes cometam *Encke*ianum perturbent, si resistentia fluidi quadrato celeritatis corporis se moventis proportionalis ponitur. Hypotheses duas circa densitatem fluidi huius consideravimus admodum diversas, et utraque

Digitized by Google

ad easdem fere perduxit perturbationes. Quum vero hypotheses duae tam vehementer ab invicem discrepantes adeo nihil in effectu suo differant, verisimillimum est, hypotheses omnes per se non improbabiles, quae circa densitatem aetheris fingi possunt, eundem fere effectum in huius cometae motum producturas esse. Hinc jam probabilitas, ut fluidum resistens in universo diffusum sit vera in huius cometae motu detectae anomaliae causa, maxime augetur.

Sed theoria resistentiae fluidorum certa ad hunc usque diem caremus, et suppositio ista ut resistentia haec quadrato celeritatis corporis se moventis sit proportionalis, non nisi hypothetica est, et loco ejus geometrae nonnulli recentioris temporis proposuerunt resistentiam celeritati ipsi proportionalem. Videamus igitur quae sint perturbationes cometae si resistentia celeritati corporis se moventis ipsi proportionalis ponitur.

53.

Initium indagandarum perturbationum faciamus ubi densitas aetheris constans ponitur. In praecedentibus inventae sunt formulae hae

$$\left(\frac{ds}{dt}\right) = an\sqrt{\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)}$$

$$\frac{d\beta}{df} = -2mka\sqrt{\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)}\psi(r)\,(1-\cos(\varphi-f))$$

$$n\frac{d^2\zeta}{d\varphi\,df} = mka\sqrt{\left(\frac{1+e\cos f}{1-e\cos f}\right)}\psi(r)\left\{3-3e\cos\varphi+3e\cos f-(4+\tfrac{1}{2}e^2)\cos(\varphi-f)+2e\cos(2\varphi-f)-\tfrac{1}{2}e^2\cos(\varphi+f)\right\}$$

itaque erit in casu de quo nunc agitur

$$n\frac{d^2\zeta}{d\varphi\,df} = mk^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}\left\{3-3e\cos\varphi+3e\cos f-(4+\tfrac{1}{2}e^2)\cos(\varphi-f)+2e\cos(2\varphi-f)-\tfrac{1}{2}e^2\cos(\varphi+f)\right\}$$

$$\frac{d\beta}{df} = -2mk^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}(1-\cos(\varphi-f))$$

unde conspicuum est, perturbationes in hoc casu expressionibus finitis exhiberi posse. Integrando respectu ipsius φ obtinemus

$$n\frac{d\zeta}{df} = mk^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}\left\{3(\varphi-f)+3(\varphi-f)e\cos f-3e\sin\varphi+2e\sin f+\tfrac{1}{2}e^2\sin 2f-(4+\tfrac{1}{2}e^2)\sin(\varphi-f)+e\sin(2\varphi-f)-\tfrac{1}{2}e^2\sin(\varphi+f)\right\}$$

porro integrando respectu f,

$$n\zeta = n\tau+mk^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}\left\{3(\varphi f-\tfrac{1}{2}f^2)+3(\varphi-f)\,e\sin f-3e\cos f-3fe\sin\varphi-2e\cos f-\tfrac{1}{2}e^2\cos 2f-(4+\tfrac{1}{2}e^2)\cos(\varphi-f)\right.$$
$$\left.+e\cos(2\varphi-f)+\tfrac{1}{2}e^2\cos(\varphi+f)\right\}$$

$$\beta = -2mk^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}\left\{f+\sin(\varphi-f)\right\}$$

unde mutata τ in t evadunt hae

$$ns = nt+mk^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}\left\{\tfrac{3}{2}f^2-3fe\sin f-4e\cos f+\tfrac{1}{2}e^2\cos 2f\right\}$$

$$\omega = -2mk^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}.f$$

sive

$$(11)\ldots\begin{cases} ns = nt+mk^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}\left\{6\pi^2g^2-4e\cos f+e^2\cos 2f\right\} \\ \omega = -2mk^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}\left\{2\pi g+e\sin f\right\} \end{cases}$$

quae tamen formulae non nisi in motu elliptico valent. Introducendo loco f et φ quantitates F at Φ per aequationes has

$$tg\,\tfrac{1}{2}F = \sqrt{\left(\frac{e-1}{e+1}\right)}\,tg\,\tfrac{1}{2}(v-\pi)$$

$$tg\,\tfrac{1}{2}\Phi = \sqrt{\left(\frac{e-1}{e+1}\right)}\,tg\,\tfrac{1}{2}(\lambda-\pi)$$

determinandas, formulae ad hyperbolam, et introducendo quantitates y et v, quibus supra usi sumus, formulae ad parabolam pertinentes eruuntur, quas vero computationes silentio praetermittemus.

Posita $e = \sin 57^\circ 45'$, determinantaque m ita ut primus ipsius ns terminus cum valore ejus praecedente coincidat, inveni

$$ns = nt+60'',63360\,g^2-3'',46\cos f+0'',73\cos 2f$$
$$\omega = -270,914\,g-36,47\sin f$$

54.

Secundo loco sit densitas fluidi resistentis sive aetheris ipsi $\frac{1}{r^\alpha}$ proportionalis, itaque

$$\frac{1}{na^3(1-e\cos f)^2} = \sum_{-\infty}^{+\infty}A^{(i)}\cos if$$

unde

$$na^3A^{(i)} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{\cos if}{(1-e\cos f)^2}\,df$$

Digitized by Google

Sit

$$V = \frac{\sin if}{1-e\cos f}$$

quae differentiata praebet

$$dV = \frac{df}{(1-e\cos f)^2}\left[i\cos if - \tfrac{1}{2}e(i-1)\cos(i+1)f - \tfrac{1}{2}e(i+1)\cos(i-1)f\right]$$

reintegrando igitur habetur

$$0 = iA^{(i)} - \tfrac{1}{2}e(i-1)A^{(i+1)} - \tfrac{1}{2}e(i+1)A^{(i-1)}$$

quae

$$A^{(i)} = \frac{2(i-1)}{e(i-2)}A^{(i-1)} - \frac{i}{i-2}A^{(i-2)}$$

et insuper

$$A^{(1)} = eA^{(0)}$$

praebet. Datis igitur $A^{(0)}$ et $A^{(2)}$ reliquae $A^{(i)}$ per aequationes praecedentes computari possunt. Est nobis vero

$$na^3A^{(0)} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{df}{(1-e\cos f)^2}$$

quae posito

$$\cos f = \frac{z^2-1}{z^2+1}$$

abit in

$$na^3A^{(0)} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{(1+z^2)\,dz}{(1+e+(1-e)z^2)^2}$$

quae integrata suppeditat

$$na^3A^{(0)} = \frac{1}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Porro

$$na^3A^{(2)} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{\cos 2f\,df}{(1-e\cos f)^2} = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \frac{\cos^2 f\,df}{(1-e\cos f)^2} - na^3A^{(0)}$$

sed

$$\int_0^\pi \frac{\cos^2 f\,df}{(1-e\cos f)^2} = \int_0^\pi \frac{df}{e^2} + \frac{2}{e}\int_0^\pi \frac{\cos f\,df}{(1-e\cos f)^2} - \frac{1}{e^2}\int \frac{df}{(1-e\cos f)^2}$$

sive

$$\int_0^\pi \frac{\cos^2 f\,df}{(1-e\cos f)^2} = \frac{\pi}{e^2} + \frac{2\pi}{e}na^3A^{(1)} - \frac{\pi}{e^2}na^3A^{(0)}$$

hinc evadit

$$na^3A^{(2)} = \frac{2}{e^2} + \frac{3e^2-2}{e^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Quibus formulis, posito valore ipsius e eodem ut antea, inveni

$$\log na^3A^{(0)} = 0{,}8183172$$
$$\log na^3A^{(1)} = 0{,}7455478$$
$$\log na^3A^{(2)} = 0{,}6167341$$
$$\log na^3A^{(3)} = 0{,}45799$$
$$\log na^3A^{(4)} = 0{,}28060$$
$$\log na^3A^{(5)} = 0{,}09061$$

et formulae artt. 40 et 39 suppeditaverunt

$$nz = nt + 60''{,}63360\,g^2 - 8''{,}150\,g\sin f + 2''683\,g\sin 2f - 6''{,}789\cos f + 2''{,}166\cos 2f + \text{etc.}$$
$$w = -157{,}95\,g + 133{,}58\,g\cos f - 53{,}2\sin f + 14{,}3\sin 2f + \text{etc.}$$

ubi constantem quoque perturbationum ita determinavi, ut primus ipsius nz terminus valorem illum determinatum acciperet.

55.

Tertio loco hypothesin introducam, quam in artt 46 seqq. persequutus sum, unde

$$anA^{(i)} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{\frac{b'}{1-e\cos f}}\cos if\,df$$

Posita $e = \sin 57°45'$, formulae art. 47 praebent

$$anA^{(0)} = 240{,}703$$
$$anA^{(1)} = 233{,}327$$

quibuscum sub conditione eadem ut antea computavi

$$nz = nt + 60''{,}63360\,g^2 - 8''{,}806\,g\sin f + 2''{,}898\,g\sin 2f + \text{etc.}$$
$$w = -148{,}87\,g + 144{,}31\,g\cos f + \text{etc.}$$

56.

Colligamus perturbationes cometae *Enckeiani* in praecedentibus computatas. Suppeditavit

Hypothesis I^a sive quadrati celeritatis et densitatis aetheris ipsi $\frac{1}{r^2}$ proportionalis

$$nz = nt + 60''{,}6336\,g^2 - 8''{,}540\,g\sin f + 2''{,}811\,g\sin 2f - 7''{,}00\cos f + 2''{,}27\cos 2f + \text{etc.}$$
$$w = -152{,}90\,g + 139{,}96\,g\cos f - 53{,}9\sin f + 15{,}4\sin 2f + \text{etc.}$$

Hypothesis II^a sive quad. celerit. et densit. ipsi $c^{\overline{r}}$ prop., etc.

$$nz = nt + 60''{,}6336\,g^2 - 8''{,}859\,g\sin f + 2''{,}916\,g\sin 2f - 7''{,}25\cos f + 2''{,}38\cos 2f + \text{etc.}$$
$$w = -148{,}12\,g + 145{,}19\,g\cos f - 54{,}6\sin f + 17{,}1\sin 2f + \text{etc.}$$

Hypothesis III^a sive primae celeritatis potestatis et densitatis aetheris constantis

$$nz = nt + 60''6336\,g^2 - 3''{,}46\cos f + 0''{,}73\cos 2f$$
$$w = -270{,}91\,g - 36{,}5\sin f$$

Hypothesis IV^a sive prim. celerit. potest et densit. ipsi $\frac{1}{r^2}$ prop.

$$nz = nt + 60''{,}6336\,g^2 - 8''{,}150\,g\sin f + 2''{,}683\,g\sin 2f - 6''{,}79\cos f + 2''{,}17\cos 2f + \text{etc.}$$
$$w = -157{,}95\,g + 133{,}58\,g\sin f - 53{,}2\sin f + 14{,}3\sin 2f + \text{etc.}$$

Digitized by Google

Hypothesis V^a sive prim. celerit. potest. et dens. ipsi $e^{\frac{s}{r}}$ prop. etc.

$$ns = nt + 60'',6336\,g^2 - 8'',806\,g\,\sin f + 2'',898\,g\,\sin 2f + \text{etc.}$$
$$w = -148{,}87\,g + 144{,}31\,g\cos f + \text{etc.}$$

Qui conspectus monstrat perturbationes ab aethere productas in omnibus hypothesibus his, si tertiam excipis, easdem fere esse; quum igitur perturbationes hypothesis primae, quam ill. *Encke* in calculis suis respexit, cum observationibus proxime conveniant, perturbationes reliquarum hypothesium, si tertiam excipis, cum observationibus cometae huius ad hoc usque tempus institutis quoque convenire debent. Termini perturbationum praecedentium pure periodici ita inter se conveniunt, ut eorum differentia pro nihilo haberi possit; termini ipsius ns per ipsam g multiplicati in perihelio et in aphelio cifrae aequales sunt, et valorem maximum attingunt ubi circiter $f = \pm 115°$, vel ubi anomalia media circiter $\pm 71°$ est, itaque in orbitae puncto ubi cometa nonium observatus est maximum valorem attingunt: valores igitur ipsius ns omnes supra allati pro identicis haberi possunt. Termini vero in ipsa w per g multiplicati in aphelio cometae et in perihelio maximi minimique momenti sunt, et quidem ita se habent:

	w in perihelio.	w in aphelio.
Hyp. I	$-12{,}94\,g$	$-292{,}86\,g$
—— II	$-2{,}93\,g$	$-293{,}31\,g$
—— III	$-270{,}91\,g$	$-270{,}91\,g$
—— IV	$-24{,}37\,g$	$-291{,}53\,g$
—— V	$-4{,}56\,g$	$-293{,}18\,g$

In aphelio igitur hypotheses hae omnes inter se proxime conveniunt, sed in perihelio, itaque in ea orbitae parte ubi cometa observari potest, maxima inter variarum hypothesium effectum differentia existit. Quum vero hypothesis prima jam cum observationibus comparata sit et cum iis proxime conveniat, tabella praecedens ostendit, hypothesin tertiam cum observationibus aegre conventurum esse. Contra ea differentiae inter perturbationes quae ex reliquis hypothesibus fluunt tam parvae sunt, ut hypotheses omnes hae cum observationibus maximopere convenire possint. Differentiae enim parvae, quas tabella ostendit, minores etiam evasurae sunt, si hypotheses eae deinceps calculo subjectae fuerint, et constans in praecedentibus m aut m' appellata in quaque hypothesi ex observationibus determinata fuerit.

Jam hypothesis tertia sive densitatis aetheris constantis minime probabilis est, hypotheses vero reliquae per se quidem probabiliores. Quum hypothesis prima, qua ill. *Encke* in calculis suis usus est, falsa esse possit, quae tamen locis cometae observatis opportune respondet, jam dico, si hypotheses omnes aliae, quae aeque probabiles vel adeo illa probabiliores fingi possent, locis cometae observatis minime satisfacerent: probabilitatem, ut aether resistens sit anomaliae detectae vera caussa, ad nihilum fere reductam esse, et casu evenisse, ut ad observationes hypothesis illa aetheris resistentis se accommodaverit; itaque quum revera hypotheses existant saltem tres, quae certe omnes aeque probabiles quam prima, quin etiam partim hac probabiliores ad observationes aeque bene vel melius etiam se accomodare debeant, in contrariam partem concludo, probabilitatem, ut aether resistens anomaliae detectae vera caussa sit, admodum augeri.

57.

Quum in praecedentibus temperaturae rationem non habuerim, quaedam generalia de hac re coronidis loco afferam. Sit p pressio quam quaelibet aetheris particula patitur, q huius particulae densitas, r eius distantia a centro Solis et k constans, tum aequilibrium aetheris, quem vi attractivae Solis subjectum suppono, exigit ut haec habeatur aequatio

$$dp = -kq\frac{dr}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Sit porro τ temperatura ejusdem particulae, et $1+\alpha : 1$ ratio voluminis pro $\tau = 1$ et pro $\tau = 0$ dum pressio eadem manet, tum erit pro temperatura τ volumen

$$W = W'(1+\alpha\tau)$$

Quum haec expressio pressioni invariabili respondeat, erit secundum legem Mariottianam, si pressio quaecunque est,

$$W = W'\frac{1+\alpha\tau}{p}$$

et, quum densitas volumini inverse proportionalis esse debeat,

$$q = q'\frac{p}{1+\alpha\tau}$$

denotante q' constantem. Substituto hoc ipsius q valore in aequatione (12) emergit

$$\frac{dp}{p} = -k'\frac{dr}{r^2(1+\alpha\tau)}$$

denotante k' constantem quandam. Aequilibrium aetheris igitur exigit, ut temperatura sit aut constans aut functio ipsius r, et quum probabile non sit, ut temperatura in universo spatio sit constans, accipio esse

$$\tau = c^{\frac{s}{r}}$$

ubi s constantem et c basin logarithmorum hyperbolicorum designat. Quae quidem suppositio non nisi hypothetica est, sed quum lex temperaturae in universo spatio nobis plane ignota sit, suppositiones hypotheticae nullo modo evitari possunt et solummodo temperaturam in Solis propinquitate

Digitized by Google

maximam esse debere pro certo haberi potest; in suppositionis vero modo factae gratiam inter alia afferre licet, quod propter constantes duas s et α legem densitatis aetheris multiformem admittit. Erit nobis igitur

$$\frac{dp}{p} = -k' \frac{dr}{r^2(1+\alpha c^{\frac{s}{r}})}$$

quae integrata praebet

$$p = C \frac{c^{\frac{k'}{r}}}{(1+\alpha c^{\frac{s}{r}})^{\frac{k'}{s}}}$$

unde densitas per hanc habetur formulam

$$q = Cq' \frac{c^{\frac{k'}{r}}}{(1+\alpha c^{\frac{s}{r}})^{\frac{k'}{s}+\varepsilon}}$$

Jam corpus cometae ipsum, cuius volumen V appellabo, ex materia quadam elastica constare suppono, quae legi *Mariottiana*e subjecta sit, hinc sequitur

$$V = V' \frac{1+\alpha'\tau'}{p}$$

si τ' temperatura cometae et $1+\alpha' : 1$ ratio voluminis cometae pro $\tau' = 1$ et pro $\tau' = 0$ sub pressione eadem est. Suppositioni illi similis est haec

$$\tau' = c^{\frac{s'}{r}}$$

unde

$$V = V' \frac{1+\alpha' c^{\frac{s'}{r}}}{p}$$

$$\sigma = \sigma' \frac{(1+\alpha' c^{\frac{s'}{r}})^{\frac{2}{3}}}{p^{\frac{1}{3}}}$$

$$\delta = \delta' \frac{(1+\alpha' c^{\frac{s'}{r}})^{\frac{1}{3}}}{p^{\frac{1}{3}}}$$

denotantibus σ superficiem et δ diametrum cometae. Functionem igitur $m\psi(r)$, e qua secundum praecedentia resistentia pendet, habemus talem

$$m\psi(r) = m' \frac{(1+\alpha' c^{\frac{s'}{r}})^{\frac{2}{3}}}{(1+\alpha c^{\frac{s}{r}})^{\frac{k'}{3s}+\varepsilon}} c^{\frac{k'}{3r}}$$

et diametrum talem

$$(13) \ldots\ldots \delta = \delta^0 (1+\alpha' c^{\frac{s'}{r}})^{\frac{1}{3}} (1+\alpha c^{\frac{s}{r}})^{\frac{k'}{3s}} c^{-\frac{k'}{3r}}$$

Quomodocunque sunt constantes α', α, s' et s, certo ipsi r valorem talem attribuere licet, quali functiones $\alpha' c^{\frac{s'}{r}}$ atque $\alpha c^{\frac{s}{r}}$ ita magnae evadant, ut respectu earum unitas negligi possit. Neglecta vero unitate in formula praecedenti, emergit

$$\delta = \delta^0 \alpha'^{\frac{1}{3}} \alpha^{\frac{k'}{3s}} c^{\frac{s'}{3r}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

unde manifestum est, in propinquitate Solis deminutioni radii vectoris respondere augmentationem diametri cometae. Sed hinc diametrum cometae in perihelio majorem esse debere quam in aphelio nulla ratione concludi potest, nam differentiata aequatio (13) suppeditat hanc

$$d\delta = \frac{\delta}{3r^2} \left\{ \frac{k'}{1+\alpha c^{\frac{s}{r}}} - \frac{s'\alpha' c^{\frac{s'}{r}}}{1+\alpha' c^{\frac{s'}{r}}} \right\} dr$$

quae valorem diametri minimum existere probat. Nam, quicunque sunt valores constantium α, α', s et s', semper ipsius r valorem tam parvum assignare licet, ut terminus alter aequationis praecedentis priore major fiat, itaque crescente radio diameter decrescat, id quod jam per aequationem (14) manifestum est. Posito vero magno numero pro r, effici potest, ut prior aequationis praecedentis terminus altero major fiat, itaque crescente radio diameter quoque crescat. Conditio vero, ut hoc locum habeat, requirit ut sit

$$\frac{k'}{1+\alpha} > \frac{s'\alpha'}{1+\alpha'}$$

Si igitur haec aequatio inaequalitatis locum habet, diametri valor minimus existit, cui valor ipsius r respondet ex hac aequatione

$$\frac{k'}{1+\alpha c^{\frac{s}{r}}} = \frac{s'\alpha' c^{\frac{s'}{r}}}{1+\alpha' c^{\frac{s'}{r}}} \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

computandus. Si itaque valor ipsius r qui aequationi huic satisfacit minor est quam valor ipsius r in cometae perihelio, diameter cometae ab aphelio usque ad perihelium decrescere debet, et ad hanc diametri deminutionem efficiendam pressio aetheris sufficit, etiamsi temperatura in perihelio sexcenties major sit quiam in aphelio.

58.

Videamus quomodo hypothesis haec cum diametris cometae *Encke*iani observatis congruat. Quum temperatura media terrae sive temperatura media atmosphaerae terrestris longe major sit quam temperatura ejus universi spatii regionis quam terra perlustrat, pro probabili habendum est, temperaturam quoque cometae temperatura aetheris eum circumdantis multo majorem esse. Quantitas igitur $\alpha c^{\frac{s}{r}}$ semper multo minor est quam $\alpha' c^{\frac{s'}{r}}$, et primo quidem loco illam accipio tam exiguam esse ut in regionibus quas cometa *Encke*iana perlustrat plane negligi possit. Ideo habemus

Digitized by Google

$$\delta = \delta''(1+\alpha' c^{\frac{\varepsilon'}{r}})\, c^{-\frac{k'}{3r}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

et aequatio minimi fit

$$k' = (\varepsilon' - k')\alpha' c^{\frac{\varepsilon'}{r}}$$

unde manifestum est, hoc in casu minimum diametri locum non habere, nisi sit $\varepsilon' > k'$. Volumen cometae, si pressionis ratio non habetur, secundum praecedentia ita se habet

$$(17) \ldots\ldots\ldots\ldots V = V'(1+\alpha' c^{\frac{\varepsilon'}{r}})$$

cui aequationi, datis valoribus ipsius V duobus orbitae punctis respondentibus, propter duas incognitas α' et ε' infinite modis diversis satisfacere licet. Quum vero temperatura cometae nobis plane incognita sit, ad assumtiones hypotheticas circa volumen eius nobis refugiendum est. Itaque in hypothesi prima volumen cometae absque pressionis ratione assumo esse in perihelio,

ubi $r = 0{,}3454$, millies majus quam in aphelio,
ubi $r = 4{,}1033$, nec non α' magnum numerum.

Quocirca, accepta

$$\varepsilon' = 2{,}61$$

aequatio praecedens praebet

$$\alpha' = 41$$

Deinde, suppositis iisdem datis, quibus ill. *Vale* computationes suas absolverat, habemus

1828.	ubi r	log.dist.a terra.	Diam.obs.
Oct. 28	1,4617	9,7503	20′
Nov. 7	1,3217	9,7118	18
—— 30	0,9668	9,6790	9
Dec. 7	0,8473	9,6751	6
—— 14	0,7235	9,6749	3 30″
—— 24	0,5419	9,6993	1

hinc ope aequationis (16) inveni

$$\log \frac{k'}{3} = 0.56362$$
$$\log \delta'' = 3.12327$$

unde diametri computati atque differentiae cum observatis tales evadunt

1828.	diam.comp.	Error.
Oct. 28	20′ 7″	+ 7″
Nov. 7	17 58	— 2
—— 30	8 55	— 5
Dec. 7	5 59	— 1
—— 14	3 25	— 5
—— 24	0 53	— 7

In hypothesi secunda, manente ratione voluminum eadem ut antea supposui α' esse exiguum numerum, unde

$$\alpha' = 0{,}009751$$
$$\varepsilon' = 4$$

aequationi (17) proxima satisfaciunt. Quibus valoribus calculo superstructis, reperi

$$\log \frac{k'}{3} = 0{,}51141$$
$$\log \delta'' = 3{,}78112$$

unde

	diam. comp.	Error.
Oct. 28	20′ 20″	+ 20″
Nov. 7	17 49	— 11
—— 30	8 35	— 25
Dec. 7	5 53	— 7
—— 14	3 36	+ 6
—— 24	1 17	+ 17

Hypothesin etiam tertiam computavi, ubi volumen, in perihelio decem millies majus esse quam in aphelio supposueram, si pressio aetheris eadem maneret. Hinc

$$\varepsilon' = 4$$
$$\alpha' = 0{,}1241$$

aequationi (17) satisfaciunt, quibuscum aequatio (16) praebuit

$$\log \frac{k'}{3} = 0{,}58651$$
$$\log \delta'' = 3{,}82457$$

et

	Diam. comp.	Error.
Oct. 28	20′ 10″	+ 10″
Nov. 7	17 48	— 12
—— 30	8 53	— 7
Dec. 7	6 6	+ 6
—— 14	3 37	+ 7
—— 24	1 3	+ 3

Quum in omnibus hypothesibus tribus $k' > \varepsilon'$ minimum diametrorum locum non habet, et diameter cometae usque ad Solem decresceret.

59.

Hypotheses in art. praec. peractae cum observationibus optime conveniunt, suppositio igitur probabilis illa, ut temperatura cometae multo major sit quam temperatura aetheris cometam circumdantis cum hypothesi ab ill. *Vale* inventa pulcherrime jungi potest, nam per computationes peractas manifestum est, suppositiones fere omnes circa augmentationem voluminis absque aetheris pressionis ratione eundem fere consensum observationum et calculi adducturas esse. Videamus vero num suppositioni improbabili ut temperatura cometae et aetheris eadem sit, ope formularum nostrarum pari modo satisfacere possimus? Itaque ponam in hypothesi prima

$$\varepsilon' = \varepsilon = 2.61, \quad \alpha' = \alpha = 41$$

quibuscam formula (13) praebuit

$$\log \frac{k'}{3} = 3.2668157$$
$$\log \delta'' = -1141{,}396$$

Digitized by Google

et tum

	Diam.comp.	Error.
Oct. 28	22′ 33″	+2′ 33″
Nov. 7	15 55	−2 5
—— 30	6 2	−2 58
Dec. 7	5 4	−0 56
—— 14	4 21	+0 51
—— 24	4 26	+3 26

Aequatio (15) praebet valorem eum ipsius r quem R appellabo, cui minimus diameter respondet, talem

$$R = s\frac{\log c}{\log(k'-\varepsilon'\beta) - \log\varepsilon'\beta - \log\alpha}$$

ubi

$$\beta = \frac{\alpha' c^{\frac{\varepsilon'}{R}}}{1+\alpha' c^{\frac{\varepsilon}{R}}}$$

et basis logarithmorum adhibendorum arbitraria est. Quoties $\frac{\varepsilon}{R}$ est magnus numerus, in approximatione prima $\beta = 1$ ponitur, et in approximationibus subsequentibus valor ipsius R ex approximatione praecedenti elicitus ad computandam β adhibetur. Pro hypothesi nostra inveni

$$R = 0{,}6611$$

itaque minimus diameter intra cometae perihelium et aphelium locum haberet, si hypothesis haec admissibilis esset. In hypothesi secunda nobis est

$$\varepsilon' = \varepsilon = 4, \quad \text{et } \alpha' = \alpha = 0{,}009571$$

quibuscum formula (13) suppeditavit

$$\log\frac{k'}{3} = 0{,}81889$$

$$\log\delta'' = 4{,}6983$$

et tum

	Diam.comp.	Error.
Oct. 28	21′ 24″	+1′ 24″
Nov. 7	15 47	−2 13
—— 30	4 50	−4 10
Dec. 7	3 8	−2 52
—— 14	2 13	−1 17
—— 24	2 13	+1 13

denique $R = 0{,}641$

sive idem fere ut ante.

In hypothesi tertia est

$$\varepsilon' = \varepsilon = 4; \quad \alpha' = \alpha = 0{,}1241$$

unde per formulam (13)

$$\log\frac{k'}{3} = 1{,}39395$$

$$\log\delta'' = 7{,}1833$$

et

	Diam.comp.	Error.
Oct. 28	21′ 20″	+1′ 20″
Nov. 7	14 14	−3 46
—— 30	5 42	−3 18
Dec. 7	4 59	−1 1
—— 14	5 6	+1 36
—— 24	7 32	+6 32

nec non $R = 0{,}798$.

60.

Computationes art. praec. ita absolvi, ut summa quadratorum errorum minimum fieret, itaque hypothesis quae calculis superstructa est cum observationibus convenire nequit. Quae huius eventus est causa? Accidit fortasse ut factor $(1+\alpha c^{\frac{\varepsilon}{r}})$ qui in calculis art. 58 omnino neglectus erat, nullo modo cum observationibus convenire possit? Ad hanc rem accuratius excutiendam supponam, coefficientem expansionis cometae et aetheris quidem eundem esse, sed temperaturam cometae temperatura aetheris tali modo majorem esse, ut sit ε' decies major quam ε. Itaque in hypothesi prima habemus

$$\varepsilon' = 2{,}61; \quad \varepsilon = 0{,}261; \quad \alpha' = \alpha = 41$$

hinc computavi

$$\log\frac{k'}{3} = 2{,}2871616$$

$$\log\delta'' = -1201{,}4835$$

et

	Diam.comp.	Error.
Oct. 28	20′ 10″	+ 10″
Nov. 7	17 43	− 17
—— 30	8 46	− 14
Dec. 7	6 3	+ 3
—— 14	3 41	+ 11
—— 24	1 16	+ 16

$R = 0{,}155$.

In hypothesi secunda habemus

$$\varepsilon' = 4; \quad \varepsilon = 0{,}4; \quad \alpha' = \alpha = 0.009751$$

unde

$$\log\frac{k'}{3} = 0{,}50903$$

$$\log\delta'' = 3{,}7299$$

et

	Diam.comp.	Error.
Oct. 28	20′ 13″	+ 13″
Nov. 7	17 48	− 12
—— 30	8 44	− 16
Dec. 7	6 2	+ 2
—— 14	3 45	+ 15
—— 24	1 22	+ 22

$R = 0{,}080$.

In hypothesi tertia nobis est

$$\varepsilon' = 4; \quad \varepsilon = 0{,}4; \quad \alpha' = \alpha = 0{,}1241$$

unda

$$\log\frac{k'}{3} = 0{,}65900$$

$$\log\delta'' = 3{,}2848$$

at

	Diam comp.	Error
Oct. 28	20′ 12″	+ 12″
Nov. 7	17 46	− 14
—— 30	8 50	− 10
Dec. 7	6 6	+ 6
—— 14	3 40	+ 10
—— 24	1 9	+ 9

$R = 0{,}135$.

Digitized by Google

Suppositio igitur in hoc articulo introducta cum observationibus optime congruit, et generaliter formulas nostras, quoties temperatura cometae major accipitur quam temperatura aetheris, cum observationibus concinere, si vero temperatura cometae et aetheris eadem accipitur, ab observationibus dissidere, concludere licet. Quum vero assumtio illa hac probabilior sit, probabilitas, ut hypotheses, quibus formulae nostrae fundatae sunt, verae sint, admodum augescit. Expectandum est, quid cometarum praesertim inbarbatorum observationes futurae ad hanc rem additurae sint.

61.

Ill. *Olbers* nuperrime in commentatione summa doctrina et sagacitate conscripta et huius libri N. 268 inserta animadvertit, hypothesin aetheris se ipsum moventis a nemine hucusque in calculis introductam pro maxime probabili haberi debere. Formulae tamen hanc hypothesin spectantes facile construerentur, si leges secundum quas aether se moveat, innotuissent, nam sicut in hypothesi aetheris quiescentis functio quaedam velocitatis cometae absolutae requiritur, sic in hypothesi aetheris se moventis eadem functio velocitatis cometae respectu aetheris motus relativae adhiberi debuerit. Discrimen essentiale hiucinde nasceretur, quod generaliter latitudo cometae perturbationibus a medio resistenti ortis affecta esset.

Hansen.

Vergleichung der Königsberger Sonnenbeobachtungen in den Jahren 1831 u. 1832 mit den Tafeln (A.N. Nr. 134.)

Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel.*

1831.	Beobachtete AR.	Beobachtete Länge.	Fehler d. Tafel.
Jan 17	298°41′ 9″0	296°39′ 13″6	+ 1″8
20	301 52 55,5	299 42 32,5	+ 4,8
21	302 56 23,9	300 43 32,7	+ 1,5
22	303 59 44,6	301 44 35,8	+ 2,2
23	305 2 57,2	302 45 41,5	+ 6,7
24	306 5 48,3	303 46 37,0	+ 2,1
31	313 20 38,1	310 53 8,5	+ 3,1
Febr. 25	337 54 47,3	336 8 15,3	+ 2,0
März 3	343 32 46,2	342 9 15,0	+ 3,5
11	350 57 0,6	350 9 0,3	+ 5,3
12	351 52 9,3	351 8 51,9	+ 6,8
26	4 37 51,5	5 2 46,3	+ 4,4
27	5 32 17,1	6 2 0,9	+ 1,8
April 1	10 4 44,6	10 57 58,1	+ 3,0
7	15 32 36,9	16 53 3,4	+ 2,2
9	17 22 10,8	18 49 49,2	+ 0,2
11	19 12 13,2	20 47 28,9	— 0,4
12	20 7 20,1	21 46 18,5	+ 2,0
17	24 43 54,8	26 39 44,7	+ 2,4
22	29 22 44,9	31 32 17,7	+ 2,9
26	33 7 41,4	35 25 40,3	+ 0,7
27	34 4 15,6	36 23 58,5	+ 2,5
28	35 0 53,1	37 22 10,7	0,0
Mai 15	51 25 32,0	53 48 33,8	— 0,3
18	54 23 36,6	56 41 55,0	+ 1,4
21	57 22 52,2	59 34 59,5	+ 0,7
25	61 23 42,9	63 25 24,5	— 0,7
27	63 24 56,0	65 20 31,4	+ 0,6
Juni 16	83 58 56,1	84 28 35,2	+ 1,3
20	88 8 22,8	88 17 36,0	+ 0,3
22	90 13 7,5	90 12 2,4	— 0,3
24	92 17 50,9	92 6 27,8	+ 0,1
25	93 20 9,9	93 3 39,2	— 0,5
26	94 22 26,3	94 0 49,2	— 2,3
Juli 3	101 37 32,3	100 41 16,2	+ 1,4
4	102 39 24,2	101 38 25,3	— 2,1
5	103 41 18,2	102 35 40,6	+ 0,3
Juli 6	104°43′ 4″4	103°32′ 53″2	— 0″3
7	105 44 46,1	104 30 6,5	— 0,5
8	106 46 20,4	105 27 18,1	— 2,8
9	107 47 54,0	106 24 34,5	— 0,5
10	108 49 18,2	107 21 47,9	— 1,4
13	111 52 57,9	110 13 34,6	+ 1,4
14	112 53 54,8	111 10 48,2	+ 0,1
15	113 54 45,3	112 8 2,8	— 0,3
16	114 55 28,7	113 5 18,1	— 0,3
21	119 57 1,1	117 51 34,2	— 3,4
22	120 56 59,0	118 48 54,7	+ 0,4
23	121 56 45,0	119 46 12,7	+ 1,2
25	123 55 48,2	121 40 47,6	— 0,2
27	125 54 14,7	123 35 23,9	— 3,0
Aug. 1	130 47 58,8	128 22 22,6	+ 0,7
3	132 44 23,3	130 17 14,4	— 1,3
Oct. 10	195 4 53,1	196 22 13,0	+ 2,1
14	198 46 31,7	200 20 1,4	+ 4,6
15	199 42 14,0	201 19 31,9	+ 4,1
25	209 7 27,6	211 16 20,9	— 1,3
26	210 4 54,3	212 16 13,1	— 2,0
27	211 2 34,4	213 16 9,8	— 0,3
28	212 0 22,2	214 16 4,7	— 2,5
29	212 58 24 6	215 16 5,3	— 1,4
31	214 55 3,3	217 16 11,4	— 0,6
Nov. 1	215 53 41,1	218 16 18,2	+ 0,3
7	221 49 38,1	224 17 32,4	— 2,1
15	229 55 57,6	232 20 48,9	+ 0,7
Dec. 26	274 19 50,4	273 58 26,1	— 2,9
29	277 39 39,1	277 2 3,4	+ 0,7
1832 Jan. 5	285 23 33,7	284 10 25,7	— 3,3
30	312 4 6,0	309 37 24,5	— 0,2
31	313 5 41,5	310 38 19,7	— 0,4
Febr. 1	314 7 5,3	311 39 14,5	0,0
2	315 8 16,5	312 40 8,0	+ 0,2
3	316 9 15,9	313 41 0,9	+ 0,9
9	322 10 46,5	319 45 43,9	+ 1,5

Digitized by Google

1832.	Beobachtete AR.	Beobachtete Länge.	Fehler d. Tafel.
Febr. 11	324° 9′ 39″0	321°47′ 6″3	+ 2,4
13	326 7 38,8	323 48 16,8	— 1,6
14	327 6 22,3	324 48 50,6	— 2,6
15	328 4 56,8	325 49 25,3	— 1,2
16	329 3 18,7	326 49 56,7	— 2,1
17	330 1 29,0	327 50 25,9	— 2,2
18	330 59 32,6	328 50 57,7	+ 1,2
19	331 57 22,3	329 51 24,3	+ 0,7
20	332 55 0,3	330 51 47,8	— 1,2
21	333 52 30,8	331 52 12,3	— 0,8
22	334 49 51,9	332 52 35,6	+ 0,1
23	335 47 1,3	333 52 55,1	— 1,6
26	338 37 41,4	336 53 50,6	— 0,5
27	339 34 16,7	337 54 5,2	— 0,9
28	340 30 42,0	338 54 16,2	— 3,2
29	341 27 4,0	339 54 30,6	— 0,6
März 1	342 23 17,0	340 54 42,0	+ 0,6
5	346 6 51,7	344 55 4,4	+ 1,5
6	347 2 27,0	345 55 3,7	+ 0,5
7	347 57 57,3	346 55 2,3	+ 1,1
8	348 53 21,2	347 54 58,5	+ 1,3
9	349 48 39,2	348 54 52,4	+ 1,4
10	350 43 51,6	349 54 43,9	+ 1,5
11	351 38 54,2	350 54 28,3	— 3,4
12	352 33 59,8	351 54 19,0	+ 0,8
13	353 28 56,6	352 54 3,0	— 0,5
14	354 23 49,7	353 53 45,3	— 0,8
15	355 18 39,1	354 53 25,8	— 0,8
16	356 13 25,0	355 53 4,1	— 0,8
17	357 8 8,6	356 52 41,3	+ 0,2
29	8 2 36,2	8 45 26,4	— 4,3
30	8 57 10,3	9 44 40,8	— 2,1
31	9 51 41,8	10 43 49,2	— 3,8
April 1	10 46 19,3	11 43 0,6	— 0,5
2	11 40 55,8	12 42 7,0	— 0,2
4	13 30 12,9	14 40 11,4	— 1,5
7	16 14 31,1	17 37 6,0	+ 1,3
8	17 9 20,5	18 35 56,9	— 0,4
9	18 4 11,3	19 34 43,5	— 4,2
10	18 59 13,2	20 33 35,8	— 0,1
11	19 54 12,3	21 32 18,7	— 3,2
12	20 49 19,6	22 31 3,6	— 1,8
13	21 44 28,7	23 29 43,6	— 3,6
14	22 39 44,3	24 28 23,3	— 3,1
15	23 35 7,2	25 27 3,4	— 0,7
16	24 30 32,2	26 25 38,0	— 1,7
17	25 26 3,9	27 24 12,0	— 1,4
18	26 21 39,4	28 22 41,9	— 3,3
19	27 17 22,5	29 21 11,6	— 3,7
20	28 13 14,4	30 19 42,1	— 1,5
22	30 5 12,7	32 16 32,3	— 3,4
23	31 1 23,2	33 14 56,0	— 3,5
24	31 57 40,2	34 13 17,3	— 4,3
Mai 7	44 21 25,0	46 49 38,1	+ 1,2
19	56 8 30,3	58 23 22,0	— 2,0
20	57 8 19,8	59 21 0,5	— 3,6
21	58 8 21,0	60 18 41,2	— 2,1

1832.	Beobachtete AR.	Beobachtete Länge	Fehler d. Tafel
Mai 28	65°12′ 2″3	67° 1′ 47″6	— 3,2
29	66 13 6,0	67 59 21,0	— 1,2
Juni 14	82 41 29,9	83 17 23,9	— 2,3
17	85 48 27,0	86 9 10,6	— 1,0
18	86 50 46,9	87 6 23,7	— 2,5
25	94 7 26,5	93 47 3,1	— 1,4
Juli 2	101 22 47,3	100 27 39,0	+ 1,0
10	109 35 49,9	108 5 13,3	— 1,9
12	111 38 2,9	109 59 35,1	— 4,3
14	113 39 53,1	111 54 3,6	— 1,1
17	116 41 42,8	114 45 46,4	+ 0,1
22	121 42 7,7	119 32 10,6	+ 0,5
28	127 37 58,5	125 16 16,6	— 2,2
29	128 36 47,5	126 13 42,0	— 1,2
31	130 33 56,8	128 8 33,8	— 0,0
Aug. 2	132 30 27,9	130 3 27,4	— 0,1
9	139 13 23,8	136 45 57,2	— 2,1
10	140 10 23,5	137 43 32,8	— 0,3
11	141 7 9,8	138 41 4,6	— 3,5
12	142 3 51,8	139 38 41,9	— 2,3
17	146 45 17,1	144 27 4,3	— 1,1
18	147 41 11,6	145 24 50,1	— 0,7
19	148 36 57,0	146 22 35,3	— 2,2
26	155 4 21,5	153 7 52,4	+ 1,7
Sept. 8	166 51 56,3	165 43 43,0	— 1,1
9	167 45 58,2	166 42 5,2	+ 1,5
11	169 33 47,6	168 38 46,6	— 1,9
30	186 39 14,1	187 14 50,4	— 0,6
Oct. 1	187 33 35,1	188 13 55,1	— 0,8
15	200 24 11,1	202 4 16,8	+ 0,1
16	201 20 6,8	203 3 49,5	— 1,0
28	212 44 26,3	215 1 39,9	± 1,0
29	213 42 35,2	216 1 39,7	— 0,8
30	214 40 57,6	217 1 43,3	— 0,4
Nov. 6	221 35 1,5	224 2 51,1	— 0,9
7	222 35 0,7	225 3 8,6	+ 0,2
8	223 35 10,7	226 3 26,0	— 0,5
9	224 35 35,4	227 3 47,1	+ 0,9
16	231 44 17,8	234 6 54,4	— 1,2
21	236 57 1,3	239 10 7,6	+ 0,7
23	239 10 33,1	241 11 37,8	+ 3,7
26	242 14 41,9	244 13 53,8	— 1,2
27	243 18 49,6	245 14 44,6	+ 0,3
Dec. 4	250 52 11,3	252 20 56,4	+ 1,3
13	260 44 38,9	261 29 52,1	— 3,8
15	262 57 27,7	263 32 4,8	— 1,6
24	272 57 8,4	272 42 31,2	+ 0,4
26	275 10 25,5	274 44 53,3	— 0,5
31	280 42 49,8	279 50 46,7	— 3,4

Die 11 Beobachtungen vom 17ten Jan. bis 12ten März 1831 sind von Hrn. *Anger* gemacht; die vom 26sten März bis 27sten Mai von mir; alle übrigen von dem thätigen und geschickten Gehülfen der Sternwarte Herrn *Busch*. Die Vergleichungen sind nicht unmittelbar mit den Tafeln, sondern mit den daraus abgeleiteten Sonnenlängen in *Encke's* zuverlässigen Ephemeriden angestellt worden.

Bessel.

Digitized by Google

Fortsetzung der Untersuchungen über die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen.

Von den Herren *W. Beer* und *J. H. Mädler*.

Bei der Finsternifs vom 26ten Dec. 1833 blieben die Centra des Mondes und des Erdschattens nur etwa $5\frac{1}{2}'$ von einander entfernt und die Bestimmung des Schattendurchmessers konnte daher nur die Aequatoreal- und andere, dieser nahe liegende Dimensionen betreffen. Die darüber von uns in Nr. 256 der A. N. bekannt gemachten Beobachtungen ergaben einen Schattendurchmesser, der den berechneten um $\frac{1}{49,8}$ übertraf. Bei der Ungewifsheit über die wahre Ursache dieser Vergröfserung ist es von Interesse, die Untersuchung auch auf andere Durchmesser des elliptischen Schattenkegels auszudehnen, und sie überhaupt so oft, als es die Gelegenheit gestattet, zu wiederholen.

Bei der Finsternifs vom 10ten Juni 1835 blieben die Centra über 60′ von einander entfernt; nur ein geringer Theil der nördlichen Mondhalbkugel konnte daher vom Erdschatten getroffen werden und die früher angewandte Methode, seine Gröfse durch die Dauer des Verweilens einzelner Mondflecke zu bestimmen, konnte hier keine Anwendung finden. Es mufste vielmehr der sichtbare Theil des Schattens direkt gemessen, und die im Berl. Jahrbuche angegebenen Werthe für die Parallaxen und Halbmesser der Sonne und des Mondes, so wie für die Breite des letztern als richtig vorausgesetzt werden.

Beim Anfange der Finsternifs stand der Mond sehr tief (er erhob sich überhaupt in dieser Nacht nur 11° über unsern Horizont) und erst gegen die Mitte derselben war es möglich mit einiger Sicherheit zu messen. Doch war schon früher die unerwartete Breite des Schattens auch dem freien Auge auffallend. Nach dem Berl. Jahrb. hatte die Finsternifs 0,8 Zoll einnehmen müssen, was etwa der *Mayer*schen Vergröfserung $= \frac{1}{80}$ entspricht. Nach der Conn. des tems hingegen sollte sie sogar nur 0,35 Zoll betragen. Die Libration in Breite war an diesem Abend $= +1°\,17'$; es hätte also nach der ersten Angabe der Schatten, in $+61°\,21'$, nach der 2ten schon in $+71°\,37'$ nördlicher selenographischer Breite enden müssen. Statt dessen erschien der ganze östliche Theil des Mare frigoris und ein beträchtlicher des nördlich beim Plato belegenen Hügellandes vom Schatten bedeckt und dieser rückte so nahe unter Plato weg, dafs wir eine Zeitlang auf die Möglichkeit einer Beschattung dieses Flecks gefafst seyn mufsten; er erreichte um die Zeit der Mitte sonach etwa den 54° N. B.

Die folgenden Messungen der Schattenbreite sind so zu verstehen, dafs der eine Faden den Schattenrand, der andere parallele den Mondrand tangirt, während der Querfaden den Schatten halbirt. Der verfinsterte Mondrand selbst erschien völlig scharf, der Schatten zwar nicht ganz so bestimmt als bei der Finsternifs von 1833, doch konnte man versichert sein nicht über 10″ im Bogen zu fehlen.

Messungen.

Sternz.	$16^h\,41{,}7$	$25^R{,}742$ links	Sternz.	$16^h\,59{,}8$	$33^R{,}027$ rechts
	16 43,2	34,298 rechts		17 1,2	27,361 links
	16 51,8	34,270 rechts		17 3,2	32,490 rechts
	16 53,2	26,078 links		17 4,6	27,746 links
	16 58,2	26,803 links.		17 8,7	28,368 links.

Der Deckungspunkt der Fäden, zu dessen Bestimmung diese Angaben keine hinreichende Sicherheit gewähren, ergaben einige an demselben Abende gemessene Doppelstern-Distanzen $= 30^R{,}038$ (Werth einer R. $= 44''{,}200$).

Die Gipfelpunkte der Schattencurve fallen auf die Kugeloberfläche in einem durch die Messungen selbst gegebenen Abstande F von der scheinbaren Mondmitte, man hat sie also zunächst durch die Correktion $-\pi \sin m \cos F$.
wo π die Mondparallaxe und m den Mondhalbmesser bezeichnet, auf eine durch das Centrum der Kugel gelegte und auf die Axe des Schattenconoiden senkrechte Ebene zu reduciren. So erhält man aus den obigen Daten

Jun. 10.	$11^h\,28{,}2$ M.Z.	4^R026	Jun. 10.	$11^h\,46{,}4$ M.Z.	2^R632
	11 38,2 —	3,858		11 48,6 —	2,187
	11 43,9 —	3,023		11 54,0 —	1,513

Aus der stündlichen Bewegung der Sonne und des Mondes in Länge und Breite ergiebt sich ferner $\varphi =$ Winkel der relativen Bewegung des Mondes in Bezug auf das

Schattencentrum, mit der Ekliptik $= -5°\,32',2$
$T =$ Mitte der Finsternifs..... $= 11^h\,29',1$ M.Berl. Zeit.
$C =$ Kleinster Abstand der Centra $= 60'\,14'.4$.

Für die einzelnen, zur Zeit t gemachten, Beobachtungen findet sich nun die genäherte Bedingungsgleichung

$$M = x - (T-t)^2 \cdot \gamma$$

wo M die reducirte Messung, x die Breite des sichtbaren Schattentheils zur Zeit der Mitte der Finsternifs, das letzte Glied aber die dem Quadrate der Zeit proportionale Verminderung dieser Breite ausdrückt.

Man erhält $x = 3^R{,}991 = 176''{,}4$
und die Fehler der einzelnen Messungen

$-2''{,}2$; $-9''{,}4$; $+1''{,}6$; $+6''{,}3$; $+8''{,}2$; $-2''{,}1$

die Beobachtung ergiebt also den Schattenhalbmesser

$$S' = C + x - m = 2796''{,}5$$

Die Deklination der Sonne ist $= +23°\,1'$, folglich tangirt der südlichste, die Erde noch treffende Sonnenstrahl diese unter der Breite $-66°\,59'$, für welche der Radiusvector des Erdsphäroids $= 0{,}99745$, ferner Winkel der Mondbewegung mit dem Parallel des Erdäquators $= 12°\,28',5$ und hieraus der verbesserte Halbmesser des Schattensphäroids $= 0{,}99759$; die Theorie ergiebt also den Schattenhalbmesser, wenn p die Parallaxe und s der Halbmesser der Sonne ist,

$$S = 0{,}99759\,(\pi + p) - s$$
$$= 3638''{,}7 + 8''{,}4 - 946''{,}1 = 2701''{,}0$$

folglich die Vergröfserung des Halbmessers

$$S' - S = 95''5, \quad \text{oder} \quad \frac{S'-S}{S} = \frac{1}{28{,}3},$$

und der Einfluss einer Veränderung der angewandten Elemente, so wie der Länge λ und Breite β des Mondes auf die Veränderung von $(S'-S)$ ergiebt sich

$$\Delta(S'-S) = -0{,}0965\,\Delta\lambda + 0{,}9952\,\Delta\beta - 0{,}9976\,\Delta(\pi+p) - \Delta m + \Delta s.$$

Für $\Delta\beta$ dürfte, wenn die nahe gleichzeitige Bedeckung von δ Ophiuchi auf südlicheren Sternwarten beobachtet worden ist, sich ein brauchbarer Werth ergeben, eben so für Δm durch die in Königsberg angestellten Messungen des Monddurchmessers während der Finsternifs. Der geringe Einfluss von $\Delta\lambda$ und die Sicherheit, mit der vergleichungsweise die Werthe π, $\odot$ und p, bekannt sind, würde dann hauptsächlich nur noch die Fehler der direkten Messung in obigem Resultate stehen lassen: in keinem Falle aber können diese, oder auch die übrigen Veränderungen, so grofs sein, dafs der obige Werth $\frac{1}{28{,}3}$ dadurch dem *Mayer*schen $\frac{1}{80}$ oder auch nur dann durch unsere frühere Untersuchung für den Aequatoreal-Halbmesser gefundenen $\frac{1}{49,8}$ erheblich genähert werden könnte.

P. S. Eine Beobachtung des Mondes, welche Herr Dr. *Littrow jun.* in Wien auf unsere Bitte während der Finsternifs angestellt hat, ergab, vollständig reducirt

Jun. 10. $11^h\,58'\,58''61$ Mittl. Wiener Zeit AR.☽ $17^h\,13'\,15''02$
Decl. $-24°\,2'\,42''1$;
oder mit dem Berl. Jahrbuch verglichen $\Delta\alpha = -0''28$ Zeit
$\Delta\delta = +2''4$.

W. Beer und *J. H. Mädler*.

Altona 1835. August 19. (Nr. 283 wird nachgeliefert.)

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 287.

Versuch, die Berechnungen zur Bestimmung der Wiederkehr des *Halley*schen Kometen aufs Reine zu bringen.

Von Herrn *J. W. H. Lehmann*,
Doctor der Philosophie, Prediger zu Derwitz und Krielow bei Potsdam.

Es könnte nach den Leistungen so ausgezeichneter Männer, wie *Damoiseau*, *Pontécoulant* und *Rosenberger*, vermessen scheinen, wenn ein Unbekannter es wagt, seine Untersuchungen über den oben benannten schwierigen Gegenstand der astronomischen Welt mitzutheilen. Aber das Bewufstsein, in diesem Aufsatze etwas zu liefern, was sich nicht auf unsicheren Herumtappungen, sondern auf jahrelangen mühsamen Berechnungen gründet, verbunden mit dem allgemeinen Interesse, welches der *Halley*sche Komet einflöfst, und mit dem sehr schmeichelhaften Beifall, welcher den Untersuchungen des Verfassers auch schon vor ihrer gänzlichen Vollendung von einigen competenten Kennern der Wissenschaft zu Theil geworden, vermag es, eine Schüchternheit zu überwinden, welche um so gröfser sein müfste, als die End-Ergebnisse von den bisher bekannt gewordenen Resultaten anderer Geometer in einigen wesentlichen Puncten bemerkbar abweichen.

Der Gang, welchen eine gründliche Erforschung der Störungen eines Kometen von so langer Umlaufszeit nehmen mufs, um zu dem erwünschten Ziele zu führen, die Rückkehr zum Perihelium auf einige Tage genau vorauszubestimmen, ist schon im Allgemeinen von dem unsterblichen *Laplace* in seiner Mechanik des Himmels (Buch IX, Seite 214 und 15) angedeutet worden, und man hat es nach dem bisherigen Zustande der Wissenschaft nicht für nöthig gefunden, davon abzugehen. Hiernach mufste die ganze Rechnung von einer gründlichen Discussion aller bekannt gewordenen Beobachtungen dieses Kometen in den Jahren 1682 und 1759 ausgehen. Eine solche Discussion ist von *Burckhardt* zwar mit der gröfsten Sorgfalt, aber doch nicht mit wissenschaftlicher Vollendung vorgenommen worden, weil dabei die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate und die Rücksicht auf die Störungen des Kometen während der Dauer seiner Sichtbarkeit fehlte. Die Verdienste *Rosenberger's* in dieser Beziehung sprechen zu sehr für sich selbst, als dafs sie durch meine Worte im Mindesten erhöht werden könnten, und seine beiden klassischen Abhandlungen in Nr. 180 und 196 dieser Nachrichten werden ihm die dankbare und bewundernde Anerkennung aller europäischen Astronomen auf Jahrhunderte sichern. Denn wenn auch die Berücksichtigung der in Deutschland fast gänzlich unbekannten *Jean-Dominic-Cassini*'schen Beobachtungen von 1682 vermifst wird, so möchten doch um derselben willen die nach der Methode der kleinsten Quadrate gefundenen Elemente von 1682 nur äufserst unbedeutender Verbesserungen bedürfen, welche kaum einen merklichen Einflufs auf die Störungen bis 1759 und noch weniger auf die nachfolgenden Störungen haben können. So ist es denn nicht zu viel gesagt, wenn man den Resultaten der beiden genannten Abhandlungen die höchste wissenschaftliche Vollendung zuschreibt. Man wird es mir aber verzeihen, wenn ich den End-Ergebnissen der in Nr. 250 dieser Zeitschrift enthaltenen Abhandlung desselben Verfassers, nach meinen gleichzeitig angestellten Berechnungen, nicht ebenso unbedingt beistimmen kann, und wenn ich die Ueberzeugung ausspreche, dafs der Grund der Verschiedenheit unserer Resultate nicht in irgend einem eigentlichen Rechnungsfehler auf der einen oder andern Seite, sondern in der Verschiedenheit der befolgten Methoden liege. *Rosenberger* betrachtete, nach dem Beispiel der Franzosen, die excentrische Anomalie, ich dagegen die Zeit als absolute Variable, und bediente mich durchgängig der *Bessel*'schen Formeln (siehe des letzteren unsterbliche Abhandlung: Untersuchungen über die scheinbare und wahre Bahn des im Jahre 1807 erschienenen grofsen Kometen; Königsberg 1810) zur Bestimmung der Differential-Coefficienten der Kometen-Elemente. *Rosenberger* bezog die Bewegung des Kometen während des gröfsten Theils seiner Bahn auf den Schwerpunct des Sonnensystems, ich dagegen durchgängig auf den Mittelpunct der Sonne. Wären nun die zum Grunde gelegten grofsen Axen, für die Epochen des Peri-

Digitized by Google

heliums von 1682 und 1759, völlig scharf die der Wirklichkeit entsprechenden gewesen, so hätten unsere beiderseitigen Resultate, d. h. sowohl der Totalbetrag der Störungen aller Elemente vom Perihel 1682 bis zum Perihel 1759, als auch die daraus geschlossenen genaueren Elemente für beide Epochen, bei den beiderseits gewählten hinreichend kurzen Intervallen, und bei dem Bestreben, selbst die Anziehungen der vier unteren Planeten in möglichster Extension zu berücksichtigen, bis auf unbedeutende Kleinigkeiten übereinstimmen müssen. Selbst der Umstand, dafs ich die letzterwähnten Anziehungen bei beträchtlichen Entfernungen des Kometen von der Sonne nicht mit absoluter geometrischer Schärfe bestimmte, wie sie doch bei Befolgung der in *Argelanders* Werk über den Kometen von 1811 auseinandergesetzten Methode erreichbar gewesen wäre, scheint mir die bedeutende Abweichung meines Resultats von dem *Rosenbergers*chen, hinsichtlich der grofsen Axe, nicht genügend zu erklären. Ich liefs mich bei Berechnung der Störungen der 4 kleinen Planeten von den Grundsätzen leiten, welche *Bessel* in dem oben erwähnten Werk über den Kometen von 1807 (Seite 78) kurz und treffend mit den Worten ausspricht: „Dieser Theil der Störung (welcher „von der Wirkung der Planeten auf die Sonne herrührt) „wird sich nie sehr anhäufen können, weil er in Perioden, „die ungefähr den Umläufen der störenden Planeten gleich „sind, wiederkehrt; denn (die Planeten Coordinaten) x', y', z' „kehren in solchen Perioden wieder, und die wahre Ano„malie des Kometen wächst ein oder einige Jahre nach dem „Durchgange durchs Perihelium so langsam, dafs dadurch „keine sehr beträchtliche Aenderung dieses Resultats entsteht. „Dagegen ist die directe Wirkung der Planeten auf den „Kometen nur in der Nähe des Kometen bei den Planeten „merklich; späterhin wird sie sehr klein, und nähert sich „immer mehr dem Werthe $\Sigma\frac{\mu'}{r'^2}$, welcher sich mit der Attraction der Sonne vereinigt, und dann die Bewegung des „Kometen nicht mehr ungleichförmig stört." Indem ich diese Grundsätze strenger durch den analytischen Calkül prüfte, und dabei die Aenderung jedes Kometen-Elements durch die indirecte Störung eines der unteren Planeten in eine Reihe entwickelt dachte, welche nach den Potenzen des Quotienten fortschreitet, den man erhält, wenn man den Radius Vector des Planeten durch den des Kometen dividirt, indem ich ferner die Störungen vernachlässigte, welche die unteren Planeten durch ihre Anziehung unter einander und von den oberen Planeten leiden, und indem ich von der eben erwähnten Reihe, bei hinreichend grofser Entfernung des Kometen von der Sonne im Vergleich des Halbmessers der Planetenbahn, nur die mit der ersten Potenz behafteten Glieder beibehielt (in der Ueberzeugung, dafs die Summe der übrigen Glieder sich noch viel weniger anhäufen kann, und gleichfalls in Perioden, welche ungefähr der Umlaufszeit des betreffenden Planeten gleich sind, wiederkehrt), bemerkte ich, dafs derjenige Theil des Differential-Coefficienten eines jeden Kometen-Elements, welcher von der indirecten Anziehung eines unteren Planeten herrührt, ein geschlossenes Integral zuläfst, welches dadurch gefunden wird, dafs man partiell integrirt, dafs man nämlich nur den Radius Vector und die wahre Anomalie des Planeten als variabel, den Radius Vector und die wahre Anomalie des Kometen dagegen als constant betrachtet. Das Argument dieses Integrals ist die wahre Anomalie des Planeten, von seinem Knoten mit der Ecliptik oder einer andern festen Ebene angerechnet, woraus hervorgeht, dafs die Wirkung der indirecten Anziehung, bei obiger Vernachlässigung der höheren Potenzen, genau in Perioden, welche der Umlaufszeit des störenden Planeten gleich sind, wiederkehrt, und sich daher nie anhäufen kann. Wir wollen diese Wirkung Kürze halber die Nutation der Kometen-Elemente nennen; solche Elemente aber, welche von der Nutation befreit sind, mögen mittlere Elemente, in Beziehung auf die indirecte Anziehung dieses oder jenes unteren Planeten, heifsen. Die Formeln, wodurch diese Nutation bestimmt wird, sind den *Bessel*schen, zur Berechnung der Differential-Coefficienten der Elemente dienenden, völlig analog; Rücksichten auf die in diesem Aufsatze zu beobachtende Kürze, bei der schon so nahe vor der Thür stehenden Wiedererscheinung des *Halley*schen Kometen, verbieten mir, diese Nutations-Formeln oder deren Beweis, so einfach auch beide sind, hier anzuführen, und ich mufs mich mit folgender allgemeinen Bemerkung begnügen. Da ich beim Anfange meiner Rechnung die Präcision überall weiter trieb, als nöthig war, und z. B. durchgängig mit siebenziffrigen Logarithmen rechnete, und erst allmälig, bei mehrerer Beachtung der wichtigen von *Encke* gegebenen Regeln (siehe Astron. Jahrbuch für 1835 Seite 257), zu einem sichereren Tacte gelangte, wie viel man den jedesmaligen Umständen gemäfs von der äufsersten Strenge nachlassen dürfe, so hatte dies auch einen Einfluss auf die Extension, welche ich meinen Berechnungen der Störungen des Kometen von Seiten der kleineren Planeten gab; daher die dabei obwaltende Ungleichförmigkeit. Ich berechnete die indirecte Störung durch Merkur von 1759 rückwärts bis 1758 Sept. 2, verwandelte dann die Kometen-Elemente durch die Nutationsformeln in solche, die man in Beziehung auf diesen Planeten mittlere nennen kann, und liefs weiter rückwärts die indirecte Anziehung des Merkurs ganz unberücksichtigt. Die indirecte Störung durch Venus, Erde und Mars berechnete ich respective bis 1757 Juli 9, 1757 Juli 9 und

Digitized by Google

1755 März 22 in extenso rückwärts. Bei der vorwärtsgehenden, von 1682 anfangenden Rechnung dagegen führte ich die indirecte Störung durch Merkur in extenso bis zum 2ten Jan. 1683, die durch Venus und Erde bis 1683 Dec. 28, und die durch Mars bis 1686 März 23 fort. Was nun aber die directe Störung von Seiten der unteren Planeten betrifft, so ermittelte ich dieselbe in aller Strenge so lange, bis sie sich nicht merklich verschieden ergab, man mochte nun den Sitz der directen Anziehung in den wahren Mittelpunct des Planeten, oder in den Mittelpunct der Sonne setzen. Von da an war es erlaubt, die Bewegung des Kometen, abgesehen von der Störung durch die übrigen Planeten, als rein elliptisch und den *Kepler*schen Gesetzen unterworfen zu betrachten, nur mit dem Unterschiede, dafs, statt der Sonnenmasse allein, die mit der Masse des betreffenden Planeten vereinigte Sonnenmasse als Centralkraft wirkt. Hieraus geht nun aber, für den Augenblick, wo man aufhört, die directe Störung durch irgend einen unteren Planeten in extenso zu berechnen, eine plötzliche Aenderung der grofsen Axe, des Parameters, des Abstandes des Perihels vom Knoten, und der Zeit des Perihels hervor, wovon man sich in der Kürze folgendermaafsen eine deutliche Vorstellung machen kann. Es giebt, streng genommen, nicht blofs 6, sondern 7 von einander unabhängige Elemente einer Kometenbahn, welche einem und demselben physischen Augenblicke angehören; die grofse Axe und Umlaufszeit sind in der That zwei von einander unabhängige Elemente, und diese beiden, verbunden mit den 5 übrigen Elementen, sind Functionen von 7 gegebenen Grössen, welche demselben physischen Augenblick angehören, nämlich von den 3 rechtwinkligen Coordinaten des Kometen, von den Differential-Coefficienten dieser Coordinaten in Beziehung auf die Zeit, und von der anziehenden Masse. Wenn man also die letztere plötzlich verändert denkt, so müssen auch 5 von den 7 Elementen der Kometenbahn eine plötzliche Aenderung leiden, indem nur Knoten und Neigung unverändert bleiben, welche beiden Elemente von der anziehenden Masse unabhängig sind. Die Formeln zur Bestimmung dieser plötzlichen Aenderung ergeben sich leicht aus den *Laplace*schen, in der Méc. cél. Tom. I. pag. 163—168 enthaltenen, und gewähren, besonders bei Vernachlässigung der Quadrate der unbedeutenden störenden Kräfte der unteren Planeten, eine sehr einfache numerische Rechnung. Die oben bemerkte Rücksicht verbietet mir indessen auch hier, die betreffenden Formeln oder deren Beweis anzuführen. Ich berechnete die directe Störung durch Merkur von 1759 an in extenso rückwärts bis 1755 März 22, verwandelte dann die bei der Anziehung der Sonnenmasse allein geltenden Elemente in diejenigen, welche für die Anziehung der vereinigten Sonnen- und Merkursmasse gelten, und liefs weiter rückwärts die directe Anziehung Merkurs ganz unberücksichtigt. Die directe Störung durch Mars, Venus und Erde wurden resp. bis 1752 Oct. 3, 1750 April 17 und 1747 Oct. 30 rückwärts in extenso fortgeführt. Von 1682 an vorwärts rechnend, bestimmte ich dagegen in extenso die directen Störungen durch Merkur, Mars, Venus und Erde resp. bis 1683 Dec. 28, 1686 März 23, 1686 März 23 und 1688 Sept. 8. Was ferner die Verbesserung der Elemente durch die gefundenen Störungen betrifft, so glaubte ich auf den Umlauf von 1682—1759, welcher gleichsam die Grundlage der ganzen übrigen Rechnung bildet, die gröfste Sorgfalt wenden zu müssen. Die Störungen wurden daher alle 900 Tage, und für die dem Perihel zunächst liegenden Jahre nach noch viel kürzeren Zeiträumen (wie man aus den bereits angegebenen Datis ersieht) an die zum Grunde gelegten Elemente applicirt. Die Zeiträume aber, welche zur Bestimmung der Störungen vermittelst unverändert beibehaltener Fundamental-Elemente dienten, wurden in gröfsere oder kleinere Intervalle, je nach der gröfseren oder kleineren Entfernung des Kometen von dem am meisten störenden Planeten, getheilt. So wählte ich für den 14tägigen Zeitraum um die Zeit der stärksten Annäherung des Kometen an die Venus (im Sept. 1682) Intervalle von 1½ Tagen, für die Zeit der stärksten Annäherung an Jupiter (1683) Intervalle von 15 Tagen, für die Zeit der stärksten Annäherung an Saturn (1684 ff.) Intervalle von 34 Tagen, für die Jahre um das Aphelium des Kometen herum Intervalle von 150 Tagen. Die Planeten-Oerter suchte ich aus den *Lindenau*'schen und *Bouvard*'schen Tafeln mit derselben Schärfe, welche *Rosenberger* bei seiner Rechnung beobachtete, ausgenommen dafs ich die periodischen Gleichungen des Uranus und der 4 unteren Planeten gröfstentheils vernachlässigte, was bei der nicht sehr beträchtlichen Annäherung des Kometen an jeden dieser 5 Planeten wohl erlaubt scheint; ich nahm bei den Reductionen auch auf die Ungleichförmigkeit der Präcession und auf die Verrückung der Erdbahn im Weltraume Rücksicht, indem ich voraussetzte, dafs die letztere sich um eine Linie, welche nach dem 170sten Grade der Länge (vom Aequinoctium des Jahrs 1759 an gerechnet) gerichtet ist, in 100 Jahren um einen Winkel von 53″ drehe. Ich ging von denjenigen für den 31sten Dec. 1758 und 19,3125 Sept. 1682 geltenden Elementen der Kometenbahn aus, welche sich aus *Rosenberger's* Untersuchungen in Nr. 180 und 196 dieser Nachrichten ergeben, indem ich voraussetzte, dafs die Differential-Coefficienten, welche in den beiden genannten Aufsätzen für die Zeiträume 1758 Dec. 31 bis 1759 Juni 9 und 1682 Aug. 26,3125 bis Sept. 19,3125 angegeben sind, keiner weiteren Verbesserung bedürften.

Digitized by Google

Ich legte dieselben Planetenmassen wie *Rosenberger* zum Grunde, und fügte gleichfalls, nach vollendeter Rechnung für den Zeitraum von 1682 bis 1759, eine Correction sämmtlicher Störungen hinzu, welche sich aus Verwandlung der *Bouvard*'schen Jupitersmasse $\left(\frac{1}{1070,5}\right)$ in die *Nicolai*'sche $\left(\frac{1}{1053,924}\right)$ ergiebt. Damit auf die Veränderung der Fundamental-Elemente von einem Intervall zum andern möglichst Rücksicht genommen würde, so bestimmte ich die Differential-Coefficienten für solche Augenblicke, wo die Fundamental-Elemente durch die gefundenen Störungen verbessert wurden, doppelt, nämlich vermittelst der durch die Störungen noch nicht verbesserten und vermittelst der verbesserten Elemente. Der Unterschied ergab sich, bei der hinreichenden Kürze der Zeiträume, überall höchst unbedeutend, selbst bei dem 360tägigen Zeitraum im Jahr 1683, da die Entfernung des Kometen vom Jupiter sich bis auf 1,691 verminderte. Ich hielt es daher für hinreichend genau, diesen Unterschied unter alle Intervalle des vorhergehenden Zeitraums gleichförmig zu vertheilen, was darauf hinausläuft, die durch die Quadratur gefundenen Störungen um die Gröfse jenes Unterschiedes, mit der halben Anzahl der Intervalle des vorhergehenden Zeitraums multiplicirt, zu verbessern. Wir wollen diejenigen Aenderungen der Elemente, welche sich vermittelst unverändert beibehaltener Fundamental-Elemente durch Quadratur ergeben, Kürze halber Quadraturen der ersten Ordnung, die eben erwähnten Verbesserungen aber Quadraturen der zweiten Ordnung nennen, und jene mit Δ', diese aber mit Δ'' bezeichnen. Die Quadraturen erster Ordnung wurden mit Berücksichtigung aller successiven Differenzen, so weit sie sich noch irgend verkleinern wollten, und in manchen Fällen bis zur fünften Differenz inclusive, nach Anleitung der *Laplace*schen Formel (Méc. cél. Tom. IV. pag. 207) gefunden. Um der Vermeidung aller erheblichen Rechnungsfehler gewifs zu sein, controllirte ich die Resultate vermittelst der successiven Differenzen, so weit sie sich noch verkleinern wollten, nicht nur nach Beendigung der Rechnung für jeden Zeitraum, sondern auch während der Rechnung, so oft die excentrische Anomalie, der Radius Vector und die wahre Anomalie des Kometen, seine Länge und Breite und seine rechtwinkligen Coordinaten gefunden waren; eben so controllirte ich die Planeten-Oerter, die von *Bessel* mit A, B, C bezeichneten störenden Kräfte und ihre Summen für alle Planeten, endlich auch die transformirten störenden Kräfte A', B', C'. Nach Beendigung der auf den ganzen Umlauf des Kometen sich erstreckenden Rechnung stellte ich noch eine General-Probe an, indem ich die Störungen des ganzen Umlaufs in eine Summe brachte, und diese mit den Elementen verglich, wovon ich anfangs ausgegangen war, und wohin ich zuletzt gelangte, damit ich auf diese Weise gewifs würde, dafs keine Verwechselung der Zeichen + und — vorgegangen sei, der auf- und niederwärts steigenden Zusammenzählung (bei Addition langer Columnen) und anderer bekannter Proben nicht zu gedenken.

Nach dieser nothwendigen Rechenschaft über die von mir angewandten Methoden und Vorsichtsmaafsregeln (bei welchen ich mich namentlich des Beifalls eines *Encke* erfreue) möge hier die specielle Vergleichung meiner Resultate mit den *Rosenberger*schen (in Nr. 250 dieser Nachrichten enthaltenen) folgen. Zuerst die Störungen vom Perihel 1682 bis zum Perihel 1759:

	$\Delta\nu$	Δe	Δi	Δn	$\Delta\omega$	$\Delta T'$
	"		′ ″	° ′ ″	° ′ ″	Tage.
	+ 0,308490	— 2434.93	+ 7 34,50	+ 1 32 33,9	+ 1 21 27,85	+ 361,365
Rosenberger hat:	+ 0,313051	— 2358.34	+ 7 36,26	+ 1 33 27,2	+ 1 22 26,62	+ 352,874
Unterschiede:	— 0,004561	— 76.59	— 1,76	— 53,3	— 58,77	+ 8,491

Für die Störungen der Neigung i, des Knotens n, und des Abstandes ω des Perihels vom Knoten, bemerke ich, dafs hier die Wirkung der Präcession und der Verrückung der Ebene der Erdbahn nicht mit eingeschlossen ist; die Unterschiede sind unbeträchtlich. Bei der Excentricität e trennt das Punctum die siebente Bruchstelle von der achten; der Unterschied erscheint unbeträchtlich, wenn man ihn auf die Quadratwurzel h des halben Parameters reducirt, welche überhaupt in der ganzen Störungsrechnung (nach den *Bessel*schen Formeln) viel bequemer statt der Excentricität angewandt wird. Die Zeit des Perihels T' bezieht sich lediglich auf die Erscheinung des Kometen im Jahre 1759; denn obgleich ich, mit *Rosenberger*, die Störungen der Zeit des Perihels vom Jahre 1682 an bis gegen die Zeit des Aphels auf die Erscheinung des Kometen im Jahre 1682 bezog, so läfst sich doch für die Resultate hinsichtlich T' keine unmittelbare Vergleichung anstellen, weil *Rosenberger* die excentrische Anomalie, ich dagegen die Zeit als absolute Variable betrachtete, jener die Bewegung des Kometen in der Gegend des Aphels auf den Schwerpunkt des Sonnensystems, ich dagegen auf den Mittelpunkt der Sonne bezog. Der beträchtliche Unterschied (+ 8,491 Tage) würde sich noch mehr vermehren, wenn man ihn auf die Erscheinung des Kometen im Jahre 1682 reduciren wollte. Bedenkt man dieses, so

Digitized by Google

möchte die nahe Uebereinstimmung von $\Delta\nu$ (der Störung der täglichen mittleren anomalistischen Bewegung) wohl nur als zufällig erscheinen, indem der Unterschied vom Perihel 1682 bis zum Aphel sich mit dem Unterschiede vom Aphel bis zum Perihel 1759 beinahe compensirt; und es tritt nun die Frage ein: Welches ist der Grund dieser beträchtlichen Abweichung? Ich habe mich der Beistimmung unseres *Encke* zu erfreuen, wenn ich behaupte, dafs die *Laplace*'sche Methode, wonach man die excentrische Anomalie als absolute Variable betrachtet, bei einem nicht ganz scharf bestimmten Werthe der grofsen Axe im Ausgangspunkte der Rechnung, auf gröfsere Irrthümer führe, als die (in Frankreich jetzt keineswegs ganz unbekannte) *Bessel*sche Methode, welche die Differential-Coefficienten für gleiche Zeit-Intervalle sucht. Die Sache läfst sich am kürzesten so darstellen. So lange man in der Bestimmung der halben grofsen Axe beim Anfangspuncte der Rechnung um mehrere Einheiten der dritten Bruchstelle fehlt, mufs man die, einem gegebenen und von 180° wenig verschiedenen Grade der excentrischen Anomalie entsprechende Zeit um mehrere Tage (bei den *Damoiseau*schen Werthen der grofsen Axe bis zu 20 Tagen) fehlerhaft finden. Man fehlt daher in der Bestimmung der Planetenörter um einen Bogen, welchen der Planet in 20 Tagen durchläuft (was für Jupiter beträchtlich ist, für den Kometen aber, wegen seiner äufserst langsamen Bewegung in der Gegend des Apheliums, bei Befolgung der *Bessel*schen Methode kaum in Anschlag kommen kann). Hieraus ist klar, dafs man in der Aufsuchung der störenden Kräfte (welche sich überdies, bei Beziehung der Bewegung des Kometen auf den Schwerpunct des Sonnensystems, gröfstentheils auf die directen Anziehungen der Planeten reduciren und daher nicht compensiren) unter Befolgung der *Laplace*'schen Methode gröfseren Irrthümern ausgesetzt ist, als unter Befolgung der *Bessel*schen, wenigstens was die Störungen der grofsen Axe betrifft, welche die beträchtlichsten unter allen sind. Diese Irrthümer könnte man scheinbar durch eine dritte Annäherung wieder gut machen, indem man die ganze Rechnung von vorn anfinge, und dabei die durch die zweite Annäherung gefundenen grofsen Axen für die beiderseitigen Perihelia zum Grunde legte. Aber der ungeheuren Weitläuftigkeit dieses Verfahrens nicht zu gedenken (wozu vor der wirklichen Wiedererscheinung des *Halley*'schen Kometen sicherlich keine Zeit mehr ist), so ist noch die Frage, ob man sich davon in der That eine wesentliche Hülfe versprechen könne. Denn die durch die zweite Annäherung gefundenen grofsen Axen für 1682 und 1759 (die *Rosenberger*schen) möchten kaum merklich genäherter seyn, als die durch die erste Annäherung bestimmten (*Damoiseau*'schen) grofsen Axen, bei welchen letzteren doch noch der Vortheil statt findet, dafs sie sich auf Fundamental-Elemente gründen, welche vom Perihel bis zum Aphel unverändert beibehalten sind, wodurch die dem 180ⁿᵗᵉⁿ Grade vorwärts entsprechende Zeit mit der dem 180ⁿᵗᵉⁿ Grade rückwärts entsprechenden Zeit (wegen der angenommenen halben grofsen Axe = 18,0186, welche der wirklich beobachteten Umlaufszeit = 27937 Tagen entspricht) völlig coincidirt. Ich habe, nach allen diesen Betrachtungen, nicht umhin gekonnt, die von *Rosenberger* durch die zweite Annäherung bestimmten grofsen Axen von 1682 und 1759 auf sich beruhen zu lassen, und die von mir bestimmten für die weitere Rechnung zum Grunde zu legen. Damit man indessen dem von mir beobachteten Verfahren keinen ähnlichen Vorwurf machen könne, als ich dem *Rosenberger*'schen machen zu müssen glaube, so bemühte ich mich, die von mir gefundenen Störungen durch eine dritte (wenn auch nicht in extenso durchgeführte) Annäherung möglichst zu verbessern. Aus dem Zeitpuncte, auf welchen sich das Perihel von 1682 durch die planetaren Störungen bis zum 21ˢᵗᵉⁿ Sept. 1720 verschoben hat, und aus dem Zeitpuncte, auf welchem sich das Perihel von 1759 durch die rückwärts berechneten planetaren Störungen bis zum 21ˢᵗᵉⁿ Sept. 1720 verschoben hat, bestimmte ich die dem genannten Datum entsprechende Umlaufszeit und daraus die grofse Axe. Hieran die Störungen der grofsen Axe bis zum Perihel applicirt, gaben die zweiten genäherten Werthe der grofsen Axe für 1682 und 1759. Die übrigen Elemente für die beiden genannten Epochen zu verbessern, damit sie der Gesammtheit der Beobachtungen so gut als möglich Genüge thäten, während sie gerade um den Werth der berechneten Störungen von einander verschieden wären, dazu hätte ich streng genommen alle einzelnen Beobachtungen in Betracht ziehen müssen. Der grofse darauf zu verwendende Zeitaufwand (da mir die *Rosenberger*schen Bedingungsgleichungen für die einzelnen Beobachtungen unbekannt sind) schien mir mit dem zu erwartenden Nutzen in keinem Verhältnisse zu stehen. Ich zog es vor, mich an die mittleren Fehler zu halten, welche dieser Geometer in den Nummern 180 und 196 der Astron. Nachrichten für die einzelnen Elemente angiebt. Ich betrachtete dieselben als die Gewichte der Zuverlässigkeit der einzelnen Elemente von 1682 und 1759, und suchte nun diejenigen Coefficienten, womit die mittleren Fehler multiplicirt werden müssen, um die wahren zu geben, unter der Bedingung, dafs die Summe der Quadrate dieser Coefficienten die möglichst kleinste sei, und dafs die Elemente von 1682 und 1759 sich gerade um den Werth der berechneten Störungen von einander unterschieden. Bei diesem Verfahren bedarf, wie leicht zu ersehen ist, die Zeit des Perihels gar keiner Verbesserung,

Digitized by Google

oder die Coefficienten der mittleren Fehler dieser Zeit sind = 0. Die auf diese Art von mir bestimmten Werthe von h, i, n, ϖ, T für die Epochen 1682 und 1759 stimmen mit den *Rosenberger*'schen, aus Berücksichtigung aller einzelnen Beobachtungen erhaltenen Werthen sehr nahe überein; und was etwa gefehlt ist, hat sicherlich keinen merklichen Einfluss auf die Störungen vor 1682 und nach 1759. Hiernach verbesserte ich nun auch die Elemente am 21sten Sept. 1720, und bestimmte daraus die für dies Datum geltenden Differential-Coefficienten der Elemente von neuem, wodurch eine Art von Vermittelung zwischen den vor- und rückwärts berechneten Differential-Coefficienten getroffen ward. Diese vermittelten Differential-Coefficienten waren aber von den vor- und rückwärts berechneten so wenig verschieden, dass ich es, zumal hinsichtlich $\left(\frac{dh}{dt}\right)$, $\left(\frac{di}{dt}\right)$, $\left(\frac{dn}{dt}\right)$ und $\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)$, für unbedenklich hielt, den Unterschied auf den Zeitraum von 1682 Sept. 19,3125 bis 1720 Sept. 21 und auf den Zeitraum von 1720 Sept. 21 bis 1758 Dec. 31 gleichförmig zu vertheilen, wie ich oben bei den Quadraturen zweiter Ordnung erwähnt habe. Dieselbe Verbesserung konnte auch auf die Störungen von a (der halben grofsen Axe) und T angewandt werden; doch mufste dazu noch eine anderweitige Verbesserung kommen, welche in der Natur der *Bessel*schen Formeln für $\left(\frac{da}{dt}\right)$ und $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ gegründet ist. Die erstere dieser beiden Formeln enthält nämlich a^2, die andere aber a als gemeinschaftlichen Factor aller Glieder. Bezeichnen wir nun die halbe grofse Axe im Perihel 1682 und 1759 resp. mit a und a', die Verbesserung des *Damoiseau*'schen a aber nach *Rosenberger*'s Beispiel (in Nr. 196 dieser Nachrichten) mit Δa, und die Verbesserung des *Damoiseau*'schen a' mit (Δa), so kann man annehmen, dafs jedes vorwärts berechnete $\left(\frac{da}{dt}\right)$ und $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ resp. mit $\left(\frac{a+\Delta a}{a}\right)^2$ und $\frac{a+\Delta a}{a}$, jedes rückwärts berechnete $\left(\frac{da}{dt}\right)$ und $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ aber resp. mit $\left(\frac{a'+(\Delta a)}{a'}\right)^2$ und $\frac{a'+(\Delta a)}{a'}$ multiplicirt werden müsse. Vollzieht man diese multiplicirt, anstatt an allen einzelnen Differential-Coefficienten, sogleich an dem ganzen Integral vom Perihel bis zum Aphel, so kommt man der Wahrheit sehr nahe, vorausgesetzt dafs die dadurch erhaltene Verbesserung an sich so unbedeutend ist, dafs sie allenfalls ganz vernachlässigt werden könnte (im entgegengesetzten Falle wäre eine in extenso durchgeführte dritte Annäherung unerläfslich). Dieser günstige Fall traf bei meiner Rechnung zu, wie man aus folgendem Schema sieht:

	Perihel 1682 bis 1758 Dec. 31, ohne Präcession:				Perihel 1682 — 1720 Sept. 21		1720 Sept. 21 — 1758 Dec. 31.	
	Δh	Δi	Δn	$\Delta \varpi$	Δa	ΔT	$\Delta a'$	$\Delta T'$
						Tage.		Tage.
Durch die zweite Annäherung wurden folgende Störungen gefunden:	+0,0015614	+7′ 34″,21	+1° 32′ 30″,9	+1° 21′ 22″,05	−0,147954	+42,246	+0,063291	−26,947
Correction wegen Δa und (Δa).....	.....	.....	.....	.....	+0,000071	− 0,010	+0,000043	− 0,009
Correction von 1682 Sept. 19,3125 bis 1720 Septbr. 21, nach der Vermittelung.....	−0,0001199	+ 19,77	− 54,6	−52,8	−0,000069	+ 0,403	.....	.....
Correction von 1720 Septbr. 21 bis 1758 Decbr. 31, nach der Vermittelung.....	+0,0000377	− 2,33	− 5,6	− 4,7	.....	.....	−0,000130	+ 0,158
Wahre Störungen.....	+0,0014792	+7′51″65	+1°31′30″7	+1°20′24″55	−0,147952	+42,639	+0,063204	−26,798

Vermittelst dieser wahren Störungen wurde nun die Umlaufszeit am 21sten Sept. 1720 genauer, als vorher bestimmt, und dadurch die halbe grofse Axe für denselben Zeitpunct gefunden. Hiervon $\Delta a = -0{,}147952$ subtrahirt, gab die wahre halbe grofse Axe im Perihel 1682, ohne Rücksicht auf den Widerstand des Aethers, = 18,174110, wofür *Rosenberger* 18,170129 hat. Dagegen $\Delta a' = +0{,}063204$ addirt, gab die wahre halbe grofse Axe am 31sten Dec. 1758 = 18,089362. Da kein Grund war, an der Zuverlässigkeit der *Rosenberger*schen Differential-Coefficienten der Elemente vom 31sten Dec. 1758 bis 9ten Juni 1759 (in Nr. 180 dieser Nachrichten) zu zweifeln, so nahm ich diese Differential-Coefficienten unverändert in meine Rechnung auf, integrirte sie jedoch, der Sicherheit wegen, von neuem, weil die Bestimmung dieses Integrals, wegen der starken Annäherung des Kometen an Venus um die Zeit des Perihels 1759, und an die Erde gegen Ende Aprils, ein sehr delicater Punct ist. Wenn gleich ich nun aus dem Gange der successiven Differenzen ersah, dafs R. die Zeit-Intervalle kurz genug angenommen hatte, so wich doch das Resultat der von mir vollzogenen Quadratur (wobei ich die fünften Differenzen mit berücksichtigte) von dem seinigen, hinsichtlich der grofsen Axe, bemerkbar ab. Ich fand Δa vom 31sten Decbr. 1758 bis 9ten Juni 1759 = −0,011113, und, um (Δa) willen verbessert, = −0,011120, wofür *Rosenberger* (in Nr. 180 dieser Nachrichten) −0,012685 hat.

Digitized by Google

Ich fand Δa vom 31. Dec. 1758 bis zum Perihel $= +0{,}003369$, und a im Perihel 1759 $= 18{,}089362 + 0{,}003369 = 18{,}092731$, wofür *Rosenberger* (in Nr. 180) $+ 0{,}002067$ und (in Nr. 250) 18,087821 hat. Es könnte hiernach scheinen, als wenn diese Verbesserung der *R.*'schen Integration der Differential-Coefficienten die ganze Untersuchung in Nr. 180 wankend machte. Dennoch verliert diese nichts von ihrer Klassicität, und unsere bisherigen Schlüsse bleiben fest stehen, weil der Einfluss dieser Correction auf den geocentrischen Ort des Kometen zur Zeit seiner Sichtbarkeit im Jahre 1759 durchaus unmerklich ist. Merklich kann diese Verbesserung nur bei der Verkündigung der Zeit des diesjährigen Periheliums werden. Ob *R.* diese Correction nachträglich angebracht habe, läfst sich aus den Aufsätzen in Nr. 250 und 276 dieser Nachrichten nicht deutlich erkennen. Mit den auf diese Weise gefundenen Werthen von a im Perihel 1682 und 1759 verbesserte ich auch die übrigen Elemente für beide Epochen von neuem, und hatte so die gewünschten dritten Annäherungen, wie ich glaube, mit hinreichender Schärfe gefunden.

Da ich die von mir befolgte Methode der Ermittelung der planetaren Störungen an dem Beispiel des Umlaufs von 1682 bis 1759 genugsam erläutert zu haben glaube, so werde ich mich mit meinen Bemerkungen über den übrigen Theil meiner Rechnung kürzer fassen können. Da es mir schien, als wenn nichts mich hinderte, an die *Rosenberger*schen Störungen bis zum 9ten Juni 1759 weiter die nachfolgenden Störungen vermittelst der *Bessel*schen Methode anknüpfen zu können, so fuhr ich ruhig fort zu rechnen, kam jedoch bald durch Lesung des höchstwichtigen *Olbers*'schen Aufsatzes in Nr. 268 dieser Nachrichten auf andere Gedanken. Denn ich sah voraus, dafs mir, sobald ich das im Jahre 1797 eingetretene Aphelium überschritten haben würde, das Gefühl immer drückender werden mufste, bei der Berechnung der Störungen ein Perihelium von 1835 zum Grunde legen zu müssen, welches wegen des unbekannten Widerstandes um mehrere Tage fehlerhaft seyn kann. Dieser Uebelstand mufste am meisten auf die Störungen durch Jupiter in den Jahren 1834 und 1835 einwirken, da der Abstand desselben vom Kometen sich nach *Damoiseau* bis auf 1,33 verminderte. Dem Uebel abzuhelfen, dazu war, wie *Olbers* bemerkt, eine genaue Berechnung der Störungen bis 1607 rückwärts unerläfslich, da sich über die Wirkung des Widerstandes auf den *Halley*'schen Kometen durchaus nichts a priori bestimmen, ja nicht einmal schätzen läfst. Es könnte scheinen, als wenn zu einer Ermittelung der specifischen Intensität der Wirkung des Widerstandes auf einen bestimmten Weltkörper, das Gesetz dieser Wirkung schon im Voraus bekannt sein müfste; d. h. man müfste die Form der Function kennen, welche diese Wirkung für verschiedene Entfernungen von der Sonne ausdrückt; man müfste auch davon unterrichtet sein, ob der Widerstand übrigens dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional, ob er für rückläufige Weltkörper ein anderer als für rechtläufige, ob er für einen bewegten Aether ein anderer, als für einen ruhenden, ob er innerhalb der Grenzen der sichtbaren Zodiakallicht-Materie eingeschränkt sey, oder sich ins Unendliche erstrecke, u. s. w. Glücklicherweise aber sind alle diese Fragen für einen Kometen von so langgestreckter Bahn, wie beim *Halley*'schen, gleichgültig; und es handelt sich nur darum, die Wirkung des Widerstandes im Ganzen durch Erfahrung zu bestimmen. Denn die obgedachte Form der Function, wie auch die übrigen angeführten Umstände, seien welche sie wollen, so läfst sich leicht zeigen, dafs die Wirkung des Widerstandes auf ω und T äufserst unbedeutend ist, und sich noch dazu während eines Umlaufs compensire. Abstrahirt man ferner von der Excentricität, und läfst ihre Stelle unter den 6 von einander unabhängigen Elementen allemal durch die Quadratwurzel h des halben Parameters vertreten, so ist die Wirkung des Widerstandes auf h, wenngleich sie sich nicht compensirt, doch, selbst nach einem Zeitraum von mehreren Umläufen des Kometen, höchst unbedeutend. Die Excentricität vermindert sich daher durch den Widerstand nur insofern, als die grofse Axe sich vermindert, und an der letzteren kann die gesammte Wirkung des Widerstandes nachgewiesen werden. Man wird nicht merklich von der Wahrheit abweichen, wenn man annimmt, dafs die grofse Axe sich bei jedem anomalistischen Umlauf durch den Widerstand um gleichviel vermindere, so lange die Kometen-Elemente keine wesentliche Aenderung leiden, wie dies der Fall bis jetzt beim *Halley*'schen Kometen gewesen ist. Die Frage aber: Um wieviel? beantwortet sich aus der Berechnung der planetaren Störungen von 1682 bis 1607 rückwärts, verglichen mit den im Jahre 1607 angestellten Beobachtungen. Herr *von Pontécoulant* meint zwar, dafs die Beobachtungen von 1607 (welche bekanntlich vor der Erfindung der Fernröhre gemacht sind) völlig unbrauchbar seien, um daraus hinlänglich zuverlässige Elemente zu finden, und dafs es daher immer ungewifs bleiben werde, ob der Unterschied zwischen den Durchgangszeiten durchs Perihel im Jahre 1759, welche durch die Theorie und durch die Beobachtung gegeben sind, von der Ungenauigkeit der angewandten Elemente von 1607 oder vom Widerstande des Aethers, oder von irgend einer andern unbekannten störenden Ursache herrühre. Diese Bemerkung ist gewifs im Allgemeinen gegründet, scheint mir aber doch der Einschränkung zu be-

Digitized by Google

dürfen, dafs man (bei der ungewöhnlichen Annäherung des Kometen an die Erde gegen Ende Septembers 1607, wodurch seine scheinbare Bewegung am Himmel gar sehr vergröfsert erschien) in der Bestimmung der Zeit des Perihels aus den Beobachtungen höchstens um einen Tagebruch zweifelhaft bleiben kann, wodurch die Hoffnung, diese Beobachtungen zu einer genaueren Bestimmung der Wirkung des Widerstandes und folglich zu einer zuverlässigeren Verkündigung der nächstbevorstehenden Wiedererscheinung unseres Kometen benutzen zu können, bedeutend erhöht wird. Wir wollen Herrn *von Pontécoulant* soviel zugestehen, dafs alle übrigen Elemente, die man aus den Beobachtungen von 1607 geschlossen hat, sowohl die *Halley*'schen als die *Bessel*schen (in v. *Zach*'s monatlicher Correspondenz, Band X. Seite 438 enthaltenen), in ihrer Zuverlässigkeit so tief stehen, dafs man den rein und allein durch die Theorie bestimmten Elementen (d. h. denjenigen, welche man erhält, wenn man die Störungen in ununterbrochener Folge von 1682 bis 1607 zurück berechnet) ein gröfseres Vertrauen schenken dürfe; aber an den Tag des Periheliums, wie er sich aus den Beobachtungen von 1607 ergiebt, werden wir uns doch wenigstens halten können; und ich werde weiter unten zeigen, wie ich es versucht habe, auch den Tagebruch zu berichtigen.

Ich legte zur Berechnung der Störungen von 1682 bis 1607 rückwärts diejenigen Elemente von 1682 zum Grunde, welche ich auf die bisher beschriebene Weise aus den *Rosenberger*schen Abhandlungen Nr. 180 und 196 dieser Nachrichten, verbunden mit den von mir berechneten Störungen von 1682 bis 1759, gefolgert hatte. Die Grundsätze, welche ich weiter befolgte, waren im Wesentlichen dieselben, wie ich sie bei der Ermittelung der planetaren Störungen nach dem Jahre 1682 beobachtet hatte, nur mit folgenden Unterschieden: 1) ich legte gleich anfangs die *Nicolai*'sche Jupitersmasse zum Grunde, und behielt dieselbe ununterbrochen bei, obgleich ich entdeckte, dafs die Verwandlung derselben in die *Airy*'sche ($\frac{1}{1047}$), wegen der ganz aufserordentlichen Annäherung des Kometen an Jupiter (indem der Abstand beider Gestirne sich am 10ten Juli 1681 bis auf 1,107 verminderte), das durch die Theorie bestimmte Perihel von 1607 um 3 Tage vorwärts schiebt, oder, was dasselbe sagt, die durch die Erfahrung bestimmte Total-Wirkung des Widerstandes um 3 Tage vergröfsert, während die alte *Laplace*'sche und *Bouvard*'sche Jupitersmasse ein ganz widersinniges Resultat, nämlich eine Verzögerung der mittleren Bewegung statt einer Beschleunigung, geben würden; 2) ich wählte bei der Bestimmung der Differential-Coefficienten der Elemente gröfsere Zeitintervalle; und verbesserte die Fundamental-Elemente erst nach längeren Zeiträumen, als dies beim Umlauf von 1682 bis 1759 geschehen war. Denn zu einer Durchführung der Rechnung in derselben Extension wie bisher war, wie auch *Rosenberger* gesteht (siehe die Nachschrift zur *Olbers*'schen Abhandlung in Nr. 268 dieser Nachrichten) vor der wirklichen Wiedererscheinung des Kometen keine Zeit mehr vorhanden. Aber eine solche Extension war, selbst zu einer möglichst vollständigen Begründung der Theorie dieses Kometen, gar nicht nöthig, und wäre, wegen der Ungenauigkeit der Beobachtungen von 1607, fruchtlose Mühe gewesen, wofern man nur dafür sorgte, dafs die Störungen der grofsen Axe überall mit der nöthigen Schärfe berechnet würden, damit man sich zur Zeit des im Jahre 1645 eingetretenen Apheliums noch auf die 4te Bruchstelle der halben grofsen Axe verlassen könne. Ich knüpfte die Störungsrechnungen unmittelbar an die *Rosenberger*'schen an, welche in Nr. 196 dieser Nachrichten bis 1682 Aug. 26,3125 zurückgeführt erscheinen. Ich berechnete die directen und indirecten Störungen durch alle 7 Planeten für einen Zeitraum von 120 Tagen, bis zum 28,3125 April 1682 rückwärts, mit 10tägigen Intervallen. Darauf verwandelte ich die wahren Elemente in mittlere, in Beziehung auf die 4 unteren Planeten, und in solche, welche für die vereinigte Masse der Sonne und dieser 4 kleinen Planeten gelten, was bei der schon ziemlich beträchtlichen Entfernung des Kometen von der Sonne und bei der geringen Masse des Mars wohl erlaubt schien (jene Entfernung betrug 2,45555, und die plötzliche Aenderung der halben grofsen Axe wegen Vereinigung der Sonnenmasse mit den Massen der 4 kleinen Planeten —0,001546). Weiter rückwärts wählte ich einen Zeitraum von 600 und 1200 Tagen, resp. in 50- und 100tägige Intervalle getheilt, was sich im Endresultat (in der Fortschreitung der successiven Differenzen der Differential-Coefficienten der Elemente) ungeachtet der aufserordentlichen Annäherung des Cometen an Jupiter und Saturn als hinreichend genau bewährte. Weiter rückwärts nahm ich Zeiträume von 4332 Tagen, gleich der siderischen Umlaufszeit des Jupiter, in je 12 Intervalle getheilt, indem ich bedachte, dafs die Elemente des Kometen durch die indirecte Anziehung Jupiters (welche in der Regel den beträchtlichsten Theil aller Störungen ausmacht) nach einem vollen Umlaufe dieses Planeten ungefähr auf ihren alten Zustand zurückgeführt werden, und daher die Irrthümer, welche aus unverändert beibehaltenen Fundamental-Elementen hervorgehen, sich beinahe compensiren; auch schienen mir die 361tägigen Intervalle, wegen der geringen Excentricität der Jupitersbahn, nicht zu grofs gewählt, und der Erfolg bestätigte wiederum dies Wagnifs als etwas Zulässiges, wegen der regelmäfsigen Fortschreitung der successiven Differenzen der Differential-Coefficienten der Ele-

Digitized by Google

mente. Dieser 4332tägige Zeitraum wiederholte sich 5mal, bis 1618 Febr. 3,3125 rückwärts. Weiter zurück schränkte ich Zeiträume und Intervalle wiederum nach und nach enger ein; vor dem 3ten Febr. 1618 liefs ich drei 1200tägige Zeiträume vorhergehen, resp. in 300-, 300- und 100tägige Intervalle getheilt; der letzte kurze 153tägige Zeitraum endlich wurde in neun 17tägige Intervalle getheilt; alles dies bestätigte sich durch den Erfolg als zulässig. 3) Auch in der Extension bei Anwendung der Logarithmen liefs ich von der bisherigen Strenge allmälig nach; wenn ich für den Umlauf von 1682 bis 1759 überall mit fünfziffrigen Logarithmen gerechnet hatte, so behielt ich dieselben nur bis zum 14ten Juli 1665 rückwärts bei, um der Zuverlässigkeit der Störungen der grofsen Axe willen; weiter zurück brauchte ich vierziffrige Logarithmen und die Winkel nur in Minuten, weil die Störungen der grofsen Axe gegen das Aphelium hin immer geringer werden; dieselbe vierziffrige Rechnung behielt ich bis zum Jahr 1608 rückwärts bei (ungeachtet die Störungen der grofsen Axe wieder zunahmen), weil man ja keineswegs die Absicht hat, von der grofsen Axe im Augenblick des Perihels von 1607 einen weiteren Gebrauch zu machen, und man sich zur Darstellung der geocentrischen Oerter des Kometen zur Zeit seiner Sichtbarkeit im Jahre 1607 mit einem sehr rohen Werthe der grofsen Axe behelfen kann. Ja für den letzten 153tägigen Zeitraum begnügte ich mich mit dreiziffriger Berechnung der Störungen, was sich durch den Erfolg (d. h. durch die sehr geringe Gröfse der sich ergebenden Differenzial-Coefficienten und ihrer einzelnen Theile) als vollkommen statthaft bewährte. 4) Was die Berechnung der Planeten-Oerter aus den *Bouvard*'schen Tafeln betrifft, so supplirte ich diejenige Tafel, welche die grofse Ungleichheit des Uranus angiebt, für die Jahre 1607 bis 1680 vermittelst der Formel, worauf diese Tafel gegründet ist. Streng genommen hätten für die nächsten Monate nach dem Perihel von 1c auch die Oerter der 4 unteren Planeten aus den Tafeln g. icht, und daraus die Störungen berechnet werden müssen. Aber eine leichte Ueberlegung, nach den Epochen der mittleren Länge und nach der gröfstmöglichen Aequatio Centri angestellt, zeigte a) dafs der Komet, während er von seinem Perihel im J. 1607 bis zur Erdbahn lief, sich beinahe auf entgegengesetzter Seite der Sonne befand, als Venus und die Erde; b) dafs er zwar während der Dauer seiner Sichtbarkeit (1607 Sept. 28 bis Oct. 23) der Venus und Erde ziemlich nahe kam, aber doch eine zu grofse nördliche Breite hatte, als dafs die directe Anziehung dieser beiden Planeten eine merkliche Aenderung (mit Rücksicht auf die Ungenauigkeit der damaligen Beobachtungen) in seinen Elementen hätte hervorbringen können; c) dafs zwar einige Monate nach dem Perihel eine heliocentrische Conjunction des Kometen mit Mars statt fand, bei einem Abstande des Kometen von der Sonne, welcher beinahe dem Halbmesser der Marsbahn gleich war, dafs aber dennoch der Komet damals, nach bereits durchschrittenem absteigenden Knoten mit der Erdbahn, schon eine zu grofse südliche Breite erreicht hatte, als dafs er von der Anziehung des Mars eine merkliche Störung hätte erleiden können; endlich d) dafs der Komet bei jedem seiner Umläufe von der Merkursbahn zu weit entfernt bleibt, als dafs es nöthig wäre, die Anziehung dieses Planeten bei Beobachtungen, welche nicht auf die äufserste Genauigkeit Anspruch machen, in Rechnung zu ziehen. Die Berechnung der Störungen für die nach 1607 zunächst folgenden Jahre wurde überdies durch den Umstand, dafs der Komet in dieser Zeit stets sehr weit vom Jupiter und Saturn entfernt blieb, um vieles erleichtert. Seine kleinste Entfernung vom Uranus, während des dreifachen Umlaufs von 1607 bis jetzt, fand am 7ten December 1620 statt, und betrug 9,722. 5) Ich habe, aus den schon angeführten Gründen, die Störungen nicht von 1607 vorwärts und von 1682 rückwärts berechnet, dafs sie sich etwa im Aphelium begegnet hätten, wie ich dieses Verfahren für den Umlauf von 1682 bis 1759 beobachtete; sondern ich führte die Störungen in Einem Zuge rückwärts, über das Aphelium hinaus, bis zum wirklichen Perihelium des Jahrs 1607 fort. Dabei wurde, hinsichtlich des Elements T, die nach und nach durch die Störungen verbesserte Zeit des Perihels von 1682 zum Grunde gelegt, bis ich, einige Jahre über das Aphelium hinaus rückwärts, den 24,3125 Oct. 1641 erreicht hatte. Hier wurden nicht nur die Elemente der Lage vom mittleren Aequinoctium des 15ten Sept. 1682 auf das mittl. Aequin. des 26sten Oct. 1607 und auf die damals statt gefundene Ebene der Erdbahn reducirt, sondern es wurde auch die Zeit des Perihels von 1682, vermittelst der aus der grofsen Axe hergeleiteten Umlaufszeit, auf die Zeit des Perihels von 1607 übertragen, und diese letztere für die weiter rückwärts zu berechnenden Störungen als Fundamental-Elemente angewandt. Wir wollen nun die um der Störungen willen veränderliche Zeit des Perihels von 1607 mit T, die um der vor 1682 vorhergehenden Störungen willen veränderliche Zeit des Perihels von 1682 aber mit T' bezeichnen. Es ist leicht einzusehen, dafs man sich des auf rein theoretischem Wege gefundenen Werthes von a und T auf eine Reihe von Jahren vor 1641 ohne merklichen Fehler (mit Rücksicht auf die geringe Genauigkeit der Beobachtungen von 1607) bedienen konnte, da ja überhaupt die erforderliche Präcision des als Fundamental-Element angewandten T mit der (vom Perihel angerechneten) mittleren Anomalie des Kometen in umgekehrtem Verhältnisse steht. Je weiter aber

Digitized by Google

die Störungen gegen das Jahr 1607 hin zurückgeführt wurden, desto wünschenswerther war es begreiflicherweise, über die Total-Wirkung des Widerstandes schon wenigstens eine vorläufige Kenntnifs zu haben. Allerdings eine wesentliche Schwierigkeit; aber sie liefs sich überwinden. Den Widerstand hypothetisch zu bestimmen, blieb immer bedenklich; sicherer war es, die planetaren Störungen des Elements T vom Perihel 1607 bis zum 14,3125 Dec. 1629 (bis zu diesem Datum rückwärts wurden die rein theoretisch bestimmten Werthe von a und T' durchaus unverändert beibehalten) im Voraus ungefähr zu schätzen und an den erfahrungsmäfsig bestimmten Werth von T' (1607 Oct. 26 oder 27) zu appliciren. Aus den *Rosenberger*'schen, in Nr. 250 und 276 dieser Nachrichten niedergelegten, Rechnungen scheint hervorzugehen, dafs das auf den gemeinschaftlichen Schwerpunct der Sonne, des Jupiter, Saturn und Uranus bezogene T während des halben Umlaufs vom Perihel bis zum Aphel immer nur um Brüche des Tages, oder höchstens um wenige ganze Tage variire, und mit dem wirklichen physischen Perihelium beinahe coincidire. Diese Bemerkung gab mir den Wink, das Element T' für den 14ten Dec. 1629 vom Mittelpunct der Sonne auf den genannten Schwerpunct zu reduciren (wozu ich mich theils der Näherungsformeln in Nr. 250 dieser Nachrichten Seite 169, theils der für 361tägige Intervalle berechneten rechtwinklichen Jupiters-, Saturns- und Uranus-Coordinaten und ihrer successiven Differenzen bediente), und die Reduction für den genäherten Werth der Störungen des Elements T vom Perihel 1607 bis zum 14ten Dec. 1629 zu halten. Dasselbe Verfahren mufste noch für die Endgrenzen einiger der nächstfolgenden Zeiträume, für welche die Fundamental-Elemente unverändert beibehalten wurden, wiederholt werden, um in dem zum Grunde gelegten T so wenig als möglich von der Wahrheit abzuweichen. Endlich aber, gegen die Zeit des wirklichen, physischen Perihels von 1607, da die Störungen von T sich in immer engere Grenzen zusammengezogen, und zuletzt auf sehr kleine Brüche des Tages schmolzen, verliefs ich die Reduction auf den Schwerpunct gänzlich, und muthmaafste die noch übrigen Schwankungen von T' aus der oberflächlichen Ansicht der bis dahin erhaltenen Werthe von $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ und aus der Fortschreitung ihrer successiven Differenzen. Nach diesen Vorsichtsmaafsregeln fand ich im Endresultat (als ich die Störungen bis zum wirklichen Perihel von 1607 rückwärts fortgeführt hatte), dafs ich in den als Fundamental-Elemente zum Grunde gelegten Werthen von a und T niemals mehr gefehlt hatte, als statthaft war. In dem letzten, kurzen, 153tägigen Zeitraum könnte es scheinen, als wäre zur genauen Bestimmung der Störungen auch eine scharfe Kenntnifs des Tagebruchs nöthig, wodurch die Zeit des wirklichen, physischen Perihels von 1607 ausgedrückt wird. Es ist aber erlaubt, diesen Bruch beliebig anzunehmen (ich setzte ihn der Bequemlichkeit wegen = Oct. 26,3125, welcher Bruch, von *Rosenbergern* in Nr. 196 dieser Nachrichten angeführten Störungen her, für alle einzelnen Intervalle von mir beibehalten worden war), und den dadurch begangenen Fehler in entgegengesetztem Sinne auf die Planeten-Oerter zu übertragen, wo sich dann leicht zeigen läfst, dafs selbst ein Fehler von einem ganzen Tage, bei der damals statt gefundenen sehr grofsen Entfernung des Kometen vom Saturn und Jupiter, gar keinen merklichen Einfluss auf die störenden Kräfte hat. Der einzige Fehler, der hiernach übrigbleiben kann, besteht in der Veränderung der 6 Kometen-Elemente während des Verlaufs eines Tagebruchs; dieser Fehler aber ist, bei der Kleinheit der Differential-Coefficienten der Elemente, so gering, dafs er (mit Rücksicht auf die Ungenauigkeit der Beobachtungen von 1607) unbedenklich vernachlässigt werden kann. Endlich habe ich noch 6) zu bemerken, dafs ich die scheinbar zu grofse Abweichung von der erforderlichen Strenge, indem ich Intervalle von nicht weniger als 361 Tagen und Zeiträume von 4332 Tagen wählte, dadurch wieder gut zu machen suchte, dafs ich a) zwischen den Coordinaten des Saturn und Uranus und den von diesen beiden Planeten ausgehenden störenden Kräften niemals interpolirte, sondern die letzteren, für dieselben Zeit-Intervalle als beim Jupiter, durchaus in extenso aus den Tafeln berechnete; b) dafs ich die von mir so genannten Quadraturen der zweiten Ordnung auf ähnliche Art bestimmte, wie ich beim Umlauf von 1682 bis 1759 angeführt habe, dafs ich aber, da dies für die Zeit der aufserordentlichen Annäherung des Kometen an Jupiter im Jahre 1681 nicht genau genug war, in dem oben angeführten 600tägigen Zeitraum die Fundamental-Elemente auch für die einzelnen Zeit-Intervalle durch die gefundenen Störungen verbesserte, und danach die Differential-Coefficienten von neuem bestimmte. Dies Verfahren gab für den genannten Zeitraum $\Delta''a = -0{,}006870$; die Vernachlässigung dieser Vorsicht würde die Total-Wirkung des Widerstandes 16 bis 17 Tage zu grofs, und folglich die diesjährige Rückkehr unsers Kometen zur Sonnennähe um eben soviel Tage zu früh gegeben haben.

Ehe ich dem Resultat meiner Untersuchung der planetaren Störungen von 1607 bis 1682 absolut traute, beschlofs ich eine Probe durch Vergleichung desselben mit den Beobachtungen von 1607 anzustellen. Zum grofsen Glück besitzen wir eine höchst scharfsinnige Discussion dieser Beobachtungen von *Bessel*, am angeführten Orte der v. *Zach*'schen

Digitized by Google

Correspondenz. Ich glaubte den von diesem aufserordentlichen Manne vorgenommenen Reductionen der Beobachtungen blindlings trauen zu dürfen. Ich wählte daher zur Vergleichung mit meinem Resultat auch nur diejenigen *Harriot*'schen und *Longomontan*'schen Beobachtungen aus, welche dieser grofse Geometer als überhaupt brauchbar angiebt. Ich suchte diese Beobachtungen durch meine rein theoretisch bestimmten Elemente darzustellen, und wählte für T zuerst versuchsweise den Werth, welchen *Bessel* gefunden, October $\frac{19}{20}$. $17^h 20' 19''$ m. Z. zu Paris. Da aber die sehr geringe Genauigkeit der Beobachtungen widerrieth, die Rechnung in der gröfsten Schärfe zu führen, so vernachlässigte ich 1) die periodischen Störungen der Erde durch die übrigen Planeten, 2) die Störungen der Kometen-Elemente vom Tage der Beobachtung bis zum Augenblick des Perihels (es wurden vielmehr diejenigen für den Augenblick des Perihels geltenden Elemente zum Grunde gelegt, welche man in Beziehung auf die 4 unteren Planeten mittlere Elemente nennen kann, und welche überdies für die vereinigte Masse der Sonne und dieser 4 Planeten gelten); 3) die Nutation der Aequinoctial-Puncte bei Bestimmung der Länge der Erde und des Kometen; 4) die Präcession vom Tage der Beobachtung bis zum Tage des Perihels; 5) die Parallaxe des Kometen; 6) seine Aberration. Da die Unterschiede der berechneten und beobachteten geocentrischen Oerter sich einerseits gröfser ergaben, als mit der Güte der Beobachtungen vereinbar war, andrerseits aber regelmäfsig fortschritten, und gröfstentheils mit einerlei Zeichen behaftet waren, so war zu vermuthen, dafs eine kleine Aenderung der Zeit des Perihels die Unterschiede bedeutend verringern würde. Ich behielt daher die theoretisch bestimmten Elemente a, h, i, n, ω unverändert bei, und änderte nur T so, dafs die Summe der Quadrate der übrigbleibenden Unterschiede (nachdem jeder Längenunterschied, wie sich's gehört, mit dem Cosinus der Breite multiplicirt war) die kleinstmögliche ward. Hiernach fand sich das Perihel 0,2924 Tage später als nach *Bessel*, und versetzte sich auf 1607 Oct. 27,0148 Pariser M. Z., vom Mittag an gerechnet. Folgende Tafel zeigt die Unterschiede der berechneten und beobachteten geocentrischen Längen und Breiten, je nachdem man die theoretisch bestimmten Elemente a, h, i, n, ω mit dem *Bessel*'schen $T =$ Oct. 26,7224, oder mit dem von mir gefundenen $T =$ Oct. 27,0148 in Verbindung setzt:

Zeit der Beobachtung. Tag alten Styls. Pariser M. Z.	Beobachter.	Perihel Oct. 26,7224. Unterschiede. Länge.	Breite.	Perihel Oct. 27,0148. Unterschiede. Länge.	Breite.
1607 Sept. 18,26707	*Longomontan*	− 2° 0′ 38″	.....	+ 16′ 43″	.....
21,27673	*Longomontan*	− 1 42 17	+ 36′ 21″	− 18 57	+ 43
21,35373	*Harriot*	− 1 26 19	+ 35 4	− 3 33	− 1′ 14
22,33269	*Harriot*	− 1 13 11	+ 39 31	− 11 16	− 1 31
23,29081	*Harriot*	− 1 18 7	+ 58 36	− 33 28	+ 15 40
24,26977	*Harriot*	− 41 30	+ 34 18	− 9 18	− 7 57
24,33226	*Harriot*	− 40 51	+ 34 18	− 9 14	− 7 45
28,31065	*Harriot*	− 10 34	+ 13 53	− 5 48	− 20 56
Oct. 3,28896	*Harriot*	− 23	+ 11 40	− 6 42	− 17 50
13,24606	*Harriot*	+ 21 23	+ 16 44	− 8 29	− 18 10

Das Zeichen + bedeutet, dafs die beobachtete Länge oder Breite gröfser ist, als die berechnete. Man sieht aus obigem Schema, dafs die Fehler, welche bei dem angenommenen Perihel Oct. 27,0148 übrig bleiben, geringer sind, als die Abweichungen derjenigen Längen und Breiten von einander, welche aus gleichzeitig gemessenen Abständen des Kometen von mehr als Einem Fixstern-Paar gefolgert wurden. Der einzige auffallend grofse Unterschied ist der der Länge bei der Beobachtung am 23sten September; aber auch er schränkt sich in die gehörigen Schranken ein, wenn man ihn mit dem Cosinus der Breite multiplicirt, und so sehen wir, dafs sich die durch die Theorie ermittelten Elemente von 1607 gar wohl mit den Beobachtungen, nach deren Güte zu urtheilen, vereinigen lassen, und dafs die letzteren ein sicheres Mittel darbieten, die Total-Wirkung des Widerstandes bis auf einen kleinen Theil eines Tages zuverlässig zu bestimmen. Diese Bemerkung dient zugleich zur Probe, dafs sich in unsere Berechnung der planetaren Störungen von 1607 bis 1682 kein erheblicher Rechnungsfehler eingeschlichen habe. Wenn dies für die grofse Axe nicht unzweideutig erhellt, so läfst sich doch auch dafür eine Art von Probe denken. Ich brachte die Störungen des Elements T, vom Perihel 1607 bis zum 24,3125 Oct. 1641, desgleichen die Störungen von T', vom 24,3125 Oct. 1641 bis zum Perihel 1682, in eine Summe, und applicirte die erstere Summe an das von mir bestimmte wirkliche Perihelium $T =$ 1607 Oct. 27,01, die letztere Summe aber an das wirkliche Perihelium $T' =$ 1682 Sept. 14,81427. Daraus fand sich für den 14,3125 Oct. 1641: $T =$ 1607 Oct. 23,28,

Digitized by Google

und $T' = 1682$ Oct. 17,07. Dies giebt für das genannte Datum des Jahrs 1641 eine Umlaufszeit von 27387,79 Tagen, welcher eine halbe grofse Axe = 17,781659 entspricht. Hieraus und aus den planetaren Störungen von 1641 Oct. 24,3125 bis zum Perihel 1682 ergiebt sich a im Perihel 1682 = 18,175395. Wir fanden aber aus den planetaren Störungen von 1682 bis 1759 und aus der wirklich beobachteten anomalistischen Umlaufszeit für denselben Zeitraum: a im Perihel 1682 = 18,174110. Hiervon der eben angeführte Werth a = 18.175395 abgezogen, giebt die Total-Wirkung des Widerstandes auf die halbe grofse Axe der Bahn des *Halley*'schen Kometen für jeden Umlauf

$$= -0{,}001285.$$

Da nun eine Veränderung von 0,00042 in der halben grofsen Axe der Bahn dieses Kometen eine Veränderung von einem Tage in der Umlaufszeit bewirkt, so sehen wir, dafs der Widerstand jeden folgenden Umlauf unseres Kometen um 3,06 Tage verkürzt. Indem ich nun an das dem 24,3125 Oct. 1641 entsprechende $a = 17{,}781659$ die Störungen von a bis zum Perihel 1607 rückwärts applicirte, und aufserdem die Total-Wirkung des Widerstandes 0,001285 mit dem Zeichen + hinzufügte, erhielt ich dasjenige a, aus welchem man theoretisch den Tag des Perihels im Jahre 1531 bestimmen könnte, wenn man von den planetaren Störungen zwischen 1531 und 1607 abstrahiren wollte. Ich fand 1531 Oct. 8 (neuen Styls). Dies Datum konnte nur wenige Monate von der Wahrheit abweichen, weil der Komet in den vor 1607 zunächst vorhergehenden Jahren stets sehr weit vom Jupiter und Saturn entfernt (fast in heliocentrischer Opposition mit beiden Planeten) blieb. Wirklich hat *Halley* das Perihel am 25sten Aug. 1531 (alten Styls) gefunden, welches Datum von obigem (Oct. 8) nur um 34 Tage abweicht; ein geringer Unterschied, wenn man bedenkt, dafs die Störungen durch Jupiter und Saturn (welche Planeten in den nächsten Jahren nach 1769 gleichfalls stets sehr weit vom Kometen entfernt blieben) während der Dauer des letzten Umlaufs das auf 1835 bezügliche T um drei Monate verschoben haben.

Nach diesen Bemerkungen über die Ermittelung der Totalwirkung des Widerstandes und über die Proben, welche dabei der Sicherheit wegen nothwendig angestellt werden mufsten, will ich nun die Elemente von 1607, 1682 und 1759, wie ich sie mit Rücksicht auf den Widerstand in aller Schärfe bestimmt habe, in einen gemeinschaftlichen Ueberblick zusammenstellen:

Elemente, bezogen auf das jedesmalige gleichzeitige mittlere Aequinoctium.

Im Perihel 1607:	Im Perihel 1682:	Im Perihel 1759:
Zeit des Perih. 1607 Oct. 27,0148	Zeit 1682 Sept. 14,81427	Zeit 1759 März 12,57124
Kleinster Abstand von der ⊙: 0,584175	Excentricität ..... = 0,96793150	Excentricität ..... = 0,96709237
Halbe grofse Axe = 17,94943	halbe grofse Axe ..... = 18,174752	halbe gr. Axe ..... = 18,092089
Knoten ..... = 48°14′ 9″	Knoten ..... = 51°10′29″9	Knoten ..... = 53°47′44″9
Perihel in der Bahn = 300 46 59	Abstand des Perihels vom	Abstand des Perihels vom
Neigung ..... = 17 6 17,1	Knoten ..... = 109 14 54,5	Knoten ..... = 110 37 21,9
Bewegung rückläufig.	Neigung ..... = 162 13 56,16	Neigung ..... = 162 22 7,00

Die Zeit ist überall mittlere Pariser, vom Mittag an gerechnet. Man könnte statt dieser Elemente vielleicht noch strengere finden, welche, nach der Methode der kleinsten Quadrate, allen Beobachtungen von 1607, 1682 und 1759 zusammengenommen, mit Rücksicht auf ihre Güte, so nahe als möglich Genüge thäten, während sie sich genau um den Werth der berechneten planetaren Störungen und um die gefundene Total-Wirkung des Widerstandes unterschieden. Aber einmal würde der dazu erforderliche Zeitaufwand dem zu erwartenden Nutzen nicht entsprechen; zweitens würde die Bestimmung des Grades der Zuverlässigkeit der Beobachtungen von 1607 im Vergleich zu denen von 1682 und 1759 sehr precär sein; drittens würden die Verbesserungen so gering sein, dafs sie kaum einen merklichen Einfluss auf die Störungen von 1759 bis 1835 haben möchten. Ich wende mich daher sogleich zu diesen letzteren, und will etwas über die Art und Weise sagen, wie ich sie berechnete.

Ich legte diejenigen Elemente vom 31sten Dec. 1758 zum Grunde, welche ich aus den *Rosenberger*'schen Resultaten in Nr. 180 und 196 dieser Nachrichten, verbunden mit den von mir berechneten planetaren Störungen vom 19,3125 Sept. 1682 bis 31sten Dec. 1758, geschlossen hatte. Ich applicirte darau die in Nr. 180 enthaltenen Störungen vom 31sten Dec. 1758 bis 9ten Juni 1759, jedoch mit der oben angeführten Verbesserung der Integration und mit der erfahrungsmäfsig bestimmten Total-Wirkung des Widerstandes. Zur Berechnung der Störungen nach dem 9ten Juni 1759 betrachtete ich, wie ich das schon vom 19,3125 Sept. 1682 an immer gethan hatte, die am 31sten Dec. 1758 statt findende Ebene der Erdbahn als die zum Grunde gelegte feste Ebene,

Digitized by Google

und bezog auf diese und auf das mit dieser Ebene gleichzeitig statt findende mittlere Aequinoctium alle Elemente und Coordinaten; die Reduction auf das für die Zeit des Perihels 1835 geltende mittlere Aequinoctium versparte ich bis zum völligen Schlufs der Rechnung. Die Zeit-Intervalle nahm ich im Ganzen von derselben Gröfse, wie für den Umlauf von 1607 bis 1682, was mir, in Uebereinstimmung mit den Ansichten des Herrn Prof. *Encke*, hinreichende Zuverlässigkeit im Endresultat zu versprechen schien, da ja die Störungen von 1759 bis 1835 nicht zur Begründung einer völlig scharfen Theorie unseres Kometen, sondern nur zur Ankündigung seiner bevorstehenden Wiedererscheinung berechnet werden sollten, damit man ihn bei der ersten neuen, schwachen Lichtspur im Fernrohr nicht verfehle. Zur vollständigen Begründung der Theorie dieses Kometen ist noch wenigstens das Ensemble der Beobachtungen bei seiner nächstbevorstehenden Sichtbarkeit abzuwarten, und man wird sich bemühen müssen, ihn so früh als möglich zu entdecken, einen möglichst grofsen Bogen seiner scheinbaren Bahn in möglichst ununterbrochenem Zusammenhange vor und nach der Sonnennähe beobachtend zu verfolgen, die an verschiedenen Orten der Erdoberfläche anzustellenden Beobachtungen möglichst zu vervielfältigen, daraus die wahrscheinlichsten Elemente zu bestimmen, und mit Hülfe derselben und aller in den nächsten Jahrzehenden noch zu hoffenden Erweiterungen unserer Kenntnifs des Planeten-Systems die Störungen von 1835 von neuem rückwärts zu berechnen. Damit eine solche Rückwärtsrechnung möglichst scharf und sicher durchgeführt werden könne, mufs schon ein ziemlich der Wahrheit nahekommender Werth der grofsen Axe im Augenblick des Perihels von 1835 bekannt sein. Diesen Werth der grofsen Axe zu bestimmen, mufs, neben dem Bestreben, den Kometen bei seinem ersten lichtschwachen Anrücken nicht zu verfehlen, ein Hauptzweck der vorläufigen Berechnung der Störungen bis 1835 sein. Diesen Hauptzweck glaubte ich schon sicher genug zu erreichen, wenn ich die Intervalle zur Bestimmung der Differential-Coefficienten, und die Zeiträume zur Verbesserung der Elemente, im Ganzen so grofs annahm, wie ich sie für den Umlauf von 1607 bis 1682 gewählt hatte. Ich nahm nach dem 9ten Juni 1759 einen Zeitraum von 324 Tagen, in 18tägige Intervalle getheilt, und berechnete für denselben die Störungen durch alle 7 Planeten, mit Ausnahme der indirecten durch Merkur. Die auf diesen Planeten bezügliche Nutation subtrahirte ich beim Anfang des gedachten 324tägigen Zeitraums, die auf Venus, Erde und Mars bezügliche aber am Ende desselben. So war ich bis zum 28sten April 1760 gekommen, und reducirte nun die Elemente auf die mit der Masse der 4 unteren Planeten vereinigte Sonnenmasse als Centralkraft. Von hier an wurden lediglich die Störungen durch Jupiter, Saturn und Uranus gesucht, und zwar mit Anwendung der *Nicolai*'schen Jupitersmasse, welche indefs nach *Pontécoulant*'s Aeufserung (siehe dessen *Notice sur la comète de Halley et son retour en* 1835, *suivie d'un éphéméride calculé par Bouvard*, *pag.* 130, in der Anmerkung) das diesjährige Perihel kaum um Einen Tag anders bestimmt, als die *Bouvard*'sche Masse $\frac{1}{1070,5}$. Ich liefs nach dem 28sten April 1760 einen Zeitraum von 720 Tagen folgen, in 40tägige Intervalle getheilt (ich hätte die letzteren, wegen der grofsen Entfernung des Kometen vom Jupiter und Saturn, beträchtlich gröfser annehmen können). Dann folgte ein Zeitraum von 1080 Tagen, in 360tägige Intervalle getheilt, dann 5 Zeiträume von je 4332 Tagen, mit 361tägigen Intervallen, dann 2 Zeiträume von je 1080 Tagen, bei welchen letzteren ich jedoch den Pariser mittleren Mittag allmälig in die Berliner mittlere Mitternacht übergehen liefs, indem ich 4 Intervalle von 270 Tagen und 4 Intervalle von $270\frac{20273}{172800}$ Tagen annahm. Diese Verwandlung der Tageszeit hatte darin ihren Grund, dafs ich die Planeten-Oerter bis zum 21sten Juni 1830 in extenso aus den *Bouvard*'schen Tafeln aufsuchte, von da an aber mich der vortrefflichen *Encke*'schen Ephemeriden für die Jahre 1830 bis 1835 bediente. Die Rechnung wurde bis 20 Jahre vor dem Aphelium mit fünfziffrigen Logarithmen durchgeführt, von da an aber vierziffrig. Am 1sten November 1800 wurde die auf 1759 bezügliche Zeit des Perihels (T) vermittelst der aus der grofsen Axe geschlossenen Umlaufszeit auf die dem Jahre 1835 zugehörige Zeit des Perihels (T') übergetragen, auch diese letztere vom 21sten Juni 1830 an nach Berliner mittlerer Zeit ausgedrückt. Da zu erwarten war, dafs das für 1830 geltende T' sich durch die Störungen bis zum wirklichen Perihel kaum um Einen Tag verschieben würde (eine Erwartung, die sich durch den Erfolg bestätigte), so richtete ich mich danach hinsichtlich der Wahl der Intervalle, welche auf den 21sten Juni 1830 noch folgen sollten, und sorgte zugleich dafür, dafs ich beim Gebrauch der Ephemeriden des *Encke*'schen Jahrbuchs so wenig als möglich zu interpoliren nöthig hätte. Ich wählte daher für die noch übrige Zeit bis zum wirklichen Perihel drei Zeiträume, einen von 1345 Tagen, in 5 Intervalle getheilt, einen von 456 Tagen, mit 6 Intervallen, und einen von 183 Tagen mit 11 Intervallen. Alle diese Intervalle bestätigten sich durch den Erfolg als klein genug, obgleich der Abstand des Kometen vom Jupiter sich am 12ten Febr. 1835 bis auf 1,33 verminderte; (bei der Rückwärtsrechnung nach den dies-

Digitized by Google

jährigen Beobachtungen, zur vollständigen Theorie unseres Kometen, wird man kleinere Intervalle nehmen müssen). Auch die Quadraturen zweiter Ordnung liefsen sich, nach der oben angeführten Näherungsmethode, ohne Umstände bewerkstelligen; und für den letzten, kurzen, 183tägigen Zeitraum reichte ich mit dreiziffriger logarithmischer Rechnung aus. Da ich nun überdies durch die ganze Rechnung dieselben Vorsichtsmaafsregeln und Proben anwandte, wovon ich oben Erwähnung gethan, so wage ich es, hier das End-Resultat vor den Richterstuhl competenter Astronomen zu stellen und mit den Resultaten anderer Geometer, welche dieser langwierigen Arbeit ihre Kräfte gewidmet, zu vergleichen:

Elemente im Perihel 1835, *auf das gleichzeitige mittlere Aequinoctium bezogen.*
(Die Zeit ist vom Mittag an gerechnet.)

Nach *Damoiseau*, mit Rücksicht auf die Verfrühung des Perihels durch die Wirkung der Erde im Jahre 1759:	*Pontecoulant's* neueste Elemente:	Nach *Rosenberger's* Störungen bis zum 296° der excentr. Anom., verbunden mit den *Damoiseau*'schen von 296° bis 360°:	Nach meiner Rechnung:
			(M. B. Z.)
T = 1835 Nov. 4,32 M. P. Z.	T = 1835 Nov. 12,7 M. P. Z.	T = 1835 Nov. 11,576 (Nov. 3,844)	1835 Nov. 26,27
Kleinster Abst. von der ⊙ = 0,585520	Kl. Abstand von ⊙ = 0,584539	Kl. Abst. von ⊙ = 0,58657	0,586782
a = 17,99035	a = 17,997554	a = 17,98792 (17,98297)	17,86452
n = 55° 7′ 6″	n = 55° 29′ 57″	n = 55° 11′ 21″	55° 9′ 43″
Perihel in der Bahn = 304° 34′ 27″	Perihel = 304° 31′ 43″	Perihel = 304° 30′ 59″	304 30 11
i = 17° 46′ 51″	i = 17° 44′ 24″	i = 17° 43′ 25″	17 44 46
(Siehe die Turiner Preisschrift)			

Bewegung rückläufig.

Bei *Rosenberger's* Angaben beziehen sich die eingeklammerten Zahlen auf die Wirkung des hypothetisch angenommenen Widerstandes; bei meiner grofsen Axe ist schon die halbe Total-Wirkung des Widerstandes applicirt, welche erfahrungsmäfsig aus den Beobachtungen von 1607 gefolgert wurde.

Der auffallendste Unterschied dieser meiner Resultate von denen anderer Berechner besteht nicht in der um 14 Tage späteren Zeit des Perihels, sondern in dem viel kleineren Werthe der grofsen Axe, wonach das im Anfang des künftigen Jahrhunderts zu erwartende Perihel sich um ½ Jahre früher ergeben würde. Aber diese auffallende Differenz läfst sich leicht erklären. Zu dem Ende setze ich hier erst eine Vergleichung meiner Störungen vom Perihel 1759 bis zum diesjährigen Perihel mit den *Rosenberger*'schen her: (die Präcession ist nicht mit eingeschlossen)

	Δa	Δh	Δi	Δn	$\Delta \varpi$	$\Delta T'$
			′ ″	′ ″	′	Tage.
	− 0,22629	+ 0,001933	− 7 10,9	+ 15 51	+ 10	+ 89,94
Rosenberger hat:	− 0,09990	+ 0,001798	− 6 50,0	+ 15 0	− 1 26	+ 96,13
Unterschiede:	− 0,12639	+ 0,000135	− 20″9	+ 51″	+ 1′ 36″	− 6,19

Diese Unterschiede sind unbedeutend, aufser bei T' und a. Den bei T' glaube ich am besten aus der Verschiedenheit der befolgten Methoden (die excentrische Anomalie oder die Zeit als absolute Variable zu betrachten) erklären zu können, indem die grofse Axe im Perihel 1759, von welcher *Rosenberger* ausging, sich von der meinigen merklich unterschied; und ich habe mich oben bemüht, die schwache Seite der Methode, welche die excentrische Anomalie als absolute Variable betrachtet, aufzudecken. Der ungeheure Unterschied in den Störungen von a aber verschwindet gröfstentheils, wenn man die Störungen nur bis zum 296sten Grade der excentrischen Anomalie fortgeführt denkt; denn bis dahin finde ich Δa = − 0,054, *Rosenberger* aber − 0,052. Es ist also ersichtlich, dafs der grofse Unterschied der Störungen von a nur von der starken Annäherung des Kometen an Jupiter im XIten Zeichen der excentrischen Anomalie herrührt, wodurch Störungen hervorgebracht werden, welche mit Sicherheit zu bestimmen schon eine sehr genaue Kenntnifs der Zeit des diesjährigen Perihels voraussetzt; diese Zeit läfst sich aber nur aus einer sehr scharfen Kenntnifs der grofsen Axe von 1759, oder besser aus den in diesem Jahre 1835 noch zu machenden Beobachtungen schliefsen.

Die Rechnungen zur Vorausbestimmung der diesjährigen Elemente unseres Kometen würden allen Werth verlieren, und könnten selbst bei der Aufsuchung des anrückenden Kometen irre führen, wenn man nicht den Grad ihrer Zuver-

Digitized by Google

läßigkeit und besonders den bei Bestimmung der Zeit des Perihels möglichen Fehler beurtheilen könnte. Das ist freilich bei einer so weitläuftigen Rechnung und beim Zusammenwirken so complicirter Umstände schwierig; doch läfst die geringe Genauigkeit der Beobachtungen von 1682 im Vergleich zu denen von 1759, welche besonders bei der starken Annäherung an Saturn und Jupiter in den Jahren 1680 bis 1684 in ihren Folgen merklich wird, desgleichen auch die noch nicht völlig scharf bestimmte Jupitersmasse (welche vorzüglich bei der nahen Zusammenkunft dieses Planeten mit dem Kometen im Jahre 1681 in Betracht kommt), fürchten, dafs es, aus den bisherigen Beobachtungen dieses Kometen und nach unserer jetzigen Kenntnifs des Planeten-Systems, überhaupt unmöglich sein möchte, in der Verkündigung der diesjährigen Sonnennähe eine gröfsere Zuverlässigkeit zu erreichen als à quelques jours près, wie *Laplace* sagt (Méc. cél. Tom. IV. gegen Ende der 215ten Seite). Um aber durch Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen dieses Jahres einen sichereren Maafsstab der Beurtheilung der Fortschritte der Kometen-Astronomie seit *Clairaut's* Zeiten zu geben, habe ich nach meinen Elementen eine Ephemeride berechnet, welche im Allgemeinen von 4 zu 4 Tagen für den Berliner mittleren Mittag, um die Zeit der Erdnähe aber von 24 zu 24 Stunden den geocentrischen Lauf des Kometen angiebt. Ich begnügte mich dabei mit einer Präcision, welche einer dreiziffrigen logarithmischen Rechnung entspricht, (wegen der eben angeführten Ungewifsheit der Zeit des Perihels); hiebei war es, wie sich von selbst versteht, erlaubt, die Bahn des Kometen als eine unveränderliche Ellipse zu betrachten, und Nutation des Aequinoctialpuncts, Aberration und Parallaxe zu vernachläfsigen. Von der Wirkung des Mars auf den Kometen bei seinem Anrücken zur Erdbahn ist nichts zu fürchten, weil er mehrere Halbmesser der Erdbahn von ihm entfernt bleibt; die nahe Zusammenkunft mit der Venus aber findet erst nach dem Perihel statt, und die Wirkung der Erde im October dieses Jahrs ändert nur die grofse Axe merklich, was aber auf die Ephemeride keinen erheblichen Einfluss hat. Für die letztere habe ich nicht nöthig gefunden, das *Kepler*'sche Problem nochmals zu lösen (was um das Perihel herum allemal Weitläuftigkeit macht, man mag nun die Formel $u - e \sin u = m$ *) anwenden, oder die wahre Anomalie durch eine nach den Potenzen von $1 - e$ geordnete Reihe bestimmen); ich habe vielmehr zwischen den wahren Anomalien, welche meiner Berechnung der Störungen in dem letzten kurzen Zeitraume zum Grunde lagen, interpolirt und den Radius Vector durch die Formel $\frac{h^2}{1 + e \cos \varphi}$ bestimmt. Die Elemente der Lage der Kometenbahn, nämlich i, n und ω, wurden ein- für allemal von der Ecliptik auf den Aequator reducirt, und so die heliocentrische gerade Aufsteigung und Abweichung des Kometen gefunden. Daraus ergaben sich die heliocentrischen Coordinaten des Kometen in Beziehung auf den Aequator; und hierzu die Sonnen-Coordinaten gethan, welche im *Encke*'schen Jahrbuch für 1836 als eine so höchst erwünschte Zugabe erscheinen, gaben die geocentrischen Coordinaten, woraus sich ohne weitere Umstände die geocentrische gerade Aufsteigung und Abweichung und die Entfernung des Kometen von der Erde fanden. Zwischen den rechtwinkligen geocentrischen Coordinaten des Kometen um die Zeit der Erdnähe von 4 zu 4 Tagen wurde noch überdies interpolirt, um sie von 24 zu 24 Stunden zu erhalten. Ich fange die Ephemeride mit dem 1sten Juli an, um sie desto leichter mit der *Bouvard*'schen (in der *Bibliothèque universelle de Génève* enthaltenen) vergleichen zu können: auch möchte die Entfernung des Kometen von Sonne und Erde schon jetzt kein Hindernifs sein, ihn mit guten Fernröhren aufzufinden; ein solches liegt vielmehr nur in der starken sommerlichen Dämmerung, und es läfst sich nicht recht mit Bestimmtheit angeben, wann dieses Hindernifs aufhört wirksam zu sein.

		AR.	Decl.	Entfernung von ☉	Entfernung von ♁
Juli	1	76° 19′	+ 19 44′	2,54	3,45
	5	77 6	+ 19 57	2,48	3,36
	9	77 51	+ 20 9	2,43	3,28
	13	78 37	+ 20 20	2,38	3,19
	17	79 26	+ 20 32	2,32	3,09
	21	80 11	+ 20 45	2,27	3,00
	25	80 56	+ 20 58	2,22	2,90
	29	81 42	+ 21 10	2,17	2,79
Aug.	2	82 26	+ 21 23	2,12	2,69
	6	83 14	+ 21 38	2,06	2,57
	10	84 4	+ 21 53	2,00	2,45
	14	85 2	+ 22 10	1,93	2,31
	18	85 54	+ 22 25	1,87	2,19
	22	86 37	+ 22 45	1,82	2,07
	26	87 27	+ 23 7	1,76	1,93
	30	88 8	+ 23 30	1,71	1,81
Sept.	3	88 44	+ 23 54	1,66	1,68
	7	89 25	+ 24 25	1,60	1,54
	11	90 0	+ 25 2	1,53	1,39
	15	90 30	+ 25 47	1,510	1,281
	19	91 0	+ 26 42	1,451	1,138
	23	91 35	+ 27 56	1,389	0,990
	27	92 14	+ 29 35	1,327	0,843
Oct.	1	93 0	+ 31 50	1,268	0,697
	5	93 55	+ 35 17	1,208	0,553
	9	95 19	+ 43 55	1,147	0,410
	13	98 46	+ 53 10	1,085	0,274

*) u ist excentrische, m die mittlere Anomalie, und φ die wahre

Digitized by Google

		AR.	Decl.	Entfernung von ☉	Entfernung von ♁
Oct.	14	100°44′	+ 58°13′	1,070	0,243
	15	104 16	+ 64 34	1,055	0,214
	16	112 14	+ 72 35	1,039	0,189
	17	141 39	+ 81 12	1,024	0,170
	18	227 13	+ 79 38	1,008	0,157
	19	252 36	+ 66 54	0,992	0,154
	20	259 59	+ 53 13	0,977	0,160
	21	263 10	+ 41 3	0,961	0,175
	22	265 1	+ 31 9	0,946	0,196
	23	266 12	+ 23 22	0,931	0,223
	24	267 2	+ 17 19	0,916	0,253
	25	267 38	+ 12 34	0,901	0,284
	29	268 48	+ 1 3	0,841	0,423
Nov.	2	269 2	— 4 47	0,784	0,571
	6	268 57	— 8 16	0,732	0,716
	10	268 40	— 10 37	0,686	0,856
	14	268 8	— 12 23	0,647	0,992
	18	267 17	— 13 51	0,616	1,123
	22	266 9	— 15 14	0,595	1,247
	26	264 41	— 16 16	0,587	1,362

Hieraus ergeben sich noch folgende Umstände, welche von den Resultaten anderer Berechner merklich abweichen: Kleinste Entfernung des Kometen von der Erde = 0,154 Halbmesser der Erdbahn = 3190000 geographische Meilen, am 19ten October Morgens 8 Uhr bürgerliche Berliner mittlere Zeit, um die Zeit des Neumondes (die *Boguslawski*'sche Ephemeride nach den vorletzten *Pontécoulant*'schen Elementen giebt · Kleinste Entfernung von der Erde: 3758000 Meilen, am 6ten October, um die Zeit des Vollmondes; also keine so vortheilhafte Sichtbarkeit des Kometen, als nach meiner Rechnung). Ich finde ferner: gröfste nördliche Abweichung des Kometen: 81°49′ am 17,35 October. Der Komet geht nicht durch den grofsen, sondern durch den kleinen Bären, dann durch den Herkules und Schlangenmann. Gröfste AR. 269°3′ am 2,24 November.

J. W. H. Lehmann.

Elemente des Doppelsterns σ Coronae nach *Enckes* Methode berechnet, von Herrn *Mädler*.

Durchgang durchs Perihelium 1836,73
Umlaufszeit 199,95 Jahr.
Excentricitäts-Winkel 35°13′,6
Neigung 39 48,8

Halbe grofse Axe 2″9279
Knoten 129°22′,0 } M. Aeq. 1830.
Perihel 146 5,9 }
Bewegung rückläufig.

Vergleichung.

Die Beobachtungen sind auf das Aequinoctium von 1830 reducirt.

Zeit.	Position berechnet.	Position beobachtet.	Diff.	Distanz berechn.	Distanz beob.	Differenz.	
1781,79	348°19′	347°49′	— 30	3″465	(3″3)		*Herschel.*
1802,74	11 39	11 33	— 6	2,487			*Herschel.*
1819,60	54 5	50 22	—223	1,605			*Struve.*
1821,30	60 44	65 19	+275	1,541			*Herschel* u. *South.*
1822,67	66 28	61 3	—325	1,495			*Struve.*
1823,47	69 59	72 59	+180	1,472	1,45	— 0,022	*Herschel* u. *South.*
1825,44	79 7	77 32	— 95	1,420	1,48	+ 0,060	*South.*
1826,77	85 38	89 1	+203	1,391	1,30	— 0,091	*Struve.*
1828,50	94 30	92 7	—143	1,358			*Herschel j.*
1830,28	104 2	105 5	+ 63	1,329	1,22	— 0,109	*Herschel j.*
1830,52	105 20	107 17	+117	1,326			*Dawes.*
1831,35	110 25	111 32	+ 67	1,316	1,57	+ 0,254	*Dawes.*
———	———	108 46	— 99	———	1,39	+ 0,074	*Herschel j.*
1835,45	134 11	134 44	+ 33	1,243	(1,3)		*Mädler.*

Mittlerer Fehler einer Position 214′.

Ephemeride.		
1836,0	137°38′	1″230
37	144 7	1,209
38	150 50	1,190
39	157 45	1,173
1840	164 52	1,158
41	172 10	1,148
42	179 33	1,145
43	186 55	1,148
44	194 12	1,159
45	201 16	1,181
46	208 2	1,211
47	214 26	1,249
48	220 25	1,294
49	225 58	1,346
1850	231 5	1,404
51	235 47	1,466
52	240 6	1,531
53	244 3	1,599
54	247 40	1,670
55	251 0	1,741
56	254 3	1,813
57	256 49	1,885

Um diese Positionen mit den Beobachtungen zu vergleichen, mufs für jedes seit 1830 verflossene Jahr +0′357 hinzugefügt werden.

Zur Bestimmung der Position für 1835,45 habe ich an 4 Abenden Beobachtungen angestellt, und folgende Werthe erhalten, deren jede das Mittel aus 10 Ablesungen ist.

1835 Juni 9. 135° 1′9
11. 135 12,9
1835 Juni 13. 136° 1′4
20. 132 49,7 Geschätzte Distanz = 1″,3.

Die übrigen Angaben sind nach *Herschel* angesetzt; die Distanz für 1781 aus den Abständen in Durchmessern, die sich bei *Herschel* dem Vater finden, geschlossen.

Ist π die Parallaxe des Sternenpaars und *M* seine Masse, so geben die vorstehenden Elemente $\pi\sqrt[3]{M} = 0''0857$.

Mädler.

Altona 1835, Juli 25. (Nr. 283, 284, 285 und 286 werden nachgeliefert.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 288.

Einige Bemerkungen Störungsrechnungen überhaupt, zunächst aber meine und Herrn Doctor *Lehmanns* Rechnungen über den *Halley*'schen Kometen betreffend.

Von Herrn Professor *Rosenberger* in Halle.

Vor wenigen Tagen erhielt ich Nr. 287 der Astr. Nachr. mit der Abhandlung des Herrn Prediger Dr. *Lehmann*, welche die Störungen und die nächste Wiederkehr des *Halley*schen Kometen zum Gegenstande hat. Die wesentliche Abweichung seiner Resultate in Betreff der Störungen vom Perihelio 1682 bis eben dahin 1759 von den meinigen mufste natürlich meine Aufmerksamkeit im höchsten Grade in Anspruch nehmen. Herr Dr. *Lehmann* bemüht sich diese Differenz durch den Umstand zu erklären, dafs von ihm die Zeit, von mir dagegen die excentrische Anomalie des Kometen als ursprünglich veränderlich betrachtet worden ist. Dies kann nun meiner Meinung nach unmöglich der wahre Grund des so auffallend grofsen Unterschiedes sein und da ich im Stande zu sein glaube ihn anderswo nachzuweisen, so erlaube ich mir um so eher einige kurze Bemerkungen über diesen Gegenstand.

Bei jeder Art die Störungen zu berechnen mufs man eine so genaue vorläufige Kenntnifs der Elemente des Kometen voraussetzen, dafs diese dazu hinreichen seine Coordinaten für jeden gegebenen Augenblick seiner ganzen Bewegung mit hinlänglicher Schärfe zu bestimmen. Im Grunde wird also verlangt, dafs man seine Störungen schon kennt und jeden Differentialquotienten mit denjenigen Elementen des Kometen berechnet, welche in dem Zeitpunct Statt finden, auf welchen der zu berechnende Differentialquotient selbst sich bezieht. Ist dies im erforderlichen Grade der Fall, so ist es offenbar ganz gleichgültig, ob man die Zeit, oder die excentrische Anomalie, oder auch den Radius vector oder sonst ein beliebiges Element der Rechnung gleichförmig wachsen läfst. Immer gehört zu demselben Zeitpunct dieselbe excentrische Anomalie, die nehmlichen Koordinaten des Kometen so wie der störenden Planeten und umgekehrt. Der ganze Unterschied besteht ganz allein darin, dafs man ein Mal für gleiche, das andere Mal für ungleiche Zeitintervalle die Rechnung führt, was nur auf die Bequemlichkeit, keineswegs aber auf das Endresultat der Rechnung wirken kann. Uebrigens würde ich, wenn ich jetzt erst meine Rechnung anfinge, eben der grösern Bequemlichkeit wegen, wahrscheinlich vorziehen die Differentialquotienten, wenigstens theilweise, für gleich grofse Intervalle zu bestimmen.

In der Regel sind die störenden Kräfte nicht bedeutend, und in Folge dessen die Differentialquotienten selbst, welche z. B. die Aenderung der mittlern täglichen Bewegung des Kometen in 20 Tagen oder für einen Grad Zunahme der exc. Anom. angeben, ebenfalls gering. Die Elemente ändern sich in diesem Fall überhaupt nur wenig und ziemlich regelmäfsig, d. h. für nicht zu grofse Zwischenzeiten ungefähr der Zeit, oder auch der exc. Anom. proportional. Auf diesen Umstand ist das hergebrachte Verfahren gegründet, die Elemente, welche eigentlich nur für einen ganz bestimmten Zeitpunct (z. B. für das Perihelium 1682) gelten, längere oder kürzere Zeit in der Rechnung unverändert anzuwenden und sie z. B. erst nach 150 Tagen zu corrigiren. Dieses Verfahren hat alle erforderliche Schärfe, wenn z. B. während des ganzen Zeitraums von 150 Tagen die ersten vier Ziffern der mittl. tägl. Bewegung (für welchen Zeitpunct innerhalb dieser 150 Tage man auch ihren Werth bestimmen mag) ganz dieselben bleiben und die fünfte Ziffer auf den Werth der berechneten Differentialquotienten durchaus keinen Einfluss hat, und wenn von den andern Elementen mutatis mutandis dasselbe gilt. Dieser Fall ist, mehr oder weniger strenge, der gewöhnliche, ich glaube aber behaupten zu dürfen, dafs man ohne die gröfsten Weitläuftigkeiten das eben angedeutete Verfahren nicht überall anwenden kann und dafs wahrscheinlich in diesem, bis jetzt meines Wissens nirgends ausdrücklich hervorgehobenen Umstande, welchen Herr Doctor *Lehmann* übersehen zu haben scheint, der wahre Grund unserer so weit von einander abweichenden Resultate zu suchen sein dürfte.

Nähert sich nehmlich der Komet z. B. dem Jupiter, bis auf ungewöhnlich kleine Entfernungen, so werden die Aenderungen seiner Elemente in verhältnifsmäfsig kurzen Zwischenzeiten ausnehmend grofs und es sind z. B. ganz ver-

Digitized by Google

schiedene Elemente, welche am 8ten April, am 8ten Mai und am 7ten Juni 1683 seine Bewegung bestimmen. Gerade hier bedingen aber kleine Veränderungen seiner Koordinaten grofse Aenderungen der auf ihn wirkenden Kräfte, also auch sehr verschiedene Werthe der Differentialquotienten $\left(\frac{da}{dt}\right)$, $\left(\frac{de}{dt}\right)$ etc. für die eben genannten Zeitpuncte. Hier darf man nicht mehr die am 8ten April gültigen Elemente auch nur 50 Tage lang unverändert beibehalten, geschweige denn 360 Tage lang mit unveränderten Elementen rechnen, wie Herr Doctor *Lehmann*, wenn ich ihn recht verstehe (pag. 375 seiner Abhandlung) gethan hat.

Um dies deutlicher vor Augen zu legen, setze ich hier die nachstehenden Resultate meiner Rechnung her:

Für 30° der wirklichen (gestörten) exc. Anom. des Kometen hatte ich folgende auf die Sonne als Centrum bezogenen Elemente erhalten:

$$\nu = 45'',778236 \quad e = 0{,}9679387.8\,\text{ff} \quad (1)$$

Unter der Voraussetzung, dafs diese Elemente unverändert dieselben bleiben, ergab sich die Aenderung der mittlern täglichen Bewegung je für einen Grad Zunahme der exc. Anom. des Kometen, blofs wegen der Jupiterstörungen, wie folgt:

ε	dν
°	
30	— 9616
31	—11864
32	—14489
33	—17532
34	—21000
35	—24843
36	—28880
37	—32667
38	—35312
39	—35199
40	—29850
Summe =	—242440

ε	dν
°	
40,0	—29850
40,5	—24298
41,0	—16444
41,5	— 6190
42,0	+ 6253
42,5	+20319
43,0	+35097
43,5	+49473
44,0	+62339
44,5	+72830
45,0	+80466
45,5	+85183
46,0	+87235
Summe =	$\frac{+394024}{2}$ = +197012

Eine Zunahme der mittl. tägl. Bewegung um 0″001620 correspondirt einer Abnahme der Umlaufszeit von einem Tage.

Die Zeit, welche der Komet braucht, um von 30° bis 46° exc. Anom. zu gelangen, beträgt ungefähr 302 Tage. Die ganze Störung, welche seine mittlere tägl. Bewegung während dieser Zeit nach dem Obigen erfährt, wäre = —242440 + 197012 oder $\Delta\nu = -0'',045428$; denn die angegebenen Zahlen sind Einheiten der sechsten Decimalstelle.

Diese oben angeführten Differentialquotienten sind aber aus einem doppelten Grunde fehlerhaft. Erstens nehmlich ist bei ihrer Berechnung der Factor $\frac{1}{1+f}$ (A. N. Nr. 250. pag. 160) fortgelassen worden und zweitens sind bei ihrer Berechnung überall unrichtige, meistens *sehr* unrichtige Elemente angewandt worden.

Ich vertauschte nun zuerst den Factor $\frac{1}{1+f}$ mit $(1-f)$ und berechnete die um dieses Factors willen erforderliche Correction der erhaltenen Differentialquotienten besonders. Alsdann mittelte ich durch Integration die genäherten wahren Werthe der Elemente für 32°, 34°, 36°, 38°, 40°, 41°, 42°, 43°, 44°, 45°, 46° exc. Anomalie des Kometen aus und berechnete durch besonders dazu entwickelte Differentialformeln die Aenderungen, welche jeder von den, für die angeführten Werthe der excentr. Anom. oben angegebenen, Differentialquotienten erfahren haben würde, wenn er mit den ihm zugehörigen Elementen berechnet worden wäre. Ich erhielt auf diese Weise folgende, doppelt genommene, Aenderungen der oben angeführten, ursprünglich berechneten Differentialquotienten:

ε	F	E	C
30°	— 52	0	— 52
32	—125	— 56	— 181
34	—275	— 145	— 420
36	—549	— 319	— 868
38	—875	— 299	—1174
40	—703	+1260	+ 557
Summa =			—2716

ε	F	E	C
40°	— 703	+1260	+ 557
41	— 262	+3143	+2881
42	— 4	+5035	+5031
43	— 674	+5410	+4736
44	—2413	+3673	+1260
45	—4226	+1311	—2915
46	—5099	+ 8	—5091
Summa =			½(+9036)
=			+4518

Die Spalte *F* giebt die Correction wegen des Factors $\frac{1}{1+f}$, welche von den störenden Kräften im Augenblick der Rechnung abhängt; die Spalte *E* die Correction wegen der Veränderlichkeit der Elemente, welche von dem Betrage der Störungen von 30° exc. Anom. bis zum Augenblick der Rechnung abhängig ist. Die Spalte *C* ist die Summe beider Correctionen. Die Zunahme der mittlern täglichen Bewegung von 30° bis 46° exc. Anom. des Kometen beträgt also nach diesen beiden Correctionen + 0″,001802 mehr, als ohne dieselben gefunden worden war.

Die Correction *F* hatte Herr Doctor *Lehmann* bei seiner Rechnung nicht nöthig, dagegen trifft die Spalte *E* seine Rechnung eben so gut, wie die meinige, und es scheint mir kaum einem Zweifel zu unterliegen, dafs unsere Resultate in Uebereinstimmung kommen werden, wenn hierauf gehörig geachtet wird. Wie wichtig der von mir bemerklich gemachte Umstand werden kann, das zeigt sich durch die blofse Ansicht der oben in der Spalte *E* befindlichen Zahlen.

Digitized by Google

Die folgende Ueberlegung aber scheint mir dazu geeignet das, worauf es hier ankommt, noch augenscheinlicher hervorzuheben.

Bei 46° der gestörten excentr. Anomalie des Kometen finde ich folgende Elemente

$$\nu = 45'',697657 \quad e = 0{,}9679321 \text{ ff.} \ldots\ldots (2)$$

Für den Zeitpunct (t), in welchem diese Elemente Statt finden, hätten die in der ersten Rechnung für 30° bis 46° exc. Anom. gebrauchten [oben unter (1) angeführten] Elemente die exc. Anom. $s = 46°,03334$ gegeben. Nehme ich also das Integral aus der ersten Rechnung bis $s = 46°,03334$ und addire das Integral der Spalte P, so erhalte ich offenbar diejenigen Elemente, welche eine mit den unveränderten Elementen (1), aber für gleich grofse Zeitintervalle, geführte Rechnung als für denselben Zeitmoment (t) gültig ergeben haben würde. Mit andern Worten, wären Herr Doctor *Lehmann* und ich von 30° exc. Anom. mit den oben unter (1) angeführten Elementen ausgegangen und hätten wir beide unsere Rechnung, jeder auf die wirklich von uns angewandte Weise, bis zu dem Zeitpunct t fortgesetzt, in welchem die wirkliche exc. Anom. des Kometen 46° betrug, so hätte ich die mittlere tägliche Bewegung ν am Ende dieses Zeitraums gröfser finden müssen als Herr Doctor *Lehmann*: um die Differenz des Integrals der Spalte E und der Veränderung von ν von 30° bis 30°,03334 exc. Anomalie. Ich finde diese Differenz ungefähr $= +0'',006484$, wodurch die Umlaufszeit des Kometen um 4 volle Tage verkürzt wird. Hiernach scheint der Unterschied von 8 Tagen in Beziehung auf das Perihelium von 1759 nicht zu grofs, um auf die angegebene Weise erklärt werden zu können. Uebrigens zeigt sich auch leicht, wie es zugeht, dafs Herr Dr. *Lehmann*, ungeachtet der grofsen von ihm angewandten Vorsicht und Behutsamkeit, dennoch den hier zur Sprache gebrachten Umstand übersehen konnte. Natürlich mufs man die Intervalle um so kürzer annehmen, je grösser die Störungen sind, welchen der Komet gerade ausgesetzt ist. Um nun nicht zu oft mit der Gröfse der Intervalle wechseln zu müssen, wird man gern die gröfste Nähe eines stark störenden Planeten ungefähr in die Mitte eines längern Zeitraums (z. B. von 360 Tagen) bringen, während dessen Dauer man die Elemente als unveränderlich betrachtet, d. h. die Zeitpuncte, für welche man die Elemente corrigirt, werden niemals zu den Ausnahmefällen gehören, von welchen hier die Rede ist und es werden daher am Ende jedes solchen längern Zeitraums ziemlich die nehmlichen Werthe der berechneten Differentialquotienten erhalten werden, man mag nun von den am Anfange oder am Ende dieses Zeitraums gültigen Elementen Gebrauch machen.

Dazu kommt, dafs der Totaleffect, welchen die vorübergehende sehr grofse Nähe eines störenden Planeten auf die Elemente des Kometen hervorbringt, im Vergleich mit den ausnehmend grofsen Werthen der Differentialquotienten für die Zeit dieser Nähe, ganz unbedeutend zu sein pflegt, so dafs also auch die Elemente selbst am Anfange und am Ende des längern Zeitraums (von 360 Tagen) in der Regel nicht wesentlich von einander verschieden sein werden, es mag nun während seiner Dauer der Komet sehr nahe bei dem Jupiter oder Saturn vorbeigegangen sein, oder nicht.

Das Wesentliche von alle dem, was ich hier zu meiner nothgedrungenen Vertheidigung vielleicht zu ausführlich darstellen mufste, habe ich schon in Nr. 250 der A. N. p. 161 deutlich und unzweideutig hervorgehoben. Damals glaubte ich von einem, meines Dafürhaltens, ganz natürlichen und einfachen Umstande um so weniger viele Worte machen zu dürfen, da ich der Meinung war, dafs das Princip, worauf sich mein Verfahren gründet, keinesweges ein neues, sondern schon durch andere Astronomen vor mir, wenn auch auf eine in der Form verschiedene, vielleicht zweckmäfsigere Weise in Anwendung gekommen sey. Und derselben Meinung bin ich, wie natürlich, auch noch heute.

Ich benutze diese Gelegenheit, um noch ein Mal auf den grofsen Vortheil zurück zu kommen, welchen man in geeigneten Fällen dadurch erreichen kann, dafs man die Bewegung des Kometen auf den Schwerpunct des Sonnensystems als Mittelpunct seiner Bahn bezieht, und setze zu dem Ende einige Differentialquotienten für die Zeit des Aphelium hierher. Diese Differentialquotienten drücken die Aenderungen seiner mittlern täglichen Bewegung (46″,4) für eine Zunahme der exc. Anom. von resp. 2° und 6° aus und sind ebenfalls in Einheiten der sechsten Decimalstelle angegeben.

	Jupiter.	Saturn.	Uranus.	
s	$d\nu$	$d\nu$	s	$d\nu$
170°	− 8	− 2	150°	+187
172	+ 3	− 5	156	+ 93
174	+11	− 6	162	+ 34
176	+14	− 7	168	+ 8
178	+ 9	− 7	174	+ 0
180	+ 2	− 8	180	− 1
180°	+ 2	− 8	180°	− 0
182	− 5	− 9	186	− 0
184	− 9	−10	192	− 3
186	−11	−11	198	− 11
188	− 8	−12	204	− 24
190	− 2	−13	210	− 44

Endlich habe ich noch zu bemerken, dafs zwar die in Nr. 180 und Nr. 196 der A. N. von mir aufgeführten Differentialquotienten bei den Rechnungen, von welchen ich in

Digitized by Google

Nr. 250 und Nr. 296 dieser Zeitschrift Bericht erstattet habe, durchaus nicht benutzt worden sind, dafs mir aber eine nochmalige flüchtige Integration den Werth von Δa für den 9ten Juni 1759 $= -0{,}012675$ gegeben hat. Wahrscheinlich hat Herr Dr. *Lehmann* nicht bemerkt, dafs die letzte Zeile auf pag. 226 (A. N. Nr. 180) auf der folgenden Seite wiederholt worden ist. Wäre diese Vermuthung gegründet, so hätte Herr Dr. *Lehmann* bei Berücksichtigung dieses Umstandes $\Delta a = -0{,}012749$ erhalten, was mit meiner Angabe, $\Delta a = -0{,}012685$, so genau übereinstimmt, als man den Umständen nach erwarten kann, da ich die Aenderung von a während eines jeden Intervalls durch die vier zunächst gelegenen Differentialquotienten bestimmt, also für die Summe aller Störungen von Jan. 0 bis Jan. 160 nur die drei ersten Differenzreihen berücksichtigt habe.

Halle den 31sten Juli 1835.

O. A. Rosenberger.

Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1835. August 2.

Nachdem ich es schon, nach vier vergeblich geopferten Nächten, fast aufgegeben hatte, den *Encke*schen Kometen aufzufinden, weil der scheinbar ganz heitere Himmel so nahe am Horizonte nie durchsichtig genug war, und die Dämmerung zu schnell hindernd eintrat, scheint es mir doch, als sey es mir gelungen, ihn in der Nacht vom 30sten zum 31sten Juli zu finden, und 4 Mal am Kreis-Mikrometer zu beobachten. Es leidet fast keinen Zweifel, dafs es sich so verhält; allein ich fühle mich nicht eher ganz beruhigt, als bis ich den Ort, wo ich ihn wahrgenommen, noch ein Mal gesehen, und den Vergleichsstern mit Zuverlässigkeit recognoscirt habe. In der Nacht zum 1sten Aug. war es ganz trübe, und in der verwichenen Nacht war die Luft gegen den Horizont zu wieder nicht durchsichtig genug, obwohl ich behaupten möchte, in einigen Momenten, wo die Sterne: $6^h\,57'\,10'',50$ und $6^h\,57'\,39'',30$ der *Bessel*schen Zone vom 13ten Febr. 1828, etwas durchschimmerten, auch den Cometen südöstlich von ihnen sehr blafs wahrgenommen zu haben.

Am 30sten um $14^h\,15'$ m. Bresl. Zeit fand ich bei sehr durchsichtiger Luft, nach einem stürmischen Regentag, aber leider bei schon etwas merklicher Dämmerung ungefähr in 110° AR. und gegen 30° nördl. Declination einen sehr verwaschenen, doch wie es schien etwas oval geformten Nebel, um ¼ oder ⅓ gröfser im scheinbaren Durchmesser als der *Biela*sche Comet gegen Ende Novbr. 1832, aber von bedeutend matterem Lichte. Es war keine Zeit zu verlieren, und ich eilte ihn am Kreis-Mikrometer des 4½füfsigen Fraunhofer mit einem nördlich von ihm stehenden Sterne 8r Gröfse, wie folgt, zu vergleichen.

Auf Sternzeit reducirt.

$22^h\,54'\,28'',11$	Comet	E.	südl. vom Centr.
55 3,01	Stern	E.	nördl. vom Centr.
56 4,78	Stern	A.	
56 20,84	Comet	A.	
58 3,13	Comet	E.	immer Comet südl. und Stern nördl. vom Centr.
58 24,39	Stern	E.	
59 41,04	Stern	A.	
59 49,06	Comet	A.	
23 2 25,52	Comet	E.	
2 39,57	Stern	E.	
4 1,81	Stern	A.	
4 4,22	Comet	A.	
7 32,04	Comet	E.	
7 57,91	Stern	E.	
8 59,89	Stern	A.	
9 15,94	Comet	A.	

Vergeblich bemühte ich mich, ihn noch zum 5ten Male zu beobachten. Die Dämmerung, vielleicht auch die Undurchsichtigkeit der Luft, nahmen so schnell zu, dafs auch nicht mehr möglich war, über den Vergleichsstern ganz vollständig ins Klare zu kommen. Es leidet aber fast keinen Zweifel, dafs es der Stern ist, welchen Herr Geh. Rath *Bessel* am 13ten Febr. 1828 um $6^h\,44'\,21'',10$ beobachtet hat. Der Barometer stand kurze Zeit nach Beendigung der Beobachtungen $27^Z\,9^L,28$ Par. bei (+ 13°,3) R. innerer und + 6°,6 R. äusserer Temperatur.

Um 10^h m. Zt. Abends vorher waren die Maafse $27^L\,8^Z,60$ + (13,9) R. und + 10°,0 R.

Weil die Stellung des Kreis-Mikrometers etwas anders war, als im Winter, wo ich das Gesichtsfeld mittelst Plejadensterne ermittelt hatte, so habe ich schnell eine kleine Reihe Messungen des Durchmessers mit dem Theodoliten angestellt, deren Resultat bis hieher 25′ 31″,97 nicht bedeutend von der Wahrheit abweichen kann. Die vervollständigte Bestimmung werde ich Ihnen demnächst mit den Reductionen zusenden.

Ich bin der Hoffnung, dafs es noch mehreren Astronomen gelungen seyn möge, eine noch gröfsere Reihe von Beobachtungen dieses so wichtigen und interessanten Weltkörpers zu erlangen.

v. Boguslawski.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, an den Herausgeber.

Cracau 1835. Juli 23.

Wie bei dem ersten Bande meines Verzeichnisses, so habe ich auch bei dem zweiten, der mit nächster Post an den Druckort abgeht, alle Sterne, die zwei- oder mehrmals beobachtet wurden, der Wahrscheinlichkeitsrechnung unterworfen, um den wahrscheinlichen Fehler einer AR. und einer Declination auszumitteln. Diese Untersuchung gab mir folgende Resultate:

Die VI. Stunde gab aus 338 Beobachtungen 165 verschiedener Sterne den wahrscheinlichen Fehler

in AR. = 0″1247 mit den Gränzen 0,1279 / 0,1215
in Decl. = 1,0091 mit den Gränzen 1,0353 / 0,9829

Die VII. Stunde gab aus 323 Beobachtungen 157 verschiedener Sterne den wahrscheinlichen Fehler

in AR. = 0″1240 mit den Gränzen 0,1273 / 0,1207
in Decl. = 0,9189 mit den Gränzen 0,9433 / 0,8945

Die VIII. Stunde gab aus 339 Beobachtungen 167 verschiedener Sterne den wahrscheinlichen Fehler

in AR. = 0″1240 mit den Gränzen 0,1272 / 0,1208
in Decl. = 0,9071 mit den Gränzen 0,9306 / 0,8836

Die IX. Stunde gab aus 305 Beobachtungen 149 verschiedener Sterne den wahrscheinlichen Fehler

in AR. = 0″1097 mit den Gränzen 0,1127 / 0,1067
in Decl. = 0,8956 mit den Gränzen 0,9201 / 0,8711

Die X. Stunde gab aus 363 Beobachtungen für die AR., und 364 für die Declination 174 verschiedener Sterne den wahrscheinlichen Fehler

in AR. = 0″1007 mit den Gränzen 0,1032 / 0,0981
in Decl. = 0,9363 mit den Gränzen 0,9597 / 0,9129

Die XI. Stunde gab aus 335 Beobachtungen 155 verschiedener Sterne den wahrscheinlichen Fehler

in AR. = 0″1043 mit den Gränzen 0,1070 / 0,1016
in Decl. = 1,3563 mit den Gränzen 1,3917 / 1,3210

Die Summe aller Fehlerquadrate in diesen 6 Stunden ist

für AR. = 58,4394
für Decl. = 4563,39

und zwar ist die Zahl der erstern 2003, der zweiten 2004 von 967 verschiedenen Sternen.

Daraus ergibt sich für diesen II. Band der wahrscheinliche Fehler einer AR. = 0″1152 mit den Gränzen 0″1164 / 0,1140
einer Decl. = 1,0180 mit den Gränzen 1,0289 / 0,9928

In dem ersten Bande gaben 2493 Beobachtungen für die AR., und 2494 für die Declination

die Summe der Fehlerquadrate für erstere = 130,8854
für letztere = 8143,13.

Combinirt man diese mit denen des zweiten Bandes, so erhält man für die 12 ersten Stunden dieses Verzeichnisses aus der Untersuchung von 4498 Beobachtungen 2148 verschiedener Sterne den wahrscheinlichen Fehler einer

AR. = 0″1384 mit den Gränzen 0″1394 / 0,1374
Decl. = 1,1336 mit den Gränzen 1,1417 / 1,1256

Dieser zweite Band enthält 8781 verschiedene Sterne; hiezu die 7477 des ersten geben 16258 verschiedene Sterne in den ersten 12 Stunden des Verzeichnisses.

Die paar Beobachtungen des *Boguslawskis*chen Cometen, die ich hier erhielt, obwohl auch unter ungünstigen Umständen, will ich hier noch mittheilen.

Den 28sten April 1835 für m. Z. 9^h 58′ 42″ fand ich die AR. des Cometen = 11^h 16′ 35″,24, Decl. = − 7° 5′ 0″7. Der Comet wurde mit dem Stern aus *Bessels* Zonen verglichen, dessen scheinbare Position für diesen Tag war: $\alpha = 11^h 14' 10'',80$, $\delta = -7° 10' 28'',8$. Die zweite genommene Position um 10^h 3′ 14″,34 m. Z. gab die Decl. des Cometen = − 7° 4′ 55″,6. Für 10^h 29′ 43″,0 m. Z. war die AR. des Cometen = 11^h 16′ 31″,89.

Den 30sten April sah ich den Cometen im Meridiankreise; seine Schwäche vertrug aber gar keine Beleuchtung, ich konnte seine Lage daher nur schätzen. Seine Position war für 8^h 36′ 13″,0 m. Z. $\alpha = 11' 8' 14'',9$, $\delta = -6° 8' 17''6$. Die Beobachtungen mit dem Kreismicrometer an diesem Tage gaben Resultate, die in Declination nicht stimmten. Die erhaltenen Rectascensionen sind folgende:

Für 11^h 4′ 30″8 m. Z.		α des Cometen	11^h 7 49″77
14 4,7	—	—	48,27
26 48,1	—	—	45,48
37 8,4	—	—	42,61

Dies ist alles, was ich von diesem Cometen erhalten konnte. Auch jetzt ist das Wetter den Beobachtungen nicht sehr günstig, aufser einigen Tagen der vorigen Woche, wo es einige Nächte hindurch so heiter war, wie ich es seit langer Zeit nicht denke.

Max Weisse,

Digitized by Google

Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1835. Juli 10.

Ich habe die Ehre Ihnen nachstehend die Reduction meiner bisherigen Cometenbeobachtungen zu übersenden, wobei ich nur noch wiederholt bemerken muſs, daſs sie durchgängig nicht denjenigen Grad der Genauigkeit haben, welcher ihnen wohl bei der Kürze der Sichtbarkeit des Kometen zu wünschen gewesen wäre.

Bei der Appertur des Heliometers von nur 33,6 Par. Linien war nur an den ersten Abenden eine schwache Andeutung eines lichteren Punktes in der Mitte des Nebels wahrzunehmen, welcher aber bei Verschiebung der Objektivhälften augenblicklich verschwand. Daher muſste bei den Beobachtungen immer nur die Mitte des schwachen Nebels geschätzt und das Licht des Vergleichssternes durch Verengerung der Appertur bedeutend geschwächt werden. Dazu kam noch, daſs in der ersten Beobachtungsperiode der Himmel nie ganz frei von Höhenrauch und leichtem Schleiergewölk, und bei seiner Wiederauffindung in der Mitte des Mai die nächtliche Dämmerung schon so vorgeschritten war, daſs die Beobachtungen des inzwischen auch sehr lichtschwach gewordenen Cometen völlig nur Schätzungen genannt werden können. Dagegen ist den 5 ersten Beobachtungstagen das Glück zu Theil geworden, daſs Herr Geheimerath *Bessel* die dazu gebrauchten Vergleichssterne in Königsberg neu hat bestimmen lassen, wozu hier keine Hülfsmittel vorhanden sind.

Bei der Reduction ist die Wirkung der Refraction beseitigt, hingegen die der Parallaxe und Aberration nicht.

Den 20. April.

* 7r Gr. 1835 AR. $11^h 57' 33''65$ Decl. $-12°23' 51''45$
appar. $11\ 57\ 34,59$ $-12\ 23\ 59,78.$

M. Z. Breslau.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.
$12^h 39' 7''$	$11^h 58' 10''18$	$-12^h 6' 47''04$

Den 21. April.

* 8r Gr. 1835 AR. $11^h 52' 22''03$ Decl. $-11°14' 12''68$
app. $11\ 52\ 22,96$ app. $11\ 14\ 20,85$

M. Z. Breslau.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.
$9^h 17' 28''$	$11^h 53' 3''61$	$-11°32' 3''35$
$9\ 53\ 58$	$11\ 52\ 53,86$	$30\ 41,55$
$11\ 6\ 58$	$11\ 52\ 35,80$	$30\ 40,46$

Der Comet war zuletzt sehr blaſs.

Den 22. April.

* 9r Gr. 1835 AR. $11^h 48' 57''76$ Decl. $-10°53' 6''84$
app. $58,67$ app. $15,00$

M. Z. Breslau.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.
$10^h 54' 20''$	$11^h 46' 50''46$	$-10°50' 11''85$
$11\ 41\ 19$	$42,33$	$48\ 33,36$

Sehr unsichere Beobachtungen, immer hinter oder zwischen Wolken. Undeutliche Gestalt des Cometen.

Den 23. April.

* 9r Gr. 1835 AR. $11^h 42' 41''87$ Decl. $-10°17' 25''07$
app. $42,75$ app. $33,13$

M. Z. Breslau.	AR app. Com.	Decl. app. Com.
$9^h 35' 7''$	$11^h 41' 37''30$	$-10°13' 37''23$
$10\ 30\ 7$	$26,85$	$11\ 42,22$
$11\ 20\ 7$	$14,52$	$10\ 15,10$
$11\ 45\ 8$	$6,89$	$9\ 22,66$

Den 24. April.

* 9r Gr. 1835 AR. $11^h 35' 33''82$ Decl. $-9°42' 45''84$
app. $34,67$ $53,69$

$11^h 52' 4''$	$11^h 35' 45''07$	$-9°31' 52''26$
$12\ 11\ 4$	$39,77$	$31\ 4,65$
$12\ 27\ 4$	$36,29$	$30\ 36,34$
$12\ 51\ 5$	$32,12$	$30\ 33,75$

Der Comet war zuletzt sehr blaſs.

Den 25. April.

Stern 8r Gr. im Mittel aus einer Beobachtung der Hist. cél. den 10ten April 1798 und 3 *Bessel*schen Zonenbeobachtungen 1824 den 23sten März, 16ten April und 1sten Mai.

AR. app. $11^h 29' 35'',54$ Decl. app. $-8°55' 26'',44$

M. Z. Breslau.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.
$10^h 39' 17''$	$11^h 30' 51''81$	$-8°56' 2''54$
$11\ 0\ 47$	$49,33$	$55\ 29,22$
$11\ 24\ 48$	$41,17$	$54\ 47,70$

Leichtes Schleiergewölk, welches aber immer dichter wurde, und den Anblick des Cometen immer undeutlicher machte.

Den 28. April.

Stern 8.9r Gr. Mittel aus 3 Beobachtungen der Hist. cél. 1795 April 15 u. 27 und 1798 April 23, und 2 Zonen-Beobachtungen von *Bessel* 1824 März 20 u. 23.

AR. app. $11^h 14' 26'',58$ Decl. app. $-7°11' 28''91$

M Z. Breslau.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.
$10^h 24' 40''$	$11^h 16' 31'',83$	$-7°10' 18''42$

ist eigentlich das Mittel aus 2 Beobachtungen. Bei der ersten war wegen einer Störung nur der Richtungswinkel aber nicht der Abstand abgelesen worden. Dann kamen Wolken.

Digitized by Google

Am 29ten April wurde der Comet nur ganz kurze Zeit durch Wolkenspalten gesehen.

Den 30. April.

Stern 6r Gr. 1 Beobachtung Hist. cél. 1798 April 23 und 1 mal *Bessels* Zone 1824 März 20.

AR. app. $11^h 8' 37''81$ Decl. app. $-6° 14' 12''60$.

M. Z. Breslau.	AR app. Com.	Decl. app. Com.
$10^h 32' 17''$	$11^h 7' 51''15$	$-6° 4' 48''23$
11 17 17	42,34	2 59,03
11 37 17	40,95	2 54,06
12 13 17	34,37	2 35,33.

Bei der zweiten und dritten Beobachtung war der Comet am deutlichsten zu sehen, und vertrug eine 70malige Vergrößerung, während sonst nur immer eine 50malige gebraucht werden konnte.

Den 2. Mai.

Stern 9r Gr. nach einer Zonen-Beobachtung von 1824 März 21.

AR. app. $11^h 0' 27''58$ Decl. app. $-5° 14' 48''27$

M. Z. Breslau.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.
$11^h 49' 27''$	$10^h 59' 46''60$	$-5° 1' 58''01$

Der Comet war ungemein blafs.

Am 3ten wurde der Comet zwar aufgefunden, gestattete aber keine Beobachtung. Um $11^h 25'$ M. Z. schien ein Stern 8r Gr., von *Bessel* 1824 März 21 beobachtet, von AR. app. $10^h 56' 4''16$ und Decl. app. $-4° 30' 3''51$ im Nebel des Cometen zu stehen. Der Mondschein erlaubte aber keine weitere genauere Untersuchung. Auch am 4ten Mai glaube ich den Kometen noch gesehen zu haben, von Beobachtung konnte aber nicht die Rede seyn.

Am 17ten Mai fand ich den Cometen wieder auf, natürlich mit Hülfe einer kleinen Ephemeride; denn er war so lichtschwach geworden, dafs bei der vorwaltenden starken Dämmerung dieser schwache Hauch nur immer mit grofser Mühe während der Beobachtung im Auge behalten werden konnte. Dennoch gelangen zwei:

Stern 8r Gr. aus *Bessel's* Zonen-Beobachtung 1823 März 28.

AR. app. $10^h 18' 20''73$ Decl. app. $+0° 41' 19''20$

M. Z. Breslau.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.
$10^h 56' 48''$	$10^h 18' 49''42$	$+0° 35' 42''36$
11 23 48	42,35	36 24,90

Obgleich das Licht des Sterns fast um das 14fache, also beinahe bis zur Unkenntlichkeit gedämpft worden war, so verschwand doch beim Zusammentritt der Bilder der Comet bis zu einem ganz schwachen Aufdämmern.

Den 18. Mai

Derselbe Stern.

M. Z. Breslau.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.
$10^h 5' 19''$	$10^h 16' 51''55$	$+0° 51' 37''81$
10 48 19	53,76	52 37,80

Die Luft war etwas klarer als am vorigen Tage, um so mehr überraschte mich das Resultat in der AR., welches zeigt, dafs entweder in der ersten oder in der zweiten Beobachtung ein Versehen Statt gefunden haben müsse. Ich habe keine bestimmte Vermuthung für eines oder das andere. Das Mittel aus beiden Beobachtungen scheint indefs nicht übel mit den übrigen Cometenörtern zu stimmen.

Den 20. Mai.

Stern 9.10r Gr. noch genauer zu bestimmen. Aus einer später vorgenommenen Vergleichung mit einem Stern 9r Gr. aus *Bessels* Zonen 1823 März 28. $10^h 13' 45''70$ ergab sich für den Stern 9.10r Gröfse ungefähr:

AR. app. $10^h 14' 1''10$ Decl. app. $+1° 23' 18''33$

M. Z. Breslau.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.
$10^h 29' 43''$	$10^h 13' 37''28$	$+1° 20' 49''20$
10 55 42	34,83	20 55,45.

Nächtliche Dämmerung und Lichtschwäche des Cometen hatten so zugenommen, dafs es nur in einzelnen Momenten noch möglich war, den Cometen aufschimmern zu sehen, was aber wegen der Nähe des Sterns immer schnell benutzt werden konnte. Daher möchten vielleicht diese letzten Beobachtungen nicht ganz übel seyn, wenn nur der Stern genau bestimmt wäre.

Mit Sicherheit habe ich den Cometen von da an nicht mehr gesehen.

Folgende von mir berechneten Elemente schliefsen sich den Beobachtungen vom 20sten April, 2ten u. 17ten Mai ziemlich gut an, geben aber bei den übrigen die Rectascensionen um etwas zu grofs und die Declinationen fast in gleichem Verhältnifs zu südlich. Zur weitern Verbesserung möchte ich erst gern noch abwarten, ob nicht anderswo her noch später Beobachtungen einlaufen, welche genauer sind, wie die meinigen.

Durchgangszeit durch den Perihel	1835 März 28,202658 mittl. Berl. Zeit.
Länge des aufsteigenden Knoten	$58° 27' 50''85$
Neigung der Bahn	170 53 16,73
Perihel vom aufsteigenden Knoten	211 3 13,11
Log. der Perihel-Distanz	0,3104902.

Die Fehler der Elemente, welche die von Parallaxe und Aberration befreiten Beobachtungen geben, sind:

	In AR. (Zeit)	In Decl.
den 20 April	+ 0''15	— 0''5
2 Mai	— 0,30	—15,2
17 —	+ 0,05	+ 0,5

Obige Elemente kommen denen des Herrn Dr. *Peters* sehr nahe. Noch habe ich zu bemerken, wie ich durch gütige Bemühung des Herrn Geheimenrath *Bessel* inne geworden bin, dafs der Positionskreis an unserem Heliometer nicht auf

Digitized by Google

die sonst gewöhnliche Art, sondern von Süd nach Ost herumzählt. Haben Sie daher die Güte, zu bemerken, dafs die früher von mir angegebenen Richtungswinkel immer von 180° abzuziehen sind, um die richtigen und naturgemäfsen, aber noch nicht corrigirten zu erhalten. Auch bitte ich, bei dem in Nr. 279 p. 256 Zeile 5 Ihrer Astr. Nachr. enthaltenen etwas sinnentstellenden Druckfehler Bewegung bemerken zu wollen, dafs es Begränzung heifsen müsse.

Herr Geheimerath *Bessel* hat auch die Güte gehabt mir die genaue Bestimmung seines Beobachtungssterns vom 1sten Mai mitzutheilen.

AR. 1835. $11^h 1' 57''37$ Decl. 1835 $-5° 47' 39''20$

Sie ist vielleicht da willkommen, wo ebenfalls am 1sten Mai der Comet beobachtet werden konnte, und dieser Stern angewandt worden ist.

v. Boguslawski.

Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1835. Jul. 1.

Die Beobachtungen des *Boguslawski*schen Cometen, welche ich die Ehre hatte Ihnen am 14ten Mai persönlich zu überreichen, habe ich nicht durch schärfere Reduction zu verändern nöthig gehabt, wohl aber die sie begleitenden vorläufigen Elemente. Da die Ihnen ebenfalls mitgetheilten verbesserten noch gleiche Zeichen in den Fehlern der Länge übrig liefsen, so habe ich sie nochmals vorgenommen. Die folgenden auf denselben Beobachtungen, mit Rücksicht auf Parallaxe gegründeten Elemente reduciren das Mittel der Fehler in AR. von 11 verglichenen Beobachtungen auf 0 und möchten wohl von der Wahrheit wenig abweichen.

Zeit des Perihels März	30,6873802	mittl. Greenwicher Zeit.
Länge des aufsteig. Knoten	58° 55′ 57	vom mittl. Aeq.
—— —— Perihels	206 9 23,8	Jan. 1. 1835.
Neigung	9 2 42,25	
log q	0,3120591.	

C. Rümker.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Dumouchel*, Directors der Sternwarte des Collegio Romano in Rom.

Rome, 6 Août 1835.

Hier 5 Août à $0^h 20^m$ sidérale, notre grand télescope étant pirigé vers le lieu du ciel assigné dans nos éphémérides, presque tout à coup a paru dans le champ la fameuse Comète de *Halley*. Sa lumière est encore extrèmement foible. Elle se trouve auprès de l'étoile ζ de Taureau et de la belle nébuleuse qui la précède. L'aurore qui commençoit à se lever et quantité de nuages dont le ciel a été encombré a donné à peine le temps de déterminer sa position avec quelque exactitude, c'est:

Alt. $5^h 26'$ Decl. $+22° 27'$.

Aujourd'hui 6 Août la Comète a paru s'être avancée sensiblement vers l'orient. Elle a été comparée soigneusement au moyen du micromètre avec les petites étoiles voisines. Mais malheureusement celles-ci ne sont pas marquées dans le catalogue de *Piazzi* que nous avons, desorte que, pour avoir le resultat de ces observations, il reste à faire d'assez longs calculs.

Dumouchel.

Verbesserungen in den Doppelstern-Messungen von den Herren *Beer* und *Mädler* in Nr. 280 der A. N.

Für ζ Librae lies ξ Librae.

Bei δ Serpentis sind die 3 letzten Positionen (von 1835) durch einen Reductionsfehler sämmtlich um 5° zu grofs angesetzt.

Inhalt

(zu Nr. 284—286) Commentatio de corporum coelestium perturbationibus. Auctore *P. A. Hansen*, speculae Seebergensis directore, ordinis Dannebrogici equite. (Continuatio.) p. 321. —

(zu Nr. 287.) Versuch, die Berechnungen zur Bestimmung der Wiederkehr des *Halley*schen Kometen aufs Reine zu bringen. Von Herrn *J. W. B. Lehmann*, Doctor der Philosophie, Prediger zu Derwitz und Krielow bei Potsdam. p. 369. — Elemente des Doppelsterns σ Coronae nach *Enckes* Methode berechnet, von Herrn *Mädler* p. 399.

(zu Nr. 288.) Einige Bemerkungen Störungsrechnungen überhaupt, zunächst aber meine und Herrn Doctor *Lehmanns* Rechnungen über den *Halley*schen Kometen betreffend, von Herrn Prof. *Rosenberger*. p. 401. — Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 407. — Schreiben des Herrn Prof. *Weisse* an den Herausgeber. p. 409. Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Conservators der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 411. — Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 415. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Dumouchel*, Directors der Sternwarte des Collegio Romano. p. 415. — Verbesserungen p. 415.

Altona 1835. August 26.

Digitized by Google

Register.

A.

Aberration der Planeten und Cometen von *Bessel* 121.

Airy, Professor in Cambridge, Beobachtungen am Meridiankreise 1. Lage der Ecliptik 1. Breite von Cambridge 1. Sonnenfinsternifs 1833 26sten Juli 2. Beobachtungen des Jupiters und seines 4ten Trabanten 2.

Albrecht Beobachtungen 1834 in Danzig von Sternbedeckungen 69.

Altona Beobachtungen von *A. C. Petersen*, der Oerter einiger Zenithalsterne 47; des *Boguslawskis*chen Cometen; des *Halley*schen Cometen 311.

Anger, Director der Gewerbschula in Danzig, Beobachtungen 1834 von Sternbedeckungen 69.

Anzeigen der Werke des Staatsraths *von Schubert* 55; die Astron. Nachr. betreffend 55. 319.

Astronomische Nachrichten, Anzeigen betreffend die Preise ders. 55. 415; die Fortsetzung 319. Berichtigungen in selbigen 183. 200. 239. 303. 309. 415.

Astronomical Refraction by *James Ivory* 109.

Auszug aus dem Journal der Kopenhagener Sternwarte von 1770, den von *Hell* u. *Sainovic* gesehenen Cometen betreffend 151.

B.

Baily, Francis, beschäftigt sich mit der Herausgabe von *Flamsteeds* Werken 120.

Barometer, über Höhenbestimmungen mit selbigen von *Bessel* 241.

Beer und Mädler, Mondkarte 133. Beobachtungen der Rotationsperiode des Jupiters 199. 257. Doppelstern-Messungen 265. Opposition und Rotation des Mars 269. Untersuchung über die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen 367. Verbesserungen 415.

Berlin, Beobachtung des *Halley*schen Cometen daselbst von *Encke* und *Kunowsky* 305.

Bemerkungen zu *Hardings* Himmelskarte von *Knorre* 3.

Beobachtungen siehe Cometen, Magnetnadel, Mondsterne, Sternbedeckungen etc.

Berichtigungen in *C. A. Matthiessens* Tafel zur bequemen Berechnung der Logarithmen der Summe oder Differenz zweier Gröfsen 87; in den Astron. Nachr. 183. 200. 239. 303. 309. 415. in der Histoire céleste 301, in *Bessels* Zonen 309.

Bessel. W., Geheimerrath u. Ritter, Director der Sternwarte in Königsberg, über die Aberration der Planeten und Cometen 121. Bestimmung der Lage u. Gröfse des Saturns-Ringes und der Figur u. Gröfse des Saturns 153. Ueber die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe 201. Ueber Höhenbestimmungen durch das Barometer 241. Beobachtungen u. Elemente des *Boguslawskis*chen Cometen 271. Beobachtung des *Halley*schen Cometen 315. Vergleichung der Königsberger Sonnenbeobachtungen der Jahre 1831 u. 1832 mit den Tafeln 363.

Biela in Padua über den *Halley*schen Cometen 215.

Bielascher Comet siehe Comet.

Biendorf Länge und Breite 181.

Bodöe, Beobachtung der Sonnenfinsternifs daselbst Jul. 16. 1833 von Lieutenant *Due* 283. Breite und Länge 285.

Bogenhausen, Beobachtungen daselbst von Planeten 1834 von Dr. *Lamont* 180, von Mondsternen 194, von Mondsculminationen 196. Dr. *Lamont* zum Conservator der Sternwarte ernannt 215. Aufstellung des grofsen Refractors daselbst 279. Beobachtung der Saturnsbedeckung 1835 Ap. 12 von Dr. *Lamont* 297.

v. Boguslawski, Hauptmann, Conservator der Sternwarte in Breslau, Entdeckung und Beobachtung eines telescopischen Cometen 1835 im April 253. 411. Auffindung und Beobachtungen des *Halley*schen Cometen 1835 im August 305. Auffindung und Beobachtungen des *Encke*schen Cometen 1835 im Juli 407.

Boguslawskischer Comet, siehe Comet.

Borgrewing, Begleiter des *P. Hell* nach Wardöe 71.

Breite und Länge des *Boguslawskis*chen Cometen von *Rümker* 295.

Breite von Biendorf 181, Bodöe 285, Cambridge 1, Christiania 283, Ribnitz 181, Rostock 181, Warnemünde 181, Wismar 181, Wustrow 181.

Breithaupt, Müntmeister in Kassel, Beschreibung seines Theodoliten 136. Verzeichnifs der Preise seiner Instrumente 183.

Breslau, Entdeckung und Beobachtungen eines telescopischen Cometen daselbst im April 1835 vom Hauptmann *Boguslawski* 253. 411. Dessen Beobachtung des *Halley*schen Cometen 1835 im August 305; des *Encke*schen Cometen 1835 im Juli 407.

Digitized by Google

C.

Cambridge, Breite 1. Beobachtungen daselbst von *Airy* am Meridiankreise 1, der Sonnenfinsternifs 1833. 26. Juli 2. Jupiter und dessen 4ter Trabant 2.

Ceres, beobachtet in Bogenhausen von Dr. *Lamont* in der Opposition 1834 Febr. April 173. In Cracau von *Weisse* 180. in Wilna von *Slavinsky* 1832. Oct. Nov. 236.

Christiania, Breite 283. Beobachtung der Sonnenfinsternifs 1833 Jul. 16 von *Hansteen* daselbst 286.

Chronometrische Reisen in der Ostsee von Generalmajor *von Schubert*, Resultate der 1sten derselben 299.

Clüver in Bremen, Elemente des 2ten Cometen von 1826. 281. Dessen Ephemeride des *Halley*schen Cometen für 1835. 287.

Comet, *Biela*scher; beobachtet 1832 von *Struve* in Dorpat 17; schwächt nicht den Glanz eines davon bedeckten Sterns 29; verursacht keine merkliche Brechung des Lichts desselben 30.

——— *Boguslawski*scher. Entdeckung und Beobachtung im April 1835 von Hauptmann *v. Boguslawski* in Breslau 253. 411. Beobachtungen und Elemente desselben von *Bessel* in Königsberg 271; *Encke* in Berlin 255. *Nicolai* in Mannheim 281. Dr. *Peters* in Hamburg 255. 283. 291. *A. C. Petersen* in Altona 289. *Rümker* in Hamburg 295. 415. *Weisse* in Cracau 410.

——— *Encke*scher. Auffindung und Beobachtung desselben 1835 im Juli von *Boguslawski* in Breslau 407. Elemente desselben von *Encke* 179. Ephemeride von *Encke* 181.

——— *Halley*scher, über dessen Wiedererscheinung 1835 von Dr. *Olbers* 49. Störungen desselben und Elemente von *Rosenberger* 191. Noch nicht gesehen 200. 215. 271. Ueber dessen Wiederkehr von *Lehmann* 369; über die *Lehmann*schen Rechnungen desselben von *Rosenberger* 401; Peribel und Lichtstärke desselben von Dr. *Olbers* 317. Ephemeride für 1835 von *Clüver* 287, von *Lehmann* 398, von *Rosenberger* 277; beobachtet von *Bessel* in Königsberg 315. *Boguslawski* in Breslau 305, *Edw. Cooper*, in Mackree, Colloony Ireland 317. *Encke* in Berlin 305; *Hussey* in Rectory Hayes, Kent 309. 315. *Kunowsky* in Berlin 305, *Koller* und *Stampfer* in Kremsmünster 313, Dr. *Littrow* in Wien 307. *Petersen* in Altona 311. *Rümker* in Hamburg 315. Sir *James South* in Kensington 307. *Struve* in Dorpat 319.

——— von *Hell* und *Salnovic*. Auszug, denselben betreffend, aus dem Journal der Kopenhagener Sternwarte 151. Nachtrag zu selbigem 184.

——— 2ter von 1826. Elemente berechnet von *Clüver* 281.

Cometen, zwei, beobachtet 1833 und 1834 von *Dunlop* in Paramatta 117. Elemente derselben von *Henderson* 119. *Petersen* 119, Dr. *Peters* 120. 127.

——— in *Manzoni's* Roman erwähnt 215.

——— und Planeten-Aberration von *Bessel* 121.

Cometenmedaille von *Frederik VI.* König von Dänemark, ertheilt an *Dunlop* in Paramatta und an *Gambart* in Marseille 305.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus von Prof. *Hansen* 321.

Cooper, Edward, in Makree, Colloony, Ireland, Beobachtung im Mai 1834 von *Halley's* Cometen 217.

Coronae σ, Elemente dieses Doppelsterns von *Mädler* 399.

Cracau, *Weisse's* Beobachtungen daselbst 1834 von Mondsternen 146; von Sternbedeckungen 173, von Planeten 173; des *Boguslawski*schen Cometen 1835.

D.

Damke in Danzig Beobachtungen im Jahre 1834 von Sternbedeckungen 69.

Danzig, Beobachtungen von Sternbedeckungen daselbst 1834, von *Anger*, *Albrecht* und *Damke* 69.

Doppelstern σ Coronae, Elemente desselben von *Mädler* 399.

Doppelstern-Messungen von *Beer* und *Mädler* in Berlin 265, von *J. Herschel* auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung 275, von *Struve* in Dorpat 271.

Dorpat, *Struve's* Beobachtungen daselbst 1832 von *Bielas* Cometen 17, Auffindung und Beobachtungen Aug. 20. 21. 1835 des *Halley*schen Cometen 319. *Preufs* Bestimmung der Sterne daselbst, womit *Biela's* Comet verglichen worden 39. Dessen Beobachtungen von Mondsculminationen 1827 bis 1829. 65. Sternbedeckungen von 1827 bis 1829. 69.

Druckfehler in den Astron. Nachrichten 183. 200. 239. 303. 309. 415, in der Histoire céleste 301.

Due, Lieut., Beobachtungen der Sonnenfinsternifs 1833 Jul. 16 auf Bodöe 283.

Dumouchel in Rom, Anzeige der Erscheinung des *Halley*schen Cometen 415.

Dunlop Beobachtungen in Paramatta 1833 u. 1834 von zwei Cometen 117. Ertheilung der dänischen Cometen-Medaille 305.

E.

Eckhardt, Ministerialrath in Darmstadt, vorläufige Nachricht von den geodätischen Operationen zur Verbindung von Göttingen, Seeberg, Darmstadt, Mannheim, Speier und Strafsburg 129.

Ecliptik, Lage derselben aus Beobachtungen von *Airy* in Cambridge 1.

Elemente des *Boguslawski*schen Cometen von *Bessel* 271. *Encke* 255. *Nicolai* 281. *Peters* 255.

——— des *Encke*schen Cometen von *Encke* 179.

——— der *Dunlop*schen Cometen von 1833 u. 1834 von *Hendersen* 119, von *Petersen* 119, von *Peters* 127.

——— des *Halley*schen Cometen von *Rosenberger* 191.

——— des 2ten Cometen von 1826 von *Clüver* 281.

——— des Doppelsterns σ Coronae von *Mädler* 399.

Digitized by Google

Encke, Prof., Director der Sternwarte in Berlin, Elemente seiner Cometen für 1835. 179. Ephemeride desselben 181. Elemente des *Boguslawskis*chen Cometen 255. Beobachtungen des *Halley*schen Cometen 305.

Enckeecher Comet, siehe Comet.

Ephemeride des *Biela*schen Cometen für 1839 von *Santini* 117.

———— des *Encke*schen Cometen für 1835 von *Encke* 181.

———— des *Halley*schen Cometen für 1835 von *Clüver* 287, von *Lehmann* 398, von *Rosenberger* 277. 317.

Erdschatten, Untersuchung über die Gröfse desselben bei Mondfinsternissen von *Beer* und *Mädler* 367.

Ertel, T. in München, bekommt vom Kaiser von Rufsland den Wladimirorden 4ter Klasse 119.

Ertels Preise seiner astronomischen Instrumente 49.

Excentricität des Saturns in seinem Ringe 47.

F.

Feldhausen bei Wynberg auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung. *J. Herschels* Beobachtungen daselbst 273.

Flemsteeds Werke werden von *F. Baily* herausgegeben 120.

Flaugergues über die Rotation der Venus 239.

Flecke auf der Jupitersscheibe beobachtet von *Mädler* 135. von *Valz* 239.

Fontana füllte schon vor 1775 die Niveaux mit Naphta, und machte das Fadenkreuz aus Spinnefäden 135.

v. Fuss, G., über die Länge von Peking 103. Beobb. mit einem *Steinheil*schen Prismenkreise 85.

G.

Gambart, Director der Sternwarte in Marseille, über den Cometen von 1834. 141. Erhält die dänische Cometenmedaille 305.

Gambarts Comet von 1834 beobachtet von *Dunlop* in Paramatta 117. Berechnet von *Petersen* 119, von *Peters* 120. 149.

Gauss, Hofr., Director der Sternwerte in Göttingen, Beobb. der Magnetnadel in Kopenhegen und Meilend 1834 am 5ten und 6ten Nov 185.

Geodätische Operationen von *Eckhardt* zur Verbindung von Göttingen, Seeberg, Darmstadt, Mannheim, Speier und Strafsburg 129.

Grunert, Dr., in Greifswald, die Rectascension und Declination eines Weltkörpers aus Distanzen von zwei bekannten Fixsternen zu finden 105.

H.

Halleyscher Comet, siehe Comet.

Hamburger Sternwarte, Beobachtung des *Boguslawskis*chen Cometen daselbst von *Peters* 283. 291, von *Rümker* 415. Beobachtungen des *Halley*schen Cometen von *Rümker* 315.

Hamilton, Sir William, Beobachtung des *Halley*schen Cometen in Mackree Colloony Ireland 317.

Hansen, Director der Seeberger Sternwarte, Commentatio de corporum coelestium perturbationibus 321.

Hansteen, Professor, Director der Sternwarte in Christiania, Breite der Sternwarte daselbst 283. Beobachtung der Sonnenfinsternifs 1833. 16 Jul. 286.

Hardings Himmelskarten, Bemerkungen zu selbigen von *Knorre* 3; zu verkaufen 135. Dessen Bücher und Instrumente zu verkaufen 200.

Hell, P., Reise nach Wardöe und Beobachtung des Venusdurchganges daselbst 1769 von *C. L. Littrow.*

Henderson, T., Director der Sternwarte in Edinburgh, Elemente von zwei Cometen beobachtet 1833 und 1834 von *Dunlop* in Paramatta 117.

Herschel, Sir John, Beobachtungen von Nebelsternen und Doppelsternen in Feldhausen bei Wynberg auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung 273. Beobachtungen der Mondfinsternisse 1833 26. Dec. 276.

Histoire céleste, Berichtigungen in selbiger 301.

Hussey, in Rectory Hayes, Kent, Beobachtung des *Halley*schen Cometen 309. 315.

Höhenbestimmungen mit dem Barometer von *Bessel* 241.

I.

Instrumente, astronomische, Preise von *T. Ertel* 49; von *Breithaupt* 183.

Jupiter und dessen 4ter Trabant, beobachtet von *Airy* in Cambridge 2, von *Santini* in Padua 285. Flecke auf dessen Scheibe beobachtet von *Mädler* 135, von *Valz* 239. Rotationsperiode desselben von *Mädler* 139. 257. Opposition beobachtet in Wilna von *Slawinsky* 1832 Decbr. u. 1833 Januar 238.

Jupitersmesse von *Santini* 285.

Ivory, James, Note on the Astronomical Refraction 109.

K.

Kensington, Beobachtungen des *Halley*schen Cometen daselbst von Sir *James South* 307.

Knorre, Professor in Nicolajew, Bemerkungen zu *Hardings* Himmelskarten 3.

Königsberg, Beobachtungen des *Halley*schen Cometen daselbst von *Bessel* 315.

Königsberger Sonnenbeobachtungen in den Jahren 1831 u. 1832. Vergleichung derselben mit den Tafeln von *Bessel* 363.

Koller, M., Professor in Kremsmünster, Beobachtungen von Planeten und Mondsternen 1834. 175. des *Halley*schen Cometen 313.

Kopenhagen, Sternwarte-Journal von 1770. Auszug aus selbigem rücksichtlich des von *P. Hell* und *Sainovic* gesehenen Cometen 151. Beobachtungen der Magnetnadel daselbst 1834 am 5ten u. 6ten Novbr. 185.

Kremsmünster, Prof. *Kollers* Beobachtungen daselbst 1834 vom Monde, von Mondsternen, Planeten u. Sternbedeckungen 175. Beobachtungen des *Halley*schen Cometen 313.

Digitized by Google

Kunowsky in Berlin, Beobachtung des *Halley*schen Cometen 305.

Kupfertafel von *Gauss* zu den magnetischen Beobachtungen Nr. 276 in Mailand und Kopenhagen. Von *Bessel* über die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe Nr. 277. Zu Nr. 248 u. 249. *Hendersons* Venusabhandlung 239. Zu Nr. 283 über einen Theil des Mondes von *Mädler*.

L.

Lamont, Dr., Observator an der Münchener Sternwarte zu Bogenhausen, Planetenbeobachtungen im Jahre 1834. 180. Beobachtungen von Mondsternen 1834. 194; der Declination des Mondes 194. Berichtigung seiner Mondsbeobachtungen 200. Zum Conservator der Sternwarte in Bogenhausen ernannt 215. Ueber den Bogenhausener grofsen Refractor 279. Beobachtung der Saturnsbedeckung vom 12ten April 1835. 297.

Länge von Peking von *G. v. Fuss* 103. Biendorf, Ribnitz, Rostock, Warnemünde, Wismar, Wustrow 181. Bodöe 285.

Lehmann, Dr. J. W. H., Prediger zu Derwitz und Krielow bei Potsdam, Versuch die Berechnungen zur Bestimmung der Wiederkehr des *Halley*schen Cometen aufs Reine zu bringen 369.

Lichtstärke des *Halley*schen Cometen von Dr. *Olbers* 317.

Littrow, Dr. C. L., Assistent bei der Wiener Sternwarte, über *P. Hells* Reise nach Wardöe und Beobachtung des Venusdurchganges daselbst 71. Beobachtung des *Halley*schen Cometen auf der Wiener Sternwarte 307.

M.

Mackree, Colloony, Ireland, Beobachtung des *Halley*schen Cometen daselbst von *Eduard Cooper* und Sir *Wm. Hamilton* 317.

Mädler und *Beer*, Mondkarte 133. Beobachtung der Rotationsperiode des Jupiters 199. 257. Doppelsternmessungen 265. Opposition und Rotation des Mars 269. Untersuchung über die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen 367. Verbesserungen 417.

Mädler Beobachtung von Flecken auf der Jupitersscheibe 135. Darstellung einzelner Strahlensysteme auf dem Monde 199. 309. Elemente des Doppelsterns σ Coronae 399.

Magnetnadel, beobachtet am 5ten und 6ten Nov. 1834 in Kopenhagen und Mailand, mitgetheilt von *Gauss* 185.

Mailand Beobachtungen der Magnetnadel daselbst am 5ten u. 6ten Novbr. 1834. 185.

Mannheim, *Nicolais* Beobachtungen des *Boguslawskis*chen Cometen daselbst 281.

Manzoni erwähnt in einem Romane zweier Cometen 215.

Mars beobachtet in Wilna von *Slawinski* in der Opposition 1832 Oct., Nov., Dec. 236.

Masse des Jupiters von *Santini* 285.

Matthiessen, C. A., Verbesserungen in den Tafeln für bequemen Berechnung der Logarithmen der Summen oder Differenzen zweier Gröfsen 87.

Medaille für die Entdeckung telescopischer Cometen von *Frederik VI.* von Dänemark, ertheilt an *Dunlop* in Paramatta und an *Gambart* in Marseille 305.

Meridiankreisbeobachtungen von *Airy* in Cambridge 1.

Metallographie über einen Theil des Mondes zu Nr. 283.

Mond, beobachtet 1834 von *Koller* in Kremsmünster 175.

Mondfinsternifs vom 26sten Decbr. 1833 beobachtet von Sir *John Herschel* 276.

Mondkarte von *Beer* und *Mädler* 133. 309.

Mondsdeclinationen beobachtet 1834 von Dr. *Lamont* in Bogenhausen 196.

Mondsoberfläche dargestellt auf durchsichtigem Papier von *Mädler* 309.

Mondsterne, beobachtet 1827 bis 1829 von *Preuss* in Dorpat 65. 1833 von *Sabler* in Dorpat 43. 1834 von *Koller* in Kremsmünster. 1834 von *Lamont* in Bogenhausen 194. 1834 von *Weisse* in Crecau 146.

Moser, Professor in Königsberg, Methode den Ort des Nordlichts durch die Magnetnadel zu finden 11.

N.

Nebelsterne, beobachtet von *John Herschel* auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung 275.

Nicolai, Hofrath, Director der Sternwarte in Mannheim, den *Halley*schen Cometen ohne Erfolg gesucht 200. 215. Beobachtungen und Elemente des *Boguslawski*schen Cometen 281.

Niveaux schon von *Fontana* vor 1775 mit Naphta gefüllt 135.

Nordlicht, Methode den Ort desselben zu finden von *Moser* 11.

O.

Oerter der Sterne, womit der *Bielas*che Comet 1833 in Dorpat verglichen worden ist, am dortigen Meridiankreise bestimmt von *Preuss* 39.

——— einiger Zenithalsterne, bestimmt von *A. C. Petersen* am Altonaer Meridienkreise 47.

Olbers, Dr. und Ritter, über die Excentricität des Saturns in seinem Ringe 47. Ueber die Wiedererscheinung des *Halley*schen Cometen 1835. 49. Perihel und Lichtstärke desselben 317.

Opposition des Mars, beobachtet von *Beer* und *Mädler* in Berlin 269; der Ceres beobachtet von Dr. *Lamont* in Bogenhausen 1834 im Febr. April 173, von *Weisse* in Cracau 1834 Febr., März, April 173, von *Slavinski* in Wilna 1832 Oct. Nov. 236

Ostsee, chronometrische Reisen des Russischen Generalmajors *von Schubert* 299.

Digitized by Google

P.

Padua, Beobachtung des 4ten Jupiterstrabanten daselbst von *Santini* 285.

Pelles, beobachtet von *Weisse* in Cracau in der Opposition 1834 Febr. März 173, von Dr. *Lamont* in Bogenhausen 1834 Jan. Febr. 180.

von Pestorff, Geheimerrath, Bemerkung zweier Körper vor der Sonnenscheibe 150. Verkäuflicher Sextant 183.

Peking, Länge von *G. v. Fuss* 103.

Perthes & Besser in Hamburg, Preise der Werke des Staatsraths *von Schubert* 55.

Peters, Dr., A. C. F., Observator der Hamburger Sternwarte. Disquisitio de motu penduli in aere resistente 73. Elemente des *Gambart*schen Cometen von 1834. 120. 149, des *Dunlop*schen Cometen von 1833. 127, des *Boguslawski*schen Cometen von 1835. 255. Beobachtung des letztern 283. 291.

Petersen, A. C., Observator bei der Altoneer Sternwarte, Bestimmung der Oerter einiger Zenithalsterne am Meridiankreise 47. Elemente des *Gambart*schen Cometen von 1834. 129. Beobachtungen des *Boguslawski*schen Cometen 269. Beobachtungen des *Halley*schen Cometen 311.

Planeten- und Cometen-Aberration von *Bessel* 121.

Planetenbeobachtungen in der Opposition.

Ceres, von Dr. *Lamont* in Bogenhausen 1834 Febr. 180, von *Slavinsky* in Wilna 1832 Oct. Nov. 236, von *Weisse* in Cracau 1834 Febr. April 173.

Jupiter, von *Slavinsky* in Wilna 1832 Dec. 1833 Jan. 238.

Mars, von *Beer* und *Mädler* in Berlin 1835. 269, von *Slavinsky* in Wilna 1832 Oct., Nov., Dec. 236.

Pallas, von Dr. *Lamont* in Bogenhausen 1834 Jan. Febr. 180, von *Weisse* in Cracau 1834 Febr. März 173.

Saturn, von *Koller* in Kremsmünster 1834 März April 175, von *Slavinsky* in Wilna 1832 Febr. März 197, von *Weisse* in Cracau 1834 April May 174.

Uranus, von *Koller* in Kremsmünster 1834 Aug. Sept. 175, von *Slavinsky* in Wilna 1832 Oct., Nov., Dec. 235, von *Weisse* in Cracau 1834 Sept. Dec. 174.

Vesta, von *Koller* in Kremsmünster 1834 Nov. Dec. 176, von *Weisse* in Cracau 1834 Nov. Dec. 173.

Preise von *Breithaupts* Instrumenten 183; von *T. Ertels* astronomischen Instrumenten 49; der Astron. Nachr. 55.

Preuss in Dorpat, Bestimmung der Sterne, womit der *Biela*sche Comet 1833 daselbst verglichen worden ist 39. Beobachtung der Mondsterne 1827 bis 1829. 65. Beobachtung von Sternbedeckungen 69.

Q.

Quecksilberhorizont, auf Kupfer engequickt, erfunden vor 1804 von *Schönau* 135.

R.

Rectory Heyes Kent, Beobachtung des *Halley*schen Cometen daselbst von *Hussey* 309. 315.

Refraction, astronomical, by *James Ivory* 109.

Refractor, grofser, in München 200. Aufstellung desselben in Bogenhausen 279.

Ribnitz, Länge und Breite 181.

Rom, *Halleys* Comet daselbst gesehen Aug. 5. 415.

Rosenberger, Professor in Halle, über die Störungen des *Halley*schen Cometen 187.

Rostock, Länge und Breite 181.

Rümker, Breite und Länge des *Boguslawski*schen Cometen 295. Beobachtung des *Halley*schen Cometen 315, des *Boguslawski*schen Cometen 415.

S.

Sabler in Dorpat, Beobachtungen von Mondsternen 1833. 43, einer Sternbedeckung 1833 Dec. 24. 47.

Sainovic, Begleiter des *P. Hell* nach Wardöe 71.

Santini, Director der Sternwarte in Padua, Ephemeride des *Biela*schen Cometen für 1839. 117. Beobachtung des 4ten Jupiterstrabanten und Bestimmung der Jupitersmasse 285.

Saturn, über dessen Excentricität im Ringe von Dr. *Olbers* 47. Bestimmung der Lage, Figur und Gröfse desselben, und der Lage und Gröfse des Ringes von *Bessel* 183. Beobachtungen in der Opposition von *Koller* in Kremsmünster 1834 im März April 175, von *Slavinsky* in Wilna 1832 Febr. März 198, von *Weisse* in Cracau 1834 April Mai 174.

Saturnsbedeckung am 12ten April 1835 beobachtet von Dr. *Lamont* in Bogenhausen 297.

v. Schönau hat vor 1804 den engequickten Quecksilberhorizont erfunden 135.

v. Schubert, Staatsrath, Anzeige seine Werke betreffend 55.

v. Schubert, Generalmajor im Russischen Generalstabe, Resultate der 1sten Chronometer-Reise in der Ostsee 299.

Sextant, verkäuflicher von *Pastorff* 183.

Slavinsky, Director der Sternwarte in Wilna, Verbesserung in den Astron. Nachr. 309. Planetenbeobachtungen 1832. 198. 235. Sternbedeckungen 1832. 238. Meteorologische Beobachtungen 1832. 237.

Sonnenbeobachtungen, Königsberger, in den Jahren 1831. 1832. Vergleichung derselben mit den Tafeln von *Bessel* 363.

Sonnenfinsternifs 1833 Juli 26 beobachtet von *Airy* in Cambridge 2, von *Due* auf Bodöe 285, von *Hansteen* in Christienie 286

South, Sir *James*, in Kensington, Beobachtung des *Halley*schen Cometen 307.

Spinnefäden zum Fadenkreuz in Fernröhren schon vor 1775 von *Fontana* gebraucht 135.

Stempfer, Professor in Kremsmünster, Beobachtung des *Halley*schen Cometen daselbst 313.

Steinheilscher Prismenkreis, Beobb. mit selbigem in Altona von *G. v. Fufs* 85.

Sternbedeckungen beobachtet (1827 Jan. 1, Febr. 2, Sept. 28, Nov. 26) 69; (1828 Febr. 22, Oct. 18) 69; (1829 Febr. 11, März 10, Juli 25, Aug. 21, Oct. 15, Nov. 5, Dec. 9) 69;

Digitized by Google

(1831 Febr. 19, Juni 19) 177; 1832 (Febr. 8, 10, 11) 237; (Febr. 15, Sept. 4) 177; (Nov. 7) 237; (1833 Dec. 24) 47; 1834 (Jan. 21) 178; (Febr. 13, April 13) 173; (April 20) 69. 173. 178; (Sept. 14) 178; (Sept. 20) 69; (Oct. 7, 8) 173. 178; (Oct. 14) 173; (Nov. 3, 9, Dec. 7) 174.

Sternbedeckungen beobachtet 1834 von *Anger*, *Albrecht*, *Danke* in Danzig 69; 1831, 1832, 1834 von *Koller* in Kremsmünster 177; 1827 bis 1829 von *Preuss* in Dorpat 69; 1833 von *Sabler* in Dorpat 47; 1832 von *Slavinsky* in Wilna 237; 1834 von *Weisse* in Cracau 173.

Sternkarten, *Hardinge*, Bemerkk. zu selbigen von *Knorre* 3. Zu verkaufen 135.

Sternörter, bestimmt von *Petersen* in Altona 47; von *Preuss* in Dorpat 39.

Sternverzeichnifs von *Weisse* in Cracau 409.

Störungen des *Halley*schen Cometen von *Rosenberger* 187.

Störungsrechnungen, Bemerkungen über selbige von *Rosenberger* 401.

v. Struve, Staatsrath, Beobachtungen des *Biela*schen Cometen 1832 in Dorpat 17. Ueber den *Halley*schen Cometen 271. Doppelsternmessung 271. Beobachtung des *Halley*schen Cometen 319. Vom Kaiser von Rufsland zum wirklichen Staatsrath ernannt 149.

Svanberg, Dr., Schreiben über seine Reise in Deutschland 65, in Altona 120.

T.

Theodolit von *Breithaupt* 136.

Trabant, 4ter, des Jupiters, beobachtet von *Airy* in Cambridge 2, von *Santini* in Padua 285.

U.

Uranus in der Opposition beobachtet 1834 Aug. Sept. von *Koller* in Kremsmünster 175. 1832 Oct. von *Slavinsky* in Wilna 235. 1834 Sept. Dec. von *Weisse* in Cracau 174.

V.

Valz, über die Flecke des Jupiters 239. Ueber die Rotation der Venus 239.

Venus, Rotation von *Flaugergues* 239.

Verbesserungen in *C. A. Matthiessens* Tafel zur bequemen Berechnung der Logarithmen der Summe oder Differenz zweier Gröfsen 87; in den Astr. Nachrichten 183. 200. 239. 303. 309. 415; in *Bessels* Zonen 311; in der Hist. cél. 301.

Verbindung von Göttingen, Seeberg, Darmstadt, Mannheim, Speier und Strafsburg, vermittelst geodätischer Operationen von *Eckhardt* 129.

Vergleichung der Königsberger Sonnenbeobachtungen in den Jahren 1831. 1832 mit den Tafeln von *Bessel* 363.

Verzeichnifs der Preise von *T. Ertels* astronom. Instrumenten 49, von *Breithaupts* astronom. Instrumenten 183.

Vesta beobachtet in der Opposition 1834 Nov. Dec. von *Koller* in Kremsmünster 176, von *Weisse* in Cracau 173.

Vorgebirge der guten Hoffnung, Sir *John Herschels* Beobachtungen daselbst in Feldhausen bei Wynberg 273.

W.

Wardöe, über *P. Hells* Beobachtung des Venusdurchganges daselbst 1769 von *C. L. Littrow*.

Warnemünde, Länge und Breite 181.

Weisse, Professor, Director der Sternwarte in Cracau, Beobachtungen daselbst von Mondsternen 1834. 146, von Sternbedeckungen 1834. 173, von Planeten 1834. 173. 174. Verbesserungen in *Bessels* Zonenbeobachtungen 311. Sternverzeichnifs 409. Beobb. des *Boguslawski*schen Cometen 410.

Wiedererscheinung des *Halley*schen Cometen 1835 von Dr. *Olbers* 49.

Wien, Beobachtung des *Halley*schen Cometen daselbst von *C. L. Littrow* 307.

Wilna, Beobachtungen daselbst von *Slavinsky*, Planeten 1832. 198. 235, Sternbedeckungen 1832. 238. Barometer, Thermometer etc. 1832. 237.

Wismar, Länge und Breite 181.

Wustrow, Länge und Breite 181.

Z.

Zahrtmann, Capitain im Königl. Dänischen See-Etat, Länge und Breite einiger Oerter in Mecklenburg 181.

Zenithalsterne, Bestimmung derselben in Altona am Meridiankreise von *A. C. Petersen* 47.

Zonen, *Bessels*, Berichtigungen von *Weisse* 31.

Digitized by Google

Digitized by Google

THE UNIVERSITY LIBRARY
UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SANTA CRUZ
SCIENCE LIBRARY

This book is due on the last **DATE** stamped below.
To renew by phone, call **459-2050**.
Books not returned or renewed within 14 days
after due date are subject to billing.

Series 2477

Series 2373